

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Дмитриев Николай Николаевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.12.2024 13:44:00
Уникальный программный ключ:
f7c6227919e4cdbfb4d7b682991f8553b77cafbfd

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени А.А. ЕЖЕВСКОГО
Колледж автомобильного транспорта и агротехнологий

УТВЕРЖДАЮ:
Директор



Н.Н. Бельков

«31» марта 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН. 01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Специальность: 09.02.07 – Информационные системы и программирование
(программа подготовки специалистов среднего звена)

Форма обучения: очная
2 курс; 3, 4 семестры

Молодежный 2023

1. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики, включает:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (промежуточной аттестации) по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции (ий).

2. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики определяет перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Код	Наименование компетенции (планируемые результаты освоения ОП)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетен- ции
ОК 1	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;	Знания: - основ математического анализа, - линейной алгебры и аналитической геометрии. - основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;
ОК2	Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;	
ОК3	Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;	
ОК 4	Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	Умения: - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений. - применять математические методы дифференциального и интегрального исчисления для решения профессиональных задач;
ОК5	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;	
ОК9	Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках	

В рабочей программе дисциплины **ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ** определены тематическим планом.

3. ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

При проведении промежуточной аттестации в университете используются традиционные формы аттестации:

Форма промежуточной аттестации	Шкала оценивания
ЗАЧЕТ	"зачтено", "незачтено"
ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ (дифференцированный зачет)	"отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно"

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ И (ИЛИ) ДЛЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИИ

4.1. Перечень вопросов к зачету (3 семестр), дифференцированному зачету (4 семестр) для оценивания результатов обучения в виде ЗНАНИЙ. ОК1-ОК 5, ОК 9

1. Матрицы, их виды. Действия над матрицами.

Ответ: Числовой матрицей размерности $m \times n$ называют прямоугольную таблицу чисел, содержащую m строк и n столбцов. Действия над матрицами: сложение и вычитание, умножение на скаляр, умножение матриц, транспонирование.

2. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителей в сумму алгебраических дополнений.

Ответ: Минором M_{ij} элемента a_{ij} квадратной матрицы A называется определитель порядка на единицу ниже порядка определителя соответствующей матрицы, полученный после вычеркивания i -ой строки и j -го столбца в матрице A . Например, для матрицы третьего порядка имеем

$$M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Алгебраическим дополнением A_{ij} элемента a_{ij} , матрицы A называется минор этого элемента, вычисленный по формуле:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}.$$

Разложение определителя в сумму алгебраических дополнений

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} +$$

$$+ a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} - a_{14} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix}.$$

3. Умножение матриц, обратная матрица.

Ответ: Произведением матрицы $A = (a_{ij})_{m \times n}$ на матрицу $B = (b_{ij})_{n \times k}$ называется матрица $C = (c_{ij})_{m \times k}$ элементы которой, стоящие на пересечении i -ой строки и j -го столбца, равны сумме произведений элементов i -ой строки матрицы A на соответствующие элементы j -ого столбца матрицы B , т.е.

$$c_{ij} = \sum_{s=1}^n a_{is} b_{sj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{in} b_{nj}, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, k}.$$

Выполнять произведение матриц можно в том случае, когда число столбцов матрицы $A_{m \times n}$ равно числу строк матрицы $B_{n \times k}$, т.е.

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times k} = C_{m \times k}.$$

Матрица A^{-1} называется *обратной* по отношению к матрице A , если при умножении этой матрицы на данную, как справа, так и слева, получается единичная матрица: $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$.

4. Определители n -го порядка, их свойства и вычисление.

Ответ: Определители n -го порядка находятся путем разложения по алгебраическим дополнениям.

Определители n -го порядка обладают *свойствами*:

1. Величина определителя не изменится, если строки и столбцы поменять местами, то есть транспонировать матрицу. 2. Определитель матрицы A равен определителю транспонированной матрицы $\det A = \det A^T$.

3. При перестановке двух параллельных рядов определитель меняет знак.

4. Если определитель имеет две равные строки, то он равен нулю, т.е.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{12}a_{11} = 0.$$

5. Произведение всех элементов некоторой строки на число λ равносильно умножению определителя на это число λ , т.е.

$$\begin{vmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \lambda a_{11}a_{22} - \lambda a_{12}a_{21} = \lambda(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = \lambda \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

Это означает, что *общий множитель элементов любой строки или столбца можно выносить за знак определителя.*

6. Если все элементы некоторого ряда определителя равны нулю, то и сам определитель равен нулю, т.е.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = a_{11} \cdot 0 - a_{12} \cdot 0 = 0.$$

7. Из третьего и четвертого свойств следует, что, если элементы двух строк пропорциональны, то определитель равен нулю.

8. Если элементы некоторой строки (столбца) являются суммой двух слагаемых, то определитель равен сумме двух определителей, соответствующие строки (столбцы) которых состоят из этих слагаемых, т.е.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} + c & a_{22} + d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ c & d \end{vmatrix}.$$

9. Если к элементам одной строки прибавить элементы другой строки, умноженной на некоторый коэффициент λ , то величина определителя не изменится. Действительно,

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} + \lambda a_{11} & a_{22} + \lambda a_{12} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} + \lambda a_{11}a_{12} - a_{12}a_{21} - \lambda a_{12}a_{11} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

5. Методы решения систем линейных уравнений.

Ответ: Правило Крамера, матричный способ, метод Гаусса.

6. Векторы, линейные операции над ними.

Декартовы прямоугольные координаты в пространстве. Координаты вектора.

Ответ: *Векторной величиной* или *вектором* называется величина, для задания которой, кроме численного значения, необходимо указать и ее направление в пространстве. Линейные операции: сложение, вычитание, умножение на скаляр.

7. Скалярное произведение векторов.

Векторное произведение векторов.

Смешанное произведение векторов.

Ответ: *Скалярным произведением двух векторов* называется число, равное произведению их длин на косинус угла между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi,$$

где $\varphi = \left(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}} \right)$.

Векторным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор $\vec{c}$, обозначаемый символом $[\vec{a}, \vec{b}] = \vec{a} \times \vec{b}$, удовлетворяющий условиям (рис 2.9):

1) вектор $\vec{c}$ перпендикулярен векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

2) векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют *правую тройку векторов*, т.е. вектор $\vec{c}$ направлен так, что кратчайший поворот от $\vec{a}$ к $\vec{b}$ виден из его конца, совершающимся против часовой стрелки.

3) длина вектора $\vec{c}$ равна площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. $S = |\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \varphi$.

Смешанным произведением трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ называется число, равное скалярному произведению вектора $\vec{a}$ на векторное произведение $[\vec{b}, \vec{c}]$, т.е. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Общее уравнение прямой, его частные случаи.

Ответ: Уравнение вида $Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$) называется *общим уравнением прямой*.

Рассмотрим частные случаи общего уравнения прямой (3.6):

1) если $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$, то уравнение приводится к виду $y = -\frac{C}{B}$ и представляет уравнение прямой, параллельной оси Ox ;

2) если $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$, то уравнение приводится к виду $x = -\frac{C}{A}$, прямая параллельна оси Oy ;

3) если $C = 0, A \neq 0, B \neq 0$, то получим $Ax + By = 0$, прямая проходит через начало координат;

4) если $A = 0, B \neq 0, C = 0$, уравнение прямой принимает вид $By = 0$ или $y = 0$, прямая проходит через ось Ox ;

5) если $A \neq 0, B = 0, C = 0$, уравнение прямой $Ax = 0$, или $x = 0$, прямая проходит через ось Oy .

9. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой.

Уравнение прямой в отрезках.

Уравнение прямой, проходящей через две точки.

Уравнение прямой, проходящей через точку в данном направлении (уравнение пучка прямых).

Ответ: Уравнение

$$y = kx + b \quad (3.8)$$

называется *уравнением прямой с угловым коэффициентом* (b — ордината точки пересечения прямой с осью Oy).

Уравнение прямой с угловым коэффициентом k , проходящей через заданную точку $M_0(x_0, y_0)$, или уравнение пучка прямых запишется в виде

$$y - y_0 = k(x - x_0).$$

Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, имеет вид, [6]

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}.$$

10. Расстояние от точки до прямой.

Угол между прямыми.

Ответ: Если прямая линия задана общим уравнением $Ax + By + C = 0$, то рас-

стояние от точки до прямой равно $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Угол между прямыми с угловыми коэффициентами k_1 и k_2 определяется

по формуле $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$.

11. Кривые второго порядка, их канонические уравнения.

Ответ: Если центр совпадает с началом координат, то уравнение окружности запишется $x^2 + y^2 = R^2$. Каноническое уравнение эллипса с центром в

начале координат имеет вид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, где числа a и b называются соот-

ветственно *большой и малой полуосями эллипса*. Если оси декартовой прямоугольной системы координат выбраны так, что фокусы гиперболы располагаются на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, то каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат примет вид

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, где числа a и b называются соответственно *действительной и*

мнимой полуосями гиперболы. Если ось абсцисс проходит через фокус параболы, а ось ординат параллельна директрисе, то каноническое уравнение параболы, симметричной относительно оси Ox и проходящей через начало координат запишется $y^2 = 2px$.

12. Понятие предела функции в точке. Непрерывность функции в точке.

Ответ: Число A называется *пределом функции* $f(x)$ при $x \rightarrow a$, если для каждого

числа $\varepsilon > 0$ можно найти такое число $\delta > 0$, что выполняется неравенство

$|f(x) - A| < \varepsilon$, когда $|x - a| < \delta$, при $x \neq a$ []. Обозначается предел функции

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A.$$

Функция $f(x)$ называется непрерывной в точке $x=x_0$, если выполняются следующие условия: а) функция определена в точке x_0 и некоторой её окрестности;

б) существует предел функции $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ при $x \rightarrow x_0$; в) предел функции совпадает со значениям функции в этой точке, т.е.

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

13. Основные свойства пределов.

Ответ: Теорема 1. Предел постоянной равен самой постоянной

$$\lim_{x \rightarrow a} C = C, \text{ где } C = \text{const.}$$

Теорема 2. Функция $y = f(x)$ не может иметь двух пределов.

Теорема 3. Функция $y = f(x)$, имеющая предел, является ограниченной.

Теорема 4. Предел алгебраической суммы двух функций равен алгебраической сумме пределов этих функций

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm \varphi(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x).$$

Теорема 5. Предел произведения двух функций равен произведению пределов этих функций

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot \varphi(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x).$$

14. Правила вычисления пределов функций: правило раскрытия неопределенности

Ответ: путем разложения на простые множители, правило Лопиталя, делением на наивысшую степень X , первый замечательный предел, второй замечательный предел.

15. Правила вычисления пределов функций: правило раскрытия неопределенности, содержащую иррациональность.

Ответ: Домнажая числитель и знаменатель на сопряженную скобку.

16. Запишите формулы первого и второго замечательных пределов

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

Ответ: первый замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \text{второй замечательный предел}$$

17. Правила дифференцирования

Ответ: К основным правилам дифференцирования функции одной переменной относятся: нахождение производной от алгебраической суммы функций, от произведения двух и более функций, частного двух функций и их частные случаи.

18. Основные формулы дифференцирования

Ответ:

Функция $y = f(x)$
1. $C' = 0, C = \text{const.}$
2. $x' = 1.$
3. $(Cx)' = C.$
4. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \in R.$
а) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$
б) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$
в) $\left(\sqrt[n]{x^m}\right)' = \left(x^{\frac{m}{n}}\right)' = \frac{m}{n} \cdot x^{\frac{m}{n}-1}.$
5. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a, a > 0, a \neq 1, a = \text{const.}$
6. $(e^x)' = e^x.$
7. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
8. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}.$
9. $(\sin x)' = \cos x.$
10. $(\cos x)' = -\sin x.$

11. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$
12. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$
13. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
14. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$
15. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}.$
16. $(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'.$

19. Основные формулы интегрирования

Ответ: Функция

$$1. \int dx = x + C ; \int dt = t + C ;$$

$$2. \int 0 dx = C .$$

$$3. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \in R, n \neq -1 .$$

$$3 \text{ а) } \int \sqrt{x} dx = \frac{2x^{3/2}}{3} + C .$$

$$3 \text{ б) } \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C .$$

$$3 \text{ в) } \int \frac{dx}{x^n} = \frac{1}{(1-n)x^{n-1}} + C, n \neq 1 .$$

$$3 \text{ г) } \int \sqrt[n]{x^m} dx = \frac{x^{\frac{m}{n}+1}}{\frac{m}{n}+1} + C, \frac{m}{n} \neq -1 .$$

$$4. \int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C .$$

$$4 \text{ а) } \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C .$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C .$$

$$6. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C , \quad a > 0, a \neq 1, a = \text{const} .$$

$$7. \int \sin x dx = -\cos x + C .$$

$$8. \int \cos x dx = \sin x + C .$$

$$9. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln |\cos x| + C .$$

$$10. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln |\sin x| + C .$$

$$11. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C .$$

$$12. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C .$$

$$13. \int \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \cdot \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C .$$

$$14. \int \frac{dx}{x^2 + 1} = \begin{cases} \operatorname{arctg} x + C \\ -\operatorname{arcctg} x + C \end{cases} .$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \operatorname{arcsin} x + C \\ -\operatorname{arccos} x + C \end{cases} .$$

$$16. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| + C .$$

$$17. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm m}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm m} \right| + C ,$$

$m - \text{const}$

$$18. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C .$$

$$19. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C .$$

20. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства

Ответ: Функция $F(x)$ называется *первообразной функцией* для функции $f(x)$ на интервале $(a; b)$, если в любой точке x этого интервала функция $F(x)$ дифференцируема, и ее производная $F'(x)$ равна $f(x)$, т.е. $F'(x) = f(x)$.

Совокупность всех первообразных функции $f(x)$ на интервале $(a;b)$ называется неопределенным интегралом от функции $f(x)$ и обозначается символом $\int f(x)dx$.

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

21. Перечислите методы интегрирования и объясните смысл каждого из них

Ответ: Метод замены переменной, метод подстановки, интегрирование по частям, интегрирование от функций содержащих квадратный трехчлен.

22. Определенный интеграл и его основные свойства. Формула Ньютона - Лейбница

Ответ: Определенный интеграл предел интегральных сумм. Формула Ньютона-Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

23. Числовые ряды. Основные понятия.

Ответ: В общем виде числовой ряд можно записать так: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Здесь:

$\sum$ – математический значок суммы;

a_n – общий член ряда (запомните этот простой термин);

n – переменная-«счётчик».

24. Необходимый и достаточные признаки сходимости положительных рядов.

Ответ: Необходимый признак сходимости ряда, признаки сравнения, признак Даламбера, признаки Коши, признак Лейбница

25. Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости Лейбница.

Ответ: Знакопередавание обеспечивает множитель $(-1)^n$: если n чётное, то будет знак «плюс», если нечётное – знак «минус». Признак Лейбница: Если члены знакопередающегося ряда монотонно убывают по модулю, то ряд сходится.

Или в два пункта:

1) Ряд является знакопередающимся.

2) Члены ряда убывают по модулю: $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = 0$, причём, убывают монотонно.

26. Степенные ряды.

Ответ: Функциональный ряд, расположенный по положительным возрастающим степеням переменной x , называется степенным рядом.

27. Дайте понятие функции: а) нескольких переменных; б) двух переменных. Что называется ее областью определения?

Ответ: Функцией двух переменных называется закон, по которому каждой паре значений независимых переменных x, y (аргументов) из области определения соответствует значение зависимой переменной z (функции). Функцией нескольких переменных называется закон, по которому каждому набору значений независимых переменных (аргументов) из области определения соответствует значение зависимой переменной z (функции). Областью определения функции двух переменных $z = f(x, y)$ называется множество всех пар (x, y) , для которых существует значение z .

28. Что называется пределом функции 2-х независимых переменных?

Ответ: Число A называется пределом функции $z = f(x, y)$ в точке (x_0, y_0) (или при $x \rightarrow x_0$ и $y \rightarrow y_0$), если для любого сколь угодно малого положительного числа ε найдется положительное число δ такое, что для всех точек (x, y) , отстоящих от точки (x_0, y_0) на расстояние, меньшее чем δ , выполняется неравенство

$$|f(x, y) - A| < \varepsilon.$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = A$$

Обозначается предел

29. Сформулируйте определение непрерывности функции 2-х переменных в точке и в области.

Ответ: Функция $z = f(x, y)$ непрерывна в точке $M_0(x_0, y_0)$, если её общий предел в этой точке равен значению данной функции в данной точке:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = f(x_0, y_0)$$

30. Что называется: частным приращением, полным приращением функции 2-х переменных?

Ответ: Под частным приращением функции $z = f(x, y)$ по x понимается разность $\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$, под частным приращением по y подразумевается $\Delta_y z = f(x, y + \Delta y) - f(x, y)$.

Полным приращением функции двух переменных $z = f(x, y)$ в точке (x, y) , вызванным приращениями аргументов Δx и Δy , называется выражение $\Delta z = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$.

31. Что называется частными производными первого порядка функции двух переменных? Каков их геометрический смысл?

$$z'_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x; y + \Delta y) - f(x; y)}{\Delta y}.$$

Ответ: тангенс угла между осью ОУ и касательной, проведенной к кривой $z = f(x_0; y)$ в точке $M_0(x_0; y_0; f(x_0; y_0))$

32. Каковы приложения двойного интеграла?

Ответ: Можно найти площадь фигуры, объем тела, массу, центр тяжести тела.

33. Напишите формулы для вычисления координат центра тяжести плоских фигур с помощью двойного интеграла.

Ответ:

$$x_c = \frac{\iint x \delta dx dy}{m}; y_c = \frac{\iint y \delta dx dy}{m}$$

34. Каковы приложения двойного интеграла?

Ответ: Можно найти площадь фигуры, объем тела, массу, центр тяжести тела.

35. Напишите формулы для вычисления координат центра тяжести плоских фигур с помощью тройного интеграла.

Ответ:

$$x_c = \frac{\iiint x \gamma dv}{m}; y_c = \frac{\iiint y \gamma dv}{m}; z_c = \frac{\iiint z \gamma dv}{m}$$

36. Что называется: криволинейным интегралом 1 рода?

Ответ: Криволинейный интеграл — интеграл, вычисляемый вдоль какой-либо кривой.

Различают криволинейный интеграл первого рода, в котором скалярная функция умножается на бесконечно малую длину области кривой

37. Что называется: криволинейным интегралом 2 рода?

Ответ: Криволинейный интеграл — интеграл, вычисляемый вдоль какой-либо кривой.

Различают криволинейный интеграл второго рода — где вектор-функция скалярно умножается на бесконечно малый вектор, лежащий вдоль кривой, которая наделена направлением.

38. Векторное поле. Поток, расходимость, циркуляции, вихрь. Векторная формулировка теорем Стокса и Остроградского.

Ответ: Векторное поле — это отображение, которое каждой точке рассматриваемого пространства ставит в соответствие вектор с началом в этой точке. Поток векторного поля, образованного вектором, через поверхность называется поверхностным интегралом. В случае замкнутой кривой интеграл называется циркуляцией. Вихрем векторного поля называется вектор $\text{rot } \vec{a}$.

39. Оператор «набла». Потенциальное и соленоидальное поле.

Ответ: Оператор набла — векторный дифференциальный оператор, компоненты которого являются частными производными по координатам. Векторное поле, во всех точках которого вихревой вектор равен нулю, называется потенциальным. Векторное поле, во всех точках которого дивергенция равна нулю, называется соленоидальным.

40. Комплексное число и его формы.

Ответ: Комплексным числом называется выражение вида, $z = x + yi = \operatorname{Re} z + (\operatorname{Im} z)i$, где $x = \operatorname{Re} z$ — действительная часть, а $y = \operatorname{Im} z$ — мнимая часть комплексного числа (x, y — вещественные числа), i — мнимая единица, определяемая по формуле $i = \sqrt{-1}$.

Формы бывают алгебраическая, тригонометрическая, показательная.

41. Алгебраическая форма записи комплексного числа.

Ответ: $z = x + yi = \operatorname{Re} z + (\operatorname{Im} z)i$, где $x = \operatorname{Re} z$ — действительная часть, а $y = \operatorname{Im} z$ — мнимая часть комплексного числа (x, y — вещественные числа), i — мнимая единица, определяемая по формуле $i = \sqrt{-1}$.

42. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Ответ: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.

43. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Ответ: $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$, называется *тригонометрической формой* комплексного числа.

Над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме, можно выполнять арифметические действия: умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня n -ой степени.

44. Показательная форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в показательной форме.

Ответ: Обозначив символом $e^{i\varphi}$ комплексное число $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$, получим комплексное число в *показательной форме*

$z = re^{i\varphi}$. Над комплексными числами, заданными в показательной форме, можно выполнять арифметические действия: умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня n -ой степени.

45. Производная функции комплексного числа

Ответ: Если существует конечный предел $\lim_{\Delta Z \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta Z} = \lim_{\Delta Z \rightarrow 0} \frac{f(Z_0 + \Delta Z) - f(Z_0)}{\Delta Z}$, то он называется производной функции $f(Z)$ в точке Z_0 по множеству E

4.2. Перечень практических заданий к зачету (1 семестр),

1. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix}$ равен...

1) 5; 2) 4; 3) -1; 4) 1.

2. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^{10} - 5x + 6}{2x^8 + 7x - 1}$ равен ...

1) ∞ ; 2) 0; 3) -6; 4) -1,5.

3. Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, равна...

4. Значение выражения $i^{15} - 5i^2 + 3i^4 - i + 17$ равно:

1) $25 - 2i$; 2) $15 - 2i$; 3) 25; 4) $19 - 2i$.

5. Уравнение высоты СН $\triangle ABC$ с вершинами в точках $A(3; -4)$, $B(-5; 0)$, $C(-2; 1)$ имеет вид...

1) $-2x + y - 5 = 0$; 2) $-2x - y - 17 = 0$; 3) $x + 2y - 7 = 0$; 4) $x + 2y = 0$.

6. Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; 5; -2)$ и имеющей нормальный вектор $\vec{N}(-1; 2; 5)$, имеет вид...

1) $x - 2y - 5z - 2 = 0$; 2) $x + 2y - 5z - 2 = 0$; 3) $x - 2y - 5z - 22 = 0$; 4) $x - 2y + 5z - 2 = 0$.

7. Производная функции $y = \ln x^2$ в точке $x_0 = 1$ равна...

1) -0,25; 2) 1; 3) -4; 4) 0.

8. Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{9x^2 + 25}$ равен...

1) $\frac{1}{3} \arctg \frac{3x}{5} + C$; 2) $\frac{1}{15} \arctg 3x + C$; 3) $\frac{1}{5} \arctg \frac{3x}{5} + C$; 4) $\frac{1}{15} \arctg \frac{3x}{5} + C$.

9. Определенный интеграл $\frac{1}{4} \int_0^1 (2x - 5) dx$ равен...

1) 4; 2) -1; 3) -4; 4) -1,5.

10. Частная производная z''_{xy} функции $z = 3\sin(x^2 + y^2) - 5x^3y - 7$ имеет вид....

11. Двойной интеграл $\iint_D x^2(y-x)dx dy$ по области D, равен...

12. Шестой член ряда $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{9} + \frac{8}{17} + \dots$ равен...

13. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{2^n}$ равен...

4.3. Тестовые задания к дифференцированному зачету (2 семестр) (ОК1-ОК 4, ОК 9):

Указания: Все задания имеют 5 вариантов ответа, из которых правильный только один. Номер выбранного Вами ответа обведите кружочком в бланке для ответов.

1. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ равен...

1) 1 2) 2 3) 4 4) 0 5) 3

2. Если $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, то $2A-B=...$

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 3) 0 4) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ 5) 24

3. Если $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, то AB равно...

1) $\begin{bmatrix} -12 & 2 \\ 15 & -2 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 10 & -2 \\ 13 & 2 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} -7 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ 5) $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -19 & 3 \end{bmatrix}$.

4. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ равно...

1) -24 2) 40 3) 0 4) 16 5) 24.

5. Если $a = 12\bar{i} + 4\bar{j} - 6\bar{k}$, то $[\bar{a}] = \dots$

- 1) -14 2) 14 3) 22 4) 10 5) $\sqrt{124}$

6. Среди прямых: 1) $3x - 4y + 7 = 0$

2) $12x + 6y - 13 = 0$

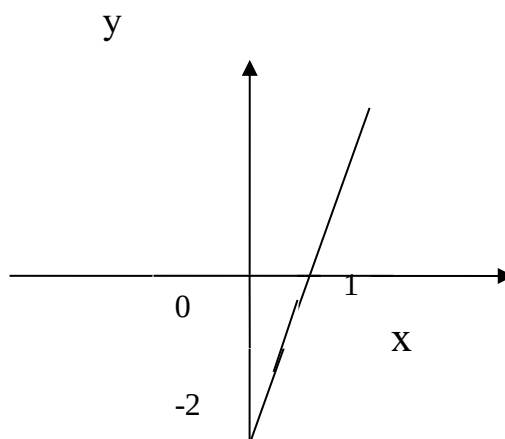
3) $4x - 2y + 5 = 0$

4) $10x - 5y + 3 = 0$

указать те, которые параллельны прямой $y = 2x + 4$

- 1) 1 и 2 2) 2 3) 2 и 3 4) 3 и 4 5) 4.

7. Уравнение линии на рисунке имеет вид...



- 1) $2x - y + 2 = 0$ 2) $y = 2x + 2$ 3) $y = -2x$ 4) $y = -x + 1$ 5) $2x - y - 2 = 0$

8. Координаты фокусов эллипса $9x^2 + 25y^2 = 900$ равны ...

1) $F_1(4;0)$ $F_2(-4;0)$ 2) $F_1(0;-8)$ $F_2(0;8)$ 3) $F_1(0;4)$ $F_2(0;-4)$

4) $F_1(0;-2)$ $F_2(2;0)$ 5) $F_1(-8;0)$ $F_2(8;0)$

9. Из плоскостей:

а) $3x - 2y + 4 = 0$

б) $y + z + 1 = 0$

в) $x - 3y + z = 0$

выберите те, которые параллельны оси ОХ.

- 1) только а 2) ни одна 3) только б 4) только а и в 5) только в

10. Область определения функции $y = \log_5(x^2 - 36)$

- 1) $(-6; 6)$ 2) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ 3) $(-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$ 4) $(6; +\infty)$ 5) $[-6; 6]$

11. Предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7 - 2x + 3x^2}$ равен...

- 1) 0 2) ∞ 3) $\frac{2}{3}$ 4) $\frac{2}{7}$ 5) $-\frac{5}{7}$

12. Предел функции $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 12}{4x^2 + 4x - 8}$ равен...

- 1) 3 2) 1 3) 0 4) -1 5) ∞

13. Предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$ равен...

- 1) 0 2) ∞ 3) 1 4) 3 5) $\frac{3}{5}$

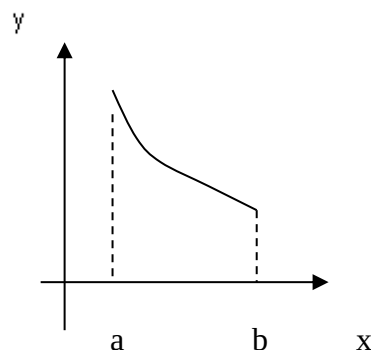
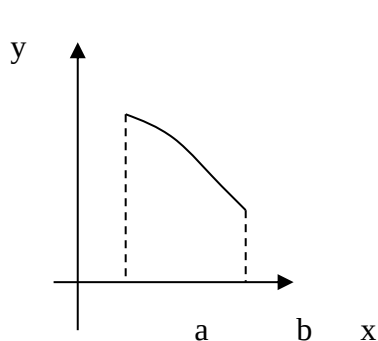
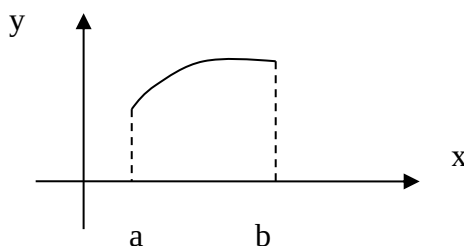
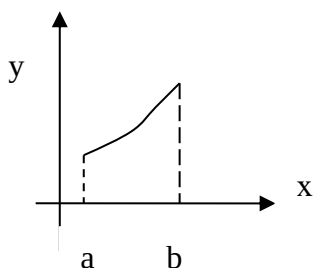
14. Уравнение касательной к графику функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ в точке $(1; 0,5)$ имеет вид ...

- 1) $x + 2y + 2 = 0$ 2) $x + 2y = 0$ 3) $x - 2y - 2 = 0$
4) $x + 2y - 3 = 0$ 5) $x + 2y - 2 = 0$

15. Производная функции $y = \ln^5 \sin \sqrt{x}$ равна...

- 1) $5 \ln^4 \cos \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 2) $5 \ln^4 \sin \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3) $5 \ln^4 \sin \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctg} \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 4) $\frac{1}{\sin^5 \sqrt{x}} \cdot \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ 5) $\ln^4 \sin \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

16. График какой функции на всем отрезке $[a; b]$ одновременно удовлетворяет трем условиям: $y > 0$; $y' < 0$; $y'' < 0$?



Варианты ответов:

1) Только II и IV 2) Все графики 3) Только III

4) Только II 5) Только III и I

17. Если $U = e^{(2x+5y+z^2)}$, то значение U'_y в точке $M(0; 1; 1)$ равно ...

1) e^6 2) $5e^6$ 3) $-e^6$ 4) $-5e^6$ 5) e

18. Интеграл $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4-3}}$ равен ...

1) $\frac{\sqrt{x^4-3}}{2} + C$ 2) $2\sqrt{x^4-3} + C$ 3) $\sqrt{x^4-3} + C$ 4) $\frac{1}{4}\sqrt{x^4-3} + C$
5) $4\sqrt{x^4-3} + C$

19. Интеграл $\int \frac{xdx}{(x^4+1)}$ равен ...

1) $(\arctg x)^2 + C$ 2) $\frac{1}{2} \ln|e^x + 1| + C$ 3) $\arctg x^2 + C$ 4) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2-1}{x^2+1} \right| + C$
5) $\frac{1}{2} \arctg x^2 + C$

20. Частное решение дифференциального уравнения $y' = (2y+1)\operatorname{ctg} x$ при $y(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ имеет вид ...

- 1) $2\sin^2 x - \frac{1}{2}$ 2) $\sin^2 x - 1$ 3) $\sin^2 x + \frac{1}{2}$ 4) $\sin^2 x + 1$ 5) $\sin^2 x$

21. Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 9y = 0$ имеет вид...

- 1) $C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$ 2) $C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$ 3) $C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$
 4) $C_1 x e^{3x} + C_2 e^{-3x}$ 5) $C_1 x e^{-3x} + C_2 e^x$

Ключи к тестовым заданиям:

1	2	3	4	5	6	7
4	2	3	1	2	4	5
8	9	10	11	12	13	14
5	3	2	3	2	5	5
15	16	17	18	19	20	21
2	3	2	1	5	1	1

ФОС составлен в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования (ФГОС СПО) по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Преподаватель высшей квалификационной категории


 _____ Е.В. Елтошкина
 (подпись)

ФОС одобрен на заседании предметно-цикловой комиссии социально-экономических и естественнонаучных дисциплин
 протокол № 8 от «29» марта 2023 г.

Председатель ПЦК _____ Е. А. Хуснудинова
 (подпись) (И.О. Фамилия)