Министерство сельского хозяйства Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского
Колледж автомобильного транспорта и агротехнологий

Учебно-методическое пособие

для обучающихся среднего профессионального образования очной формы обучения для всех специальностей 2 курса (база 9 кл)

***по дисциплине* «математика»**

Тема: «матрицы и определители»

Молодежный 2026

Рекомендовано к изданию предметно-цикловой комиссией социально-экономических и естественно-научных дисциплин Колледжа автомобильного транспорта и агротехнологий ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского» протокол № 5 от 30 января 2026г.

Учебно-методическое пособие для студентов СПО очной формы обучения для всех специальностей 2 курса (база 9 кл) по дисциплине «Математика» / составитель: Е.В. Марченко - Иркутск: Изд-во Иркутского ГАУ, 2026. - 14 с.

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Математика»
предназначен для выполнения практических работ обучающихся очной формы обучения для всех специальностей 1 курса (база 9 кл). Практикум подготовлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта СПО и федеральной рабочей программой среднего общего образования по географии (базовый уровень).

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях специалист среднего звена должен получить более широкую подготовку, чтобы иметь возможность продолжить образование и самообразование, быть востребованным на рынке труда. Это осуществимо при наличии хорошей подготовки специалиста по основополагающим дисциплинам, к которым относится и математика.

Данное методическое пособие будет предназначено для студентов II курса по специальностям:
21.02.19 ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВО
23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте
23.02.07. Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов автомобилей
35.02.16 Эксплуатация и ремонт сельскохозяйственной техники и оборудования (техник-механик)
38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям) (бухгалтер)
38.02.04 Коммерция
09.02.07 Информационные системы и программирование

изучающих дисциплину «Математика» по учебной программе в объеме 64 часа, т.к. большая часть объема учебной нагрузки студентов отведена на самостоятельную работу, то целью данного пособия является помощь студентам выработать навыки решения практических задач по математике по теме «Матрицы и определители». Пособие не заменяет учебник, но помогает как в усвоении теории, так и в приобретении навыков решения задач. Оно включает в себя основной теоретический материал и образцы решения типовых задач.

Пособие будет полезно тем студентам, которые по различным причинам не смогли посетить все учебные занятия по данной теме.

Также оно будет полезно для подготовки к практическим занятиям, для более успешного понимания и усвоения материала.

МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Общая характеристика матрицы

Матрицей размерности m*n называется таблица чисел (элементов), содержащая m строк и n столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}\ a_{12}\ \dots a_{1n} \\ a_{21}\ a_{22}\ \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}\ a_{m2}\ \dots a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad A = (a_{ij})\ (i = 1, 2, \dots,\ m;\ j = 1, 2, \dots,\ n).$$

В алгебраических выражениях часто используются специального вида матрицы:
Θ — нулевая
D — диагональная
E — единичная
Если в матрице А переставить соответствующие строки и столбцы местами, то получится матрица $A^т$, которую называют транспонированной матрицей А.

Пример:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix},\ B^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Если число строк и столбцов матрицы совпадает и равно n, то матрица называется квадратной n-го порядка.Две матрицы А и В одинаковой размерности равны, если все соответствующие элементы матриц равны.

Действия над матрицами

Умножение матрицы на число. Любую матрицу можно умножить на любое число, при этом все элементы матрицы умножаются на это число.

Сложение матриц. Две матрицы А и В одинаковой размерности можно сложить, при этом все соответветствующие элементы матриц складываются.

Свойства линейных операций

$$A+B=B+A$$
$$(A+B)+C=A+(B+C)$$
$$(A+B)m=m*A+m*B$$
$$(m+n)A=m*A+n*A$$
$$n(m*A)=(m*n)A$$

Пример Найти матрицу $C = A + 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$.

Р е ш е н и е. $C = A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & -4 & 8 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 1+2 & 2+0 & 3+4 \\ 4+6 & 5-4 & 6+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 10 & 1 & 14 \end{pmatrix}.$

Умножение матриц

Две матрицы можно умножить, если число строк второй матрицы равно числу столбцов первой матрицы. При умножении матриц получается матрица, число строк которой равно числу строк первой матрицы, а число столбцов равно числу столбцов второй матрицы. Элементы матрицы произведения C = AB находятся по формуле:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{l} a_{ik} b_{kj} \quad (i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n),$$

где l — число строк второй и число столбцов первой матриц.

Свойства умножения матриц:

$(AB)C = A(BC)$
$(A+B)C = AC + BC$
$A * E = E * A = A$ (где E — единичная матрица)
$(AB)^t = B^t * A^t$

Пример Найти $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 5 + 2\cdot 7 & 1\cdot 6 + 2\cdot 8 \\ 3\cdot 5 + 4\cdot 7 & 3\cdot 6 + 4\cdot 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix}$

Пример. Произведите умножение матриц

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1+2\cdot 1+3\cdot 1 & 1\cdot 1+2\cdot 0+3\cdot 0 & 1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot(-4) \\ 4\cdot 1+5\cdot 1+6\cdot 1 & 4\cdot 1+5\cdot 0+6\cdot 0 & 4\cdot 2+5\cdot 3+6\cdot(-4) \\ 7\cdot 1+8\cdot 1+9\cdot 1 & 7\cdot 1+8\cdot 0+9\cdot 0 & 7\cdot 2+8\cdot 3+9\cdot(-4) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 1 & -4 \\ 15 & 4 & -1 \\ 24 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Всегда: строки первой матрицы умножаются на столбцы второй матрицы, то есть никогда не будет ситуации когда необходимо будет умножать столбцы первой на строки второй! Важно: матрицы при умножении нельзя менять местами!!! — результат умножения будет другим

Обратная матрица

Пусть имеется квадратная матрица n-го порядка

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

Матрица A^{-1} называется обратной матрицей по отношению к матрице A, если $A*A^{-1} = E$, где E — единичная матрица n-го порядка.

Единичная матрица — такая квадратная матрица, у которой все элементы по главной диагонали, проходящей от левого верхнего угла к правому нижнему углу, — единицы, а остальные — нули, например:

$$E_1 = [1],\ E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \cdots,\ E_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Обратная матрица может существовать только для квадратных матриц т.е. для тех матриц, у которых число строк и столбцов совпадают.

Теорема условия существования обратной матрицы

Для того чтобы матрица имела обратную матрицу необходимо и достаточно, чтобы она была невырожденной.

Матрица A = (A1, A2,...An) называется невырожденной, если векторы-столбцы являются линейно независимыми. Число линейно независимых векторов-столбцов матрицы называется рангом матрицы r. Поэтому можно сказать, что для того, чтобы существовала обратная матрица, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы равнялся ее размерности, т.е. r = n.

Алгоритм нахождения обратной матрицы

Записать в таблицу для решения систем уравнений методом Гаусса матрицу А и справа (на место правых частей уравнений) приписать к ней матрицу Е.

Используя преобразования Жордана, привести матрицу А к матрице, состоящей из единичных столбцов; при этом необходимо одновременно преобразовать матрицу Е.

Если необходимо, то переставить строки (уравнения) последней таблицы так, чтобы под матрицей А исходной таблицы получилась единичная матрица Е.

Записать обратную матрицу A^{-1}, которая находится в последней таблице под матрицей Е исходной таблицы.

Пример. Для матрицы А найти обратную матрицу A^{-1}

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Решение: Записываем матрицу А и справа приписываем единичную матрицу Е. Используя преобразования Жордана, приводим матрицу А к единичной матрице Е. Вычисления приведены в таблице 31.1.

Таблица 31.1

A			E_1	E_2	E_3	Действия
$\boxed{1}$	1	1	1	0	0	×(−1)
1	2	2	0	1	0	
1	2	3	0	0	1	
1	1	1	1	0	0	
0	1	1	−1	1	0	
0	$\boxed{1}$	2	−1	0	1	×(−1)
1	0	−1	2	0	−1	
0	0	$\boxed{-1}$	0	1	−1	×(−1) ×(−2)
0	1	2	−1	0	1	
1	0	0	2	−1	0	
0	0	1	0	−1	1	
0	1	0	−1	2	−1	
1	0	0	2	−1	0	
0	1	0	−1	2	−1	
0	0	1	0	−1	1	

Проверим правильность вычислений умножением исходной матрицы A и обратной матрицы A^{-1}.

$$AA^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&2\\1&2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1&0\\-1&2&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&2\\1&2&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1&0\\-1&2&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1\cdot2+1\cdot(-1)+1\cdot0 & 1\cdot(-1)+1\cdot2+1\cdot(-1) & 1\cdot0+1\cdot(-1)+1\cdot1\\ 1\cdot2+2\cdot(-1)+2\cdot0 & 1\cdot(-1)+2\cdot2+2\cdot(-1) & 1\cdot0+2\cdot(-1)+2\cdot1\\ 1\cdot2+2\cdot(-1)+3\cdot0 & 1\cdot(-1)+2\cdot2+3\cdot(-1) & 1\cdot0+2\cdot(-1)+3\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}.$$

В результате умножения матриц получилась единичная матрица. Следовательно, вычисления произведены правильно.

Ответ: $$A^{-1}=\begin{pmatrix}2&-1&0\\-1&2&-1\\0&-1&1\end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы

Для любой квадратной матрицы может быть найдена величина, называемая определителем.

Определитель — это квадратная таблица чисел или математических символов (Δd).

Для матрицы второго порядка $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ определитель вычисляется по формуле:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Например, $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1\cdot 4 - 2\cdot 3 = -2.$

Разложение по строке или столбцу

Формулы разложения по строке или столбцу:

$$\Delta = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij} \quad (i = 1, 2, \ldots, n);$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}A_{ij} \quad (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Первые n формул называются формулами разложения определителя по строке, а вторые n формул называются формулами разложения определителя по столбцу.

В этих формулах $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ - алгебраические дополнения элементов aij матрицы A, где Mij — миноры элементов aij матрицы A.

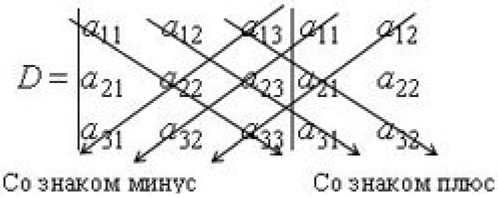
Минором Mij элемента aij матрицы n-го порядка A называется определитель матрицы (n-1)-го порядка, получаемой из матрицы A вычеркиванием i-й строки и j-го столбца, на пересечении которых находится элемент aij/

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12}(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}).$$

Правило Саррюса

Дописывание двух первых строк или столбцов.



В этом случае считаем так: a11*a22*a33 + a12*a23*31+a13*a21*a32 — a13*a22*a31 — a11*a23*a32 — a12*a21*a33

Пример

Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 8 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix}$ двумя способами: с помощью разложения по первой строке и по правилу треугольника.

Решение:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&3&4\\5&6&8\\1&0&7\end{vmatrix}=2\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}6&8\\0&7\end{vmatrix}-3\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}5&8\\1&7\end{vmatrix}+4\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}5&6\\1&0\end{vmatrix}=$$

$= 2\,(42-0) -3\,(35-8) + 4\,(0-6) = 84 - 81 - 24 = -21.$

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&3&4\\5&6&8\\1&0&7\end{vmatrix}=2\cdot6\cdot7+4\cdot5\cdot0+3\cdot8\cdot1-4\cdot6\cdot1-2\cdot8\cdot0-3\cdot5\cdot7=$$

$= 84 + 0 + 24 - 24 - 0 - 105 = -21.$

О т в е т: -21.

Свойства определителей

Свойство 1.

Определитель не изменится, если все строки заменить соответствующими столбцами и наоборот.

$$\Delta=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21},\quad\begin{vmatrix}a_{11}&a_{21}\\a_{12}&a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}=\Delta.$$

Свойство 2.

При перестановке двух каких-либо строк или столбцов местами определитель изменяет знак.

$$\begin{vmatrix}a_{12}&a_{11}\\a_{22}&a_{21}\end{vmatrix}=a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}=-(a_{11}a_{22}-a_{11}a_{22})=-\Delta.$$

Свойство 3.

Определитель равен нулю, если он имеет две равные строки (столбца).

Свойство 4.

Множитель, общий для всех элементов строки или столбца, можно выносить за знак определителя.

$$\begin{vmatrix}\lambda a_{11}&\lambda a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix}=\lambda a_{11}a_{22}-\lambda a_{12}a_{21}=\lambda(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})=\lambda\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{vmatrix},$$

Свойство 5.

Если к элементам какой-либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, то определитель не изменится.

Следствие из свойств 32.4 и 32.5: Если к элементам какой-либо строки или столбца прибавить соответствующие элементы другой строки или столбца, умноженные на некоторое число, то определитель не изменится.

Свойство 6.

Сумма произведений элементов какой-либо строки или столбца на алгебраические дополнения соответствующих элементов другой строки или столбца равна нулю.

Пример. Вычислить определитель, используя свойства:

$$\Delta=\begin{vmatrix}2&3&4&5\\5&6&8&9\\1&0&7&6\\3&4&6&10\end{vmatrix}$$

Решение:

1. Третью строку умножим на подходящие множители и прибавим к остальным:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 8 & 9 \\ \boxed{1} & 0 & 7 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 10 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ \times(-5)\times(-2)\times(-3) \\ \\ \end{array}$$

получим:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 3 & -10 & -7 \\ 0 & 6 & -27 & -21 \\ 1 & 0 & 7 & 6 \\ 0 & 4 & -15 & -8 \end{vmatrix}.$$

Метод Крамера

Решение систем уравнений

Пусть имеется система уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases}$$

Обозначим через Δ определитель матрицы системы и через Δj определитель, который получается из определителя Δ заметой j-го столбца столбцом правых частей системы (j=1,2,...n).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} \; a_{12} \; \ldots \; a_{1n} \\ a_{21} \; a_{22} \; \ldots \; a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} \; a_{n2} \; \ldots a_{nn} \end{vmatrix}; \quad \Delta_j = \begin{vmatrix} a_{11} \; a_{12} \; \ldots \; b_1 \ldots a_{1n} \\ a_{21} \; a_{22} \; \ldots \; b_2 \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} \; a_{n2} \ldots b_n \ldots a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Теорема.

Если определитель матрицы отличен от нуля, т.е. $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение, которое находится по формуле: $x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} \quad (j = 1, 2, \ldots, n).$

Решение задач по теме: «Матрицы»

1. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 6 & 2 & -4 \\ 5 & -1 & 7 \end{pmatrix}$.

2. Найти произведение матриц AB и BA, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц AB и BA.

4. Найти произведение матриц AB, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$.

5. Найти произведение матриц AB и BA, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Умножить матрицу на столбец: $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$.

7. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

9. Найти произведение матриц, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

10. Найти произведение матриц, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

11. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}5 & 0 & -2\\ 1 & 3 & 4\\ -3 & 1 & -5\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & 1 & -2\\ 0 & 5 & 3\\ 2 & 4 & -1\end{pmatrix}$.

Построить матрицу $C=2A-3B+A^T$.

Построить матрицу К=3АВ – 2CD, если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & -3 & 4\\ 2 & 5 & -6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 6 & -7\\ 2 & 0 & -1 & -3\\ 0 & 2 & 4 & 5\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & 0\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $D=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 0\\ 0 & 2 & 3 & 5\end{pmatrix}$

ТЕСТ № 1

1. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 0\\ 1 & 3 & -5\\ 2 & 6 & -1\end{pmatrix}$. Чему равен элемент матрицы a_{23}? 1)6 2)-5 3)3 4)1

2. Определите размер матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 0\\ -1 & -1 & 2\\ 4 & 2 & 3\\ -5 & 8 & 0\\ 2 & 2 & 0\\ 5 & -1 & 4\end{pmatrix}$ 1) $A_{6\times3}$ 2) $A_{3\times6}$ 3) A_{18} 4) A_9

3. Какая из матриц является диагональной?

1) $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 3 & 1 & 0\\ 1 & 5 & 1\end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 1 & 5 & 1\\ 1 & 1 & 5\end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix}-4 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 4) $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 6\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$

4. Как называется диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали – единицы?

1) единичной 2)нулевой 3)вектор-строка 4)вектор-столбец

5. Найдите транспонированную матрицу A^T для матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & 1\\ 0 & -5 & -7\end{pmatrix}$

1) $A=\begin{pmatrix}0 & -5 & -7\\ 2 & -3 & 1\end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ -7 & -5 & 0\end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -5 & -3\\ -7 & 1\end{pmatrix}$ 4) $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -3 & -5\\ 1 & -7\end{pmatrix}$

6. Найдите определитель матрицы $A=\begin{pmatrix}6 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$

1)10 2)14 3)-14 4)6

8. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 8\\ -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 4 & 1 & -1\end{pmatrix}$. Найдите 4А-В

1) $\begin{pmatrix}11 & -2 & 32\\ -12 & 3 & 7\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}4 & -2 & 8\\ -6 & 0 & 3\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}13 & -2 & -32\\ -4 & 3 & 9\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}13 & -2 & 32\\ -12 & 3 & 9\end{pmatrix}$

9. Выберите неверное утверждение:

1)При транспонировании значение определителя матрицы не меняется

2)Определитель единичной матрицы равен единицы

3)Определитель матрицы с двумя равными строками (столбцами) не равен нулю

4)Определитель матрицы, содержащий нулевую троку (столбец), равен нулю

10. Выберите верное утверждение:

1)Если поменять местами две строки (столбца) матрицы, то определить матрицы не поменяет знак

2)Для матрицы первого порядка значение определителя равно значению элемента этой матрицы
3)Определитель матрицы равен сумме элементов строки определителя на их алгебраические дополнения
4) Определитель матрицы равен сумме произведений элементов строки определителя на их миноры

11. Найдите произведение матриц A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ и B = $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -4 & 4 & -4 \end{pmatrix}$ 4) данная операция не выполнима

12. Даны матрицы A = $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и матрица B = $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$. Найдите произведение матриц AB и BA

1) AB = $\begin{pmatrix} 0 & 24 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$ и BA = $\begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$ 2) AB = BA = $\begin{pmatrix} 0 & 24 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$
3)AB = BA = $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ 4) AB = $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 24 & -6 \end{pmatrix}$ и BA = $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -10 & 8 \end{pmatrix}$

15. Какой размерности будет матрица C = A·B^{T}, если матрица $A_{3\times3}$= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 7 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, а матрица $B_{2\times3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) $C_{3\times3}$ 2) $C_{3\times2}$ 3) $C_{2\times3}$
4)данная операция не выполнима, размерность определить

ТЕСТ № 2

1. Прямоугольной матрицей называется

a) определитель, составленный из элементов, распложенных в виде таблицы
b) выражение с девятью элементами
c) совокупность чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы, содержащих n-строк и m-столбцов
d) прямоугольная таблица

2. В нулевой матрице…

a) все элементы одинаковы
b) четное число элементов
c) число строк равно числу столбцов
d) все элементы равны нулю

3. При сложении двух матриц одного и того же типа…

a) элементы первой строчки одной матрицы складывают только с элементами каждого столбца другой матрицы
b) элементы первого столбца одной матрицы складывают с элементами каждой строчки другой матрицы
c) складывают соответствующие элементы данных матриц
d) у них складывают диагональные элементы

4. Транспонированная матрица, это такая матрица, в которой…

a) все элементы меняют на противоположные
b) меняют местами элементы на главной диагонали и побочной диагонали
c) меняют местами строки и столбцы с сохранением порядка их следования
d) есть строка (столбец) из одинаковых элементов

5. Что указывает второй индекс элемента матрицы?

a) номер столбца элемента
b) номер строки элемента
c) количество строк в матрице
d) количество столбцов в матрице

6. Элемент с одинаковыми индексами это-

a) элемент главной диагонали
b) четный элемент матрицы
c) ненулевой элемент матрицы
d) не обязательный элемент матрицы

7. Побочная диагональ в матрице:

a) слева сверху-вправо вниз
b) справа сверху-влево вниз
c) имеет наибольшую сумму элементов
d) не должна содержать нулей

8. Произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ равно

a) $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -4 \\ 6 & 3 & -3 \\ 5 & 4 & -4 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

9. Разность матриц $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ равна

a) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

10. Для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ транспонированной является

a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
c) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
d) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$