

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени А.А. ЕЖЕВСКОГО
Кафедра технического сервиса и общеинженерных дисциплин

КОСАРЕВА А.В., АНОСОВА А.И.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ,
ИНЖЕНЕРНОЙ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКЕ
для студентов инженерного и энергетического факультетов**

МОЛОДЕЖНЫЙ 2021

УДК 514.18(075.8) + 004.92(075.8)

К 71

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом Иркутского ГАУ им. А. А. Ежевского, (протокол № 1 от 29 ноября 2021 г.)

Рецензенты:

Т.И. Кривцова – к.т.н., доцент кафедры Автомобильного транспорта ФГБОУ ВО Иркутский национальный исследовательский технический университет

Г.Н. Поляков – к.т.н., доцент кафедры Техническое обеспечение АПК, ФГБОУ ВО Иркутского ГАУ им. А.А. Ежевского

Косарева, А. В.

Геометрическое моделирование. Проецирование геометрических объектов : учебное пособие по начертательной геометрии, инженерной и компьютерной графике для студентов инженерного и энергетического факультетов / А. В. Косарева, А. И. Аносова ; Иркут. гос. аграр. ун-т им. А. А. Ежевского. – Молодежный : Изд-во ИрГАУ, 2021. - 132 с. : ил. – Текст : электронный.

Данное учебное пособие по содержанию соответствует учебным программам дисциплинам «Начертательная геометрия и инженерная графика» и «Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика», Государственным образовательным стандартам подготовки бакалавров по направлениям: 35.03.06 – Агроинженерия, 23.03.03 – Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 44.03.04 – Профессиональное обучение (по отраслям), 13.03.01-Теплоэнергетика и теплотехника, 13.03.02 – Электроэнергетика и электротехника.

Предназначено для лабораторных, практических занятий, самостоятельной работы и помощи при выполнении графических работ. Содержит основы теории, задания, краткие методические указания и примеры выполнения задач, с применение графической программы «КОМПАС 3D».

© Косарева А.В., Аносова А.И., 2021

© Иркутский ГАУ им. Ежевского, 2021

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	5
Глава №1	6
ТОЧКА В ПРОСТРАНСТВЕ	6
1.1 Основы теории	6
1.2 Построение эюра Монжа точки по заданным координатам	7
1.3 Положение точек в пространстве	10
1.4 Взаимное положение точек в пространстве	12
ЗАДАЧА 1	15
ЗАДАЧА 2	25
ЗАДАЧА 3	25
ЗАДАЧА 4	25
Глава №2	26
ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ	26
2.1 Понятия и определения	26
2.2 Виды отрезков в пространстве	26
ЗАДАЧА 1	29
ЗАДАЧА 2	35
ЗАДАЧА 3	35
2.2 Деление отрезка в заданном отношении	35
ЗАДАЧА 1	36
ЗАДАЧА 2	40
2.3 Определение натуральной величины отрезка методом	40
прямоугольного треугольника.....	40
ЗАДАЧА 1	41
2.4 Проецирование прямого угла	46
ЗАДАЧА 1	47
2.5 Следы прямой	52
ЗАДАЧА 1	53
ЗАДАЧА 2	58
ЗАДАЧА 3	59
Глава №3	59
ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ	59
3.1 Прямая и точка	59
ЗАДАЧА 1	61
3.2 Взаимное положение прямых в пространстве	64
ЗАДАЧА 1	65
ЗАДАЧА 2	68
ЗАДАЧА 3	69
ЗАДАЧА 4	69
Глава №4	70
ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ	70
4.1 Основные понятия и определения	70
4.2 Виды плоскостей	71
4.3 Проведение проецирующей плоскости	73

через прямую общего положения	73
ЗАДАЧА 1	74
4.4 Следы плоскости.....	76
ЗАДАЧА 1	76
ЗАДАЧА 2	79
4.5 Прямые особого положения в плоскости.....	80
ЗАДАЧА 1	82
ЗАДАЧА 2	87
ЗАДАЧА 3	87
ЗАДАЧА 4	88
ЗАДАЧА 5	88
ЗАДАЧА 6	89
Глава №5	93
ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ	93
5.1 Пересечение плоскостей	93
ЗАДАЧА 1	95
ЗАДАЧА 2	98
ЗАДАЧА 3	99
ЗАДАЧА 4	99
ЗАДАЧА 5	100
ЗАДАЧА 6	100
5.2 Перпендикулярность плоскостей	100
5.3 Перпендикулярность прямой и плоскости	102
ЗАДАЧА 1	102
5.4 Параллельность плоскостей	107
ЗАДАЧА 1	108
5.5 Прямая параллельная плоскости	114
ЗАДАЧА 1	115
5.6 Угол между плоскостями	118
ЗАДАЧА 1	119
5.7 Пересечение прямой и плоскости	122
ЗАДАЧА 1	123
ЗАДАЧА 2	127
ЗАДАЧА 3	130
ЗАДАЧА 4	131
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	132

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика – дисциплины составляющие основу общеинженерного образования. Поэтому очень важно, что бы студенты, изучающие данные дисциплины получили знания, умения и навыки, которыми они могли бы воспользоваться при изучении последующих дисциплин, выполнении курсовых и дипломных работ.

Для успешного освоения материала необходимо систематически изучать теоретический материал курса, нарабатывая навык решения задач, развивая пространственное мышление и опыт выполнения чертежей в соответствии с требованиями ЕСКД.

В учебном пособии рассмотрены вопросы проецирования простых геометрических объектов и их взаимного положения в пространстве. Применение в процессе освоения курса прикладной графической программы «КОМПАС 3D» позволяет получить не только дополнительные навыки, но более точно решать предложенные по курсу задачи. При этом решения получаются более наглядными и четкими, облегчая решение и оценку решения задачи.

В пособие предложены подробные алгоритмы решения задач, что позволяет студентами самостоятельно осваивать изучаемый материал. Предложенные задачи помогают студентам инженерных направлений повторить и закрепить изучаемый теоретический материал. А использование программы «КОМПАС» навык построения графических изображений, оформления чертежей и текстовых документов.

Для закрепления материала и самопроверки качества усвоения материала предложены задачи для самостоятельного решения с краткими пояснениями.

Указанная литература позволяет студентам рассмотреть дополнительные вопросы по изучаемой дисциплине. А также разные подходы по рассмотренным теоретическим и практическим вопросам, что позволяет обучающимся самостоятельно определиться с порядком и темпом освоения курса.

Методическое пособие будет полезно молодым преподавателям, осваивающим данную дисциплину.

Глава №1

ТОЧКА В ПРОСТРАНСТВЕ

Цели занятия

1. Изучить алгоритмы решения задач по теме: Точка в пространстве.
2. Решить задачи по теме курса и оформить их решение в КОМПАС v17.

1.1 Основы теории

Для построения изображений в начертательной геометрии пользуются методом проецирования. Метод заключается в том, что любая точка пространства может быть спроецирована с помощью проецирующих лучей на любую поверхность. Плоскость, на которой получают проекции называют *плоскостью проекций*. Точка пересечения проецирующего луча с плоскостью – *проекцией точки*. В машиностроении пользуются *методом Монжа* – методом ортогонального проецирования, когда проецирующие лучи параллельны между собой и перпендикулярны к плоскостям проекций. При этом плоскости проекций перпендикулярны между собой и линии их пересечения – оси проекций. Таким образом, любая точка может быть спроецирована на три плоскости проекций: *горизонтальную* (Π_1), *фронтальную* (Π_2) и *профильную* (Π_3), рис. 1. Каждая из трёх проекций точки характеризуется двумя координатами, их название соответствует названиям осей, которые образуют соответствующую плоскость проекций: горизонтальная – $A_1(x_A; y_A)$; фронтальная – $A_2(x_A; z_A)$; профильная – $A_3(y_A; z_A)$. Трансляция координат между проекциями осуществляется с помощью линий связи.

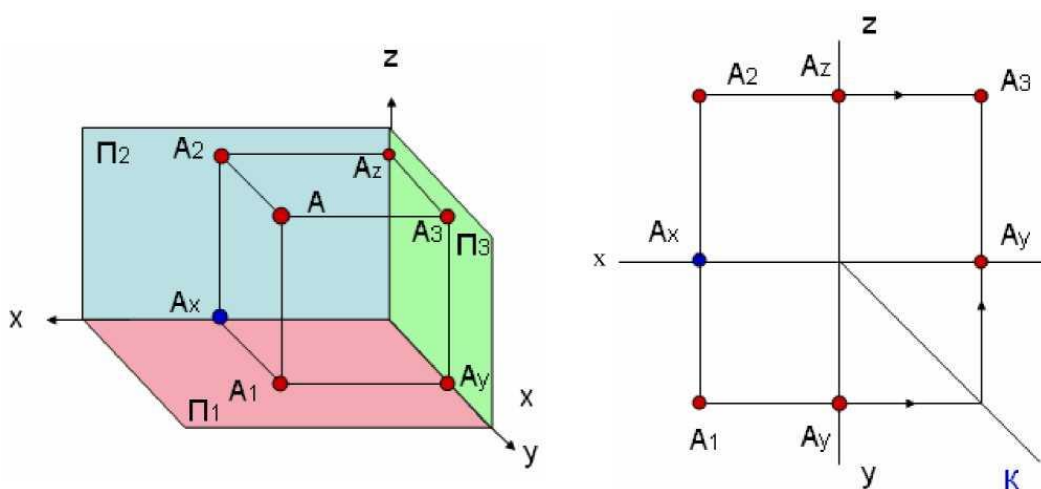


Рисунок 1 – Ортогональное проецирование точки.

1.2 Построение эюра Монжа точки по заданным координатам

Положение точки в пространстве может быть определено с помощью координат: x – абсциссы (отрезок OA_x , рис. 1), y – ординаты (отрезок OA_y , рис. 1), z – аппликаты (отрезок OA_z , рис. 1).

Расстояние от точки A до плоскости проекций Π_3 определяется абсциссой X .

Расстояние от точки A до плоскости проекций Π_2 определяется ординатой Y .

Расстояние от точки A до плоскости проекций Π_1 определяется аппlikатой Z .

Положение точки в пространстве вполне определяется положением ее двух ортогональных проекций.

По двум любым заданным ортогональным проекциям точки всегда можно построить недостающую ее третью ортогональную проекцию.

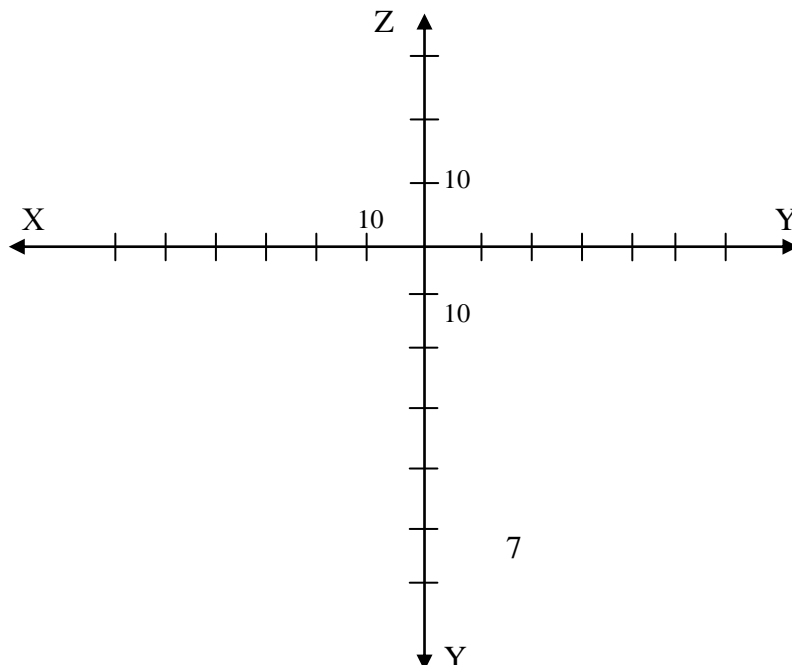
Горизонтальная и фронтальная проекции любой точки принадлежат одному перпендикуляру к оси X (горизонтальная и фронтальная проекции любой точки принадлежат одной линии связи).

Горизонтальная и профильная проекции любой точки принадлежат одному перпендикуляру (одной линии связи) к оси Y ;

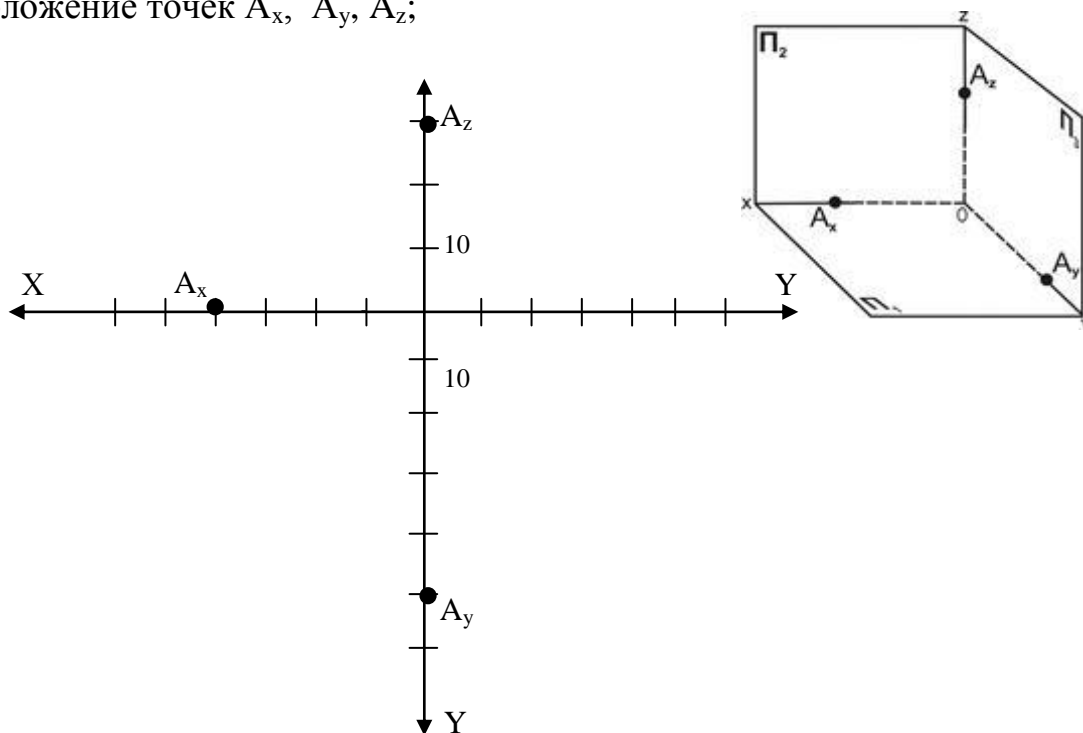
Фронтальная и профильная проекции любой точки принадлежат одному перпендикуляру (одной линии связи) к оси Z .

Для построения комплексного чертежа (эюра) точки $A(40, 50, 30)$, где $x=40\text{мм}$, $y=50\text{мм}$, $z=30\text{мм}$, необходимо:

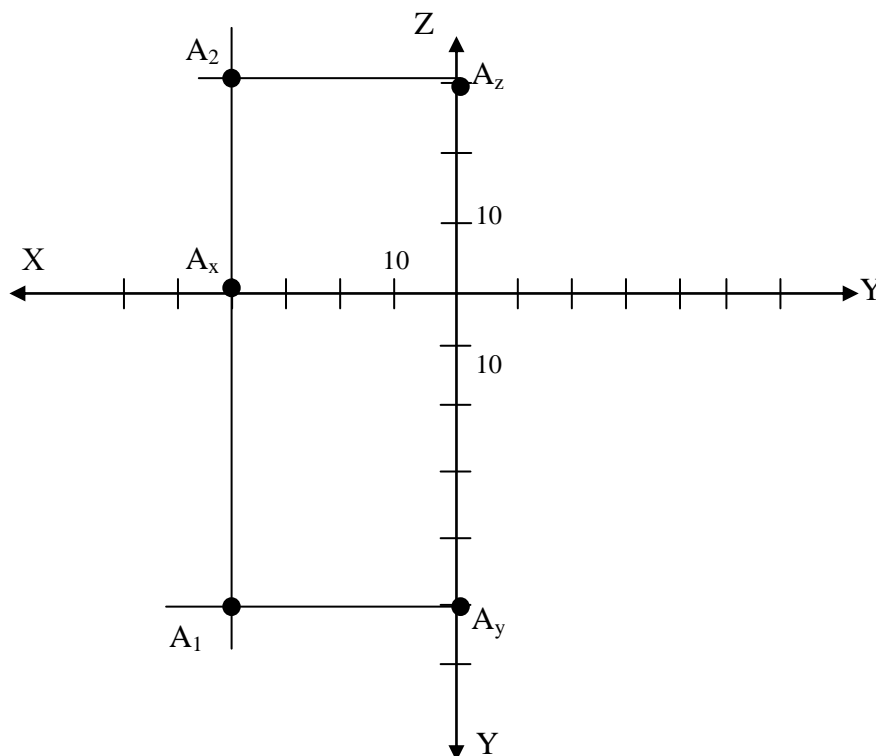
1. Построить координатные оси;



2. Отложить координаты x , y и z по соответствующим осям, получаем положение точек A_x , A_y , A_z ;



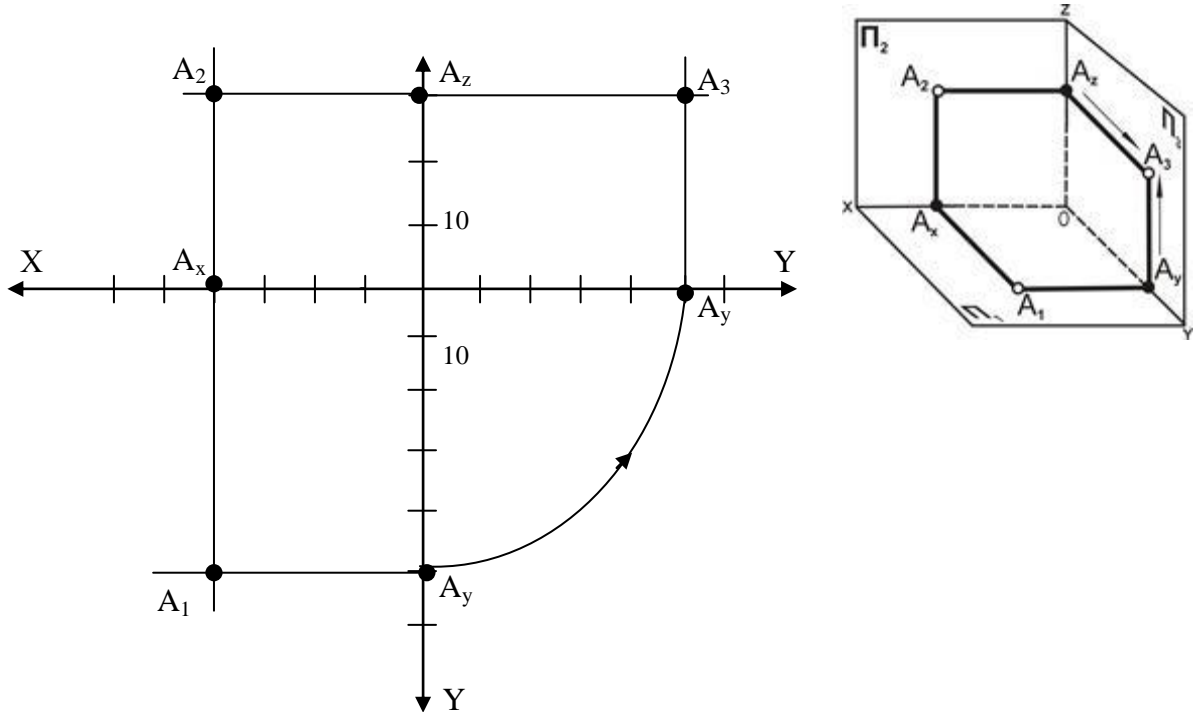
3. Восстановить перпендикуляры к осям (линии связи) из точек на осях. Точки пересечения перпендикуляров будут являться горизонтальной $A_1(x;y)$ и фронтальной $A_2(x;z)$ проекциями точки A ;



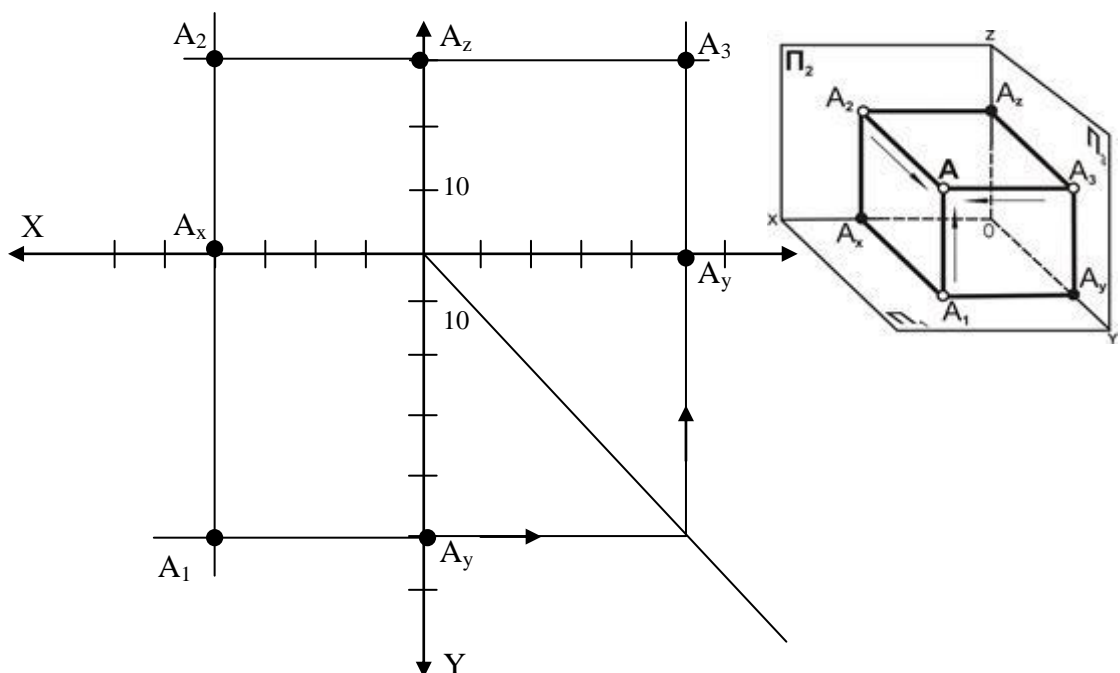
4. Достроить профильную проекцию $A_3(y;z)$ точки A .

Для этого можно воспользоваться **двумя** способами:

4.1. Использовать дугу окружности (ножку циркуля помещаем в начало координат и строим дугу радиусом равны значению координаты y , до пересечения с координатной осью Y , направленной вправо)



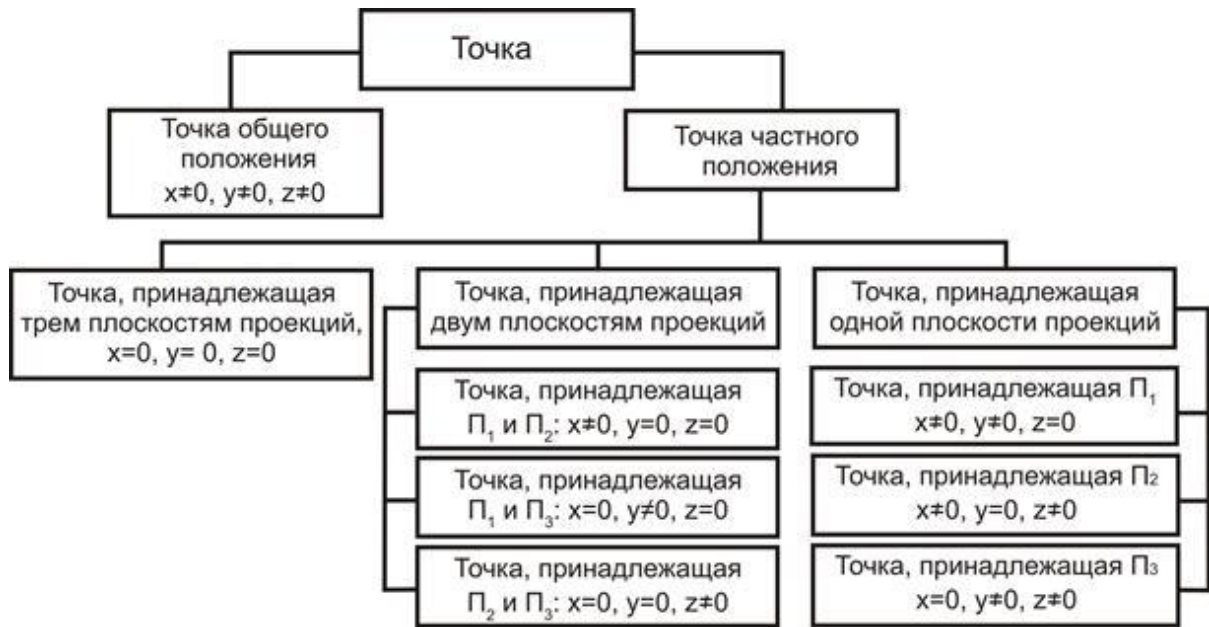
4.2. Использовать биссектрису угла (строим биссектрису угла YU , проводим горизонтальную прямую до пересечения с биссектрисой и из полученной точки восстанавливаем вертикальную прямую до пересечения с осью Y , расположенной справа)



1.3 Положение точек в пространстве

В пространстве точки могут занимать как общее, так и частное положение.

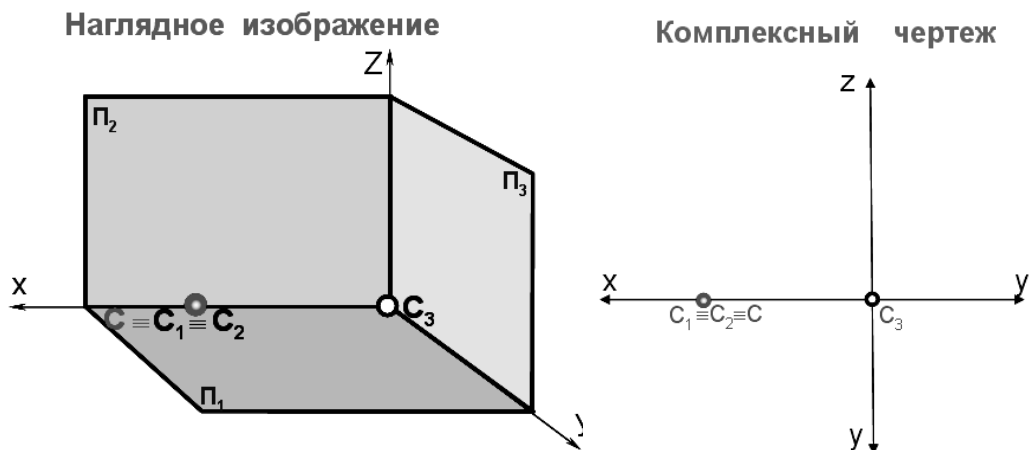
Классификация точек приведена с помощью схемы, приведенной ниже.



В общем случае, точки расположены в пространстве и не принадлежат ни осям, ни плоскостям проекций. Координаты таких точек отличны от нуля.

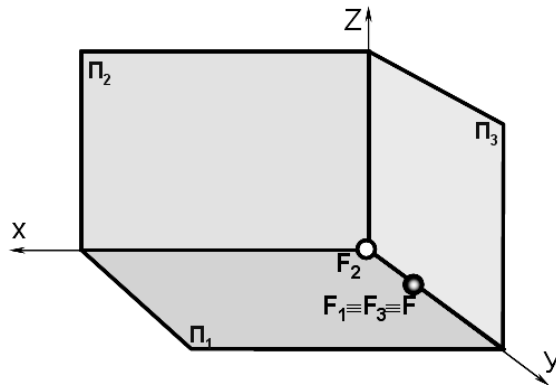
В частном случае (одна или две координаты обращаются в ноль), точка может принадлежать:

1. Оси проекций
- 1.1. Точка C принадлежит оси X (координаты y и z равны нулю)

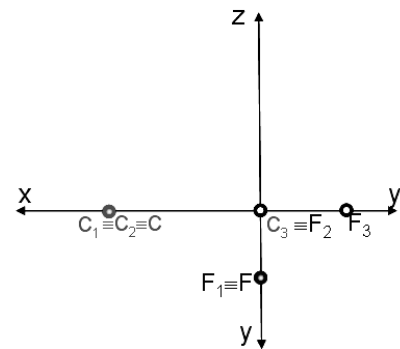


1.2. Точка F принадлежит оси Y (координаты x и z равны нулю)

Наглядное изображение

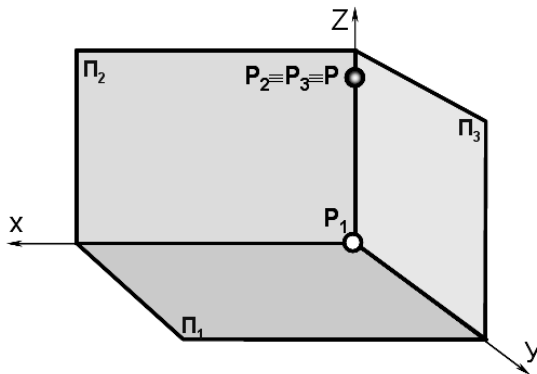


Комплексный чертёж

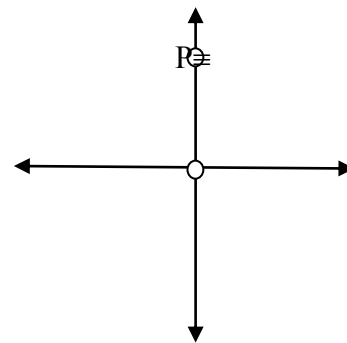


1.3. Точка P принадлежит оси Z (координаты x и y равны нулю)

Наглядное изображение



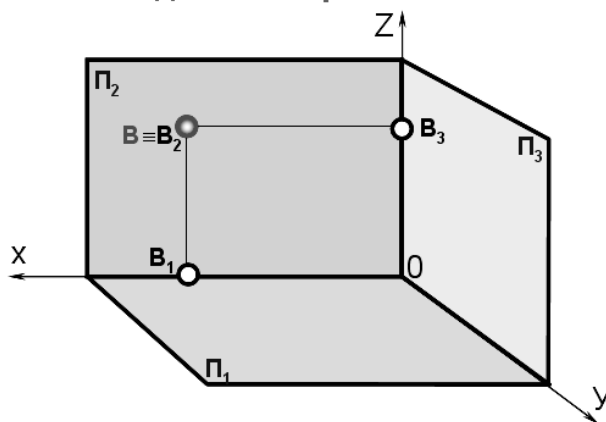
Комплексный



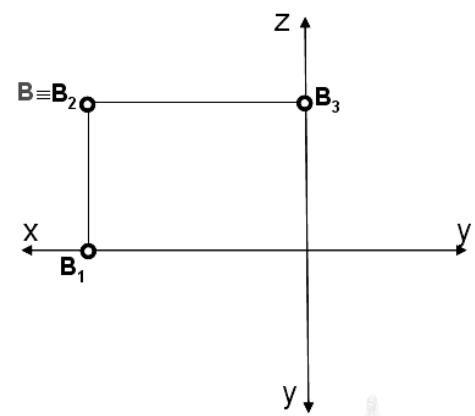
2. Точка принадлежит плоскости проекций

2.1 Точка B принадлежит фронтальной плоскости проекций (координата y равна нулю)

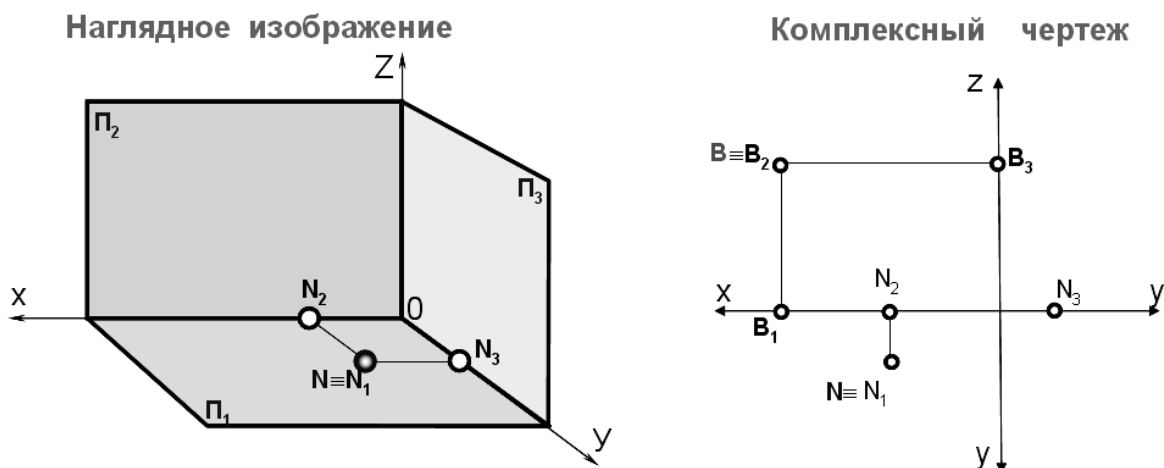
Наглядное изображение



Комплексный чертёж



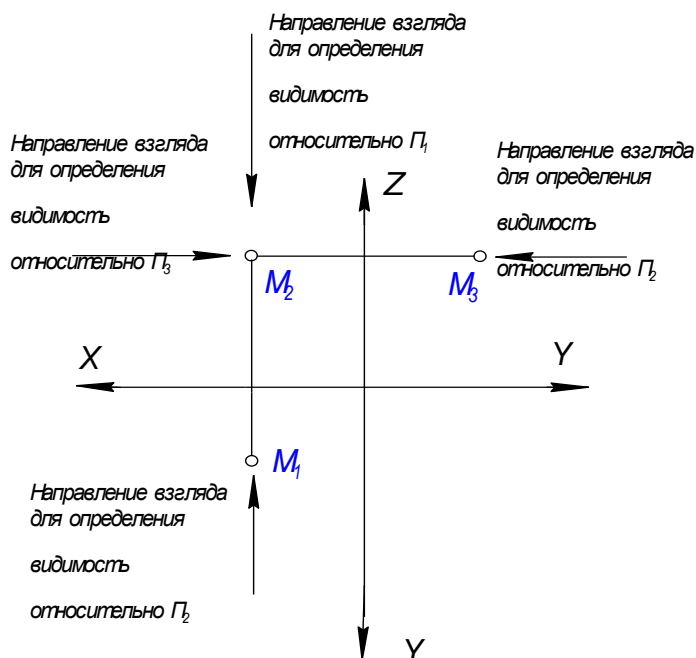
2.2. Точка N принадлежит горизонтальной плоскости проекций (координата z равна нулю)



2.3. Точка принадлежит профильной плоскости проекций (координата x равна нулю)

1.4 Взаимное положение точек в пространстве

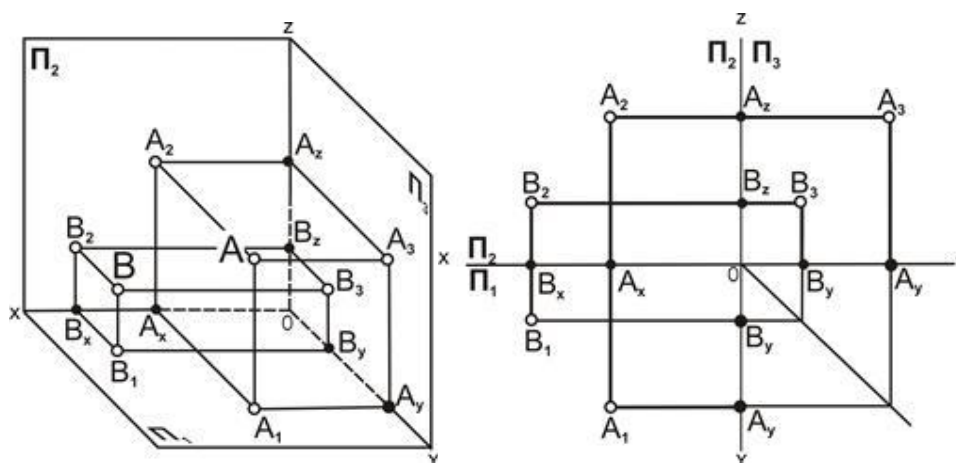
Положение точек в пространстве можно оценивать двумя методами: по координатам точек, чем больше координата точки, тем дальше от плоскости проекций расположена точка, и по направлению взгляда. По направлению взгляда, относительная видимость определяется следующим образом: смотрим на изображение (эпюр) с положительной стороны оси (в зависимости от проекции, видимость которой определяем: для горизонтальной – со стороны оси Z , для фронтальной со стороны оси Y , для профильной со стороны оси X) и та точка, которая оказывается ближе к наблюдателю и будет видимая.



Различают следующие варианты расположения точек в пространстве:

1. Координаты точек различны

Их взаимное расположение можно оценить по удаленности к плоскостям проекций: $y_A > y_B$, тогда точка А расположена дальше от плоскости Π_2 и ближе к наблюдателю, чем точка В; $z_A > z_B$, тогда точка А расположена дальше от плоскости Π_1 и ближе к наблюдателю, чем точка В; $x_A < x_B$, тогда точка В расположена дальше от плоскости Π_3 и ближе к наблюдателю, чем (при взгляде слева) точка А.



2. Одна их координат совпадает

Такие точки будут равноудалены от одной из плоскостей проекций, другими словами, принадлежать плоскости ей параллельной.

Геометрическое место таких точек – плоскость параллельная плоскости проекций, рис. 2

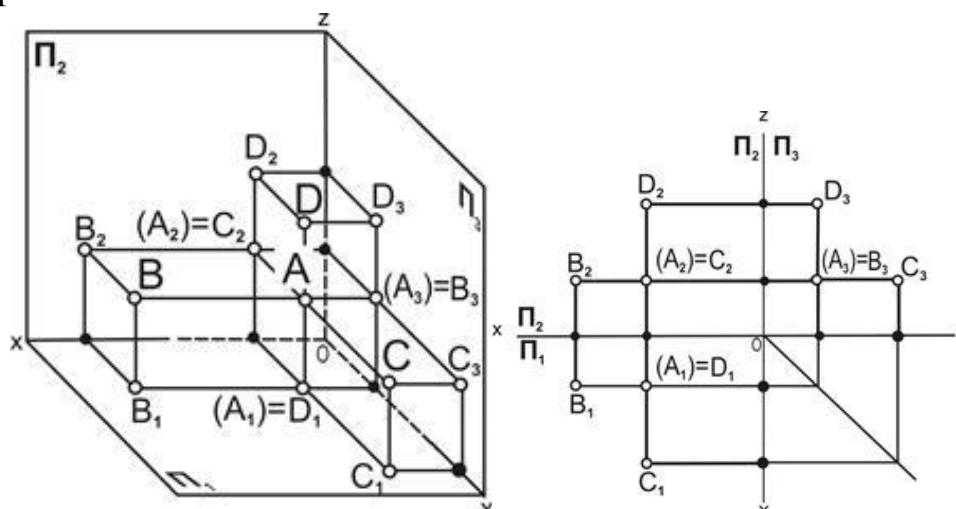


Рисунок 2 – Точки, принадлежащие плоскостям, параллельным одной из плоскостей проекций

Положение точек можно оценить следующим образом:

Координаты y точек A , B и D равны между собой, то эти точки равноудалены от плоскости Π_2 (расположены в плоскости параллельной Π_2).

Координаты z точек A , B и C равны между собой, то эти точки равноудалены от плоскости Π_1 (расположены в плоскости параллельной Π_1).

Координаты x точек A , C и D равны между собой, то эти точки равноудалены от плоскости Π_3 (расположены в плоскости параллельной Π_3).

3. Две координаты совпадают

Точки, у которых две координаты равны между собой, называются конкурирующие точки, рис.3.

Видимая точка будет та, у которой больше соответствующая координата.

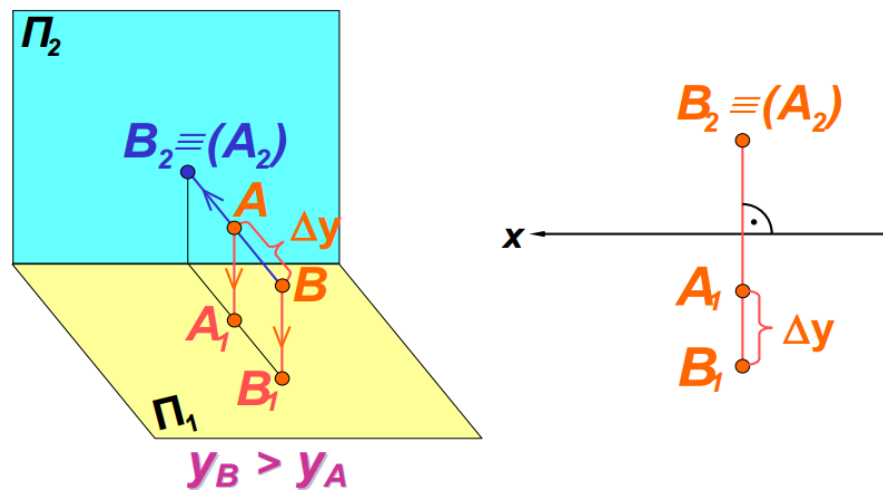


Рисунок 3 – фронтально конкурирующие точки

На рисунке $y_B > y_A$, в этом случае, на фронтальной плоскости проекции видимой будет точка B .

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекции необходимо сравнить координаты z , на профильной плоскости проекций сравнить координаты x .

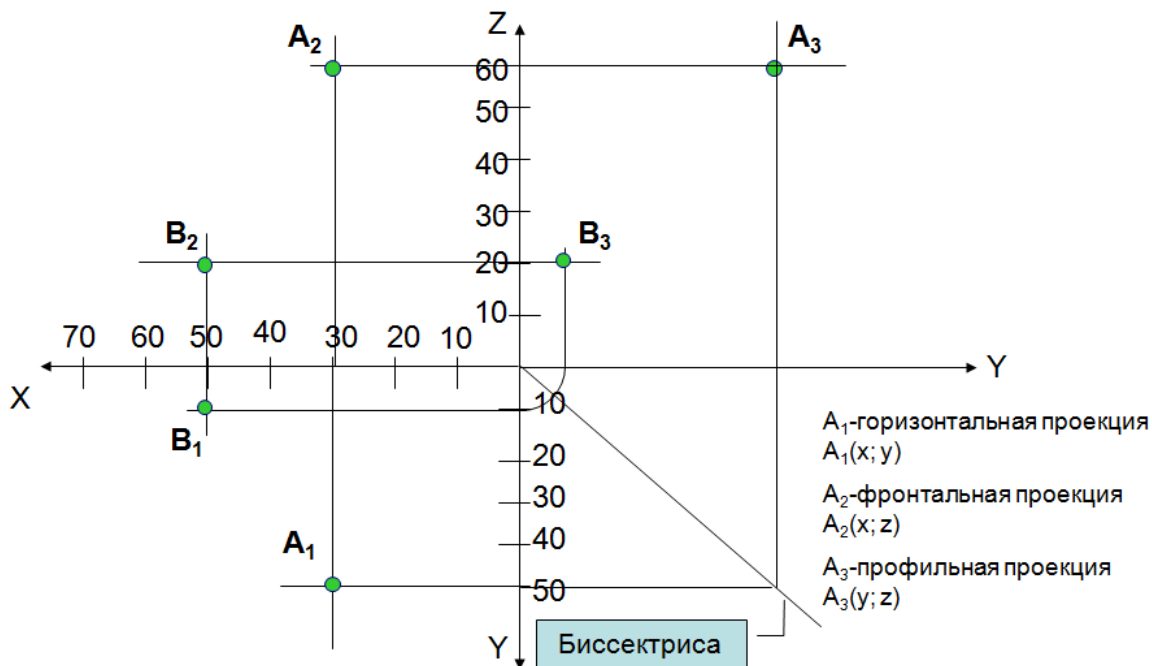
Таким образом, различают горизонтально - конкурирующие точки, расположенные на горизонтально проецирующей прямой, фронтально - конкурирующие точки, расположенные на фронтально проецирующей прямой, профильно - конкурирующие точки, расположенные на профильно - проецирующей прямой.

ЗАДАНИЯ

ЗАДАЧА 1


Построить три проекции точек $A(30, 50, 60)$; $B(50, 10, 20)$. Определить их взаимное положение в пространстве.

Пример выполнения задания представлен на рисунке



Пример выполнения задания в программе КОМПАС

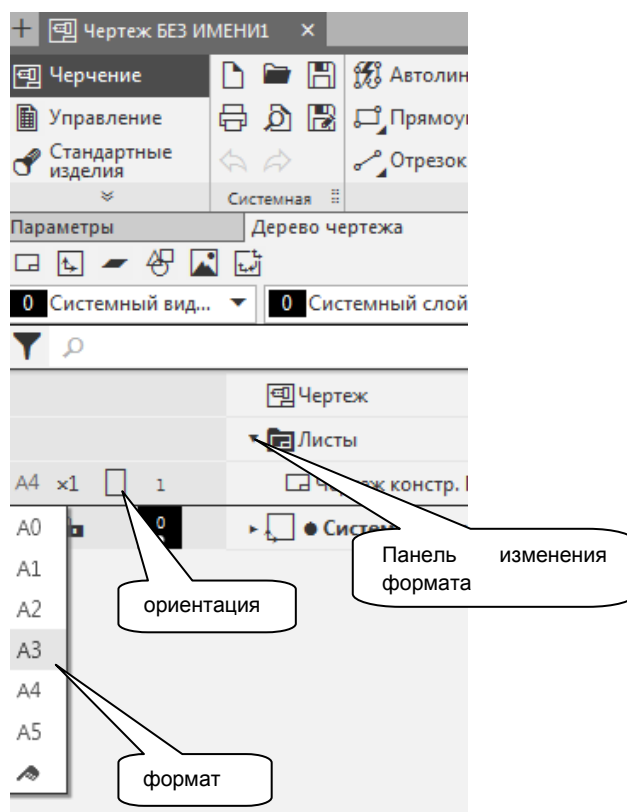
1. Создание документа КОМПАС «Чертеж»

Выберем команду  – «Создать документ» появится диалоговое окно «Новый документ». Из представленного списка выберем «Чертеж», появится лист чертежа формата А4 с основной надписью.

2. Выбор формата и оформления чертежа

Изменение формата чертежа выполняется командой **Настройки – Параметры**, появится диалоговое меню «Параметры», в котором выберем закладку «Текущий чертеж», а в списке параметров пункт «Параметры первого листа» и подпункт «Формат». Назначим формат А3, ориентация горизонтальная.

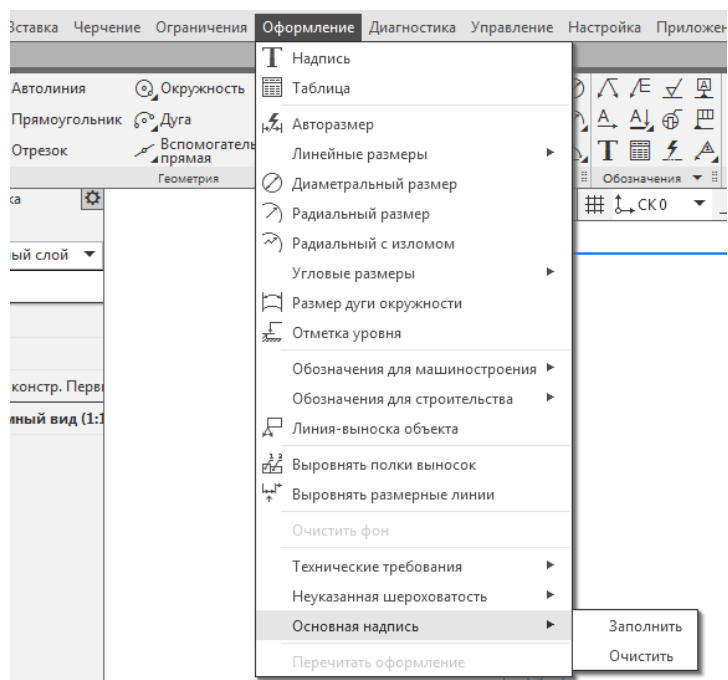
Можно изменить формат и ориентацию чертежа в дереве чертежа (панель расположена в левой части экрана)



3. Заполнение основной надписи чертежа

Сделаем двойной щелчок правой кнопкой мыши по основной надписи чертежа. Ячейки основной надписи выделяются штриховыми линиями, и станут доступными для редактирования.

Либо выбираем на панели инструментов: **Оформление** → **Основная надпись** → **Заполнить**



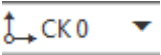
Заполним ячейки основной надписи чертежа как показано в примере на

рис. 4. Гарнитуру и начертание шрифта (GOST type A) в основной надписи лучше не изменять.

				<i>НГ 11.00.00</i>		
				<i>Лит</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>У</i>	<i>1:1</i>
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов А.А.</i>		<i>01.01.21</i>		
<i>Пров.</i>		<i>Проверялкин</i>				
<i>Т.контр.</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов 1</i>
<i>Н.контр.</i>					<i>ИрГАУ, инж. ф-т спец. 35.03.06 1 курс 1 группа</i>	
<i>Утв.</i>						

Рисунок 4 – Заполнение основной надписи

4. Установка локальной системы координат (СК)

Для установки локальной системы координат сделаем щелчок правой кнопкой мыши на панели быстрого доступа, по флажку в поле  – «Система координат» и в выпавшем списке выберем пункт «Создать/редактировать СК» (рис. 5). Внесем в поля панели «Параметры» координаты начала отсчета локальной системы координат: X=210, Y=160 и угол наклона оси X ЛСК $\alpha=180$.

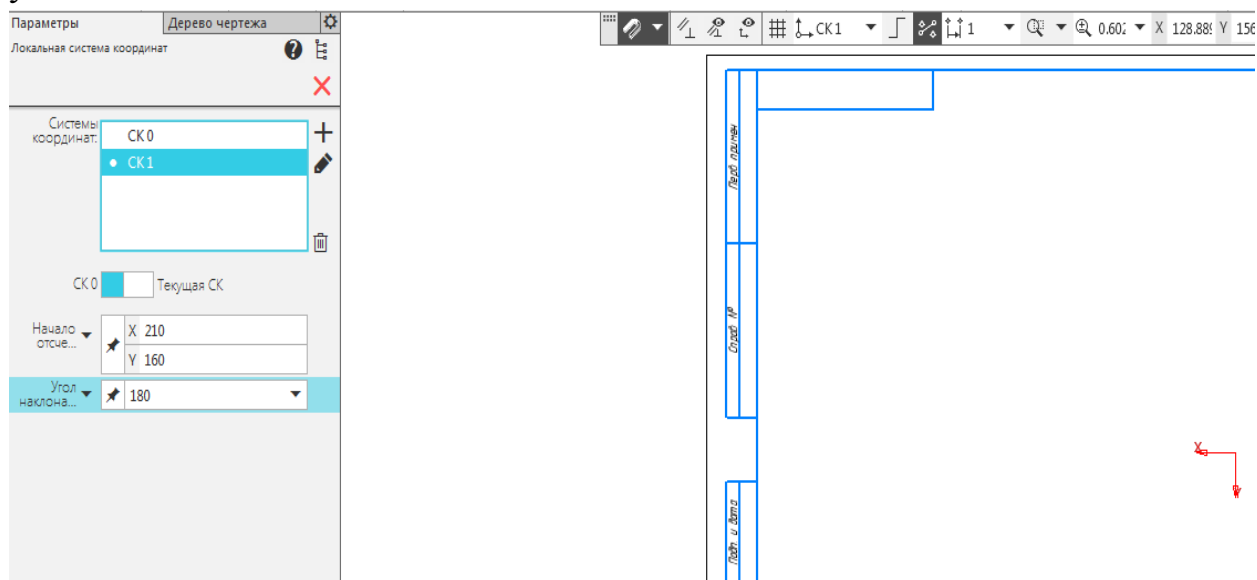
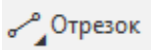


Рисунок 5 – Координаты начала отсчета ЛСК

5. Вставка и обозначение координатных осей чертежа

Координатные оси изобразим командой  «Отрезок», расположенной на панели инструментов «Геометрия».

После выбора команды появится панель управления «Параметры» (рис. 6).
 На панели меняем только стиль линии на тонкую, рис. 6.

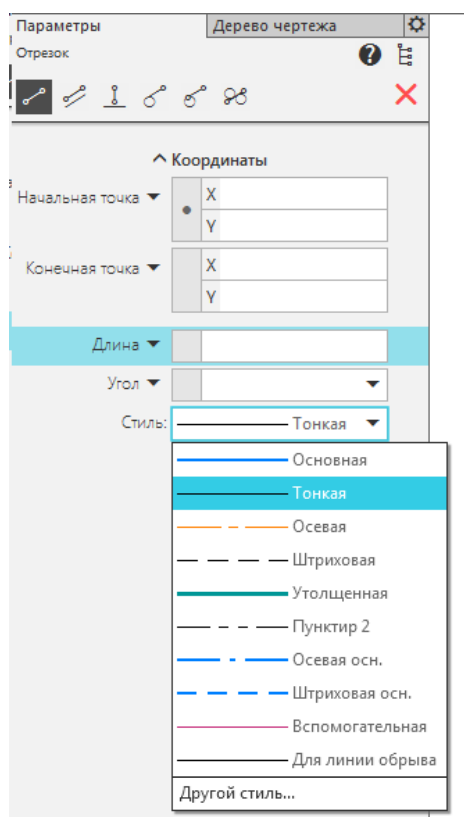
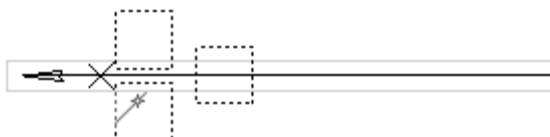


Рисунок 6 – Панель операции «Отрезок»

Вычерчиваем отрезок произвольной длины из начала координат подведем курсор мыши к точке на чертеже, в которой расположено начало отсчета локальной системы координат и сделаем щелчок левой кнопкой мыши, появится связанный с курсором мыши фантом изображения отрезка. Чертим отрезок. Для обозначения горизонтальной оси X_{12} на панели



инструментов «Обозначения» выберем операцию «Линия выноски» указываем начало и конец стрелки, зафиксировав ее положение щелчком мыши, как показано на рисунке:



Обозначение
индекса

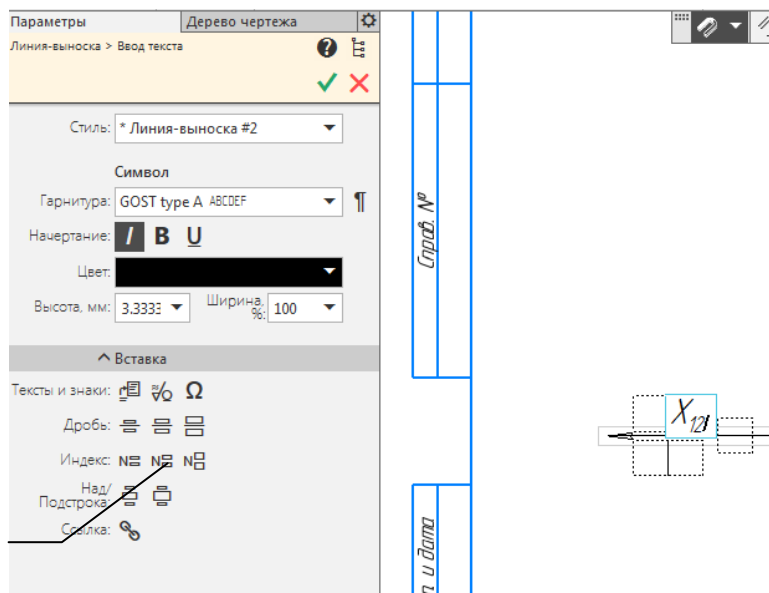



Рисунок 7 – Настройка параметров изображения горизонтальной оси X_{12}

Обозначение осей проводим в следующем порядке. Сделаем щелчок левой кнопкой мыши в активном окне над построенной ранее стрелкой. Прописываем с клавиатуры «X». Для обозначения индекса необходимо на панели инструментов, рис. 7 выбрать операцию «Обозначение индекса» и с помощью стрелок (влево, вправо) на клавиатуре переходим в нижний индекс и прописываем индекс (X_{12}).

Для сохранения результатов редактирования нажмите дважды команду  – «Создать объект» на панели управления или панели быстрого доступа.

Аналогичной строим и обозначаем оставшиеся оси (Y_{12} – ось направленная вниз, Y_{13} – ось направленная вправо, Z_{23} – ось направленная вверх). Пример чертежа приведен на рис. 8.

Сохраните файл, с построенными осями («Оси») в своей папке. Этот файл можно будет использовать для выполнения других заданий

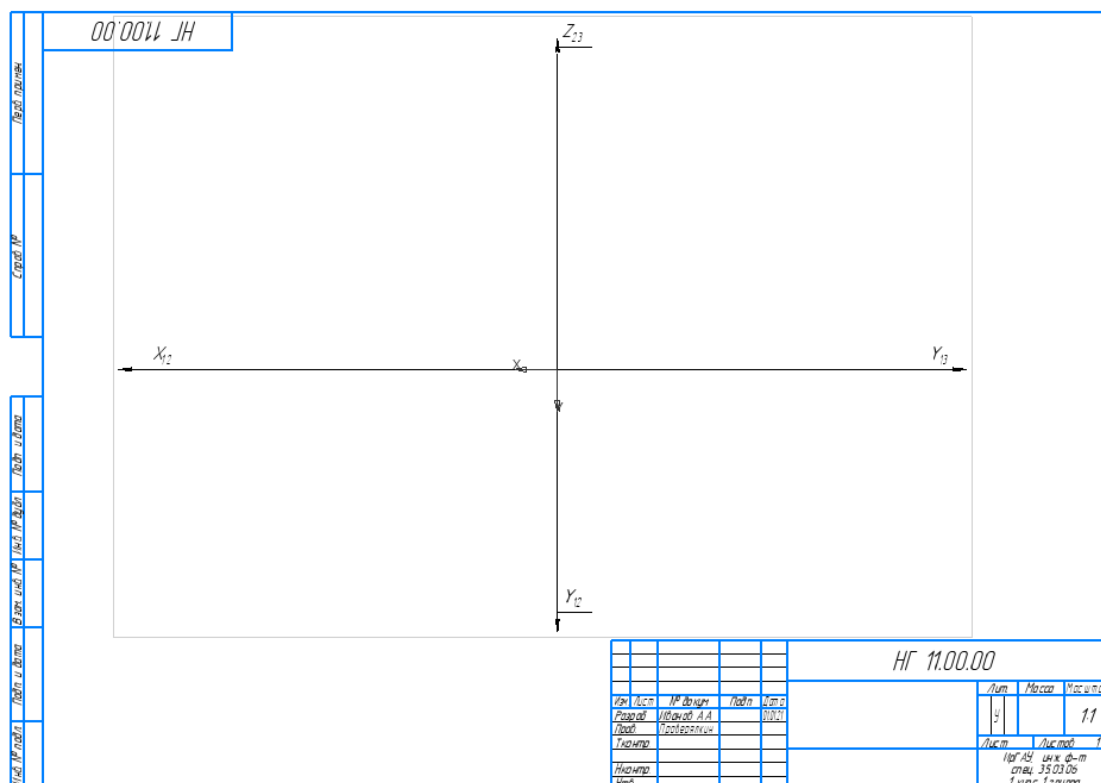



Рисунок 8 – Пример построения осей координат

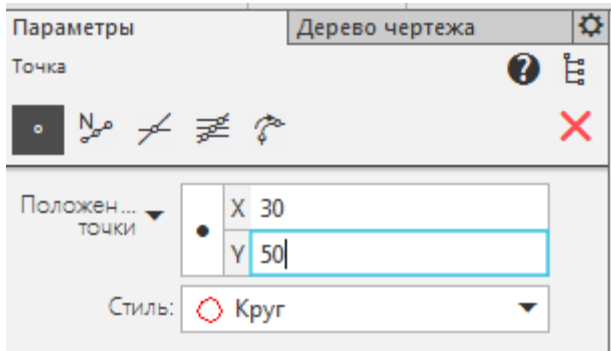
6. Построение проекции точек: А и В

6.1. Построение горизонтальной и фронтальной проекций точек А и В

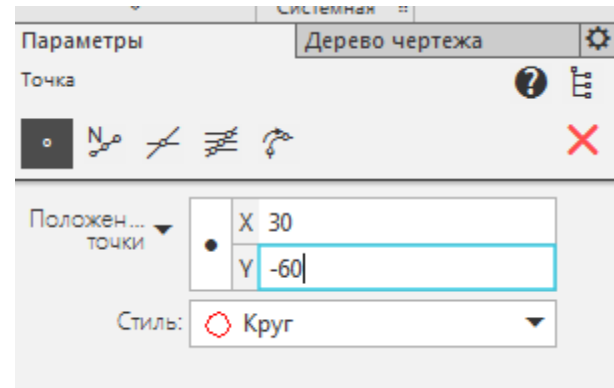
$A(30, 50, 60)$; $B(50, 10, 20)$.

Для построения проекций точек выберем в строке меню «Черчение» раздел «Вспомогательные прямые и точки», а в выпавшем меню команду  – «Точка». Появится панель «Параметры. Точка», в поля «Положение точки» занесем координаты проекции точки и выберем стиль ее изображения. Построим проекции точки А с координатами $X=30$, $Y=50$, $Z=60$. При изображении горизонтальной проекции A_1 в поля положения точки занесем координаты $X=30$ и $Y=50$ (рис. 9, а), для фронтальной проекции A_2 занесем координату $X=30$, а в поле координаты Y вносим значение координаты Z с обратным знаком -60 (рис.9, б).

Следите за правильным расположением проекций точек в системе координат!



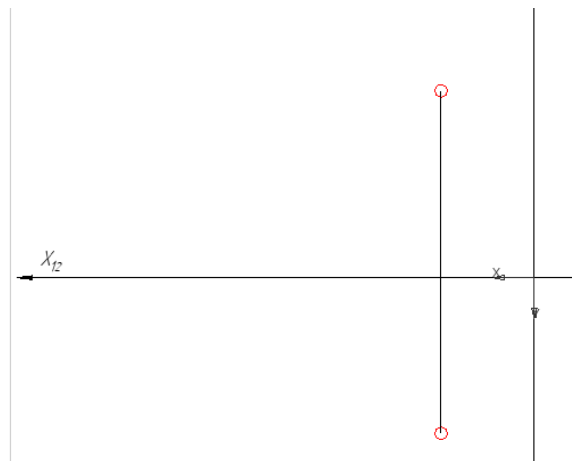
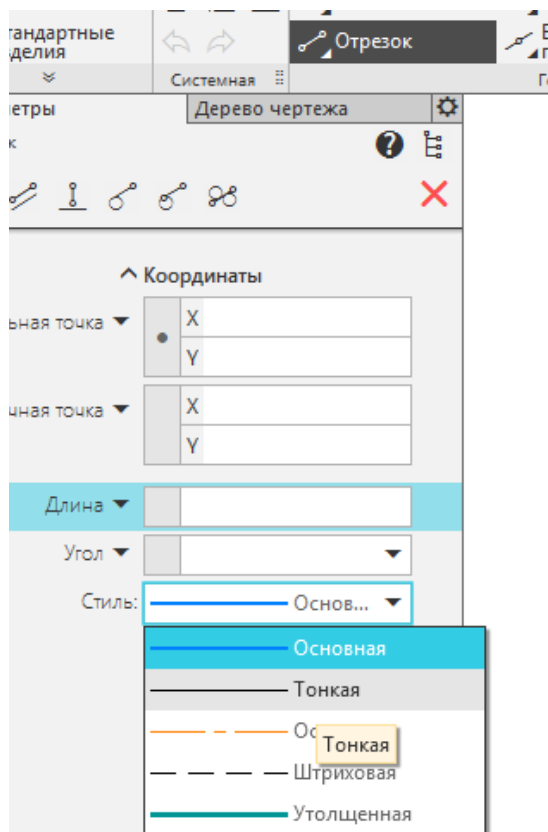
а)



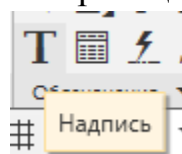
б)

Рисунок 9 – Построение проекций точки А

Соединяем полученные проекции линиями связи – отрезок, построенный стилем - тонкая. Фиксируем начало и конец отрезка с помощью мыши.



Обозначаем проекции с помощью операции «Надпись», на панели



инструментов # . Положение надписи фиксируем щелчком мыши около построенной точки. Задаем параметры надписи, рис. 10.

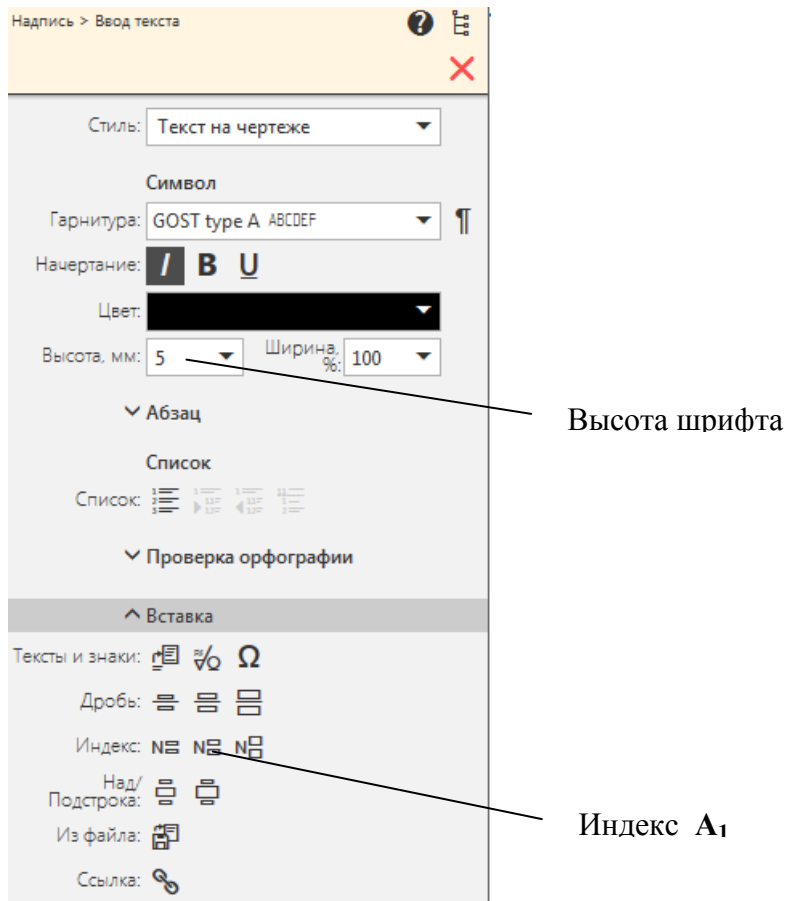
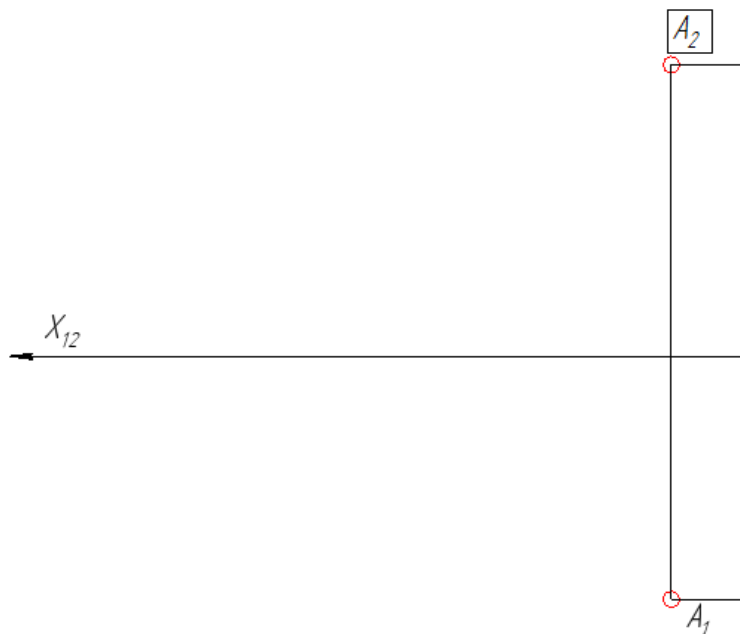


Рисунок 10 – Параметры надписи



Для надписи нижнего индекса используем параметры надписи, рис.10, переход с верхнего на нижний индекс осуществляется с помощью стрелок (влево – вправо) на клавиатуре.

Аналогичным образом построим и обозначим горизонтальную и фронтальную проекции точки В, рис.11.

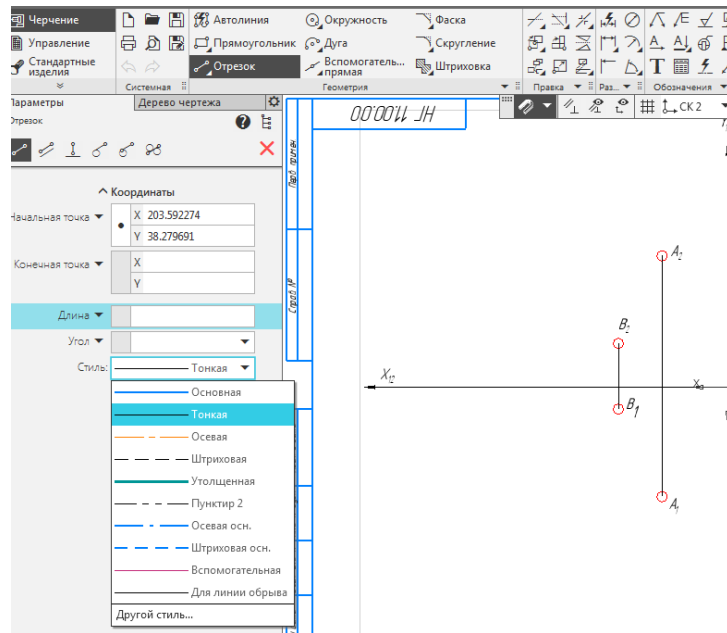
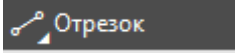

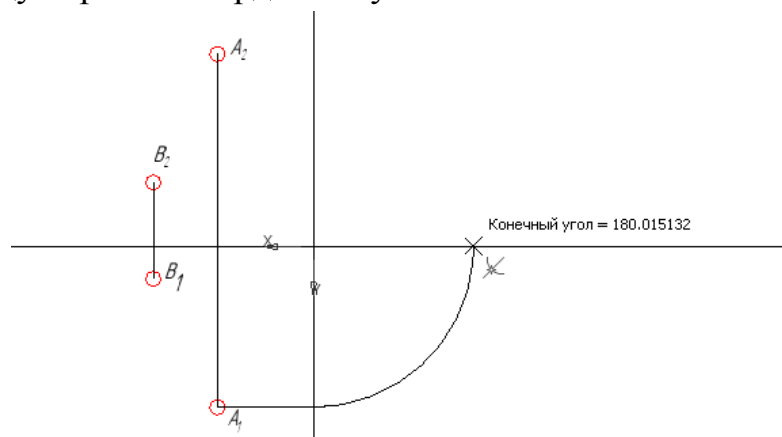


Рисунок 11 – Горизонтальные и фронтальные проекции точек А и В

6.2. Построение профильной проекции точек А и В

Для построение профильной проекции точки А выбираем на панели инструментов операцию «**ОТРЕЗОК**»  и чертим линию связи – строим горизонтальный отрезок тонкой линией до пересечения с осью Y_{12} .

Далее, чтобы достроить линию связи на профильной проекции воспользуемся дугой. Выбираем на панели инструментов операцию «**Дуга**»  и с ее помощью переносим значение координаты y с вертикальной оси Y_{12} на горизонтальную ось Y_{13} . Фиксируем дугу тремя щелчками мыши (в начале отсчета, на оси Y_{12} и на оси Y_{13}). Центр дуги размещаем в начале отсчета, радиус дуги равен координате y точки А.



Из полученной по построению точки на оси Y_{13} строим вертикальный отрезок и проводим горизонтальный отрезок из проекции точки A_2 , до их взаимного пересечения. Обозначаем полученную точку A_3 , аналогично проекциям A_1 и A_2 , рис.12.

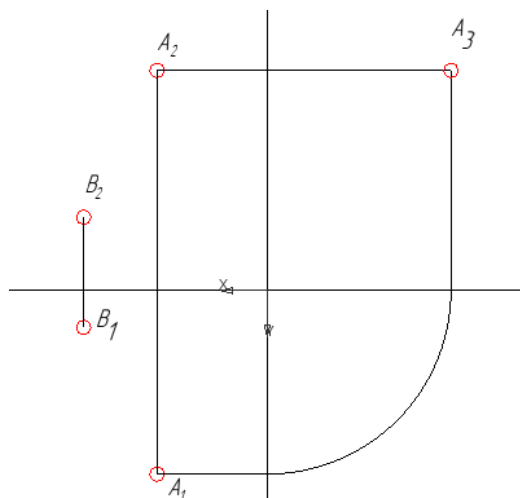


Рисунок 12 - Профильная проекция точки А

Аналогично достраиваем и обозначаем профильную проекцию точки В. Пример выполнения задания представлен на рисунке 13.

Лист 11.00.00																													
Лист 11.00.00																													
Стр. 11	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="4" style="text-align: right;">11.00.00</td> </tr> <tr> <td style="width: 15%;">Имя</td> <td style="width: 15%;">И.В.И.</td> <td style="width: 15%;">Подп.</td> <td style="width: 15%;">Дата</td> </tr> <tr> <td>Резов</td> <td>Иванов А.А.</td> <td></td> <td>01/01/21</td> </tr> <tr> <td>Град.</td> <td>Богородица</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Т.номер</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>И.номер</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Угол</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	11.00.00				Имя	И.В.И.	Подп.	Дата	Резов	Иванов А.А.		01/01/21	Град.	Богородица			Т.номер				И.номер				Угол			
11.00.00																													
Имя	И.В.И.	Подп.	Дата																										
Резов	Иванов А.А.		01/01/21																										
Град.	Богородица																												
Т.номер																													
И.номер																													
Угол																													
Лист 11.00.00	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="4" style="text-align: right;">11.00.00</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">Точка в пространстве</td> </tr> <tr> <td style="width: 15%;">Лит</td> <td style="width: 15%;">Масса</td> <td colspan="2" style="width: 70%;">Масштаб</td> </tr> <tr> <td>у</td> <td></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">Итого: 11.00.00</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">Стр. 11.00.00</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">1 из 1</td> </tr> </table>	11.00.00				Точка в пространстве				Лит	Масса	Масштаб		у		1		Итого: 11.00.00				Стр. 11.00.00				1 из 1			
11.00.00																													
Точка в пространстве																													
Лит	Масса	Масштаб																											
у		1																											
Итого: 11.00.00																													
Стр. 11.00.00																													
1 из 1																													

Рисунок 13 - Пример выполнения задания

7. Определяем взаимное положение точек А и В

В пространстве точки занимают общее положение. Точка А находится выше (координата z больше) и ближе к наблюдателю (координата y больше), чем точка В.

Самостоятельно решить следующие задачи (используйте сохраненный ранее файл «Оси»).

ЗАДАЧА 2

По заданным координатам построить три проекции точек.

$A(20; 0; 70)$; $B(0; 10; 50)$; $C(60; 20; 0)$

Определить их положение в пространстве.

Укажите какая точка выше, какая ближе к наблюдателю?

ЗАДАЧА 3

По заданным координатам построить три проекции точек.

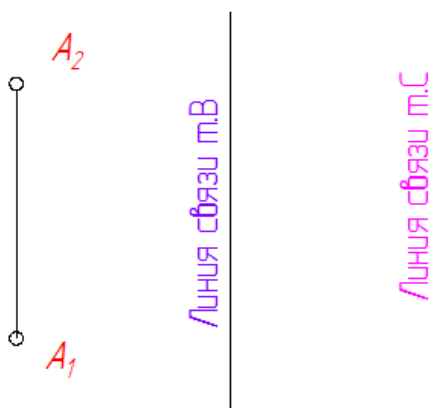
$A(100; 0; 0)$; $B(0; 0; 50)$; $C(0; 80; 0)$

Определить их положение в пространстве.

Укажите какая точка выше, какая ближе к наблюдателю?

ЗАДАЧА 4

На заданных линиях связи построить проекции точек В и С: точка В расположена выше точки А на 10мм и ближе к наблюдателю на 15мм; точка С расположена ниже точки А на 10мм и ближе к плоскости Π_2 на 5мм.



ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цели занятия

1. Изучить алгоритмы решения задач по теме: Прямая в пространстве.
2. Решить задачи по теме курса и оформить их решение в КОМПАС v17.

2.1 Понятия и определения

Для проецирования отрезка прямой линии необходимо из крайних точек отрезка опустить перпендикуляры к плоскости проекций. Полученные точки соединить между собой – это и будет проекция отрезка. В общем случае, проекция прямой линии – прямая, рис.1.

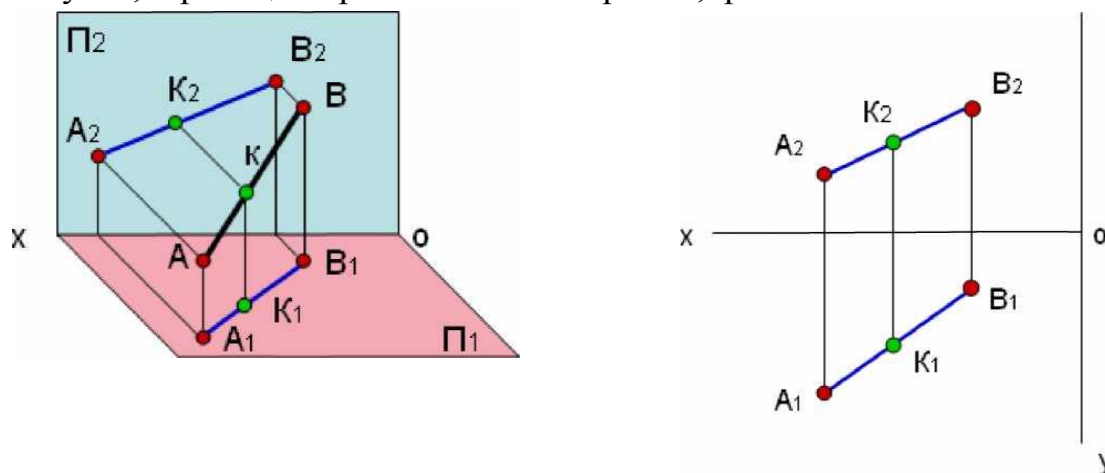


Рисунок 1 – Ортогональное проецирование прямой

2.2 Виды отрезков в пространстве

По отношению к плоскостям проекций прямые классифицируются на:

- общего положения;
- частного положения.

Прямая, наклонная ко всем плоскостям проекций называется прямой **общего положения**, рис.1. Прямые параллельные одной из плоскостей проекций - прямые *частного положения*

Прямые частного положения можно разделить на три группы:

Проецирующие прямые. Прямые, параллельные двум плоскостям проекций и перпендикулярные к третьей, рис. 2. Одна проекция этих прямых вырождается в точку.

У горизонтально – проецирующей прямой, рис. 2а, горизонтальная проекция – точка, фронтальная проекция – натуральная величина.

У фронтально - проецирующей прямой, рис. 2б, фронтальная проекция – точка, горизонтальная проекция – натуральная величина.

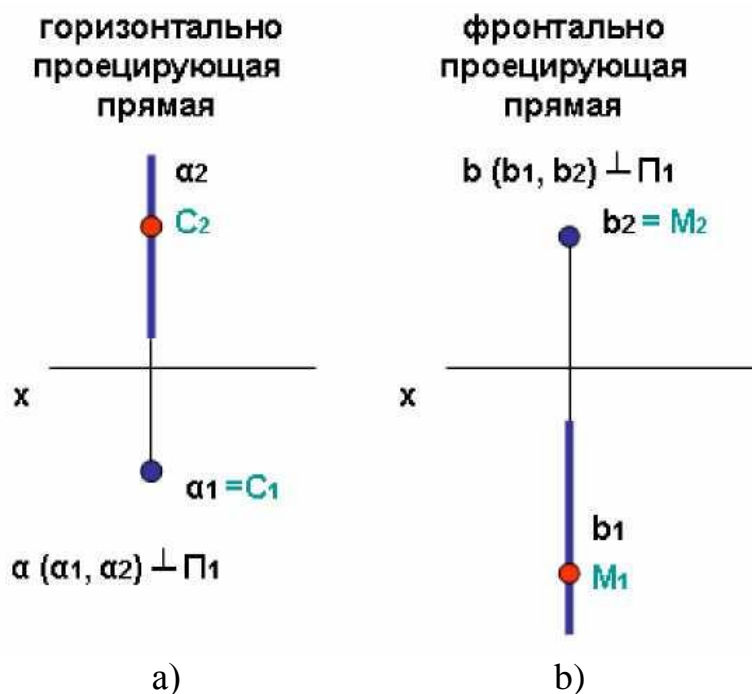


Рисунок 2 – Изображение проецирующих прямых

Прямые уровня. Прямые, параллельные одной плоскости проекций, а к двум другим направлены под углом. Одна проекция параллельна самой прямой и представляет собой натуральную величину, а также определяет углы наклона этой прямой к двум другим плоскостям проекций.

В зависимости от того, какой плоскости проекций параллельна прямая различают:

Горизонталь - прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонталь (h), в этом случае горизонтальная проекция натуральная величина, рисунок 3.

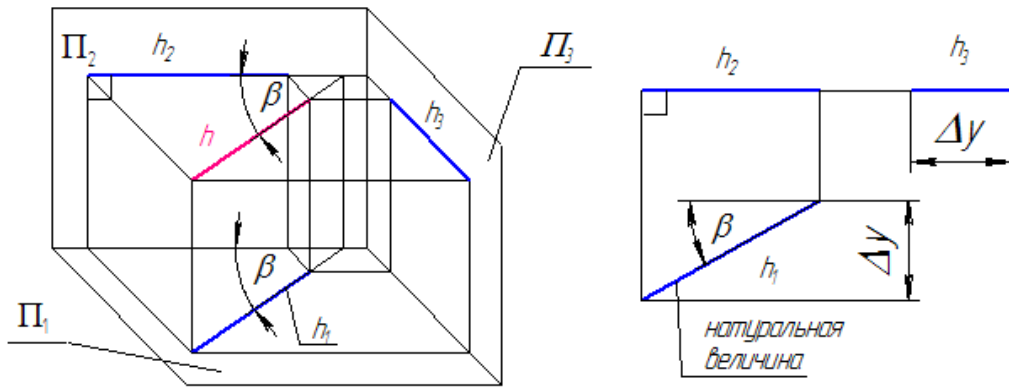


Рисунок 3 – Изображение горизонтали

Фронталь - прямая параллельная фронтальной плоскости проекций – фронталь (f), фронтальная проекция натуральная величина, рис. 4.

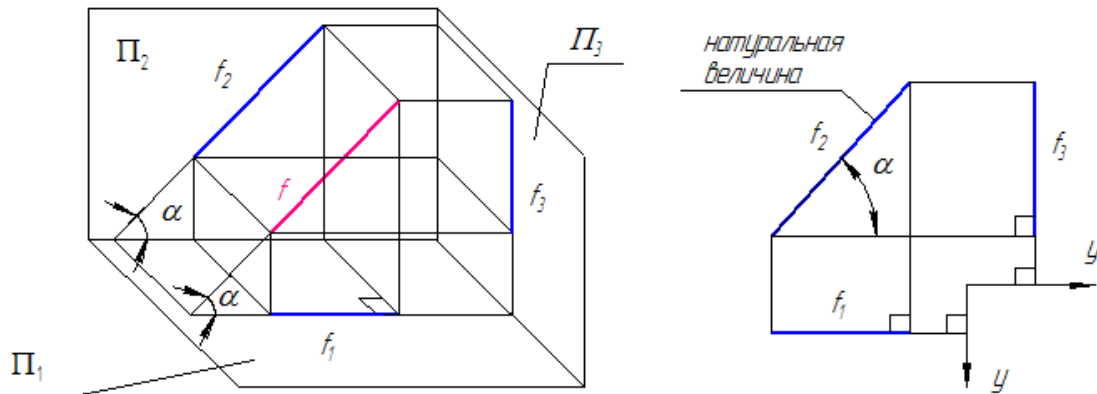


Рисунок 4 – Изображение фронтали

Профильная прямая (p) – прямая параллельна профильной плоскости проекций (Π_3). Профильная проекция – натуральная величина, рис. 5.

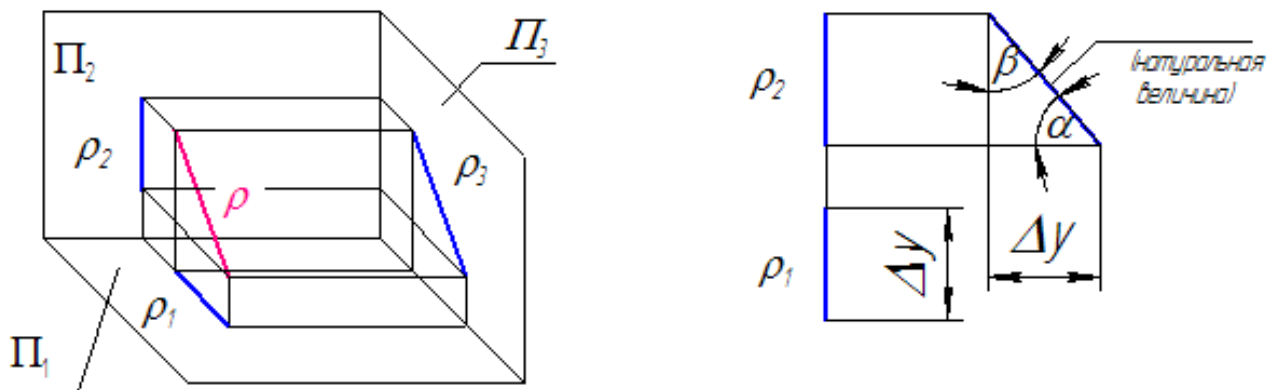


Рисунок 5 – Профильная прямая

Прямые, лежащие в плоскости проекций. Две проекции этих прямых расположены на осях координат.

Условие принадлежности точки прямой:

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

По заданным координатам построить три проекции отрезков АВ, CD и определить их положение в пространстве

AB: A(40; 60; 20)

CD: C(10; 20; 50)

B(80; 60; 70)

D(60; 50; 50)

Пример выполнения, приведен на рис. 6.

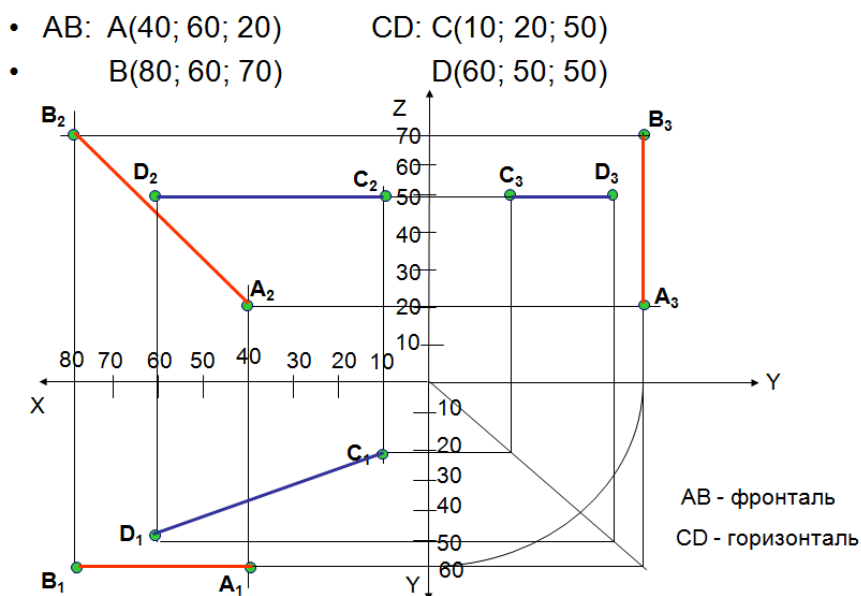



Рисунок 6 - Пример выполнения задачи

Порядок решения задач:

1. Открыть, ранее сохраненный файл «ОСИ», либо вычерчиваем оси координат;
2. В случае необходимости, поменять формат и оформление чертежа;
3. Заполнить основную надпись.
4. Построить горизонтальные, фронтальные и профильные проекции точек.
5. Построить проекции геометрической фигуры. Определить их положение в пространстве и взаимное положение.

Пример выполнения задания в программе КОМПАС

1. Создание документа КОМПАС «Чертеж»

Выберем команду  – «Создать документ» появится диалоговое окно «Новый документ». Из представленного списка выберем «Чертеж», появится лист чертежа формата А4 с основной надписью.

2. Выбор формата и оформления чертежа

Изменение формата чертежа выполняется командой **Настройка – Параметры**, появится диалоговое меню «Параметры», в котором выберем закладку «Текущий чертеж», а в списке параметров пункт «Параметры первого листа» и подпункт «Формат». Назначим формат А3, ориентация горизонтальная, рис.7.

Возможно изменить формат и ориентацию чертежа в дереве чертежа

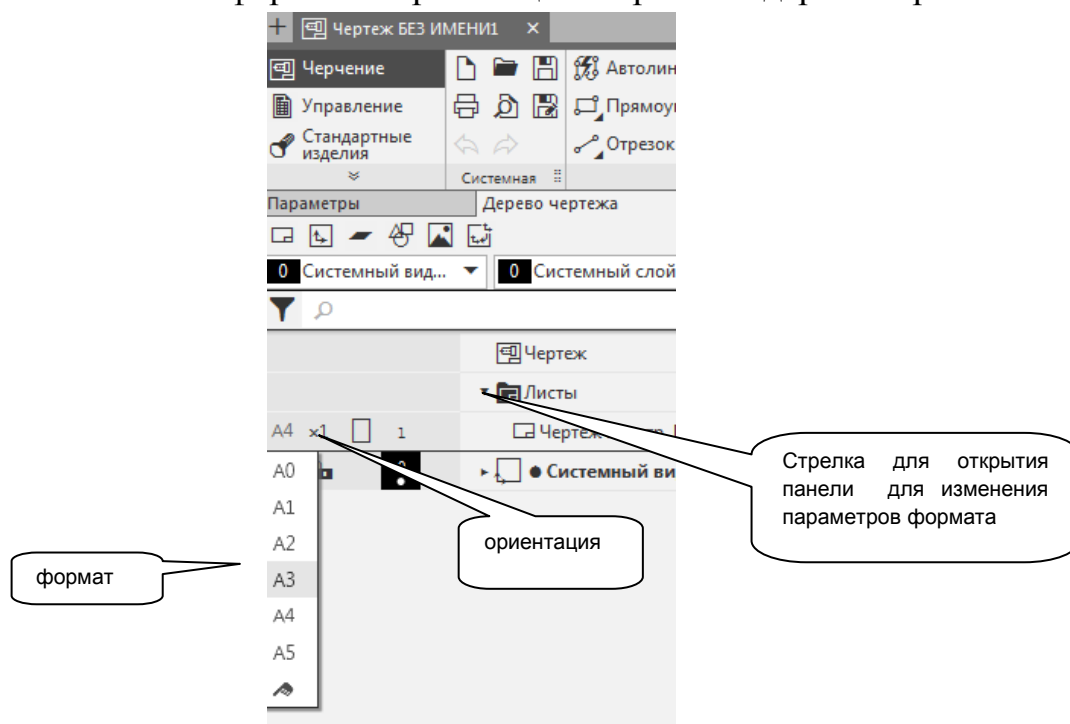
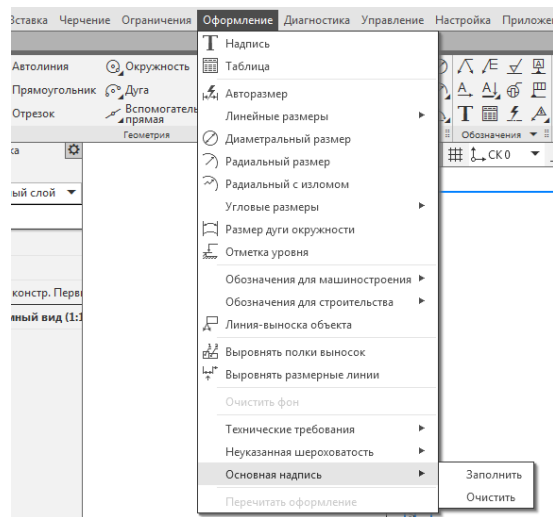


Рисунок 7 – Настройка формата на панели инструментов

3. Заполнение основной надписи чертежа

Сделаем двойной щелчок правой кнопкой мыши по основной надписи чертежа. Ячейки основной надписи выделятся штриховыми линиями, и станут доступными для редактирования. Либо выбираем на панели инструментов: **Оформление → Основная надпись → Заполнить**



Заполним ячейки основной надписи чертежа как показано в примере на рис. 8. Гарнитуру и начертание шрифта (GOST type A) в основной надписи лучше не изменять.

					<i>НГ 11.00.00</i>		
					<i>Лист</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>У</i>		<i>1:1</i>
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов А.А.</i>		<i>01.01.21</i>			
<i>Проб.</i>		<i>Проверялкин</i>			<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>					<i>ИрГАУ, инж. ф-т спец. 35.03.06 1 курс 1 группа</i>		
<i>Н.контр.</i>							
<i>Утв.</i>							

Рисунок 8– Заполнение основной надписи


4. Построение проекций отрезков АВ и CD

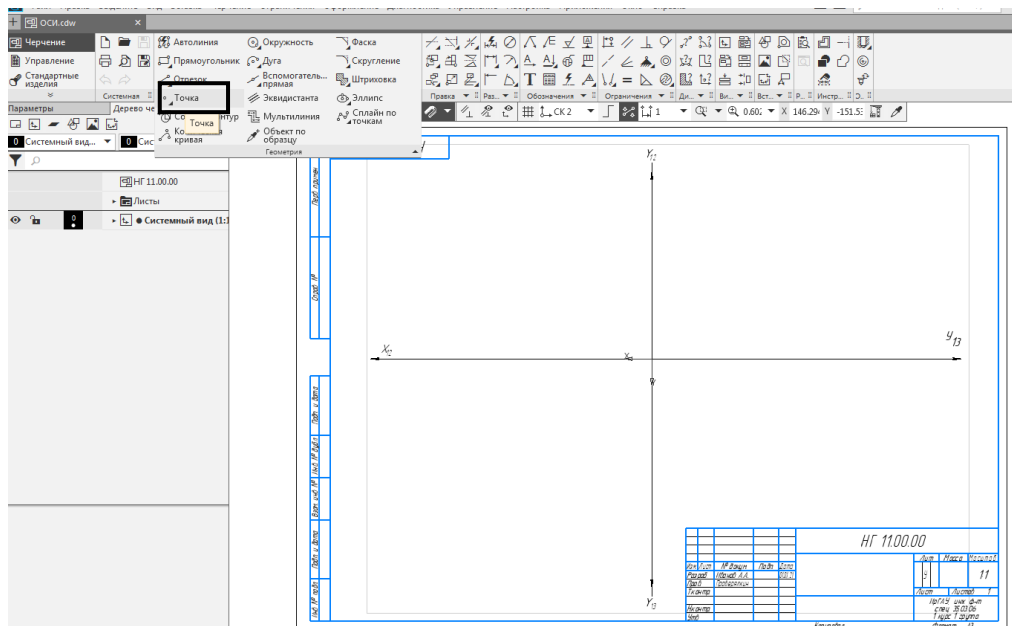
АВ: A(40; 60; 20)

В(80; 60; 70)

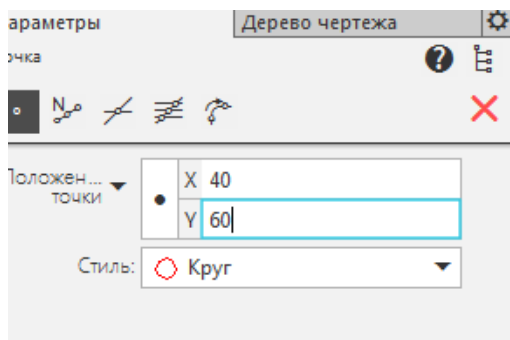
CD: C(10; 20; 50)

D(60; 50; 50)

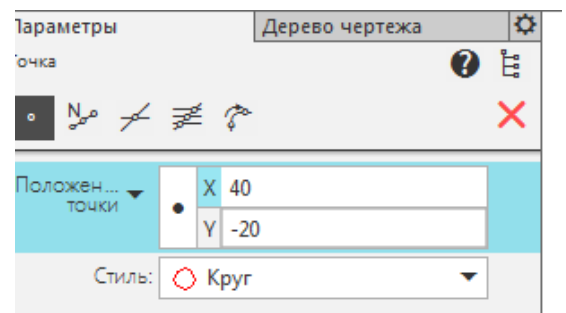
Для построения проекций точек выберем в строке меню «Черчение» раздел «Вспомогательные прямые и точки», а в выпавшем меню команду  – «Точка». Появится панель «Параметры. Точка», в поля «Положение точки» занесем координаты проекции точки и выберем стиль ее изображения. Построим проекции точки А с координатами X=40, Y=60, Z=20. При изображении горизонтальной проекции A₁ в поля положения точки занесем координаты X=40 и Y=60 (рис. 9, а), для фронтальной проекции A₂ занесем координату X=40, а в поле координаты Y значение координаты Z с обратным знаком -20 (рис. 9, б).



Следите за правильным расположением проекций точек в системе координат!



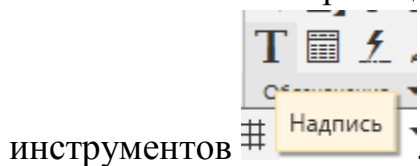
а)



б)

Рисунок 9 – Построение проекций точки А

Обозначаем проекции с помощью операции Надпись, на панели инструментов



Соедините построенные проекции линиями связи. Воспользуйтесь кнопкой **Shift** на клавиатуре, для построения горизонтальной и вертикальной прямой – линий связи, рис.10.

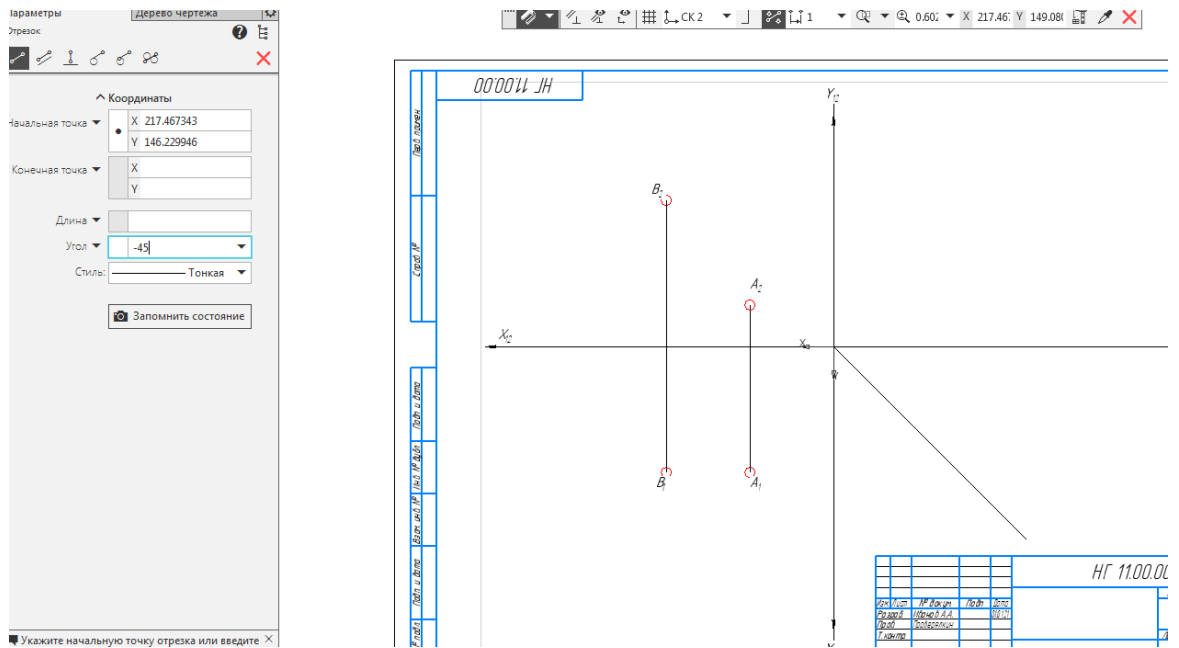


Рисунок 10 - Построение биссектрисы угла

Достраиваем профильную проекцию точки A , используя биссектрису угла, рис. 10.

Выбираем операцию «ОТРЕЗОК»  на панели инструментов «ГЕОМЕТРИЯ».

Параметры: стиль - тонкая, угол -45° .

Используя биссектрису переносим значение координаты y с вертикальной оси Y_{12} на горизонтальную ось Y_{23} , рис. 11.

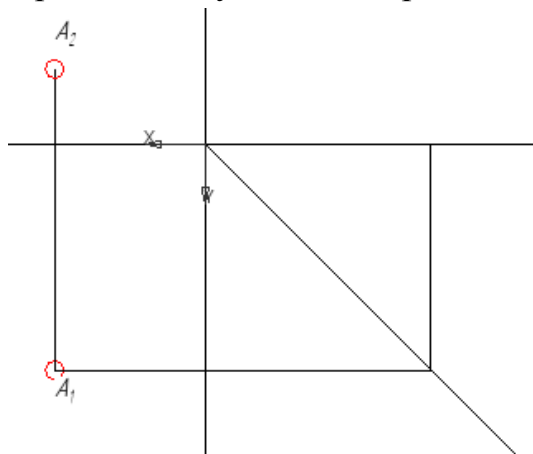


Рисунок 11 - Построение линий связи

Достраиваем профильную проекцию точки A . Для этого проводим вертикальный отрезок точки, полученной на горизонтальной оси Y_{13} и горизонтальный отрезок из фронтальной проекции точки A_2 , до их

взаимного пересечения. Для построения линий связи используйте операцию «ОТРЕЗОК», стиль – тонкая. Обозначаем полученную точку A_3 , обозначение производим аналогично проекциям A_1 и A_2 , используя операцию «НАДПИСЬ» **T** на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».

Аналогично строим проекции точки В и соединяем одноименные проекции точек А и В отрезками (стиль – основная), рис. 12.

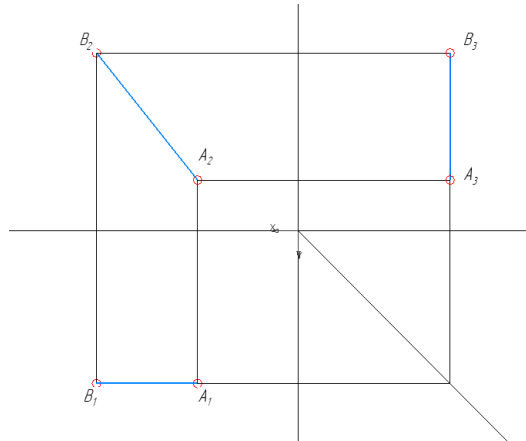


Рисунок 12 - Построение проекций отрезка АВ

Аналогичным образом построим проекции точки С и D. Соединяем построенные точки в отрезок. Пример приведен на рис. 13.

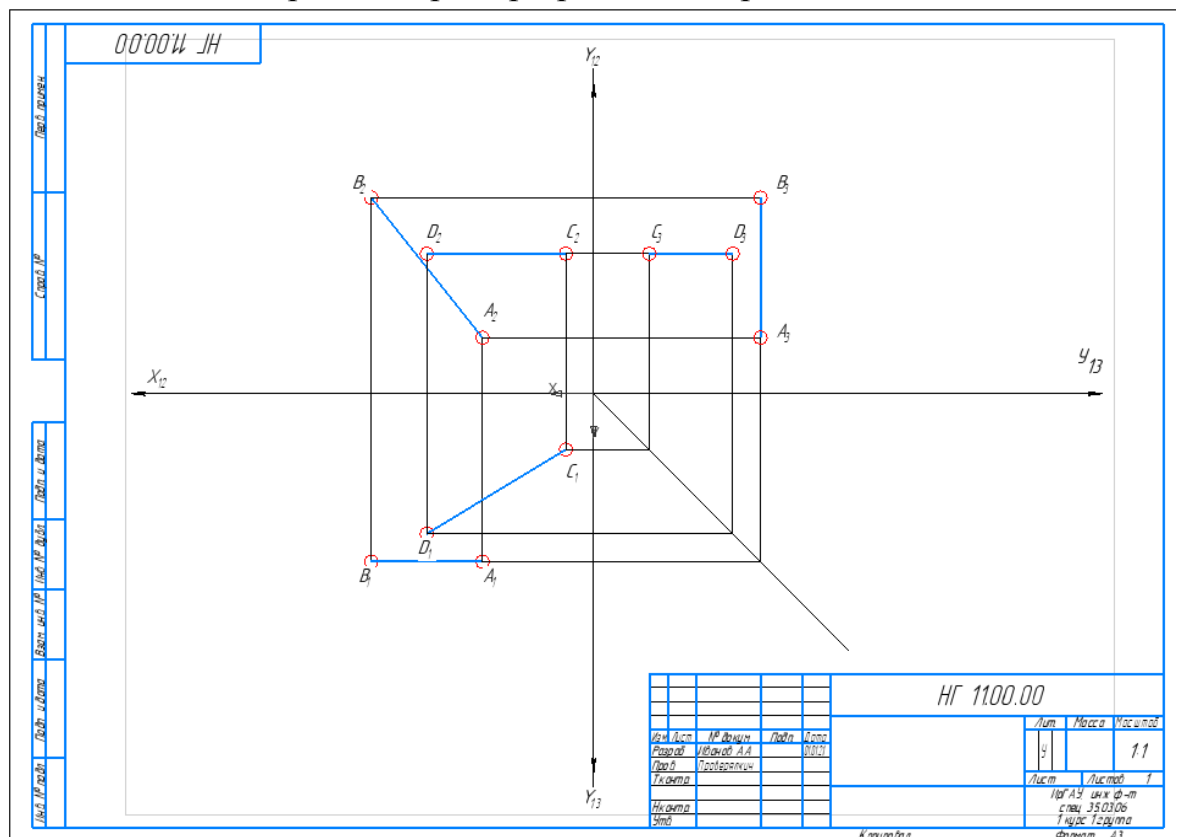


Рисунок 13 - Пример построение отрезков АВ и CD

5. Определяем положение отрезков АВ и CD в пространстве

В пространстве отрезки занимают частное положение: АВ – фронталь (горизонтальная проекция A_1B_1 параллельна оси ОХ, A_2B_2 – натуральная величина), CD – горизонталь (C_2D_2 параллельна оси ОХ, C_1D_1 – натуральная величина).

Задачи для САМОСТОЯТЕЛЬНОГО решения:

ЗАДАЧА 2

Построить проекции отрезка АВ горизонтали $h(h_1h_2) \parallel \Pi_1$ если $\angle\beta=30^\circ$, $|AB|=40\text{мм}$, точка В удалена от Π_2 дальше, чем точка А.

Пояснения к задаче: $h_2 \perp$ линии связи, h_1 - проецируется в истинную величину; $\angle\beta$ - угол наклона горизонтали к Π_2 проецируется без искажения

ЗАДАЧА 3

Построить проекции отрезка $|MN|=30\text{мм}$ фронтально – проецирующей прямой при условии, что точка В делит отрезок пополам.

Пояснения к задаче: Построить проекции отрезка $|MN|=30\text{мм}$ фронтально – проецирующей прямой при условии, что точка В делит отрезок пополам.

2.2 Деление отрезка в заданном отношении

Отношение длин отрезков прямой линии равно отношению длин их проекций.

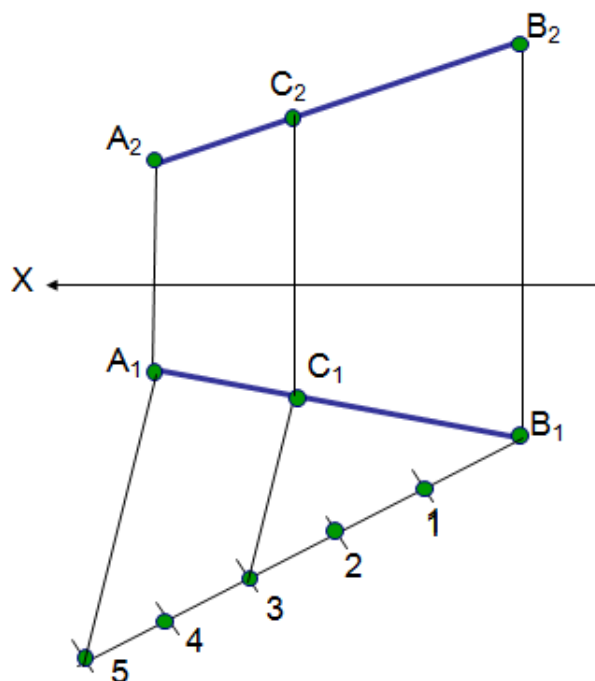
Для деления отрезка необходимо из одной из проекций отрезка проводим вспомогательную прямую, на которой откладываются то количество равных отрезков, которое соответствует количеству частей на которые необходимо поделить отрезок. Последнюю, построенную точку соединяем со вторым (свободным) концом отрезка прямой. Затем параллельно полученному отрезку проводим прямую, через ту точку, которая делит отрезок в указанном отношении

ЗАДАЧА 1

Поделить отрезок AB , точкой C в отношении $AC/CB = 2/3$

Пояснения: на луче необходимо отложить 5 равных отрезков, так как делим отрезок AB в соотношении $2/3$ ($2+3=5$)

Пример выполнения задачи представлен на рисунке.



Пример выполнения задания в программе КОМПАС

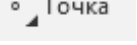
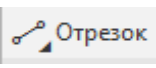

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС

Создаем новый файл типа «Чертеж», по умолчанию создается чертеж формата А4.

2. Заполнить основную надпись

					<i>НГ 11.00.00 ЭП</i>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Деление отрезка в указанном отношении</i>	<i>Лист</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.А.</i>							<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>	<i>Проверялкин</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>						<i>ИрГАУ инженерный ф-т 1 курс 1 группа</i>		
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Вычертить условие задачи

Используя на панели инструментов примитивы: точка , отрезок  и надпись , рис. 14.

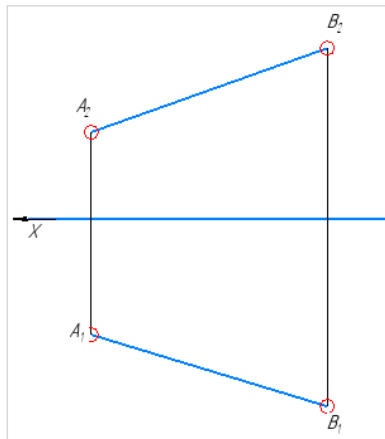
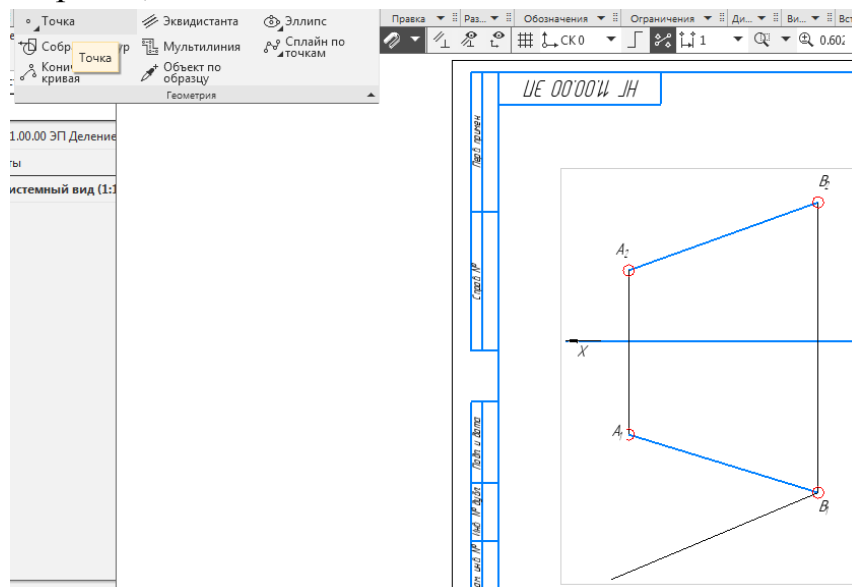


Рисунок 14 – Пример построения условия задачи, отрезка АВ

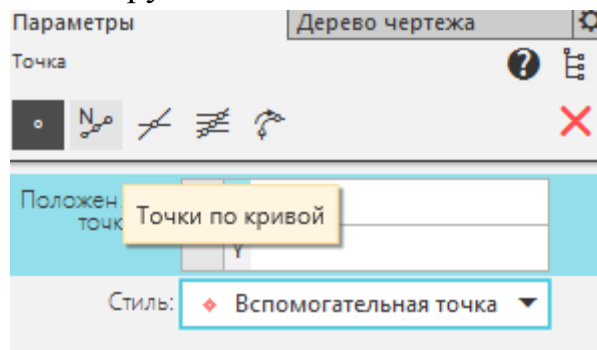
4. Деление отрезка на части

Строим произвольный луч из одной из проекций концов отрезка АВ. Из любой проекции точек А или В, под произвольным углом проводим произвольный отрезок, стиль - тонкая.



Делим, построенный произвольно отрезок на 5 частей, рис. 14.

Выбираем на панели инструментов ТОЧКА→ТОЧКИ ПО КРИВОЙ



Выбираем построенный ранее отрезок и количество участков 5 и делим вспомогательный отрезок на 5 частей

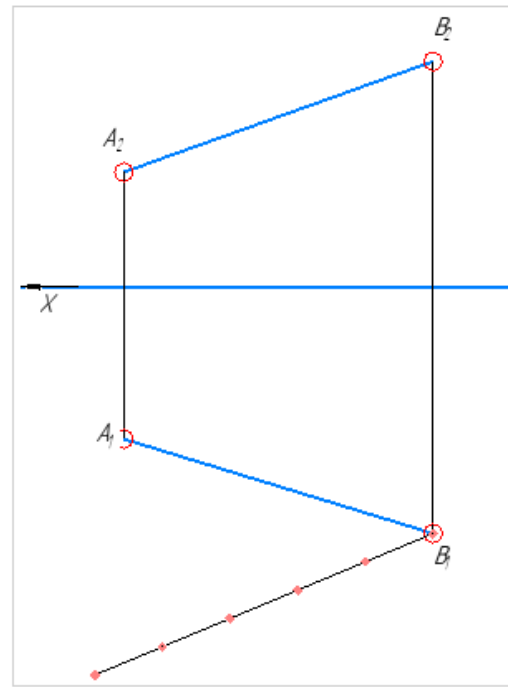
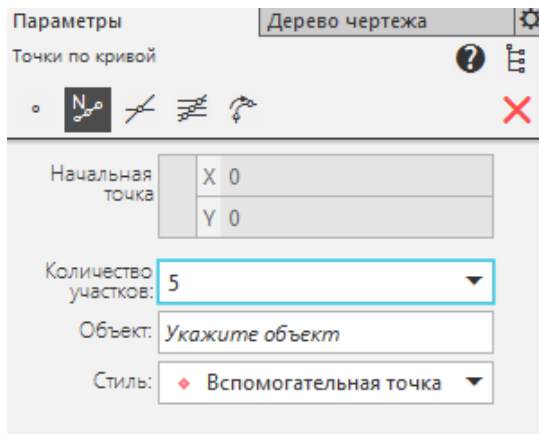


Рисунок 15 – Деление отрезка на равное количество частей

Далее для деления проекции отрезка АВ соединяем последнюю точку вспомогательного отрезка и проекцию точки A_1 отрезком и находим положение точки С по указанному соотношению. Так как необходимо поделить отрезок АВ в отношении $2/3$, то от точки А должно быть **две** части, а от точки В – **три** части.

Положение точки С определяем следующим образом: строим прямую параллельную отрезку A_15 через точку 3, рис. 16. Используем операцию «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК» на панели инструментов «ОТРЕЗОК». Указываем мишенью отрезок, параллельно которому будем строить отрезок (в нашем случае отрезок A_15). Проводим прямую, из точки 3 до пересечения с горизонтальной проекцией отрезка АВ. Получаем положение горизонтально проекции точки С – C_1 .

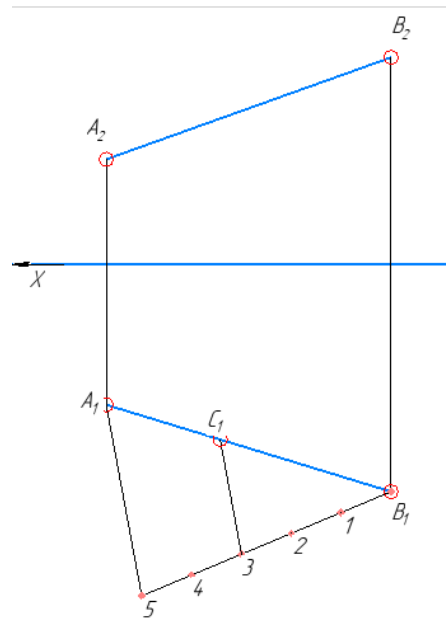
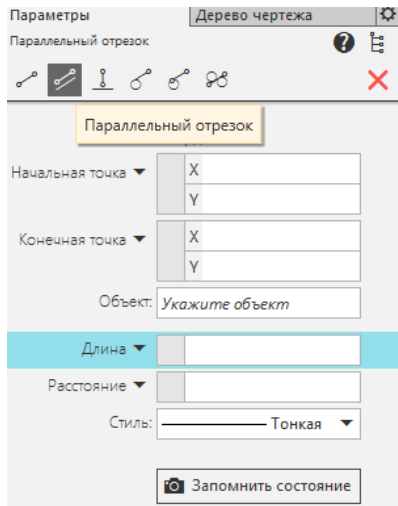


Рисунок 16 – Построение проекции точки С

Достраиваем фронтальную проекцию точки С, с помощью линий связей, используя операцию «ОТРЕЗОК», стиль – тонкая, рис. 17.

НГ 1100.00 ЭП			
Изм. Лист	№ докум	Лист	Дата
Рисовал	Иванов А.А.		
Лист	По объектам		
Техника			
Исполн			
Этап			
Деление отрезка в указанном отношении		Лист	Листов 1
		1 из 1	

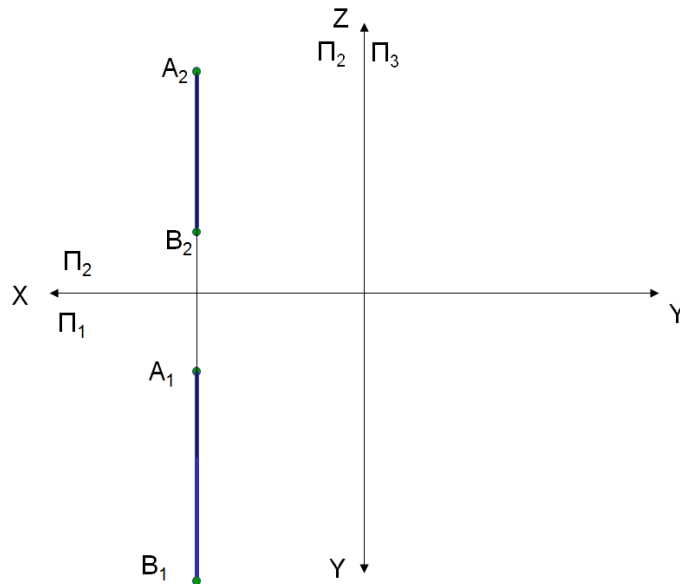
Рисунок 17 - Пример выполнения задачи в программе КОМПАС

Решить задачи САМОСТОЯТЕЛЬНО

ЗАДАЧА 2

Поделить отрезок АВ точкой С в отношении $AC/CB=1/3$.

Пояснение к задаче: Задача решается в трех проекциях.



2.3 Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника

Для нахождения натуральной величины можно воспользоваться методом прямоугольного треугольника: *Натуральная длина отрезка равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен одной из проекций отрезка, другой – разности расстояний концов второй проекции от оси проекций*, рис. 18.

Без определения натуральной величины отрезка нельзя найти натуральный угол наклона к плоскостям проекций

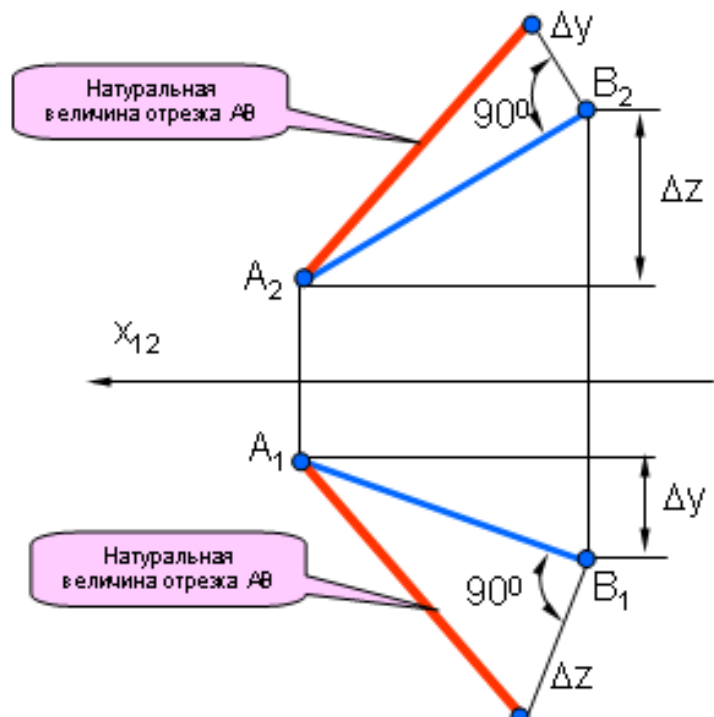


Рисунок 18 – Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника.

ЗАДАЧА 1

Определить натуральную величину отрезка АВ методом прямоугольного треугольника и определить углы наклона отрезка к плоскостям проекций.

Пример решения задачи представлен на рис. 19.

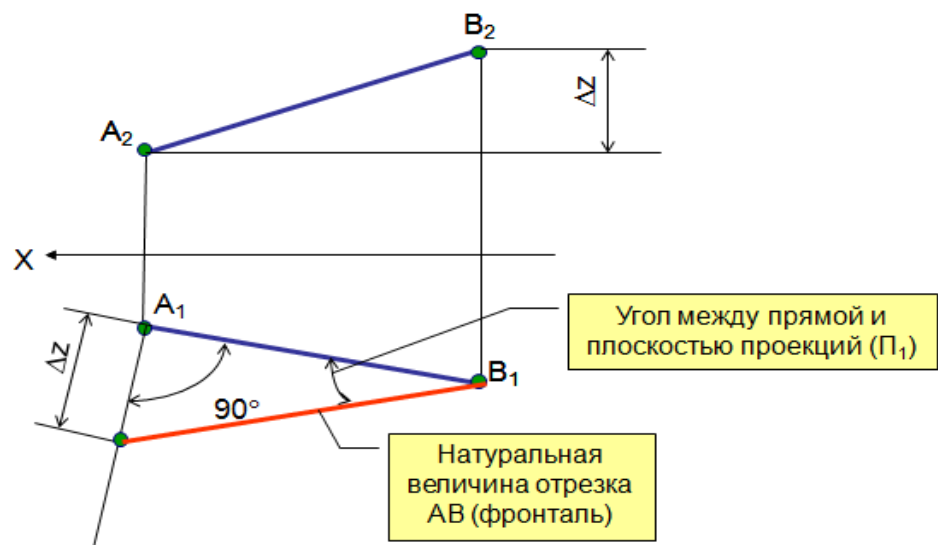
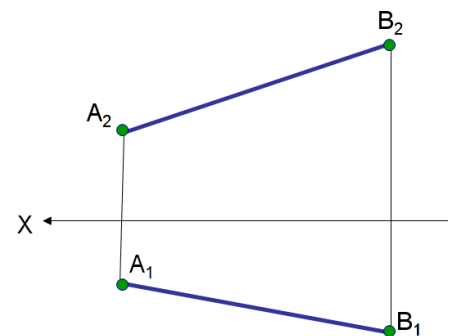


Рисунок 19 -Пример решения задачи

Пример выполнения задачи в программе КОМПАС

1. Создаем формат А4 в программе КОМПАС

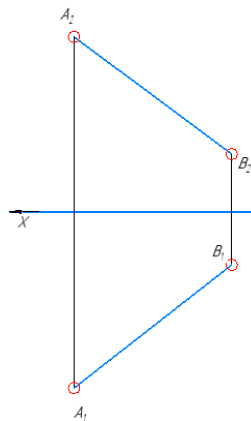
Формат А4 создается по умолчанию в программе КОМПАС.

2. Заполняем основную надпись

					<i>НГ 11.00.00 ЭП</i>			
					<i>Метод прямоугольного треугольника</i>	<i>Лист</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>				<i>1:1</i>
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов А.А.</i>						
<i>Проб.</i>		<i>Проверялкин</i>						
<i>Т.контр.</i>						<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Н.контр.</i>						<i>ИрГАУ инженерный ф-т 1 курс 1 группа</i>		
<i>Утв.</i>								

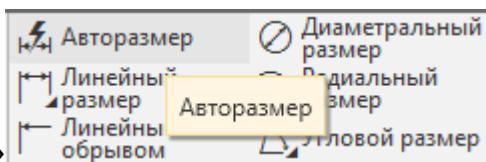
3. Вычерчиваем условие задачи

Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА» и «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ» выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».

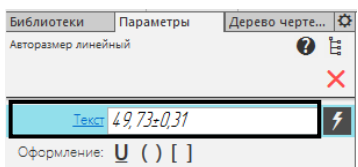
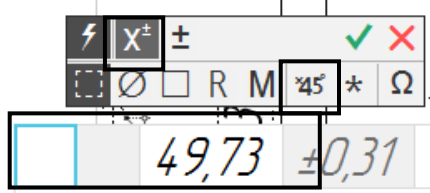

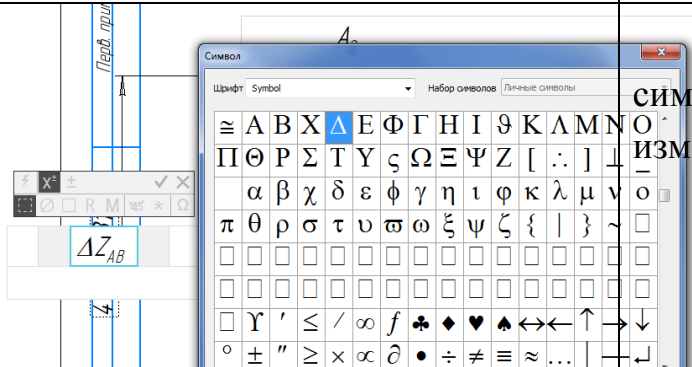



4. Определение натуральной величины отрезка и углов наклона к плоскостям проекций

Определяем разность координат концов отрезка на одной из проекций. В нашем случае, на фронтальной проекции, рис. 19. Используем операцию «ОТРЕЗОК», стиль – **тонкая**, на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Разность координат обозначаем с помощью операции «АВТОРАЗМЕР» на панели

«РАЗМЕРЫ»  , сдвигайте мышь вправо до того момента пока размерная линия не заняла вертикальное положение.

Для обозначения разности координат ΔZ_{AB} на размерной линии необходимо:

	<p>Щелкнуть мышью по строке «ТЕКСТ»</p>
	<p>В появившемся окне отключить отклонения размеров с помощью кнопки </p>
	<p>С помощью клавиатуры и СИМВОЛОВ  и индекса изменить надпись на ΔZ_{AB}</p>

После изменений зафиксировать размерную линию как показано на рис. 20.

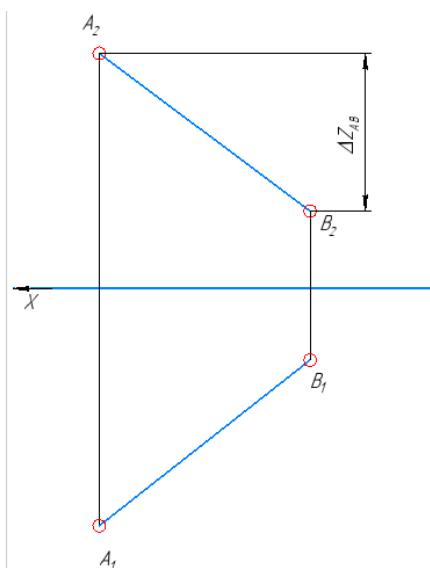

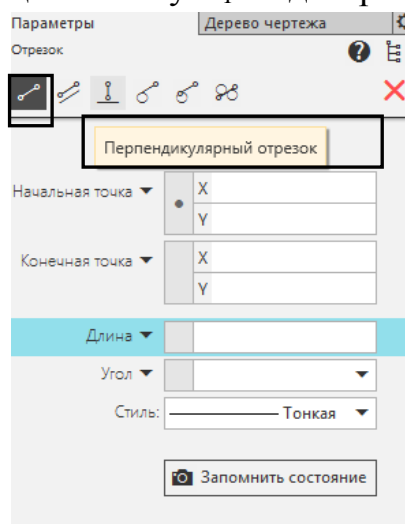


Рисунок 20 – Разность координат z концов отрезка АВ

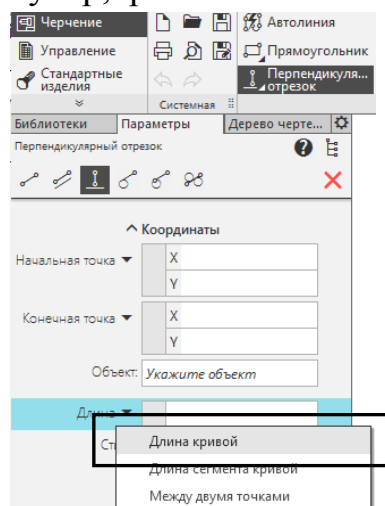
Для нахождения натуральной величины отрезка необходимо построить гипотенузу в прямоугольном треугольнике, один катет которого проекция отрезка, другой – разность координат, взятая с противоположной проекции.

Строим прямоугольный треугольник. Один катет – горизонтальная проекция отрезка (A_1B_1). Второй катет: отрезок равный разности координат концов отрезка, взятый с фронтальной проекции отрезка AB (ΔZ_{AB}).

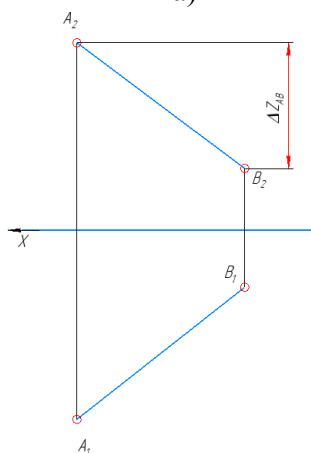
Выбираем на панели параметров «ОТРЕЗОК» операцию «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЙ ОТРЕЗОК» , рис.21 а. Выделив мишенью (мышью) отрезок, к которому строим перпендикуляр, проводим прямую из точки B , стилем – основная. Далее во вкладке «ДЛИНА» выбираем «ДЛИНА КРИВОЙ», рис. 21б. Выбираем с помощью мыши отрезок соответствующий разности координат – размерную линию на фронтальной проекции, он окрасится в красный цвет, рис. 21с. Далее указываем с помощью мыши начало перпендикуляра на горизонтальной плоскости проекций– точку B_1 . И достраиваем перпендикуляр, рис.21д.



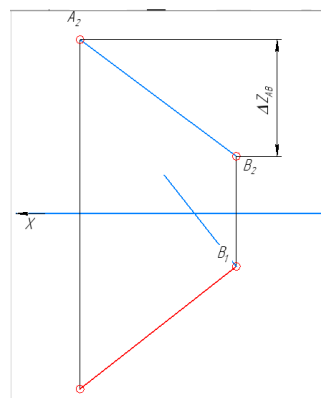
а)



б)



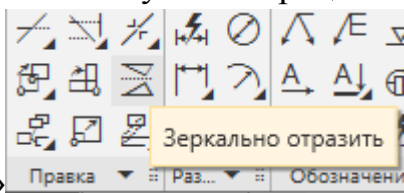
с)




д)

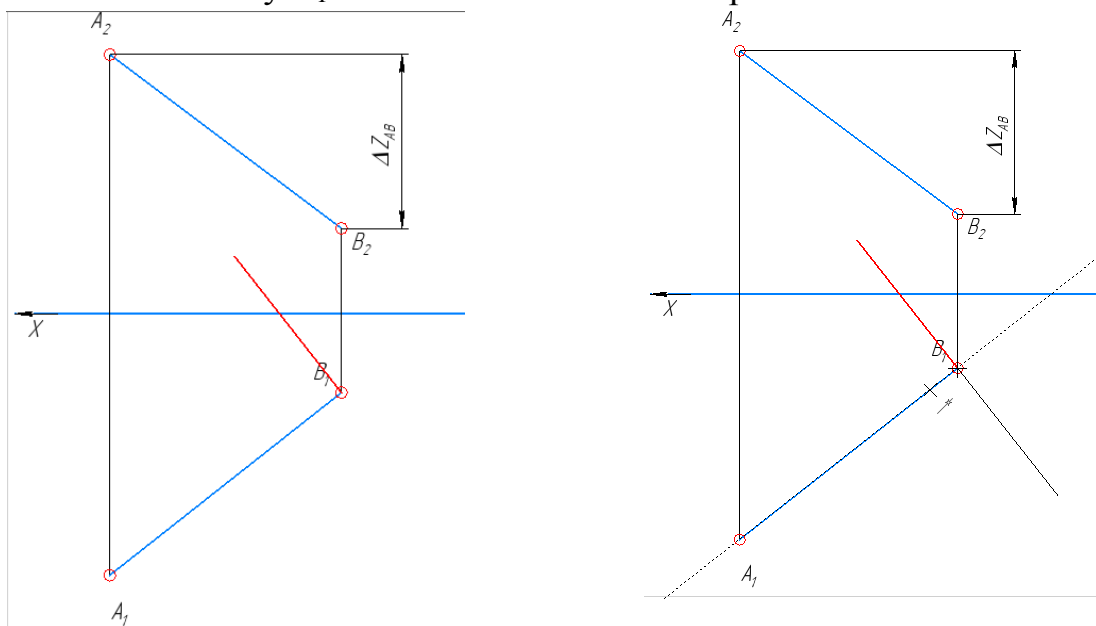
Рисунок 21- Построение перпендикуляра

В случае необходимости можно изменить положение отрезка на симметричное. Чтобы отрезок занял удобное, для дальнейших построений положение используем операцию «ЗЕРКАЛЬНО ОТРАЗИТЬ» на панели



«ПРАВКА»

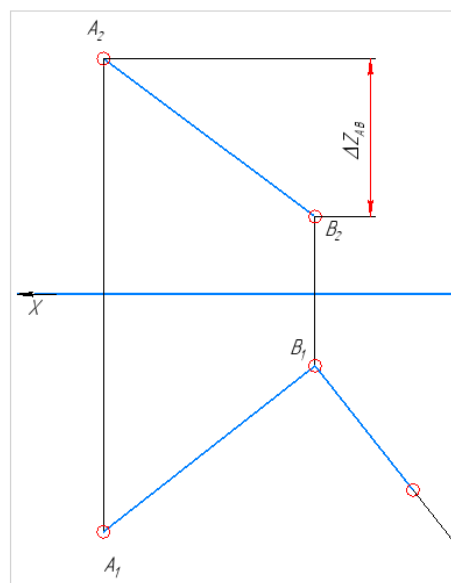
Выбираем перпендикуляр с помощью мыши. Далее создать объект . Указываем точку B_1 в качестве точки симметрии.



Необходимо поставить галочку в строке параметров «УДАЛЯТЬ ИСХОДНЫЕ ОБЪЕКТЫ» и закончить операцию.

Соединяем полученную точки и горизонтальную проекцию точки A . Натуральной величиной отрезка является гипотенуза построенного треугольника.

В результате построения получаем натуральную величину отрезка AB и угол наклона отрезка к горизонтальной плоскости проекций Π_1 , рис. 22.



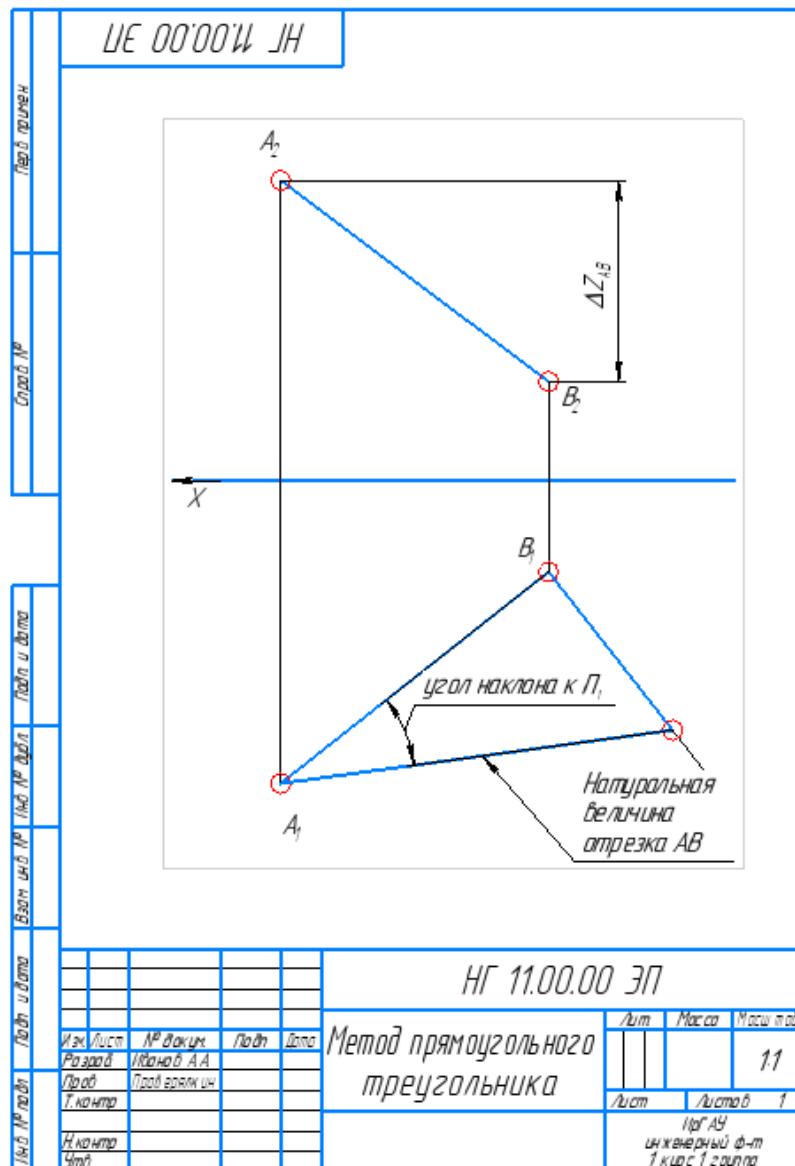


Рисунок 22 – Пример выполнения задания

Второй вариант решения задачи и определение угла наклона к плоскости Π_2 выполнить **САМОСТОЯТЕЛЬНО**.

2.4 Проецирование прямого угла

- Угол стороны, которого расположены параллельно плоскости проекций, проектируется на нее без искажений.
- Если в пространстве две прямые взаимно перпендикулярные пересекающиеся прямые, одна из которых расположена параллельно плоскости проекций, то их проекции тоже будут взаимно перпендикулярны
- Прямой угол пересечения или скрещения проецируется в натуральную величину на горизонтальной проекции, если одна из его сторон горизонталь (рис. 23, а), и на фронтальной, если одна из его сторон фронталь (рис. 23, б).

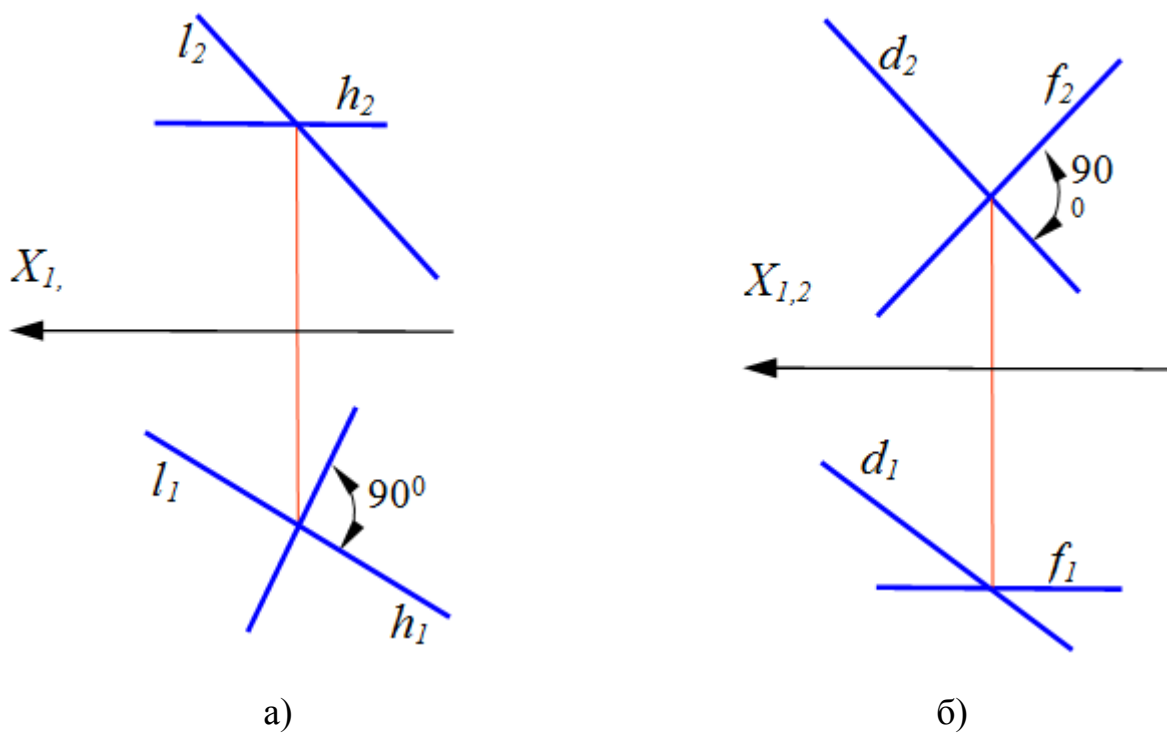
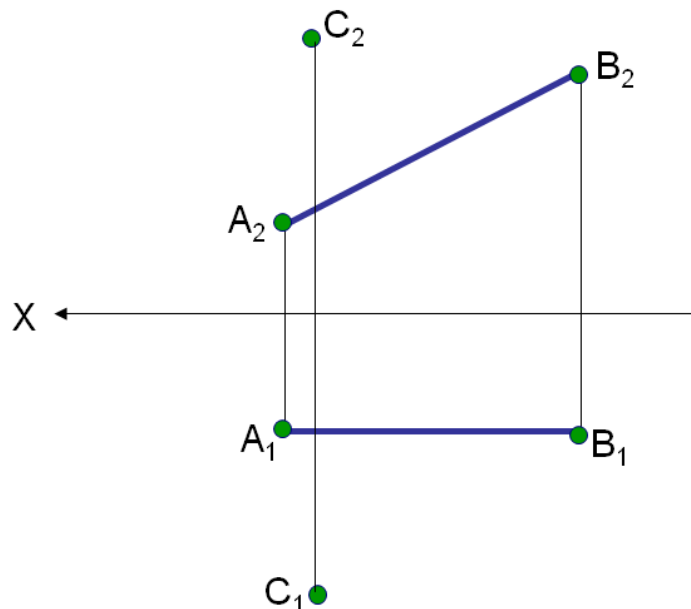


Рисунок 23 – Проекции прямого угла

ЗАДАЧА 1

- Через точку C провести прямую, пересекающую прямую AB под прямым углом.
- Определить расстояние от точки C до прямой AB



Пример выполнения задания представлен на рисунке 24:

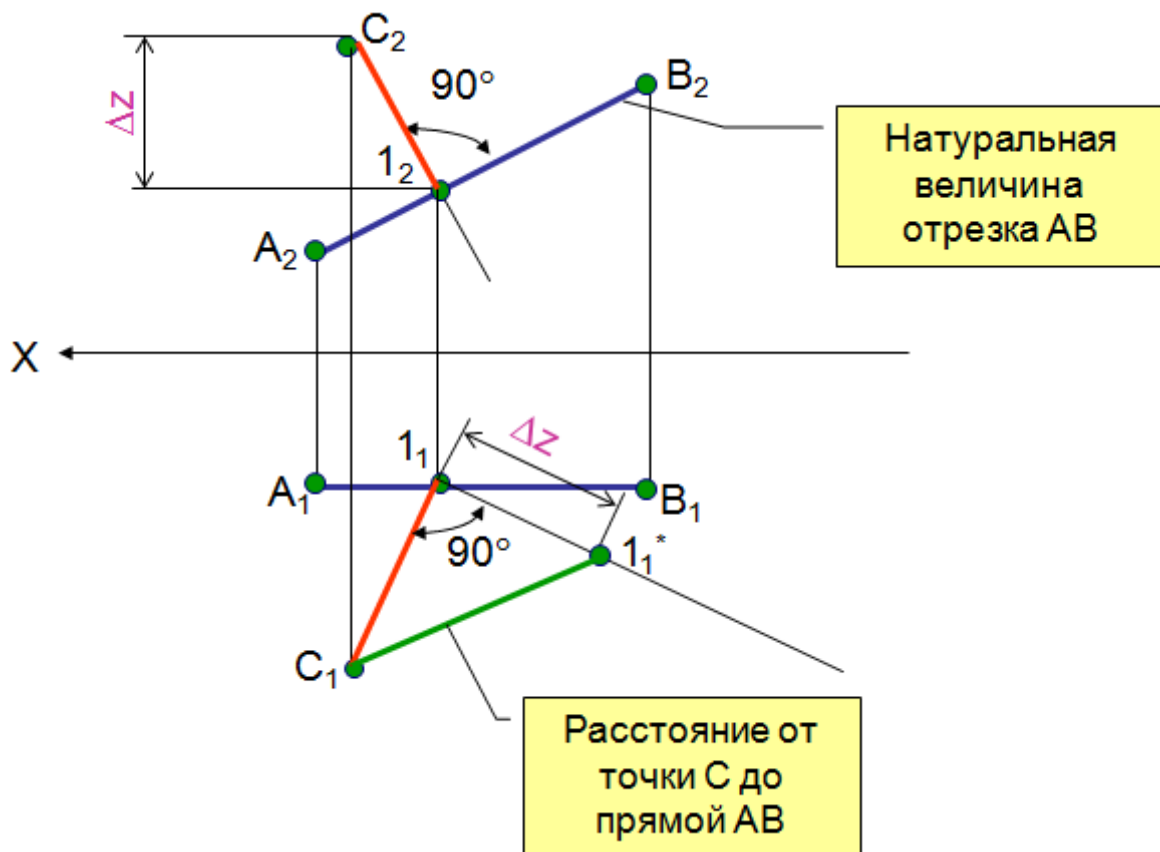

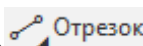



Рисунок 24 – Пример выполнения задания

Порядок решения задачи в программе КОМПАС:

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

				<i>НГ 11.00.00</i>				
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Расстояние от точки прямой</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.В.</i>					<i>У</i>		<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>	<i>Проверялкин</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>						<i>ИрГАУ, инженерный факультет</i>		
<i>Н.контр.</i>						<i>1 курс 1 группа</i>		
<i>Утв.</i>					<i>направление 35.03.06</i>			

3. **Вычертить условие задачи.** Вычерчиваем условие произвольно, без координат используя Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».

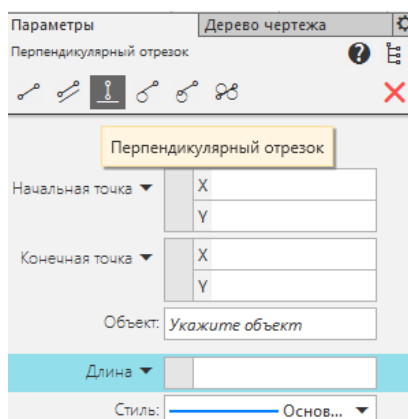
00'00'' НН

	НГ 11.00.00																																														
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Иск.</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Лист</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">№ докум.</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Подп.</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Дата</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">Разраб.</td> <td style="border: 1px solid black;">Искандер А.А.</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">Проб.</td> <td style="border: 1px solid black;">Табеев И.А.</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">Т.контр.</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">Н.контр.</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;">Утв.</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> </tr> </table>	Иск.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Разраб.	Искандер А.А.				Проб.	Табеев И.А.				Т.контр.					Н.контр.					Утв.					<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; border: 1px solid black;">Расстояние от точки до прямой</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Лист</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">Масштаб</td> <td style="width: 10%; border: 1px solid black;">И.группа</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">11</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;">Лист</td> <td style="border: 1px solid black;">Листов</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="border: 1px solid black; text-align: center;">ИрГАУ инж. ф-т 1 курс 1 группа</td> </tr> </table>	Расстояние от точки до прямой	Лист	Масштаб	И.группа				11		Лист	Листов	1	ИрГАУ инж. ф-т 1 курс 1 группа			
Иск.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата																																											
Разраб.	Искандер А.А.																																														
Проб.	Табеев И.А.																																														
Т.контр.																																															
Н.контр.																																															
Утв.																																															
Расстояние от точки до прямой	Лист	Масштаб	И.группа																																												
			11																																												
	Лист	Листов	1																																												
ИрГАУ инж. ф-т 1 курс 1 группа																																															

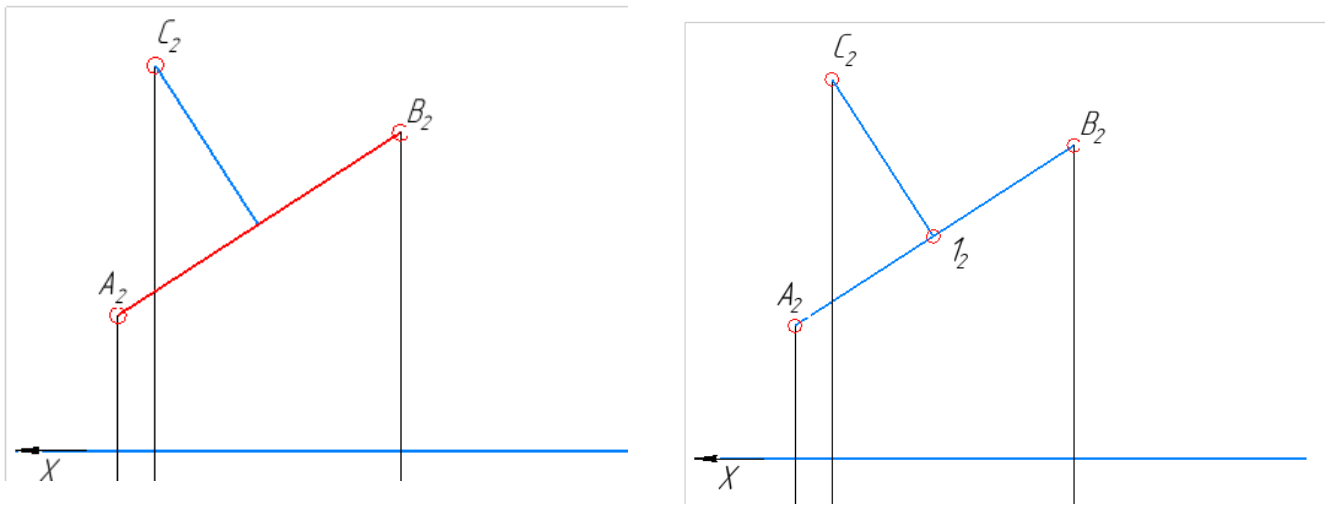
4. Опускаем перпендикуляр из точки С к прямой АВ.

Так как прямая АВ является фронталью, то ее фронтальная проекция – натуральная величина. Согласно теореме о проекции прямых углов, строим перпендикуляр к фронтальной проекции A_2B_2 , определяем положение основания перпендикуляра - точку 1, как точку пересечения фронтальной перпендикуляра и заданной прямой.

Для построения перпендикуляра выбираем в операции «ОТРЕЗОК» → «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЙ ОТРЕЗОК».



Указываем с помощью мыши отрезок A_2B_2 к которому будем проводить перпендикуляр. Отрезок окрасится в красный цвет. Указываем мышью начало перпендикуляра – точку C_2 и строим отрезок до пересечения с отрезком A_2B_2 . В результате получаем основание перпендикуляра – точку I_2 .



Достраиваем основание перпендикуляра на горизонтальной плоскости проекций с помощью линии связи.

Лист	Листов	Дата														
Изм.	Лист	ИР				Лист	Дата									
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">Лист</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Листов</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Дата</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">Изм.</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Лист</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">ИР</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">Лист</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Листов</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Дата</td> </tr> <tr> <td style="width: 20px; text-align: center;">Изм.</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">Лист</td> <td style="width: 20px; text-align: center;">ИР</td> </tr> </table>					Лист	Листов	Дата	Изм.	Лист	ИР	Лист	Листов	Дата	Изм.	Лист	ИР
Лист	Листов	Дата														
Изм.	Лист	ИР														
Лист	Листов	Дата														
Изм.	Лист	ИР														

5. **Определяем расстояние от точки до прямой** (длину отрезка C_1).

Длину отрезка C_1 определяем методом прямоугольного треугольника. (пример определения натуральной величины отрезка см. в предыдущей задаче – задача на определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника).

Пример выполнения задания представлен на рис. 25.

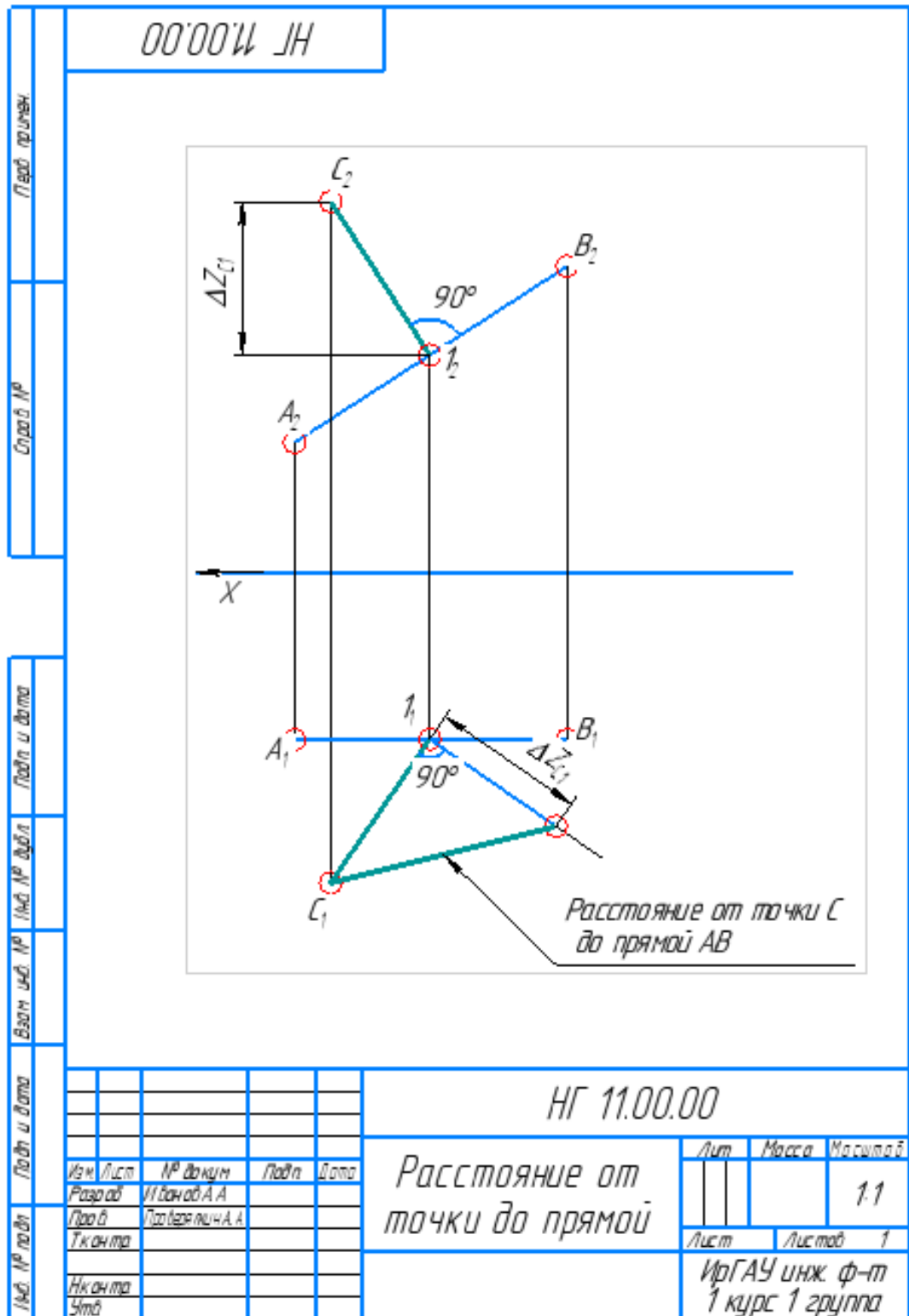


Рисунок 25 - Пример выполнения задачи

2.5 Следы прямой

След прямой – точка пересечения прямой с плоскостью проекций, рис. 26. В зависимости от расположения следов по отношению к плоскостям проекций они делятся на: **горизонтальный (Н)**, **фронтальный (V)** и **профильный (W)**.

Таким образом, след – это точка, принадлежащая плоскости проекций, т.е. одна ее проекция будет расположена в плоскости, которой она принадлежит, а две другие проекции будут лежать на осях координат, рис.26.

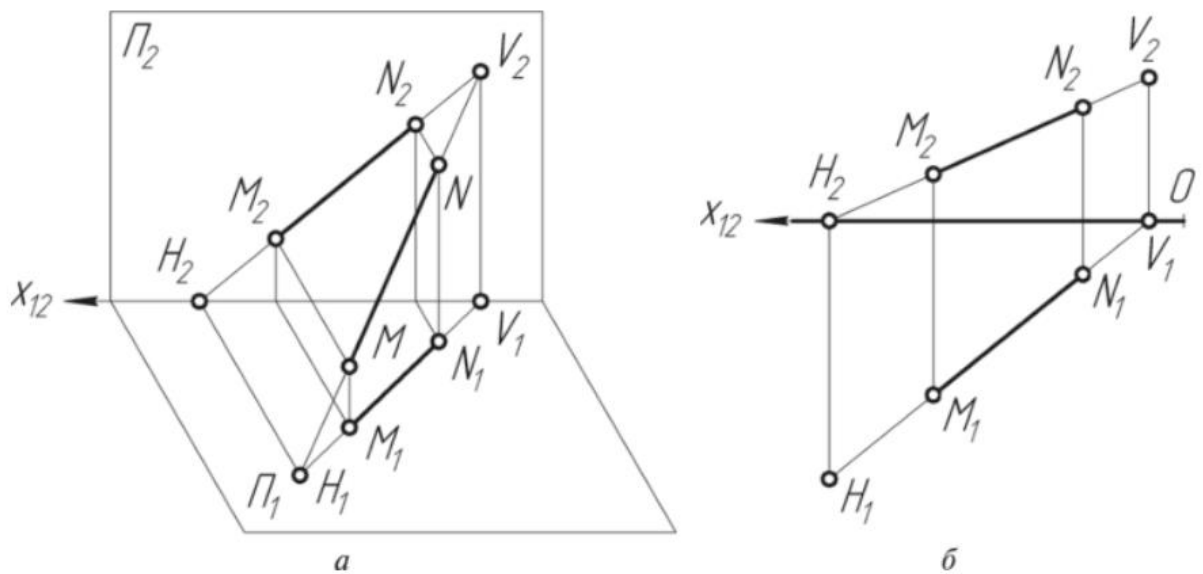


Рисунок 26 – Следы прямой общего положения: а – пространственный чертеж; б- эпюр следов прямой

Для определения **горизонтального следа (Н)**, рис. 26 б, необходимо продолжить фронтальную проекцию отрезка до пересечения с осью проекций и опустить перпендикуляр из полученной точки на продолжение горизонтальной проекции отрезка. Полученная точка - горизонтальный след, его фронтальная проекция лежит на оси, горизонтальная проекция принадлежит продолжению горизонтальной проекции отрезка и горизонтальной плоскости проекций

Для определения **фронтального следа (V)**, рис. 26 б, необходимо продолжить горизонтальную проекцию отрезка до пересечения с осью проекций и опустить перпендикуляр из полученной точки на продолжение фронтальной проекции отрезка. Полученная точка - фронтальный след, его горизонтальная проекция лежит на оси, фронтальная проекция принадлежит

продолжению фронтальной проекции отрезка и фронтальной плоскости проекций.

Прямая не имеет следа на плоскости проекций, в том случае, если она параллельна этой плоскости.

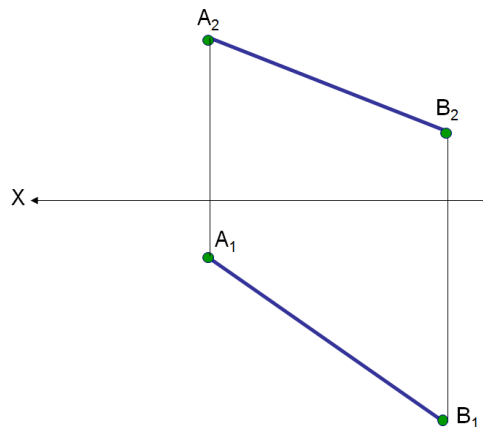
Тогда, прямая общего положения (не параллельная ни одной из плоскостей проекций) имеет **три** следа. Прямые уровня (параллельные одной плоскости проекций) будут иметь **два** следа. Проецирующие прямые (параллельные двум плоскостям проекций) – **один** след.

ЗАДАНИЯ

ЗАДАЧА 1

Построить следы прямой.

Пояснения. Прямая занимает общее положение в пространстве. Решение задачи сводится к общему приему определения следов прямой



Пример выполнения задания приведен на рис. 27.

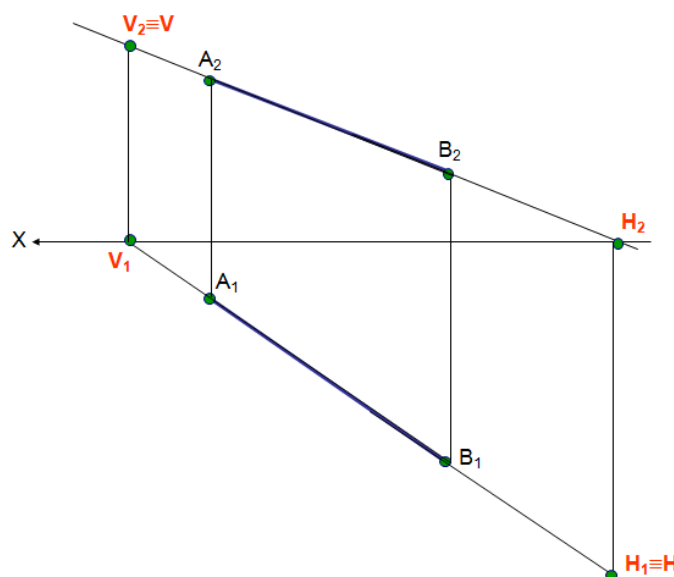


Рисунок 27 - Пример выполнения задания

Пример выполнения задачи в программе КОМПАС


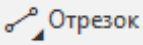

1. Создаем формат А4 в программе КОМПАС

Формат А4 создается по умолчанию в программе КОМПАС.

2. Заполняем основную надпись

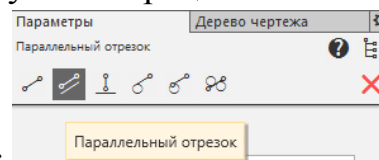
					<i>НГ 11.00.00</i>			
						<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Следы прямой</i>	<i>У</i>		<i>1:1</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.В.</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Пров.</i>	<i>Проверялкин</i>					<i>ИрГАУ, инженерный факультет 1 курс 1 группа направление 35.03.06</i>		
<i>Т.контр.</i>								
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Строим условие задачи

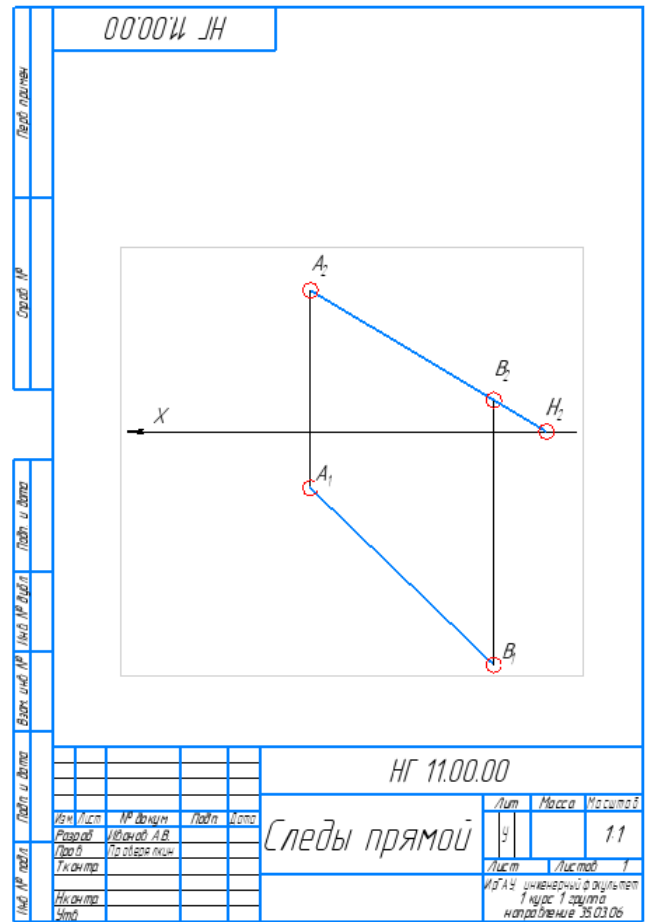
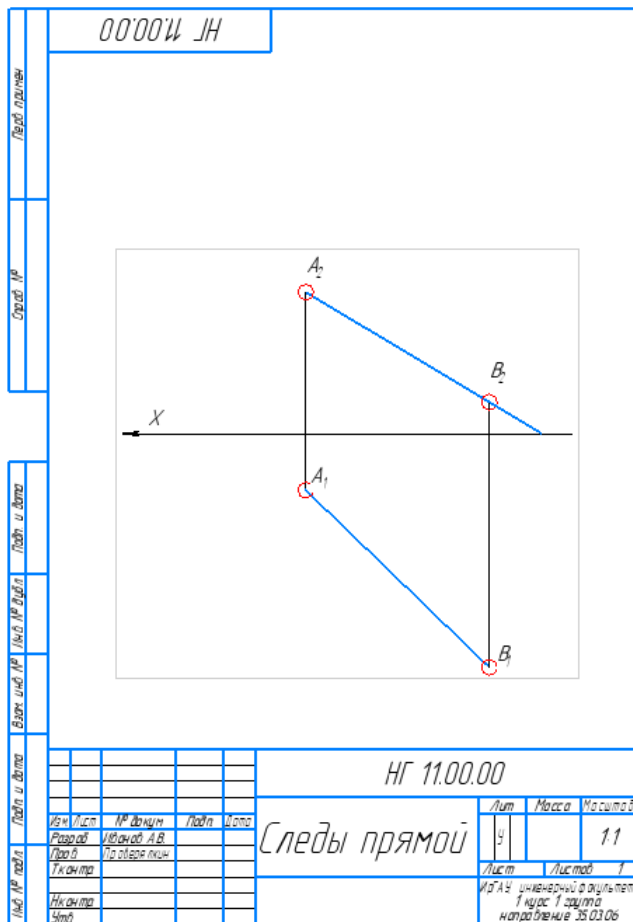
Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». При построении задания, проекции прямой необходимо наклонить к оси координат под более острым углом, чтобы продолжение проекций пересекало ось на поле чертежа.

4. Построение горизонтального следа прямой

Продолжаем фронтальную проекцию отрезка A_2B_2 до пересечения с осью координат. Для построения используйте операцию «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ



ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Для этого щелчком мыши выделяем проекции отрезка. Продолжаем отрезок A_2B_2 до пересечения с осью X , рис. 28 а. Точка (H_2) - фронтальная проекция горизонтального следа, рис. 28 б.



а) б)
 Рисунок 29 – Построение горизонтального следа прямой АВ

Восстанавливаем из точки H_2 вертикальную линию связи, на продолжение горизонтальной проекции отрезка A_1B_1 , используя операцию «ОТРЕЗОК», стиль – тонкая. Полученная в пересечении линии связи и проекции A_1B_1 точка $H_1(H)$ – горизонтальная проекция горизонтального следа и сам горизонтальный след прямой АВ, , рис. 29.

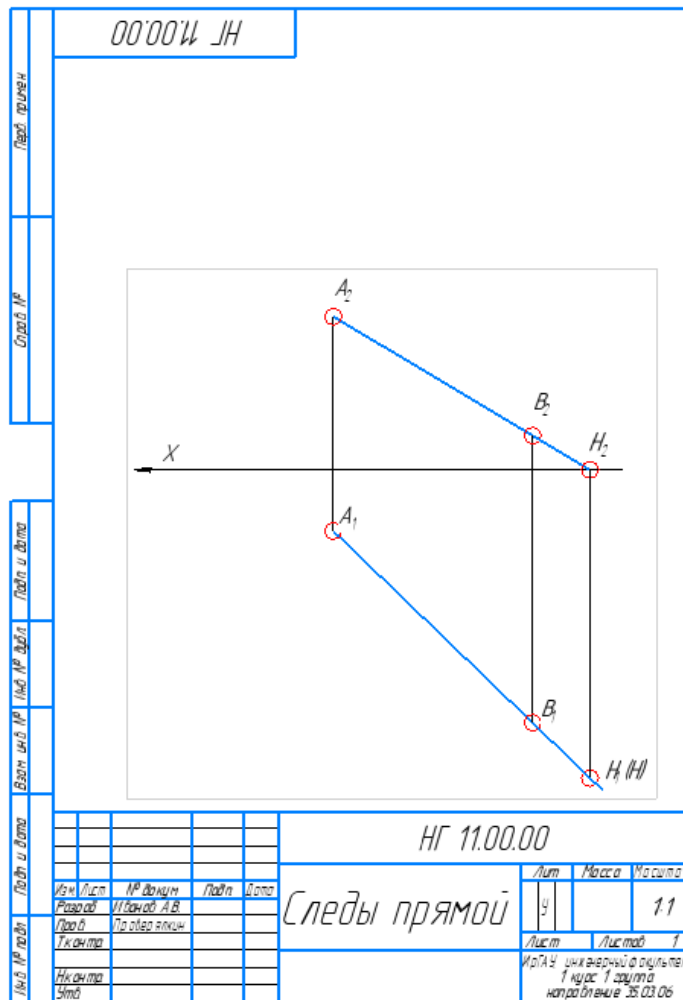
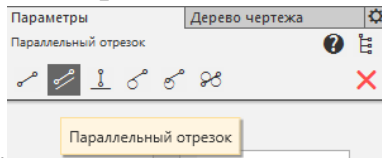


Рисунок 29 – Пример определения горизонтального следа отрезка АВ общего положения

5. Построение фронтального следа прямой

Продолжаем горизонтальную проекцию отрезка A_1B_1 до пересечения с осью координат. Воспользуйтесь операцией «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ

ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».  стиль - основная, рис.30. Получаем точку (V_1) – горизонтальная проекция фронтального следа.

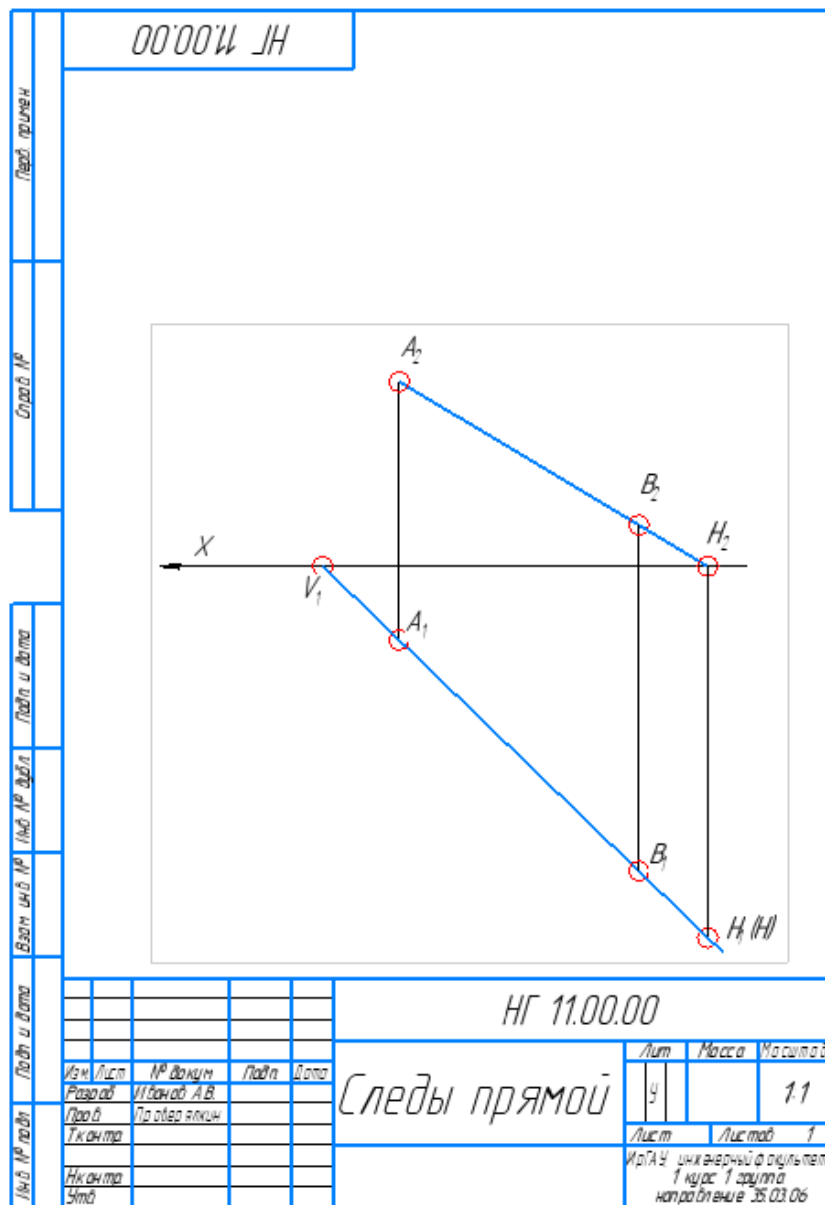


Рисунок 30 – Построение фронтального следа прямой АВ

Восстанавливаем из точки V_1 вертикальную линию связи на продолжение фронтальной проекции отрезка A_2B_2 , используя операцию «ОТРЕЗОК», стиль – тонкая. Полученная в пересечении линии связи и проекции A_2B_2 точка $V_2(V)$ – фронтальная проекция фронтального следа и сам фронтальный след прямой АВ, рис. 31.

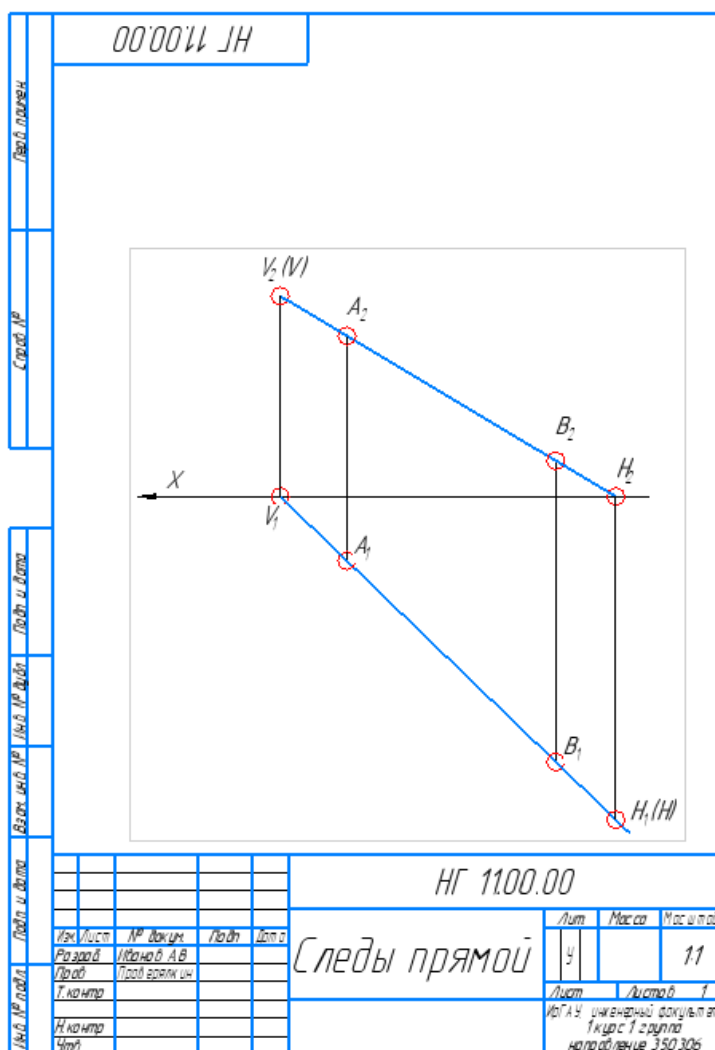


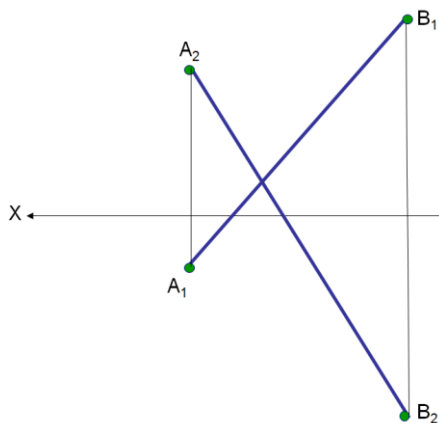
Рисунок 31 – Пример определения фронтального следа отрезка АВ общего положения

Решить задачи САМОСТОЯТЕЛЬНО

ЗАДАЧА 2

Построить следы прямой АВ

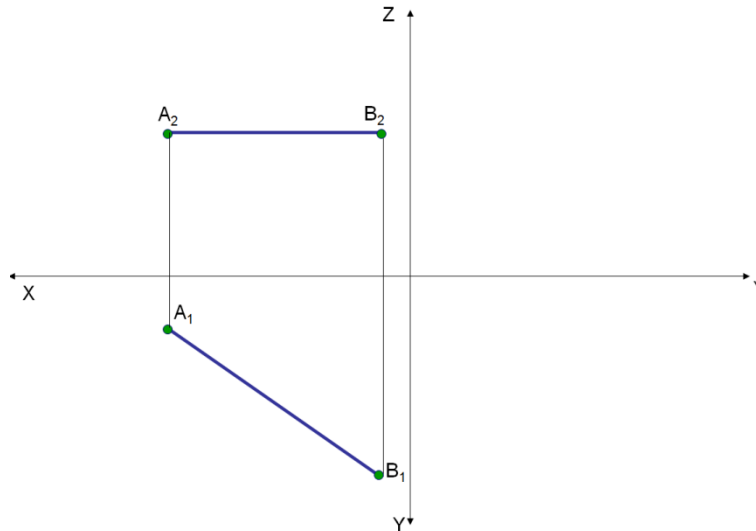
Пояснения к задаче. Прямая АВ – прямая общего положения. Задача решается с помощью общего подхода



ЗАДАЧА 3

Построить следы прямой АВ

Пояснения к задаче. Прямая АВ – прямая частного положения. Для решения необходимо определить положение прямой в пространстве и далее найти следы прямой АВ.



Глава №3

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Цели занятия

1. Изучить алгоритмы решения задач по теме: Позиционные задачи.
2. Решить задачи по теме курса и оформить их решение в КОМПАС v17.

3.1 Прямая и точка

Точка принадлежит прямой, если ее проекции принадлежат одноименным проекциям прямой, и не принадлежит прямой, если хотя бы одна ее проекция не принадлежит одноименной проекции прямой.

На рисунке точка С принадлежит прямой m ($C \in m$), так как обе проекции точки лежат на соответствующих проекциях прямой ($C_1 \in m_1$, $C_2 \in m_2$). Точка К не принадлежит прямой n ($K \notin n$), хотя фронтальная проекция точки и принадлежит фронтальной проекции прямой ($K_2 \in n_2$), но горизонтальная проекция точки не лежит на горизонтальной проекции прямой ($K_1 \notin n_1$). Точка

F не может принадлежать прямой k ($F \notin k$), так как прямая k расположена в первом октанте, а точка F в третьем октанте пространства ($F_1 \notin k_1, F_2 \notin k_2$).

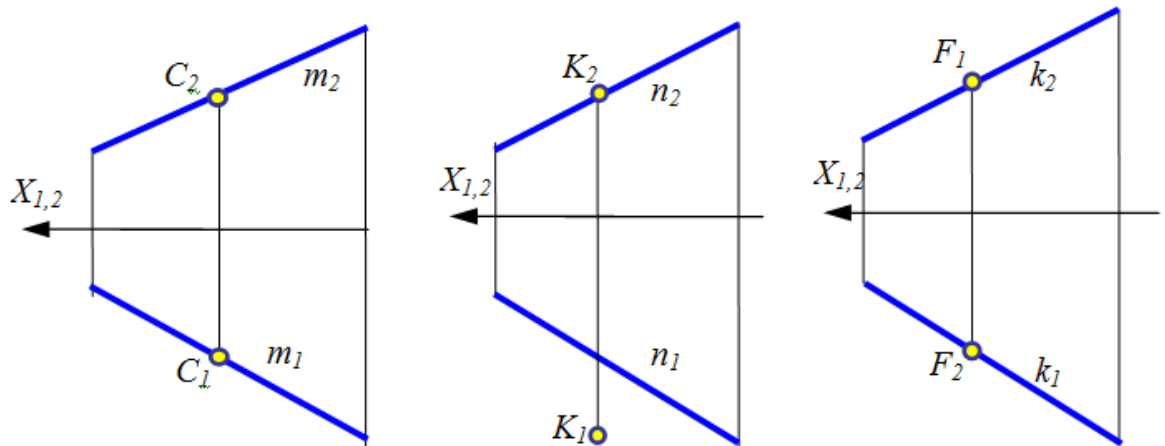


Рисунок 1 – Прямая и точка

Для профильной прямой (рис. 2, а) условия инцидентности недостаточно, так как, если прямая и точка принадлежат профильной плоскости уровня, то проекции точки всегда инцидентны проекции прямой. В этом случае необходимо внести определенность, обозначить на профильной прямой двумя точками произвольный отрезок. Любая точка, принадлежащая отрезку, должна делить этот отрезок на фронтальной и горизонтальной проекциях в одном и том же отношении.

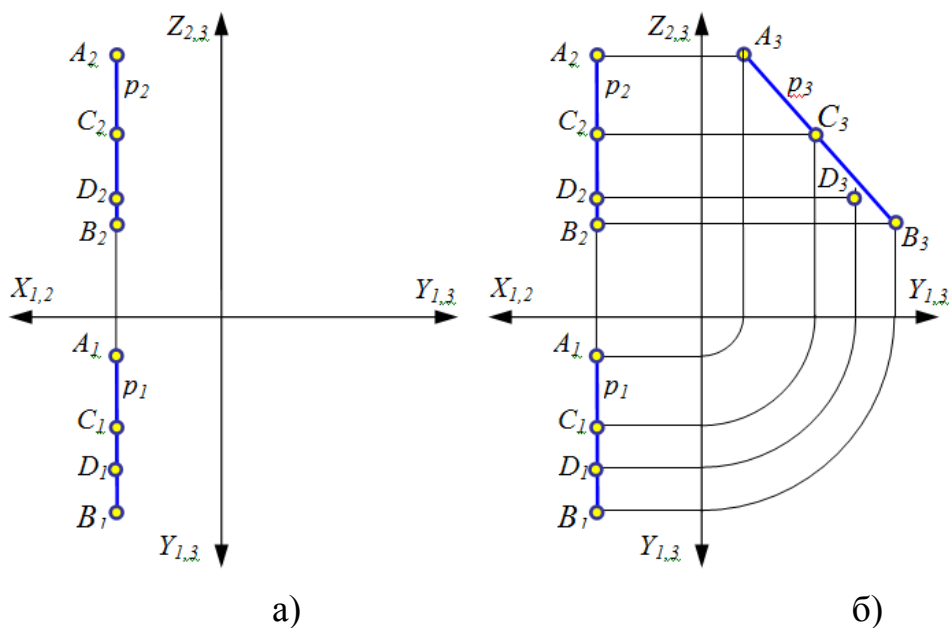


Рисунок 2 – Профильная прямая и точка

Точка С принадлежит профильной прямой p ($C \in p$):

$$\frac{A_1C_1}{C_1B_1} = \frac{A_2C_2}{C_2B_2}.$$

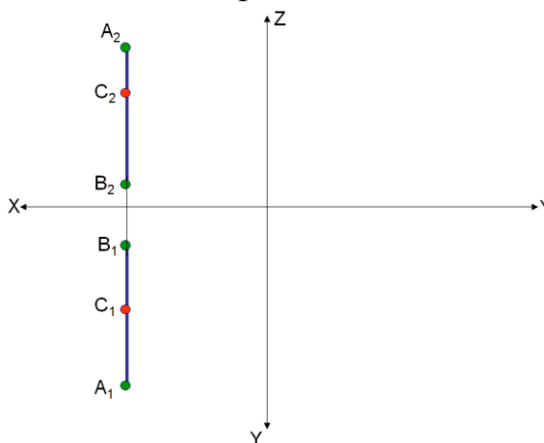
Точка D не принадлежит профильной прямой p ($D \notin p$):

$$\frac{A_1D_1}{D_1B_1} \neq \frac{A_2D_2}{D_2B_2}.$$

На рис. 2, б принадлежность определена построением профильной проекции прямой и точек ($C \in p$, $D \notin p$).

ЗАДАЧА 1

Определить взаимное положение прямой АВ и точки С.



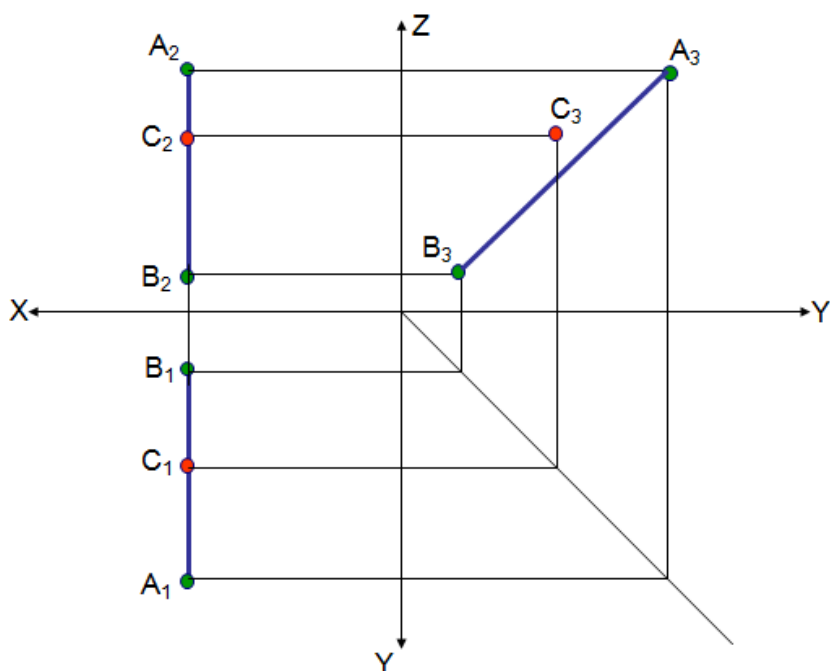
Пояснения. Так как прямая занимает частное положение – профильная прямая (прямая, параллельная профильной плоскости проекций), то решение задачи требует построение профильной проекции.

Необходимо построить профильную проекцию точки и прямой и определить их взаимное положение на профильной плоскости и сделать вывод о их взаимном положении в пространстве.

Порядок решения задач:

1. Открыть, ранее сохраненный файл «Оси», либо вычерчиваем оси координат;
2. В случае необходимости, поменять формат и оформление чертежа;
3. Заполнить основную надпись.
4. Построить горизонтальные, фронтальные и профильные проекции точек.
5. Построить проекции геометрической фигуры. Определить их положение в пространстве и взаимное положение.

Пример решения задачи

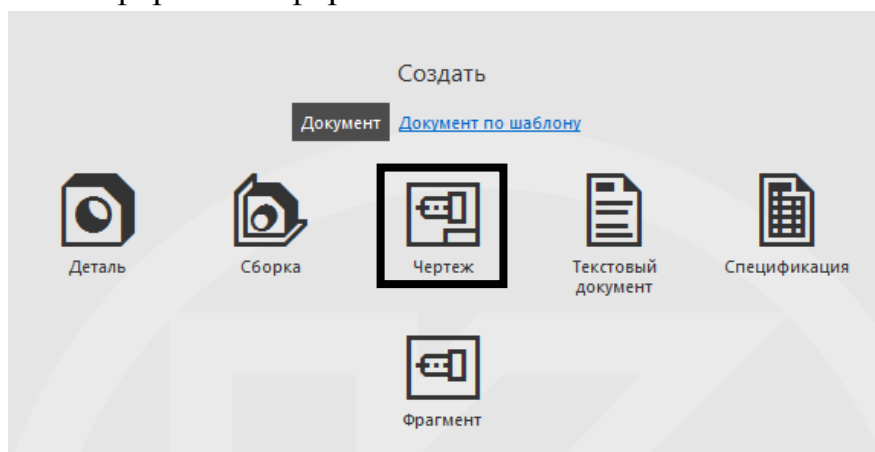


Пример выполнения задачи в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А3 в программе КОМПАС

Можно открыть файл «ОСИ», сохраненный в первой лабораторной работе.


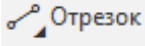

На стартовой странице программы КОМПАС выбираем вид документа «ЧЕРТЕЖ». По умолчанию создается чертеж формата А4. При необходимости меняем формат и оформление.

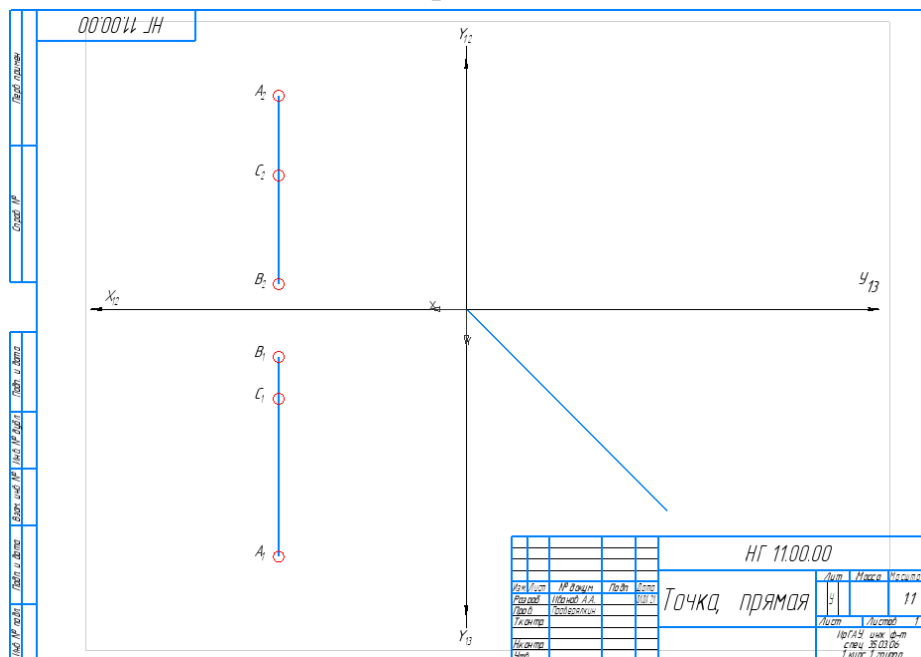


2. Заполнить основную надпись


				НГ 11.00.00				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Взаимное положение точки и прямой	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов А.В.					у		1:1
Пров.	Проверялкин					Лист	Листов	1
Т.контр.						ИрГАУ, инженерный факультет 1 курс 1 группа направление 35.03.06		
Н.контр.								
Утв.								

3. Вычертить условие задачи.

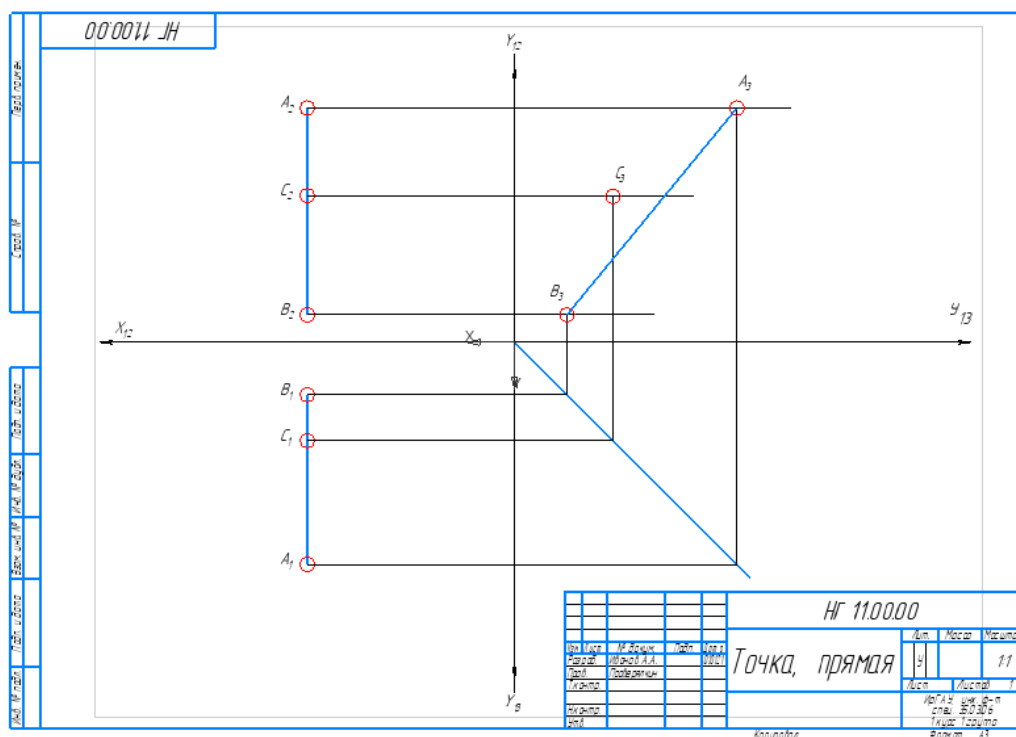
Вычерчиваем условие произвольно, без указания координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».



4. Достроить профильные проекции всех точек.

Используя биссектрису угла или дугу достраиваем профильные проекции точек А, В и С. Соединяем профильные проекции точек А и В с помощью операции «ОТРЕЗОК». Для построения используем операции «ТОЧКА», стиль – круг , «ОТРЕЗОК» и

«ДУГА», стиль – тонкая. Соединяем построенные точки с помощью операции «ОТРЕЗОК», стиль – основная.



5. Делаем вывод о принадлежности или не принадлежности точки прямой. В зависимости от выбранного Вами условия решение может получиться разное.

В нашем случае, точке не принадлежит прямой, так как профильная проекция точки C не принадлежит профильной проекции прямой AB

3.2 Взаимное положение прямых в пространстве

Если точки пересечения одноименных проекций прямых принадлежат одной вертикальной линии связи, прямые пересекаются.

На рис. 3, а прямые m и k пересекаются ($m \cap k$), так как ($m_1 \cap k_1, m_2 \cap k_2$).

На рис. 3, б прямые a и b скрещиваются ($a \not\subseteq b$). Прямые расположены в разных октантах пространства, прямая a расположена в первом, прямая b в третьем октанте.

Если точки пересечения одноименных проекций прямых не принадлежат одной вертикальной или горизонтальной линии связи, прямые скрещиваются. Прямые c и d на рис. 3, в скрещиваются ($c \not\subseteq d$).

Если одноименные проекции прямых параллельны между собой, то и прямые также параллельны.

Прямые l и d на рис. 3, г параллельны ($l \parallel d$).

Если проекции прямых не параллельны друг другу и не пересекаются, то прямые скрещиваются.

Прямые s и d , рисунок 3, в.

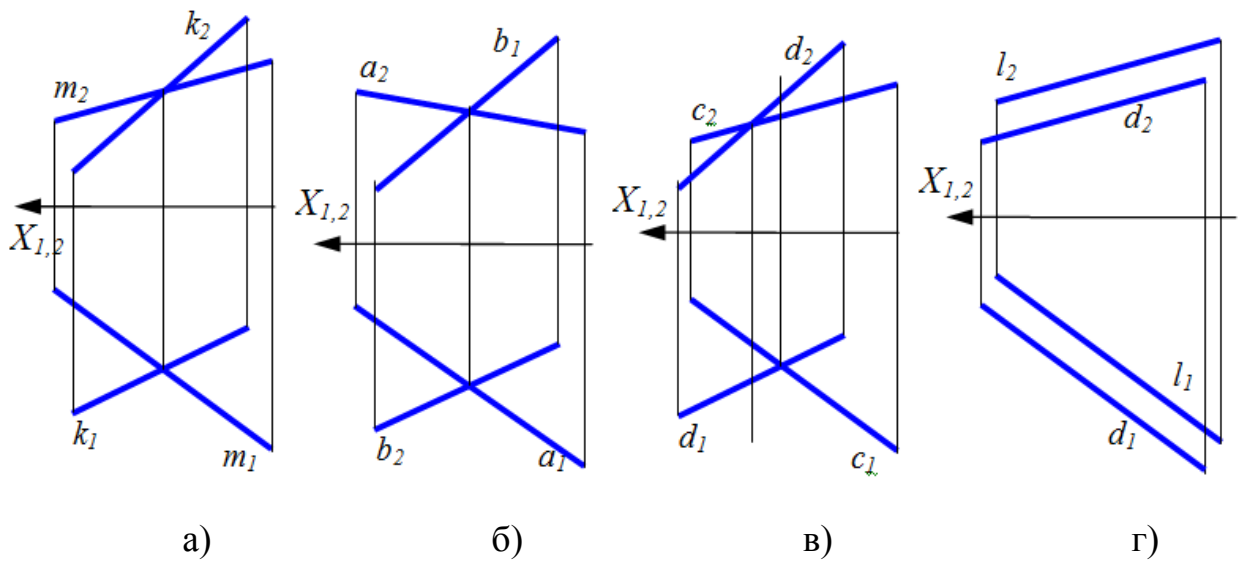
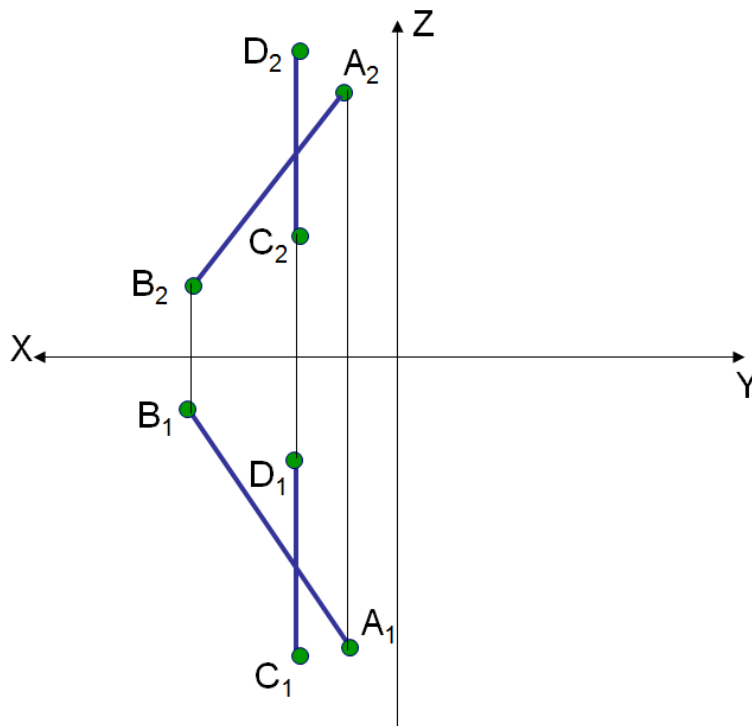


Рисунок 3 – Взаимное положение прямых

ЗАДАНИЕ

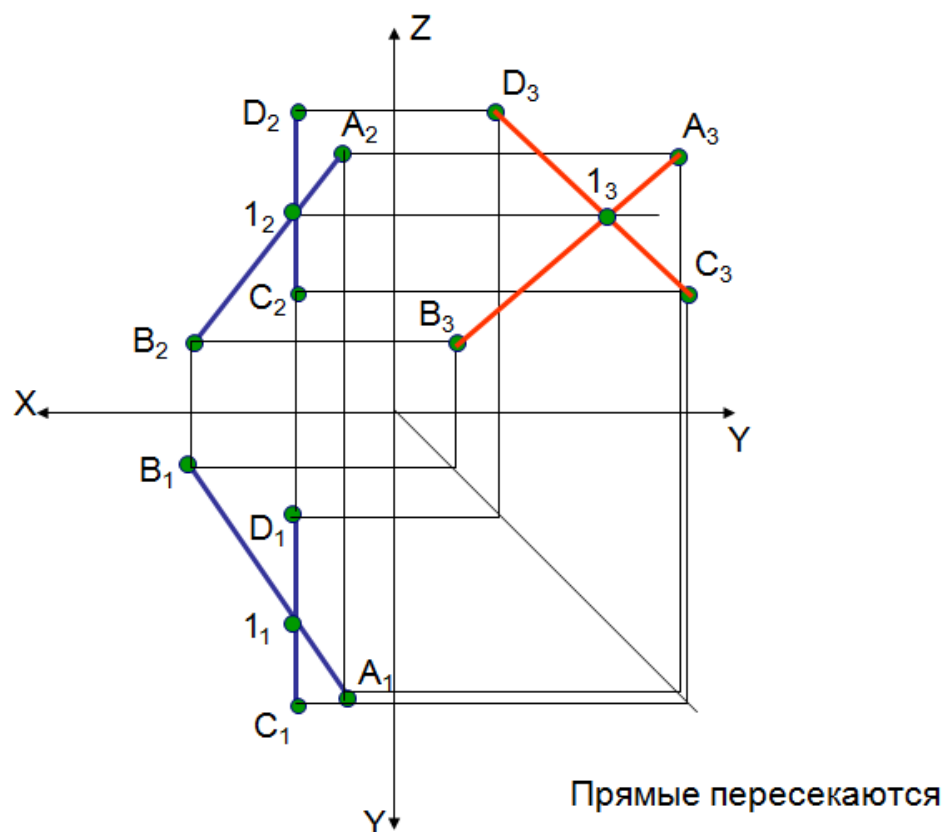
ЗАДАЧА 1

Определить взаимное положение прямых в пространстве.



Пример решения задачи:

Так как прямая CD является профильной прямой, то для решения данной задачи требуется построение профильной проекции.



Порядок решения задачи в программе КОМПАС:


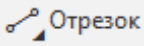

1. Создать чертеж формата А3

В программе КОМПАС создаем «ЧЕРТЕЖ», по умолчанию создается формат А4. Изменяем формат на А3 или открыть, ранее сохраненный файл «ОСИ».

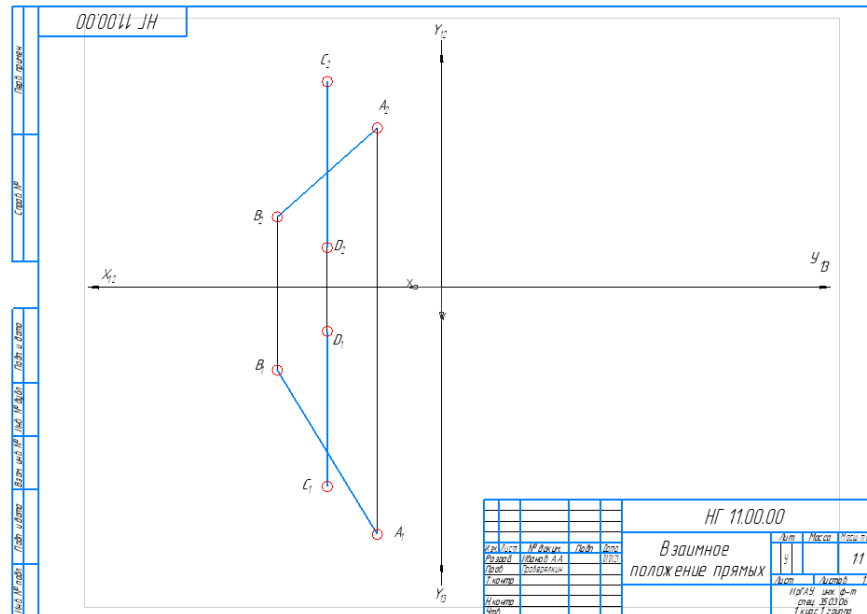
2. Заполнить основную надпись

				<i>НГ 11.00.00</i>					
				<i>Взаимное положение прямых</i>			Лит.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.				Дата	У	
Разраб.		Иванов А.А.		01.01.21					
Пров.		Проверялкин							
Т.контр.					Лист	Листов	1		
Н.контр.					ИрГАУ, инж. ф-т спец. 35.03.06 1 курс 1 группа				
Утв.									


3. Вычертить условие задачи.

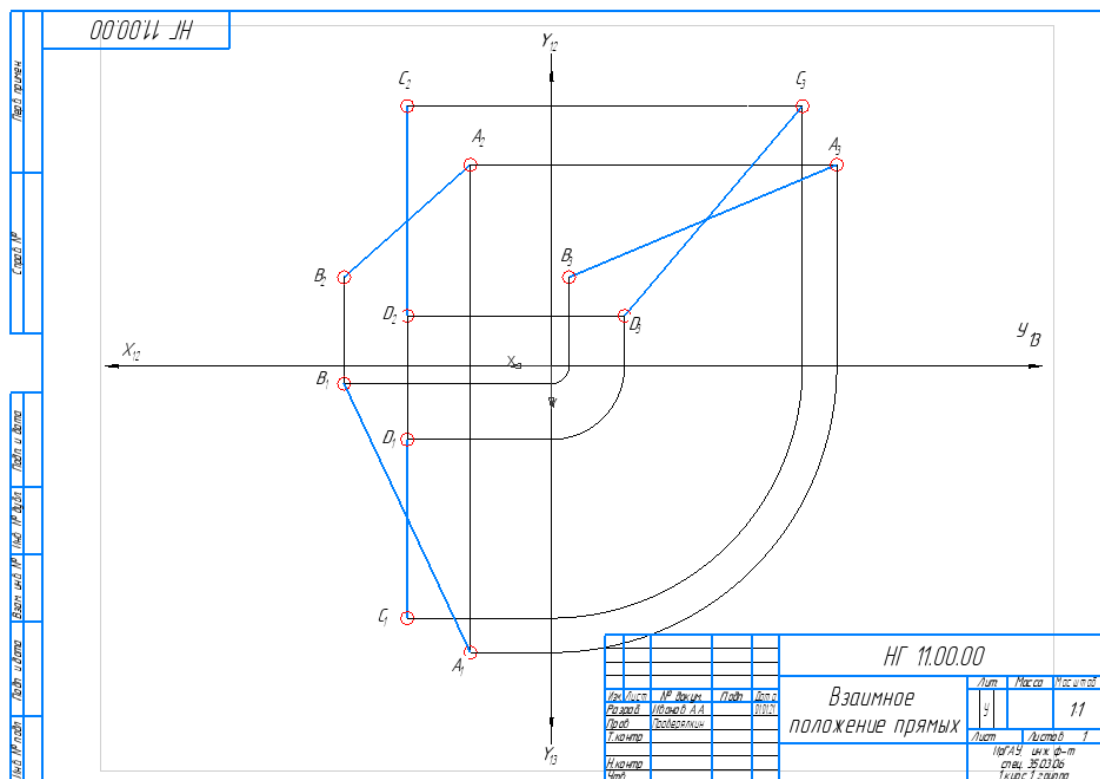
Вычерчиваем условие произвольно, без указания координат точек. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели

«ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия». Желательно располагать точки – концы отрезков НЕ на одной линии связи.



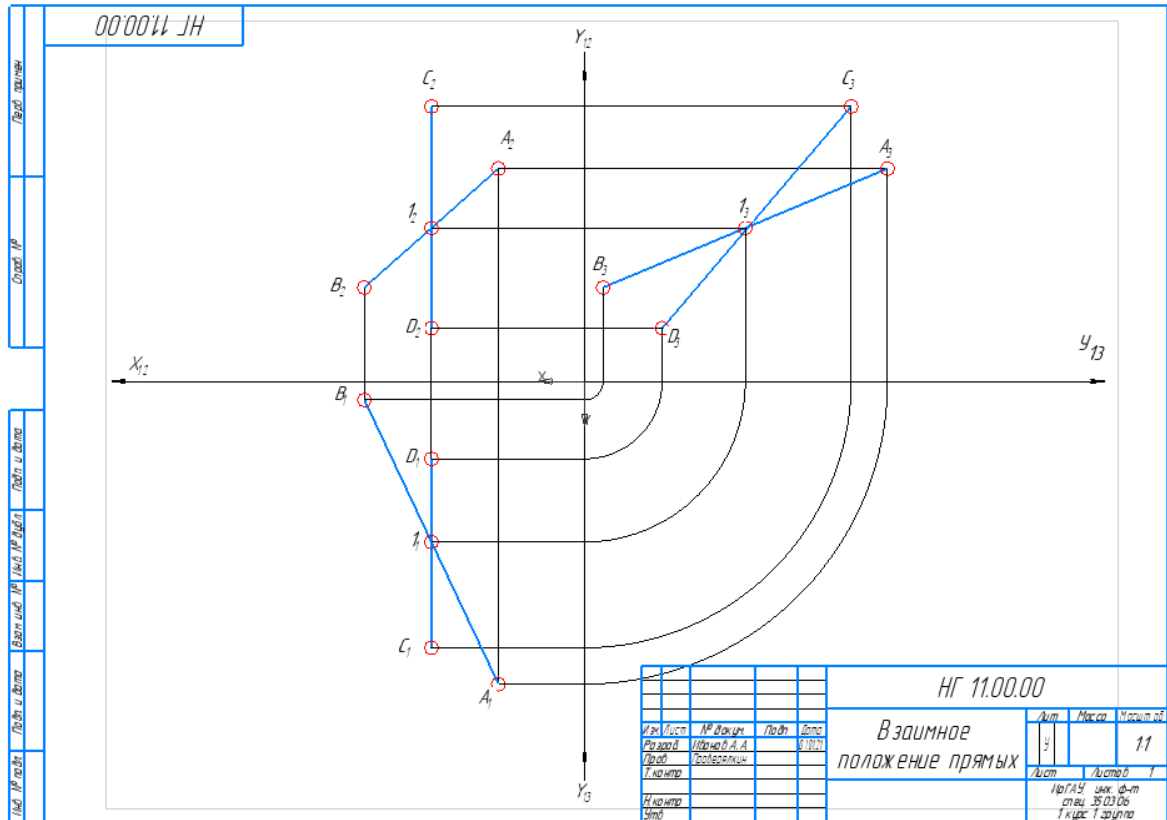
4. Достроить профильные проекции всех точек

Для построения профильных проекций используем биссектрису или дугу. Для построения используем операции «ТОЧКА», стиль – круг , «ОТРЕЗОК» и «ДУГА», стиль – тонкая. Соединяем построенные точки с помощью операции «ОТРЕЗОК», стиль – основная. Соединяем отдельно профильные проекции точек А и В, С и D.



5. Вывод

О взаимном положении прямых судят, исходя из условий пересечения, параллельности или скрещивания прямых.



В примере, прямые **пересекаются**, так как общая для прямых точка I находится на одном перпендикуляре к осям (условие пересечения прямых выполняется).

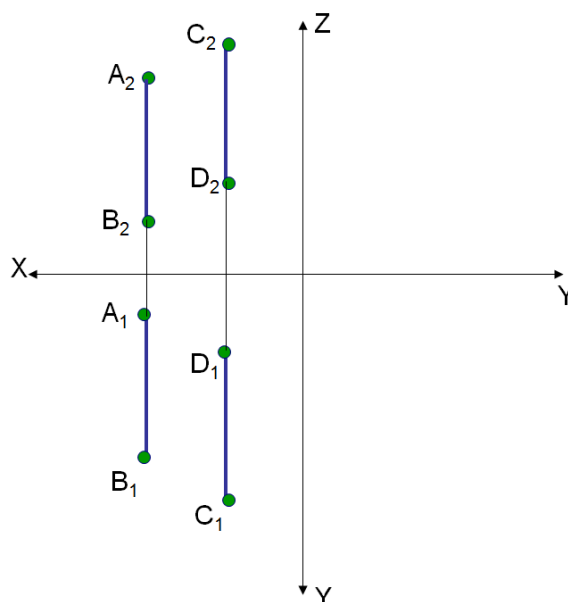
Пояснения. При решении могут получиться другие случаи взаимного положения прямых.

Решить задачи САМОСТОЯТЕЛЬНО:

ЗАДАЧА 2

Определить взаимное положение прямых в пространстве.

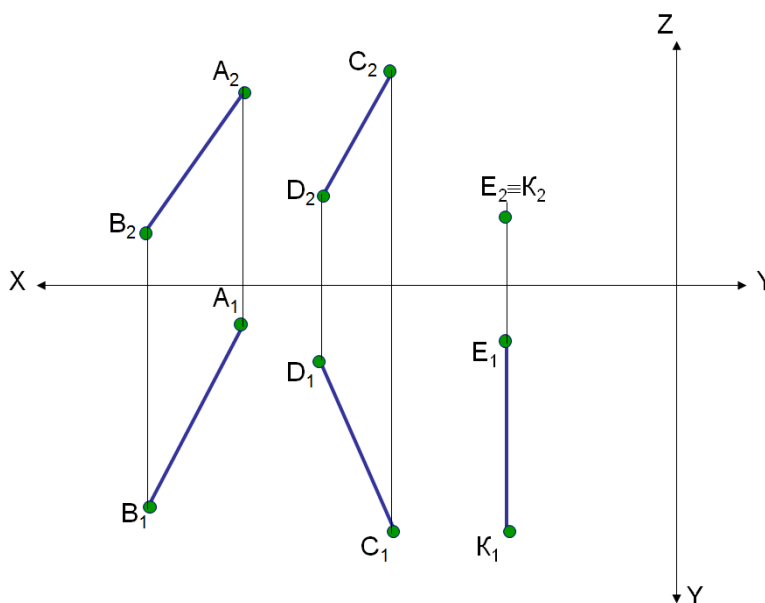
Пояснения: задача решается с помощью профильной проекции.



ЗАДАЧА 3

Пересечь заданные прямые, произвольной прямой

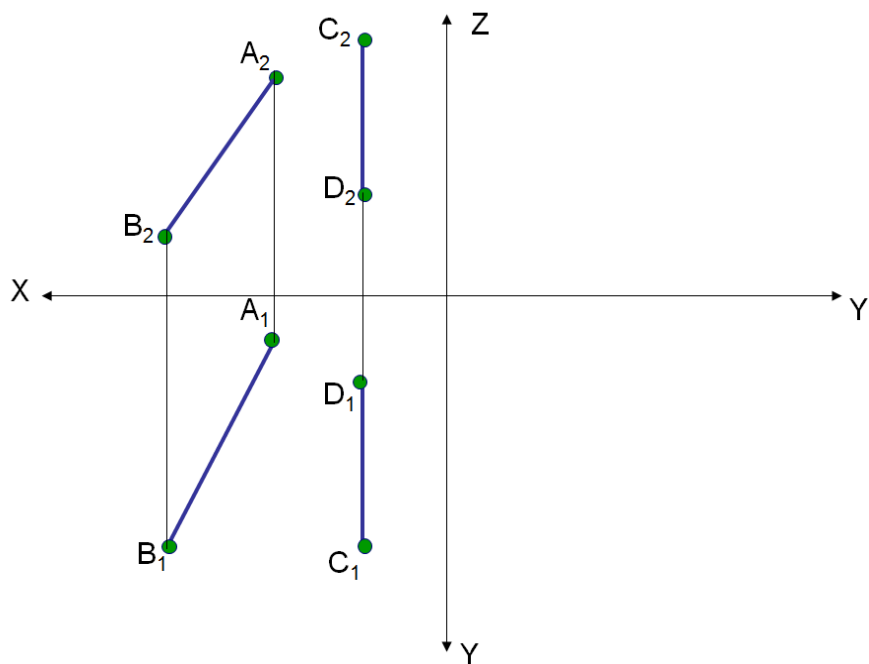
Пояснения к задаче. Решение задачи необходимо начать с фронтальной проекции.



ЗАДАЧА 4

Пересечь заданные прямые прямой, удаленной от горизонтальной плоскости проекций на расстоянии 20 мм

Пояснения: задача решается с помощью профильной проекции.



Глава №4

ПЛОСКОСТЬ В ПРОСТРАНСТВЕ

Цели занятия

1. Изучить алгоритмы решения задач по теме: Плоскость в пространстве.
2. Решить задачи по теме курса и оформить их решение в КОМПАС v17.

4.1 Основные понятия и определения

Плоскость – это поверхность, образуемая движением прямой линии, которая движется параллельно самой себе по неподвижной направляющей прямой

След плоскости – линия пересечения плоскости и плоскости проекций, рис. 1. В зависимости от того с какой из плоскостей проекций пересекается плоскость различают: горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости.

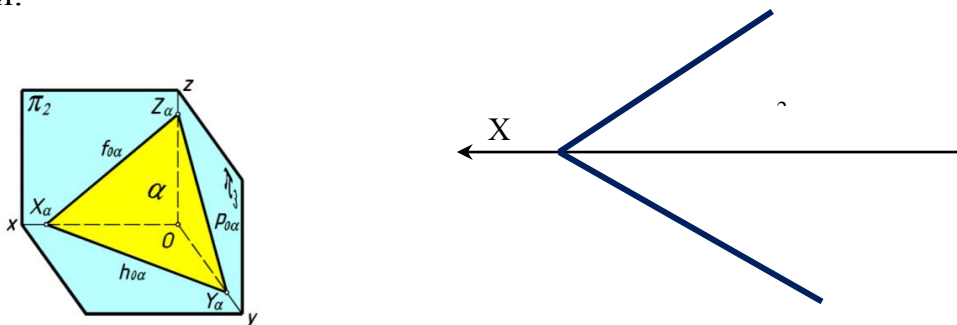
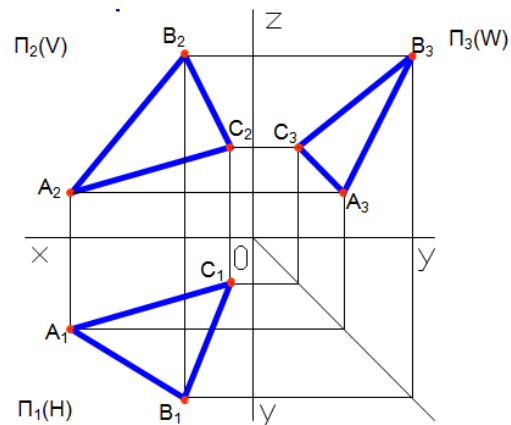
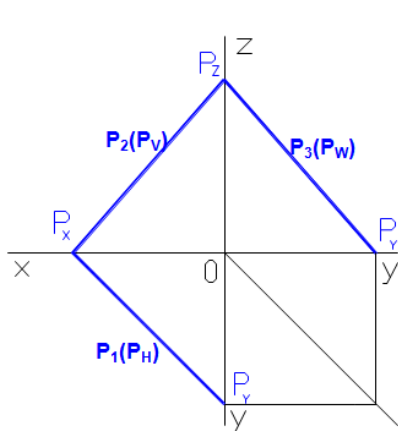
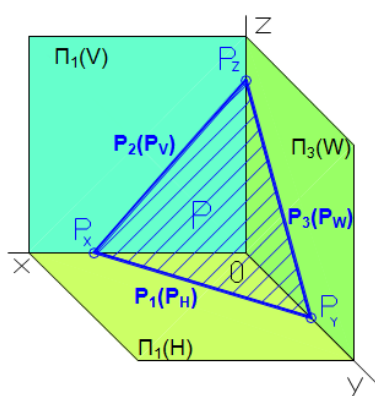


Рисунок 1 – Следы плоскости общего положения

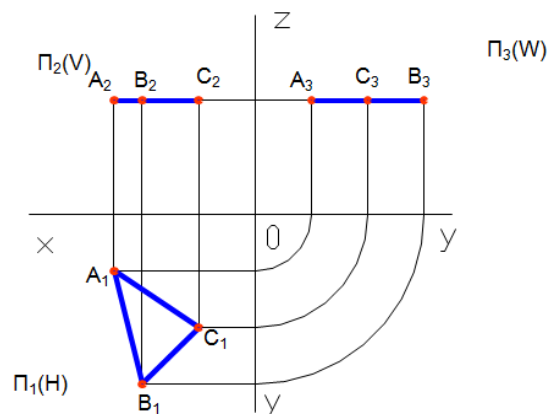
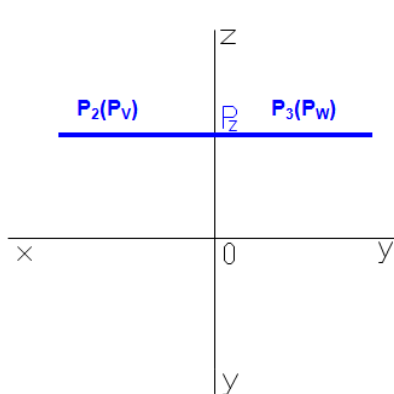
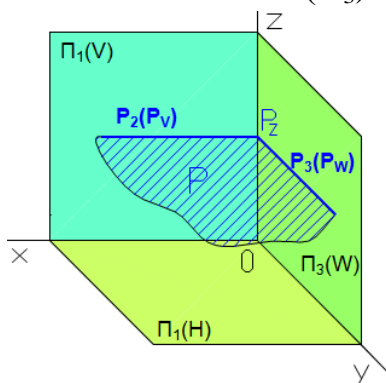
4.2 Виды плоскостей

Плоскость общего положения – плоскость не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций.

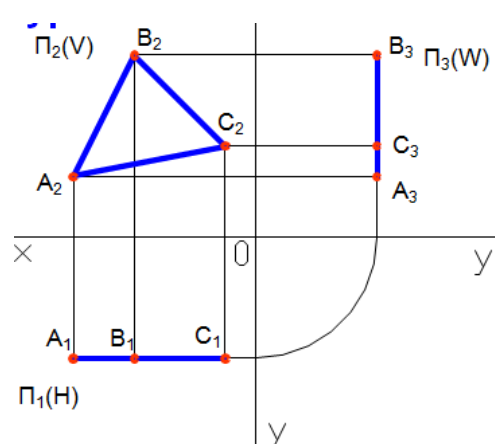
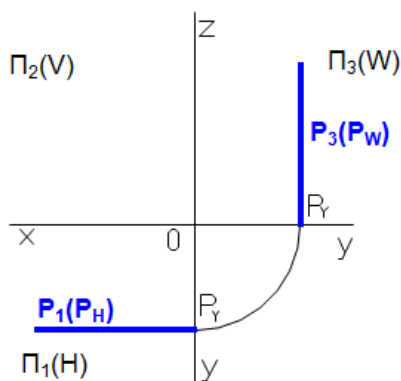
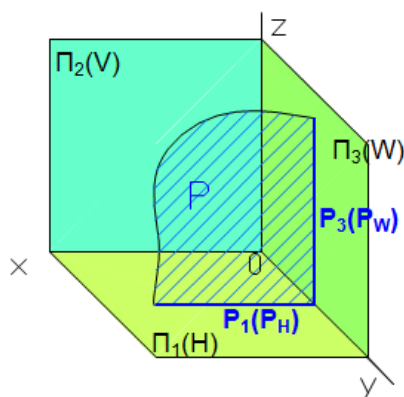


4.2.1 Плоскости уровня

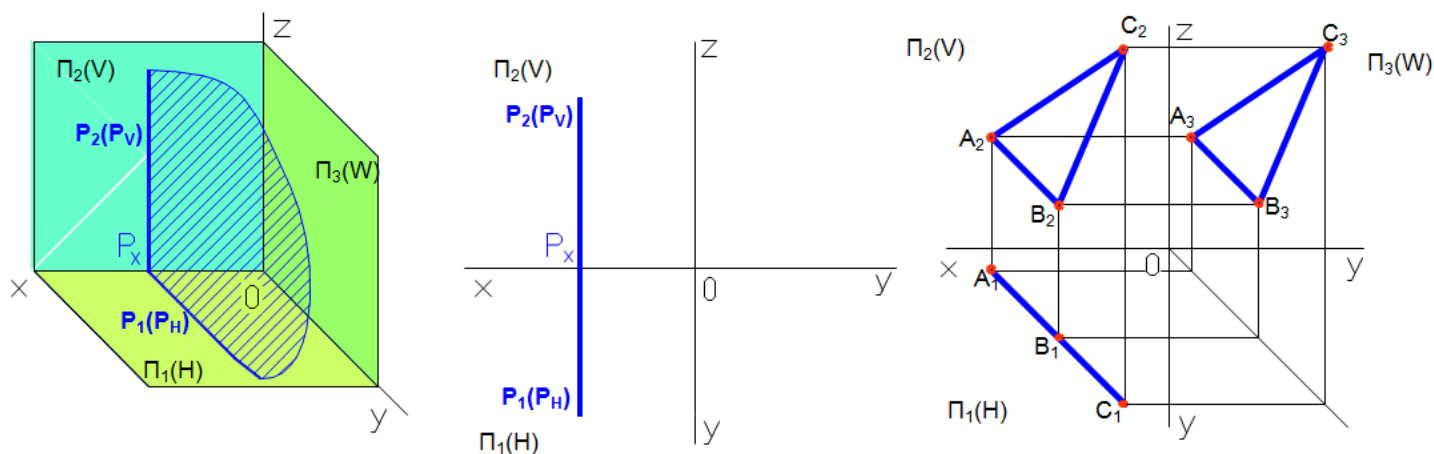
Горизонтального уровня – параллельная горизонтальной плоскости проекций (Π_1) и перпендикулярная к фронтальной (Π_2) и профильной плоскостям (Π_3)



Фронтального уровня – параллельная фронтальной плоскости проекций (Π_2) и перпендикулярная к горизонтальной (Π_1) и профильной плоскостям (Π_3)



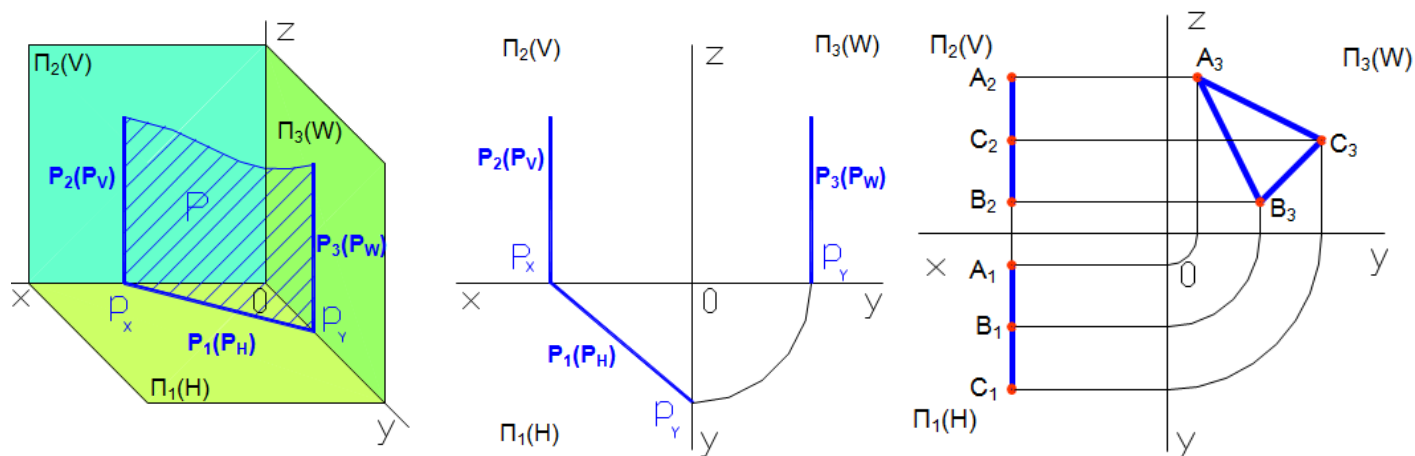
Профильного уровня – параллельная профильной плоскости проекций (Π_3) и перпендикулярная к фронтальной (Π_2) и горизонтальной плоскостям (Π_1)



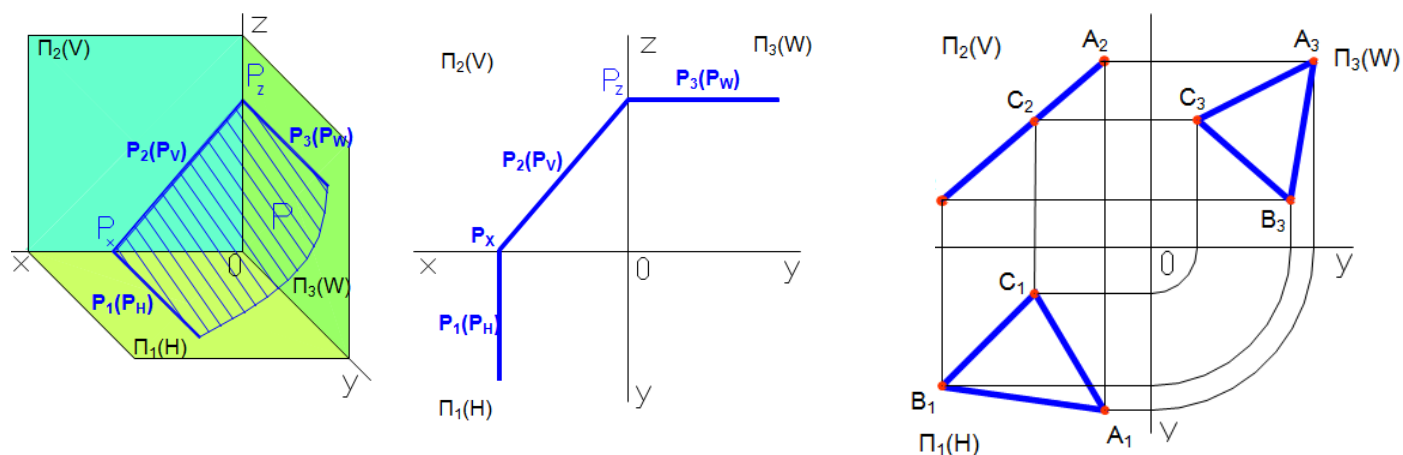
4.2.2

Проецирующие плоскости

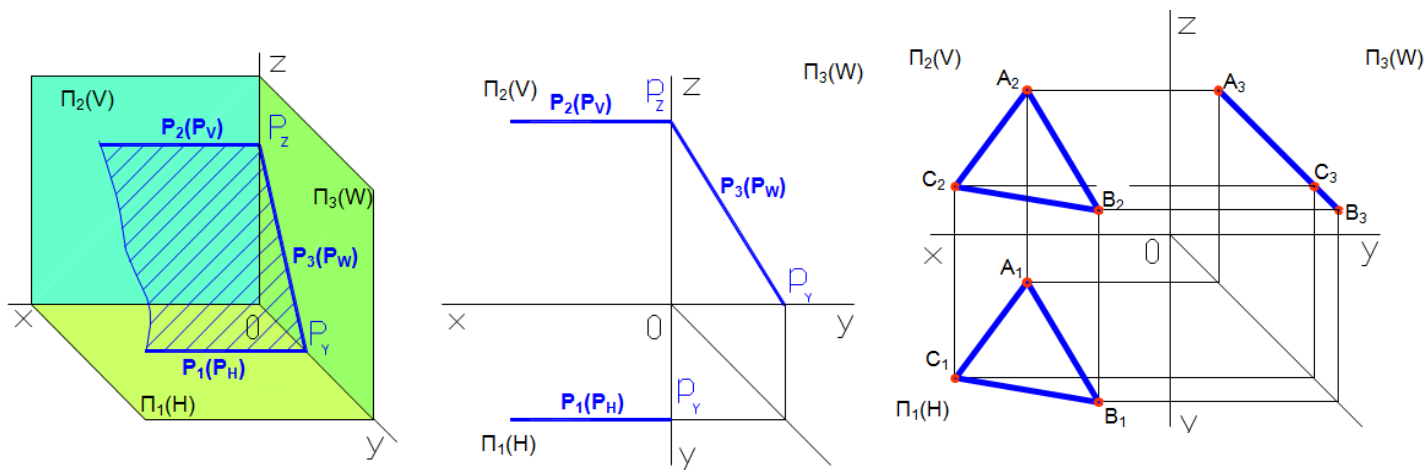
Горизонтально – проецирующая плоскость – перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций (Π_1)



Фронтально – проецирующая плоскость – перпендикулярная фронтальной плоскости проекций (Π_2)



Профильно – проецирующая плоскость – перпендикулярная профильной плоскости проекций (Π_3)



4.3 Проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения

Через прямую общего положения можно провести проецирующую плоскость, при этом след проецирующей плоскости проходит через одну из проекций отрезка, рис. 2.

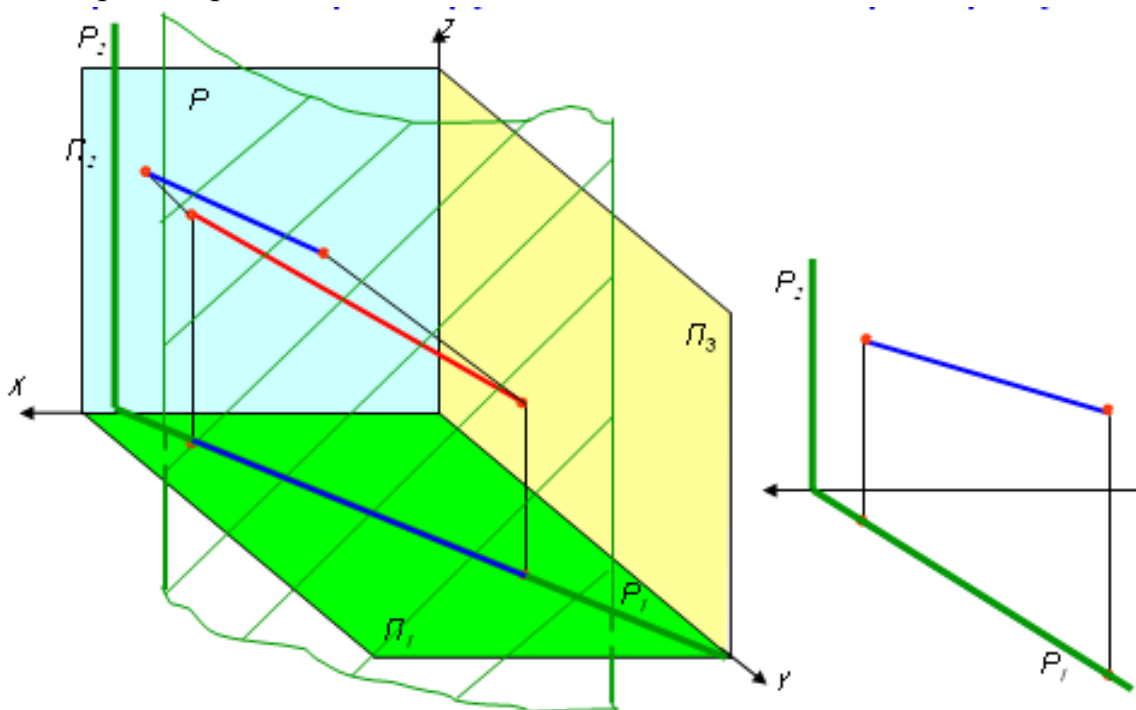


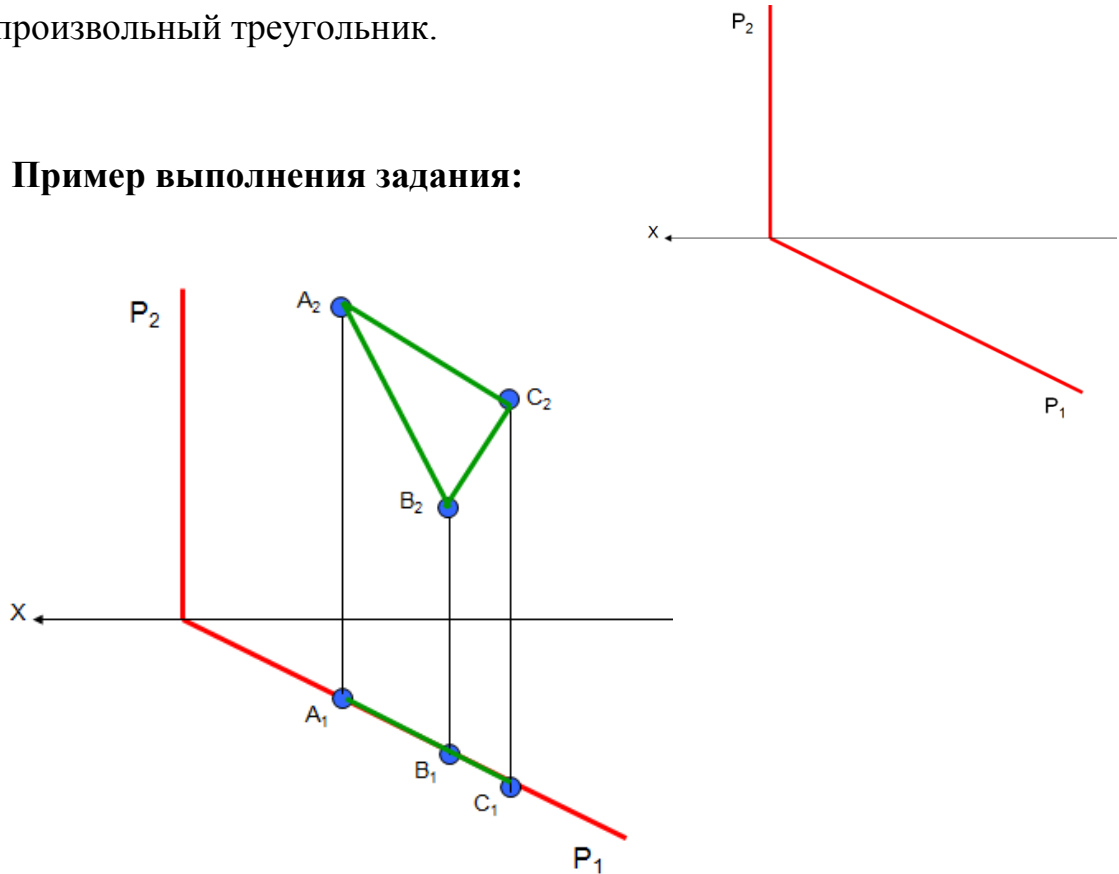
Рисунок 2 – Заключение прямой в проецирующую плоскость

ЗАДАНИЯ

ЗАДАЧА 1

В горизонтально-проецирующей плоскости построить произвольный треугольник.

Пример выполнения задания:



**Порядок решения задачи в программе КОМПАС
(решаем в двух проекциях):**

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

				<i>НГ 11.00.00</i>				
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Проецирующая плоскость</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.А.</i>	<i>01.01.21</i>				У		1:1
<i>Пров.</i>	<i>Проверялкин</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	1
<i>Т.контр.</i>						<i>ИрГАУ, инж. ф-т спец. 35.03.06 1 курс 1 группа</i>		
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

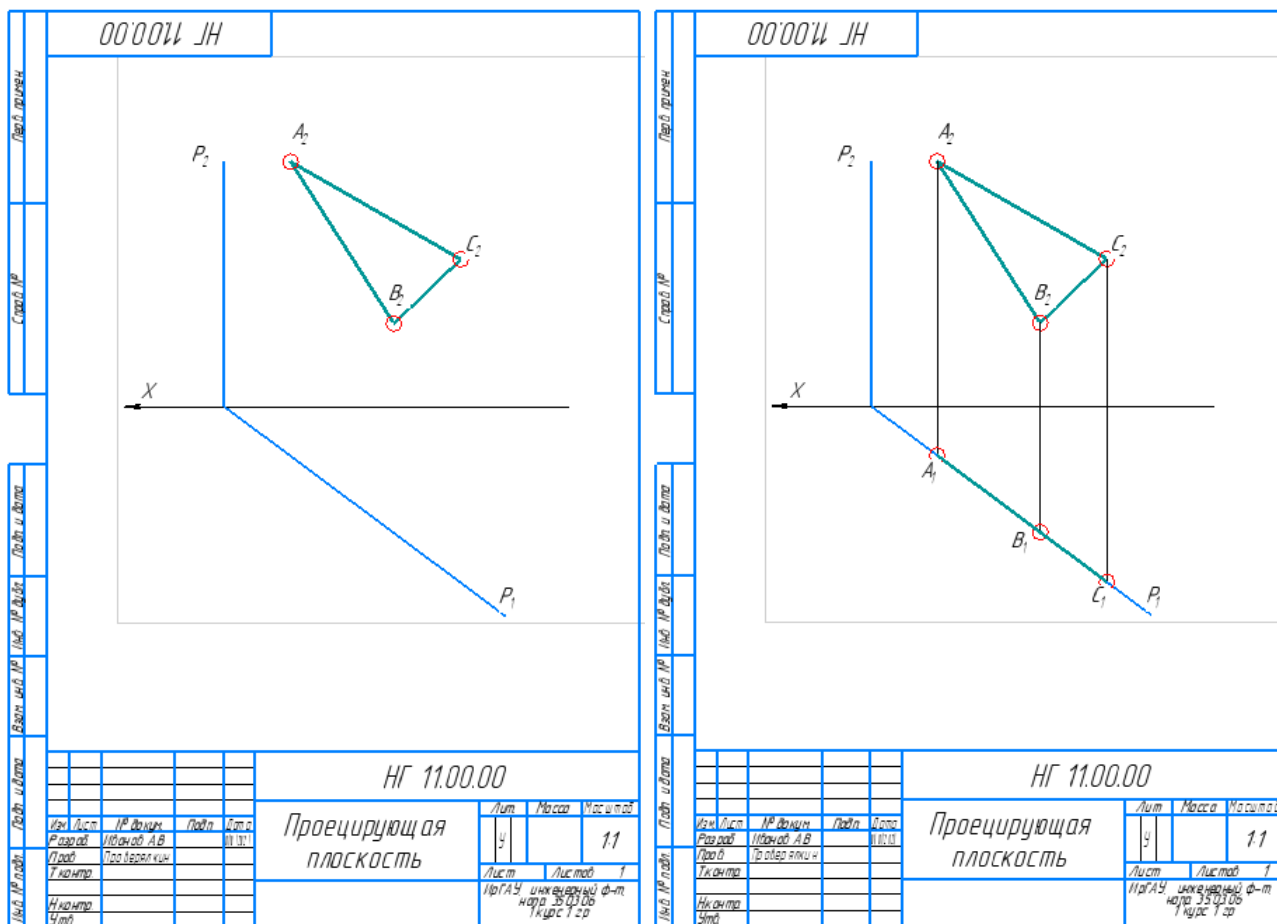
3. Вычертить условие задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА» и «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции

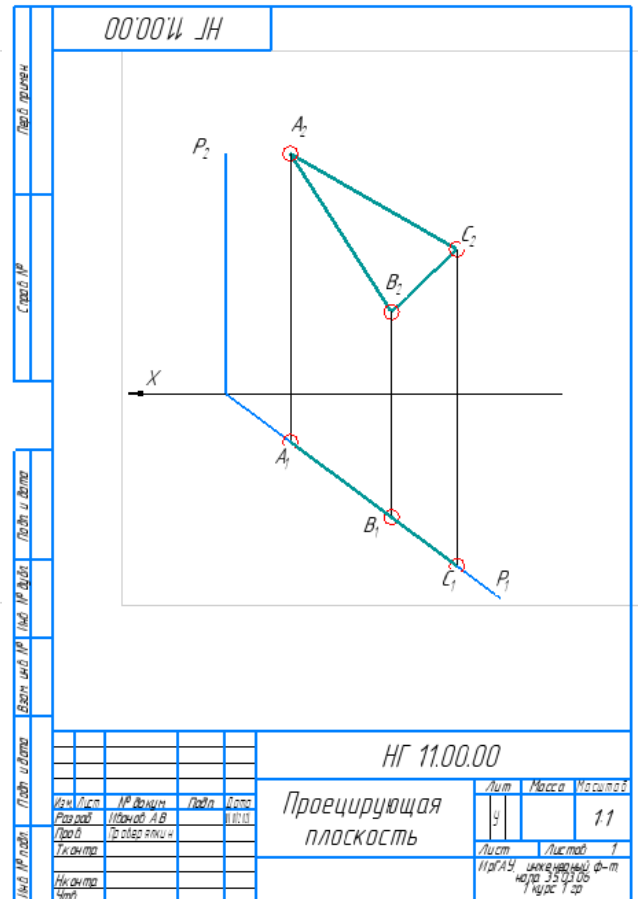
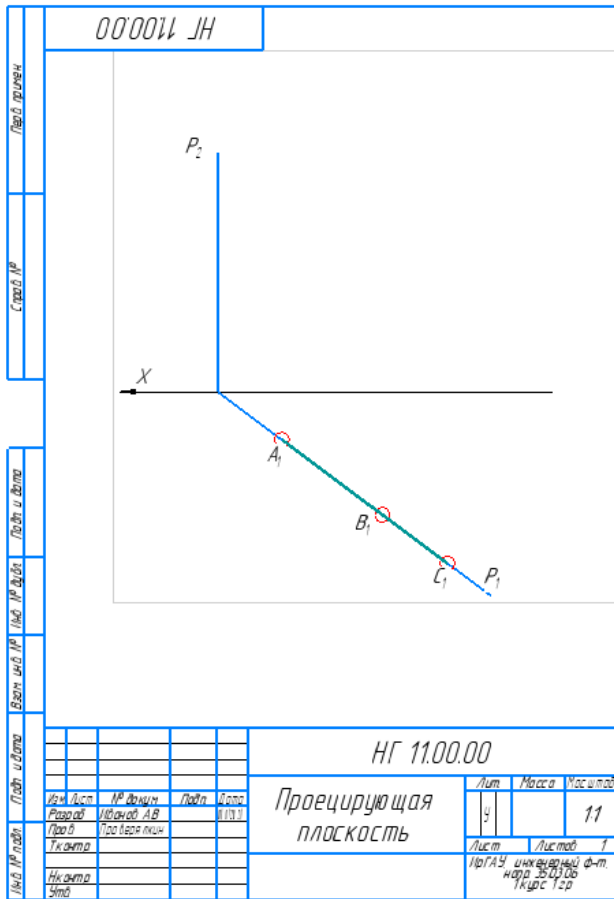
точек с помощью операции «НАДПИСЬ» **Т** выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».

4. Построение проекции плоской фигуры, принадлежащей плоскости

Так как треугольник произвольный, начинаем решение с любой проекции. Например, сначала вычерчиваем фронтальную проекцию треугольника, а затем проецируем вершины построенного треугольника на горизонтальный след плоскости.



Возможно решение задачи начать с горизонтальной проекции. В этом случае, выбираем три точки (вершины треугольника) на горизонтальном следе. Далее достраиваем треугольник на фронтальной плоскости проекций, используя линии связи. Второй вариант решения задачи, приведен ниже



4.4 Следы плоскости

След плоскости – линия пересечения плоскости и плоскости проекций.

Для нахождения следа необходимо найти две точки, принадлежащие плоскости, либо одну прямую, параллельную прямой, принадлежащей плоскости.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

По заданным горизонтальному и фронтальному следам плоскости, построить ее профильный след

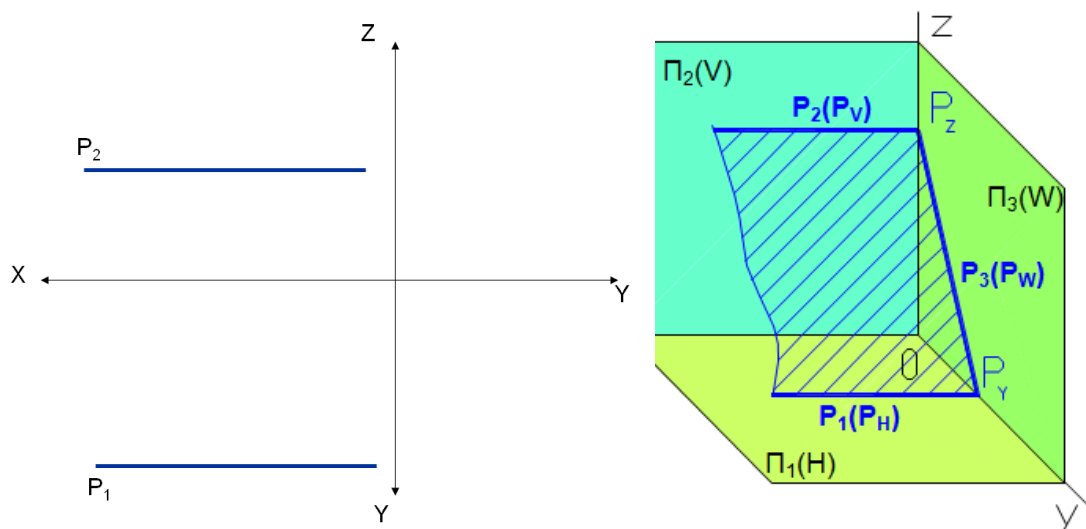
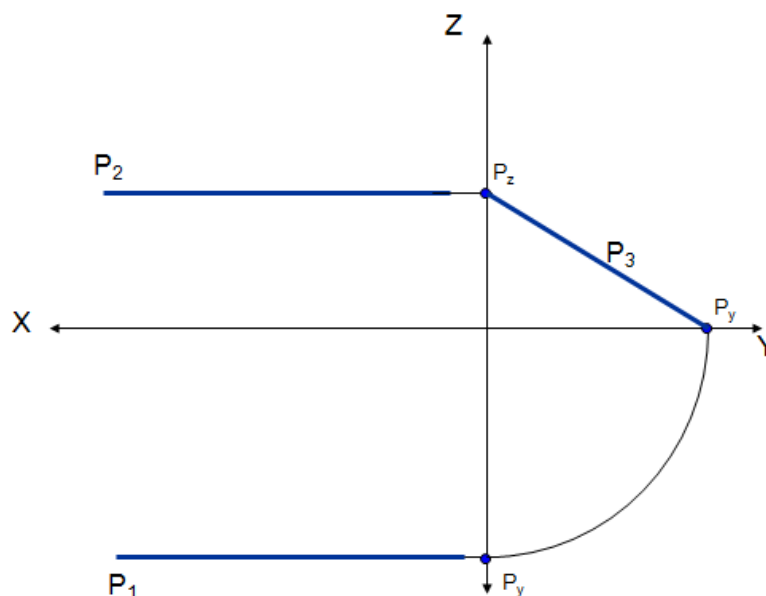


Рисунок 3 – Следы профильно-проецирующей плоскости

Пояснение. Для нахождения профильного следа необходимо найти две точки, принадлежащие плоскости. Проще всего выбрать точки расположенные на осях координат (точки схода следов) и принадлежащие плоскости. Такие как, P_z и P_y , рисунок 3.

Пример выполнения задания:



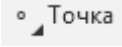
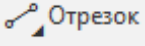

Порядок решения задачи в программе КОМПАС (решаем САМОСТОЯТЕЛЬНО в трех проекциях):

1. Создать чертеж формата А3 в программе КОМПАС или открываем файл «ОСИ», сохраненный впервой лабораторной работе.

2. Заполнить основную надпись

					<i>НГ 11.00.00</i>			
					<i>Следы плоскости</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>		У		1:1
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов А.В.</i>		<i>01.01.2021</i>				
<i>Пров.</i>		<i>Проверькин</i>				<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	1
<i>Т.контр.</i>					<i>ИрГАУ, инженерный ф-т, напр. 35.03.06 1 курс 1 гр</i>			
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Вычертить условие задачи.

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».

4. Построение профильного следа

Для решения задачи необходимо определить положение точек схода следов (на осях координат). Для этого необходимо с помощью операции «ОТРЕЗОК» на панели инструментов «Геометрия», стиль – тонкая, продолжаем следы с помощью линий связи до пересечения с осями координат. Определяем положение точек схода следов плоскости, обозначаем точки, используя операцию «ТОЧКА» на панели инструментов «ГЕОМЕТРИЯ», стиль – круг. Достроить недостающую проекцию профильного следа профильно-проецирующей плоскости. Необходимо воспользоваться операцией «ОТРЕЗОК», стиль – основная. Обозначение всех точек произвести с помощью операции «НАДПИСЬ» на панели инструментов «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Пример выполнения задачи в программе КОМПАС представлен на рис.4.

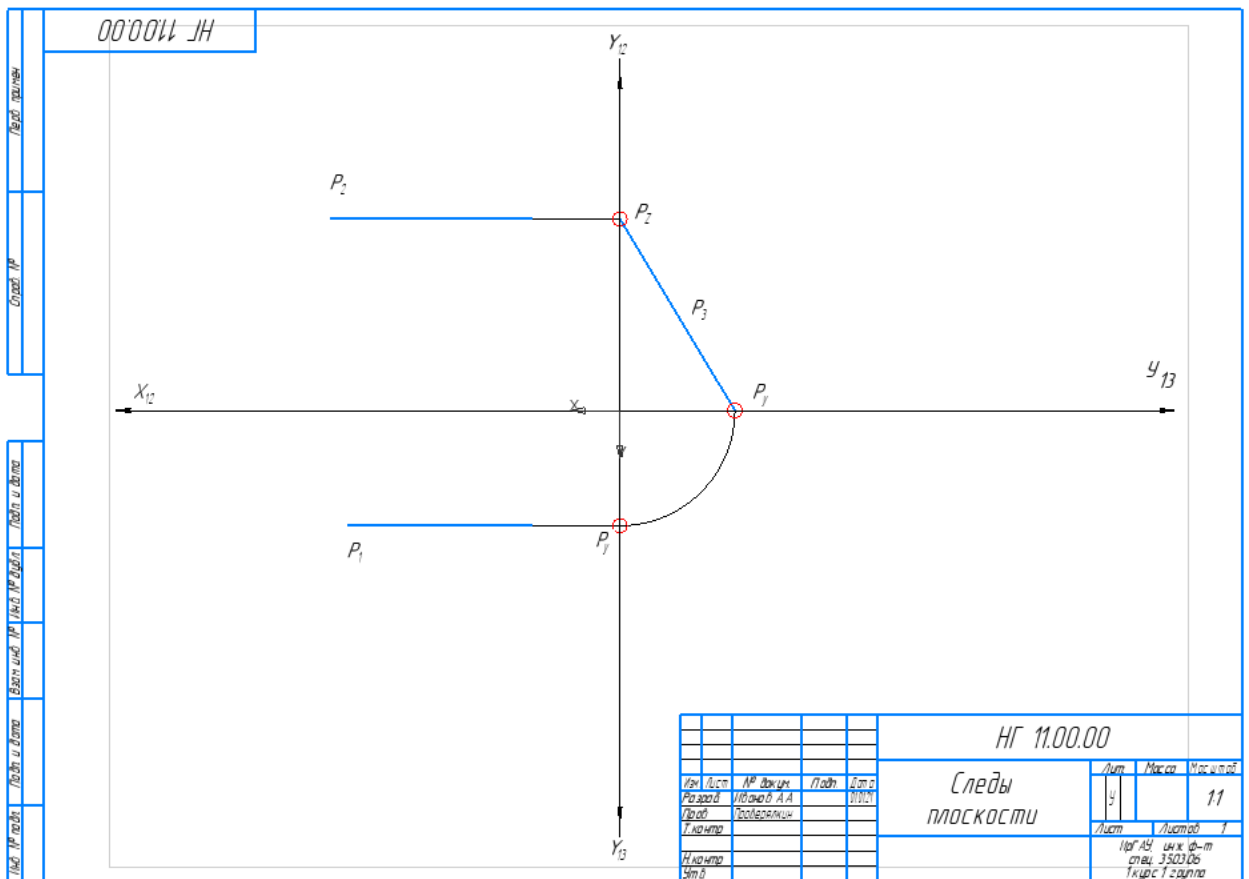


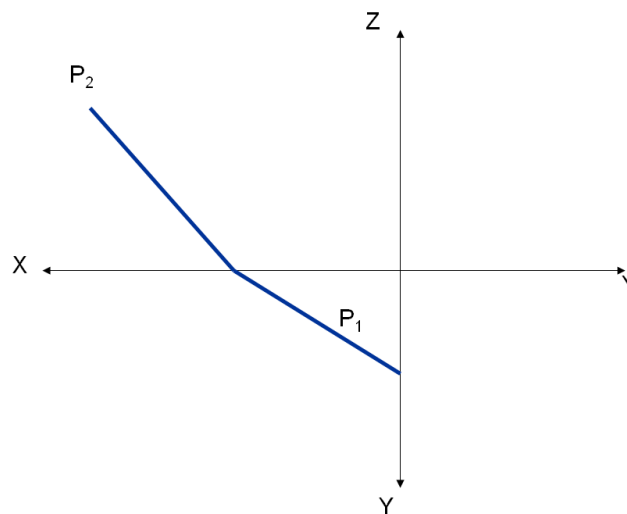
Рисунок 4 – Следы профильно-проецирующей плоскости

Решить задачу САМОСТОЯТЕЛЬНО

ЗАДАЧА 2

По заданным горизонтальному и фронтальному следам плоскости, построить ее профильный след.

Пояснение. Задача решается аналогично предыдущей, с использованием точек схода следов.



4.5 Прямые особого положения в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если:

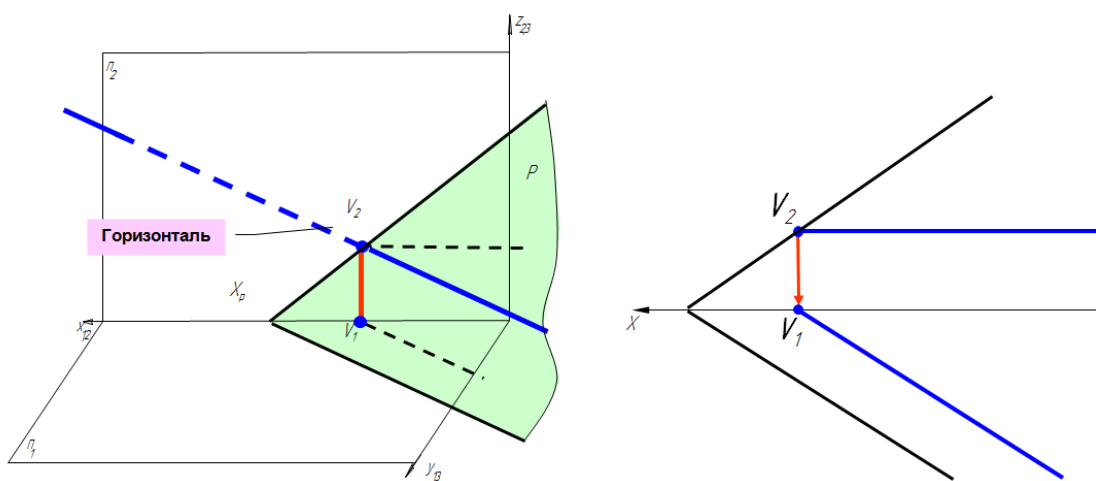
- она проходит через две точки, принадлежащие плоскости
- она проходит через точку, принадлежащую плоскости и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости или ей параллельной

Точка принадлежит плоскости, если:

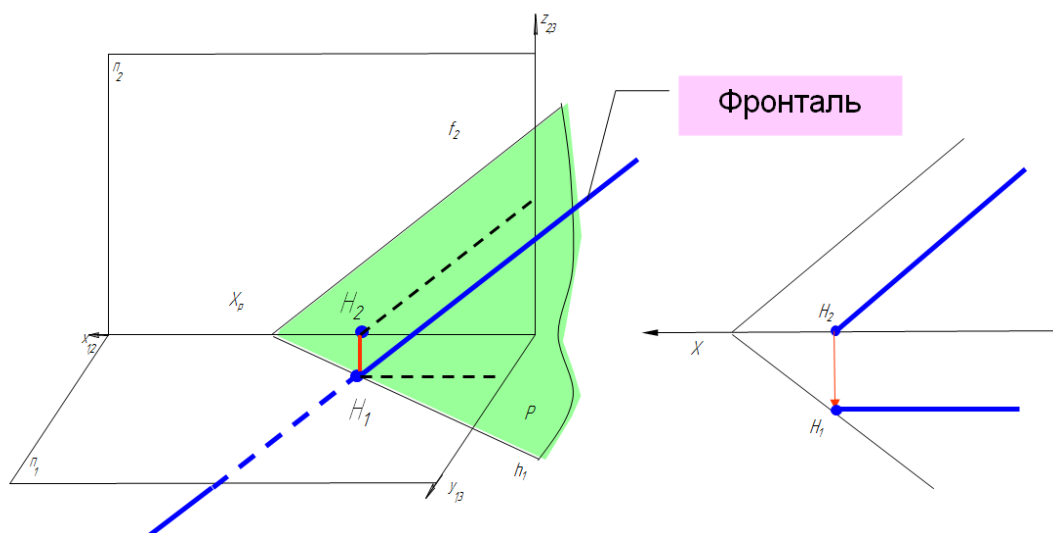
- она принадлежит прямой, принадлежащей плоскости

Рассмотрим виды прямых особого положения, принадлежащих плоскости.

Горизонталь (h)- прямая, лежащая в плоскости и параллельна плоскости Π_1



Фронталь (f)- прямая, лежащая в плоскости и параллельна плоскости Π_2



Если плоскость задана плоской фигурой, то для построения прямых особого положения необходимо взять две точки, принадлежащие плоскости построить горизонталь или фронталь, рис.5. В качестве точек выбираем

вершину фигуры и точку, полученную по построению. Начинаем решение с той проекции, которая параллельна оси координат.

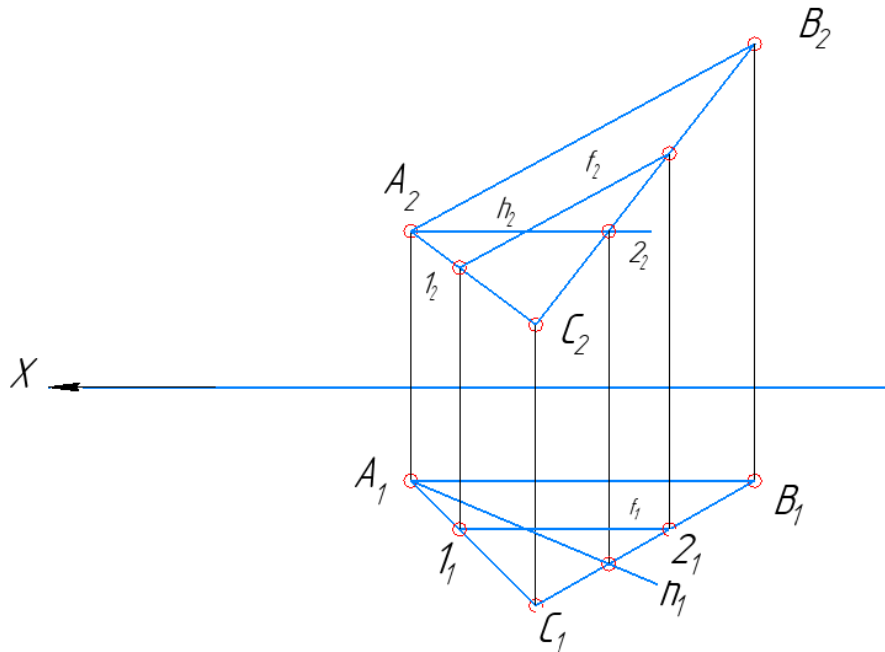
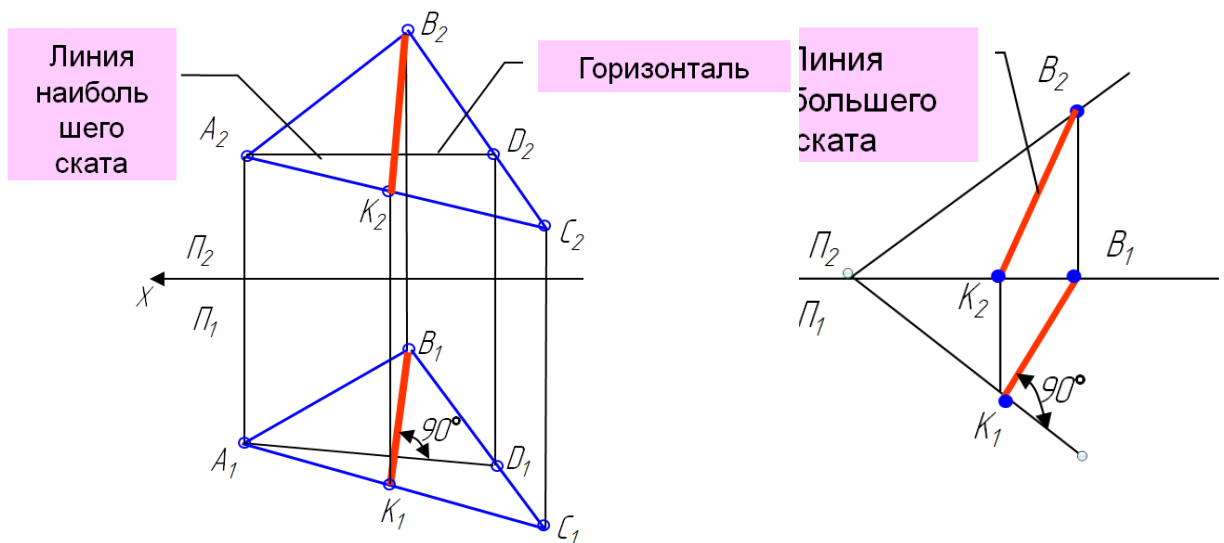


Рисунок 5 - Горизонталь и фронталь плоскости общего положения, заданной треугольником

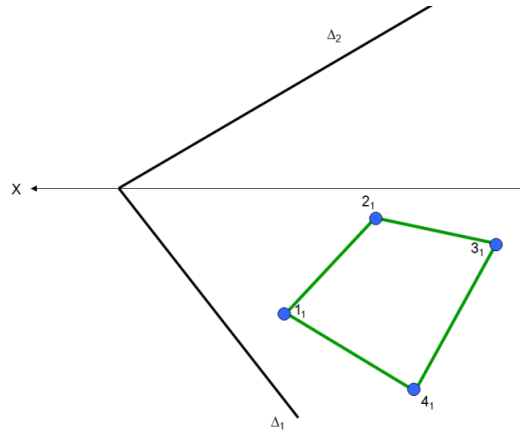
Линия наибольшего ската плоскости – прямая, лежащая в плоскости и перпендикулярная к горизонталям этой плоскости.

Эта прямая может служить для определения угла наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

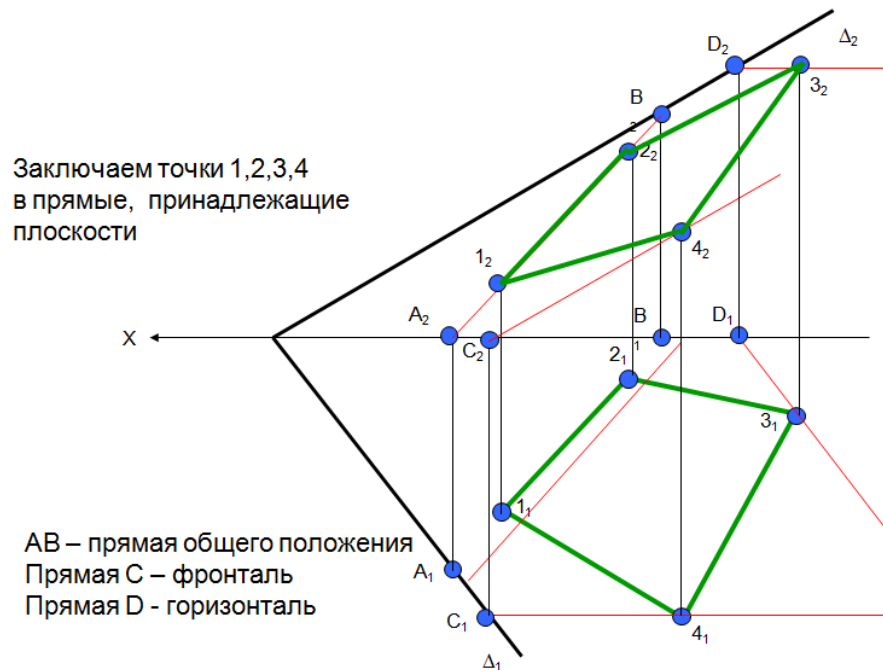


ЗАДАЧА 1

Достроить фронтальную проекцию четырехугольника, принадлежащего плоскости Δ .



Пример выполнения задания


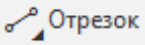



Порядок решения задачи в программе КОМПАС:

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

					<i>НГ 11.00.00</i>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Прямая и точка в плоскости</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов А.В.</i>		<i>01.01.2021</i>		<i>У</i>		<i>1:1</i>
<i>Проб.</i>		<i>Проверялкин</i>				<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>						<i>ИрГАУ, инженерный ф-т, напр. 35.03.06 1 курс 1 гр</i>		
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Вычертить условие задачи

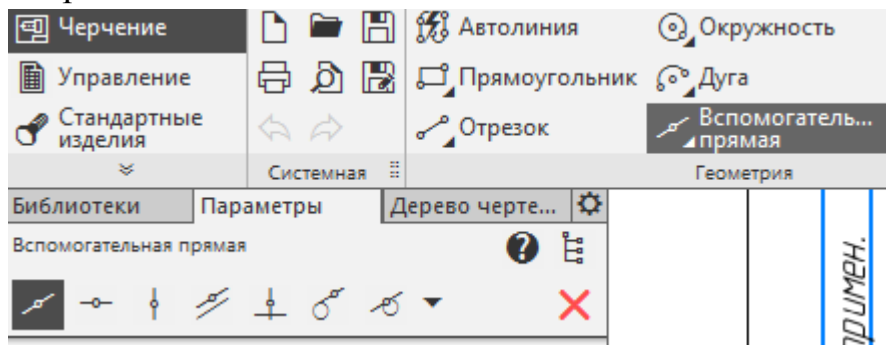
Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».

4. Заключение точек в прямые, принадлежащие плоскости

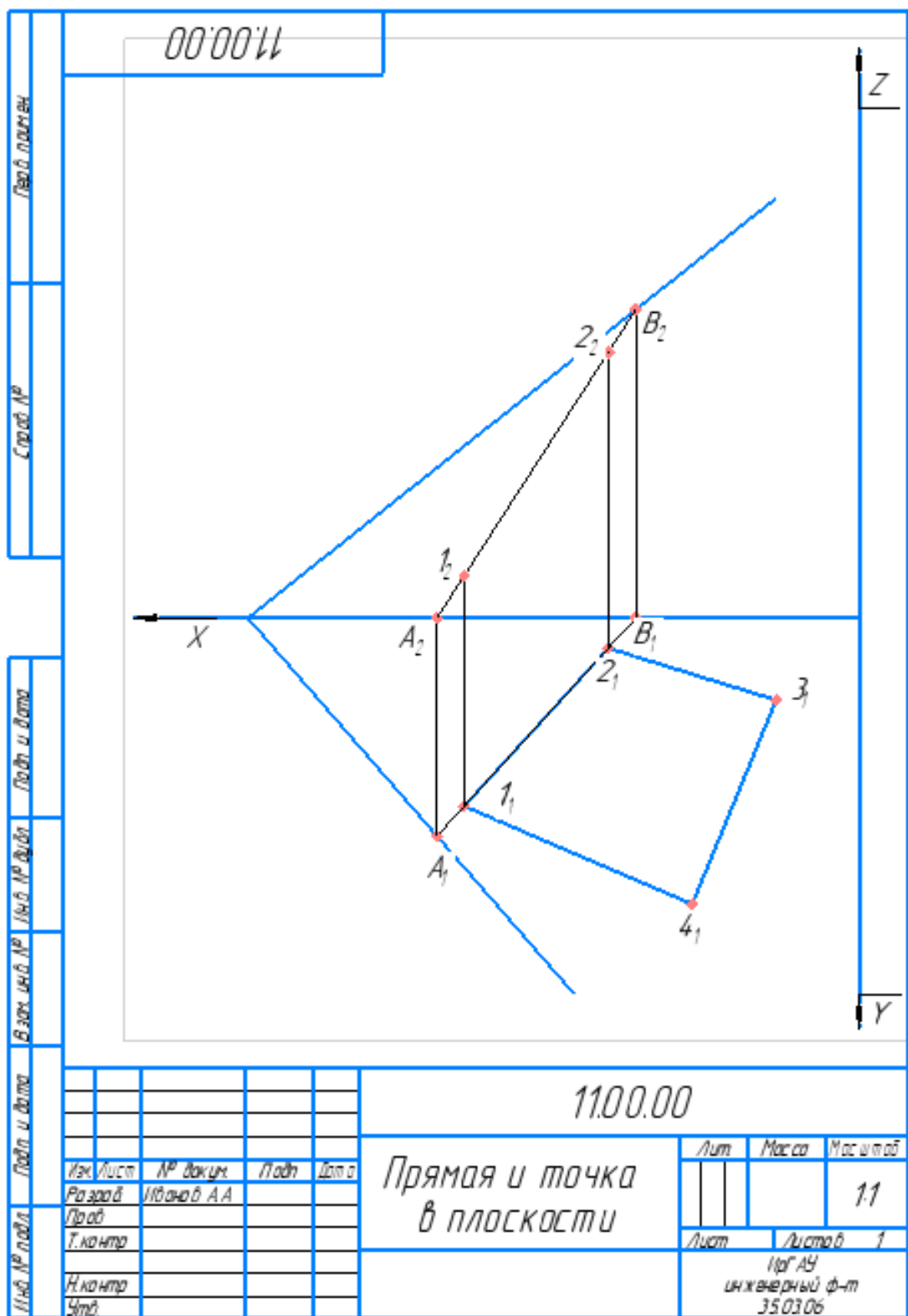
Для решения задачи необходимо, согласно свойства принадлежности точки плоскости, заключить стороны многоугольника в прямые, принадлежащие плоскости. В качестве этих прямых могут выступать как прямые общего положения, так и частного (горизонталь или фронталь).

Приведем решение с применением всех, выше перечисленных прямых (решений у данной задачи несколько, все зависит от того какую прямую Вы возьмете в качестве вспомогательной).

В примере решения задачи точки 1 и 2 заключены в прямую АВ общего положения. Продолжаем прямую до пересечения с осью Х и следами плоскости, получаем вспомогательные точки А и В. Используйте те операцию «ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ» на панели «ГЕОМЕТРИЯ»,

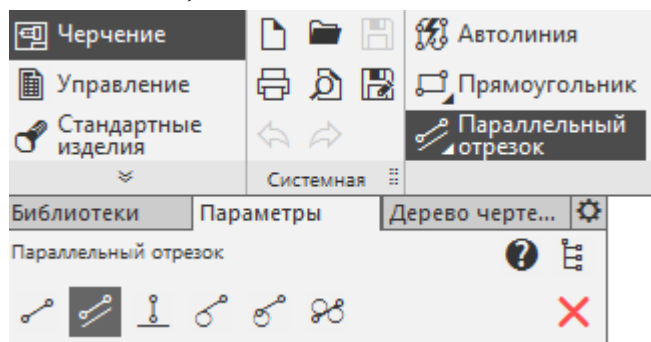


При построении прямой щелкните мышью по точкам A_1 и B_1 , для нахождения точек пересечения прямой и оси координат. Точку A_2 находим с помощью линий связи как точку на оси Х, точку B_2 – как точку пересечения с фронтальным следом плоскости. Так как точки 1 и 2 принадлежат прямой АВ, то их проекции находим на фронтальной проекции прямой A_2B_2 .



Точку 3 заключаем во фронталь плоскости (у фронтали фронтальная проекция параллельна фронтальному следу, горизонтальная проекция – параллельна оси X), 4 – в горизонталь плоскости (у горизонтали горизонтальная проекция параллельна горизонтальному следу, фронтальная проекция – параллельна оси X).

Пример выполнения задачи представлен на рис. 6. Для построения горизонтальной проекции фронтали используем операцию «ОТРЕЗОК», стиль – основная, на панели «ГЕОМЕТРИЯ», проводим его параллельно оси X до пересечения с горизонтальным следом плоскости, в результате получаем точку C_1 , достраиваем фронтальную проекцию точки C используя операцию «ОТРЕЗОК», стиль - тонкая. Проекция C_2 принадлежит на оси X . Фронтальная проекция фронтали параллельна фронтальному следу плоскости, строим ее с помощью операции «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК», стиль – основная, на панели «ГЕОМЕТРИЯ»



Достраиваем фронтальную проекцию точки 3_2 , как принадлежащую фронтали. Для построения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль - тонкая.

Горизонталь строим аналогично. Используя те же операции, что и при построении фронтали, учитывая, что горизонтальная проекция горизонтали параллельна горизонтальному следу, получаем точку D_1 , достраиваем D_2 , как точку лежащую на фронтальном следе плоскости. Фронтальная проекция горизонтали параллельна оси X .

Достраиваем фронтальную проекцию точки 4_2 . Через построенные точки $1_2 2_2 3_2 4_2$ достраиваем четырехугольник с помощью операции «ОТРЕЗОК», стиль - основная.

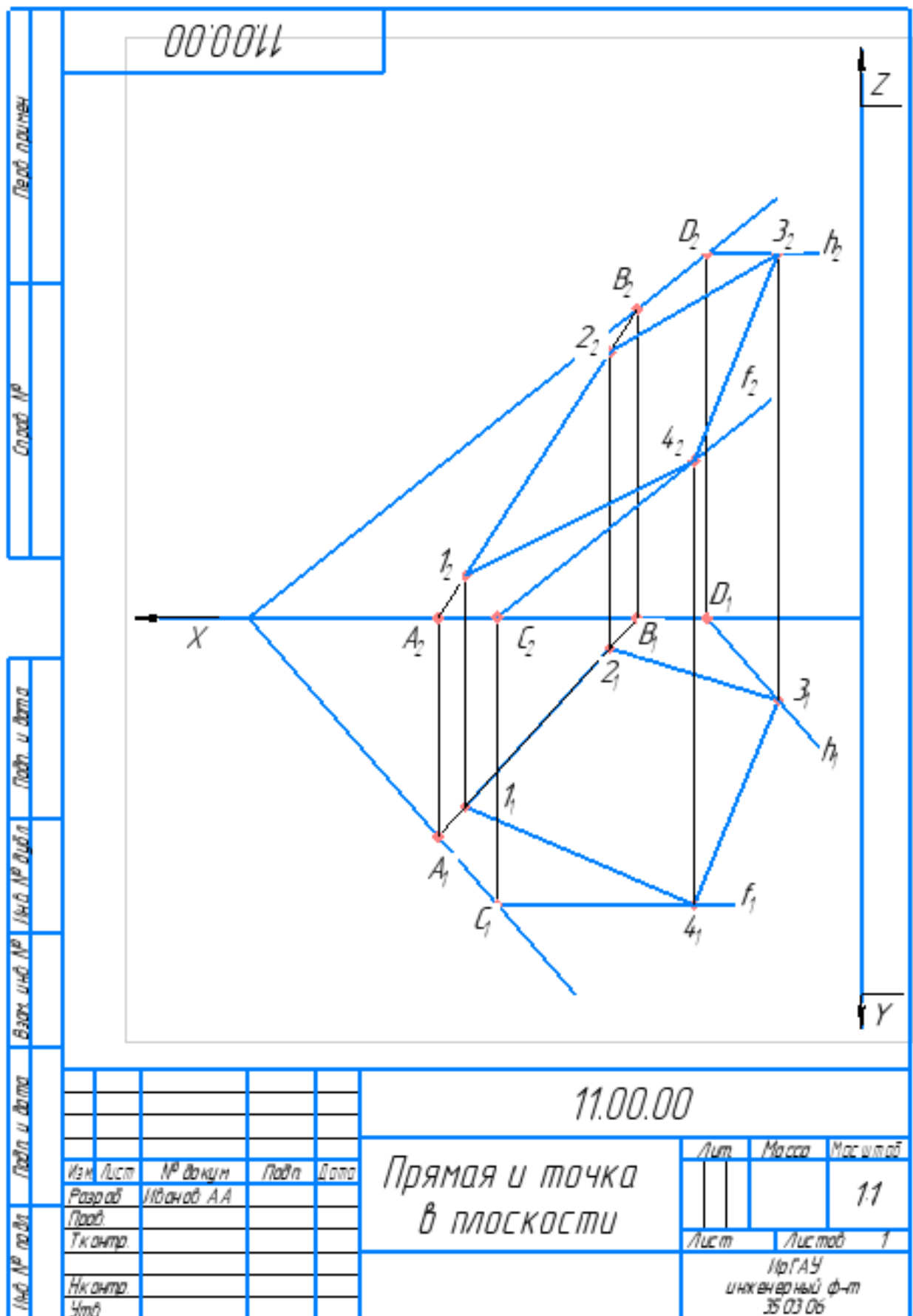


Рисунок 6 – Пример решения задачи

Решить задачи САМОСТОЯТЕЛЬНО:

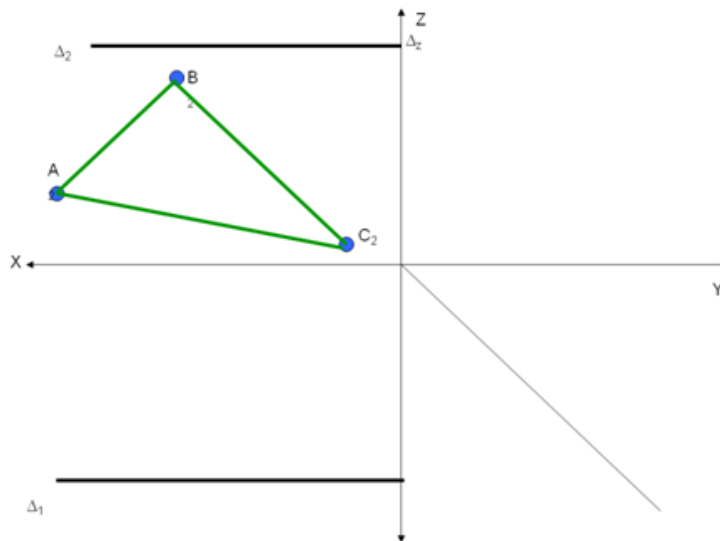
ЗАДАЧА 2

По заданной фронтальной проекции плоской фигуры, принадлежащей плоскости Δ , достроить ее горизонтальную проекцию.

Пояснение. Задача решается двумя способами.

Первый: с помощью профильной проекции.

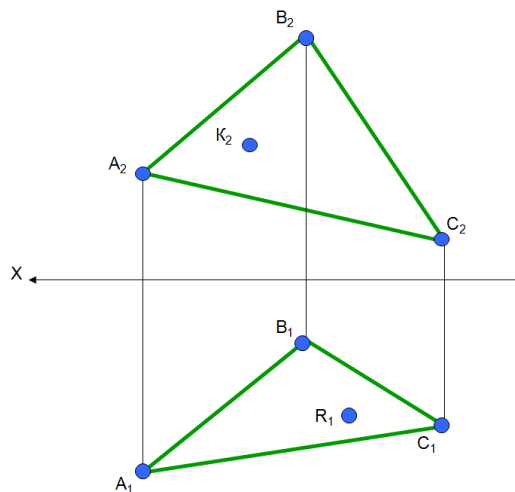
Второй - заключением точек во вспомогательные прямые, аналогично задаче из примера.



ЗАДАЧА 3

Достроить недостающие проекции точек K и R, принадлежащих плоскости, заданной треугольником ABC

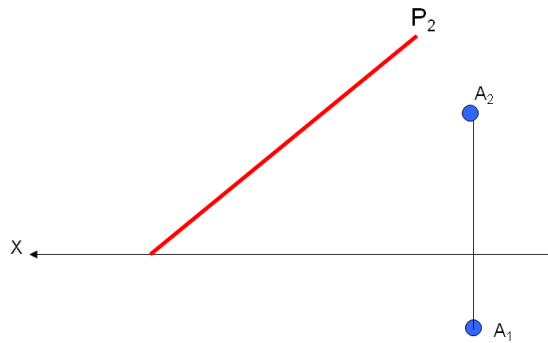
Пояснения. Заключаем точку в прямую, принадлежащую плоскости. Возможно использовать, в качестве точки плоскости, одну из вершин треугольника.



ЗАДАЧА 4

Даны проекции точки, принадлежащей плоскости P , заданной фронтальным следом P_2 . Достроить горизонтальный след плоскости P_1 .

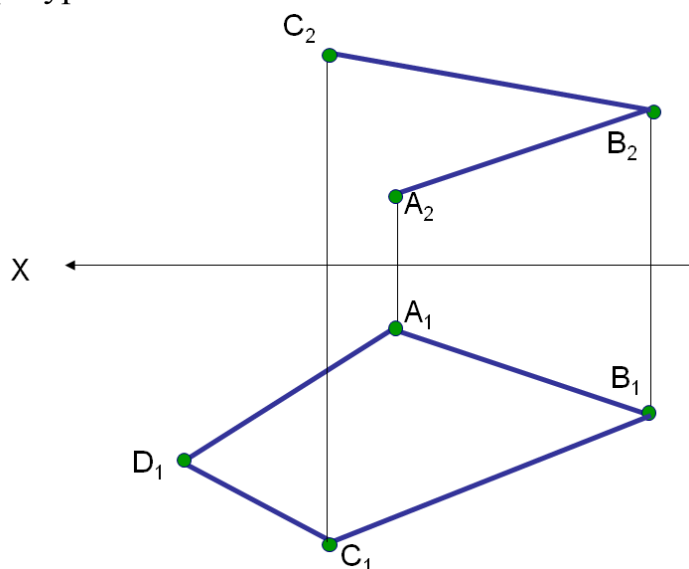
Пояснения. При решении необходимо использовать свойства прямых особого положения, в частности, горизонтали. Горизонталь плоскости параллельна горизонтальному следу.



ЗАДАЧА 5

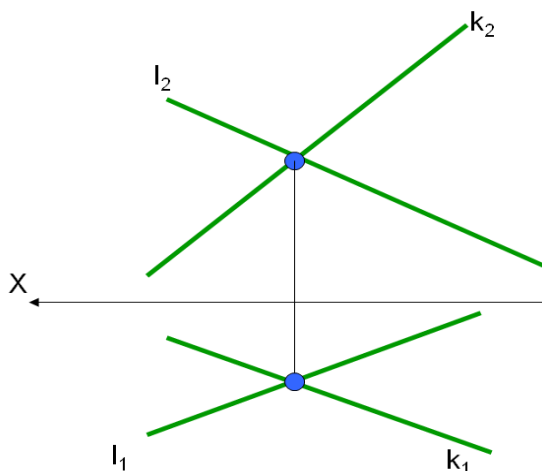
По горизонтальной проекции плоской фигуры и фронтальным проекциям двух смежных сторон, принадлежащих плоской фигуре, достроить фронтальную проекцию.

Пояснения: необходимо чтобы не нарушалось условие нахождения всех точек фигуры в одной плоскости. Для этого можно использовать диагонали плоской фигуры.

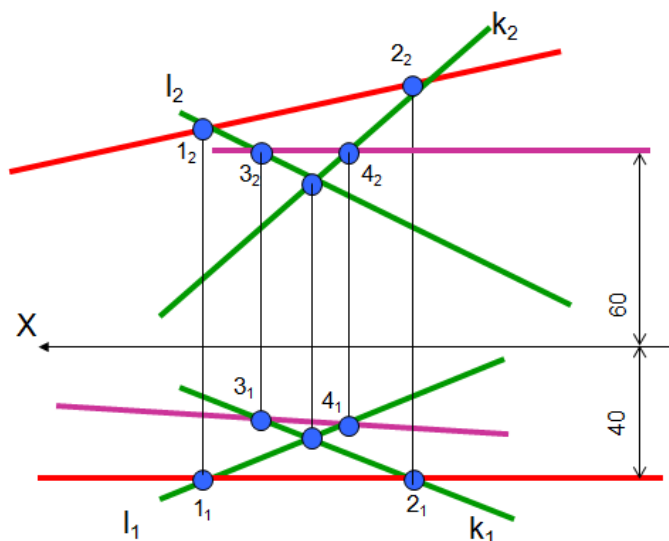


ЗАДАЧА 6

В плоскости, заданной пересекающимися прямыми построить фронталь на расстоянии 40 мм от фронтальной плоскости проекций и горизонталь на расстоянии 60 мм от горизонтальной плоскости проекций



Пример выполнения задания:


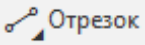



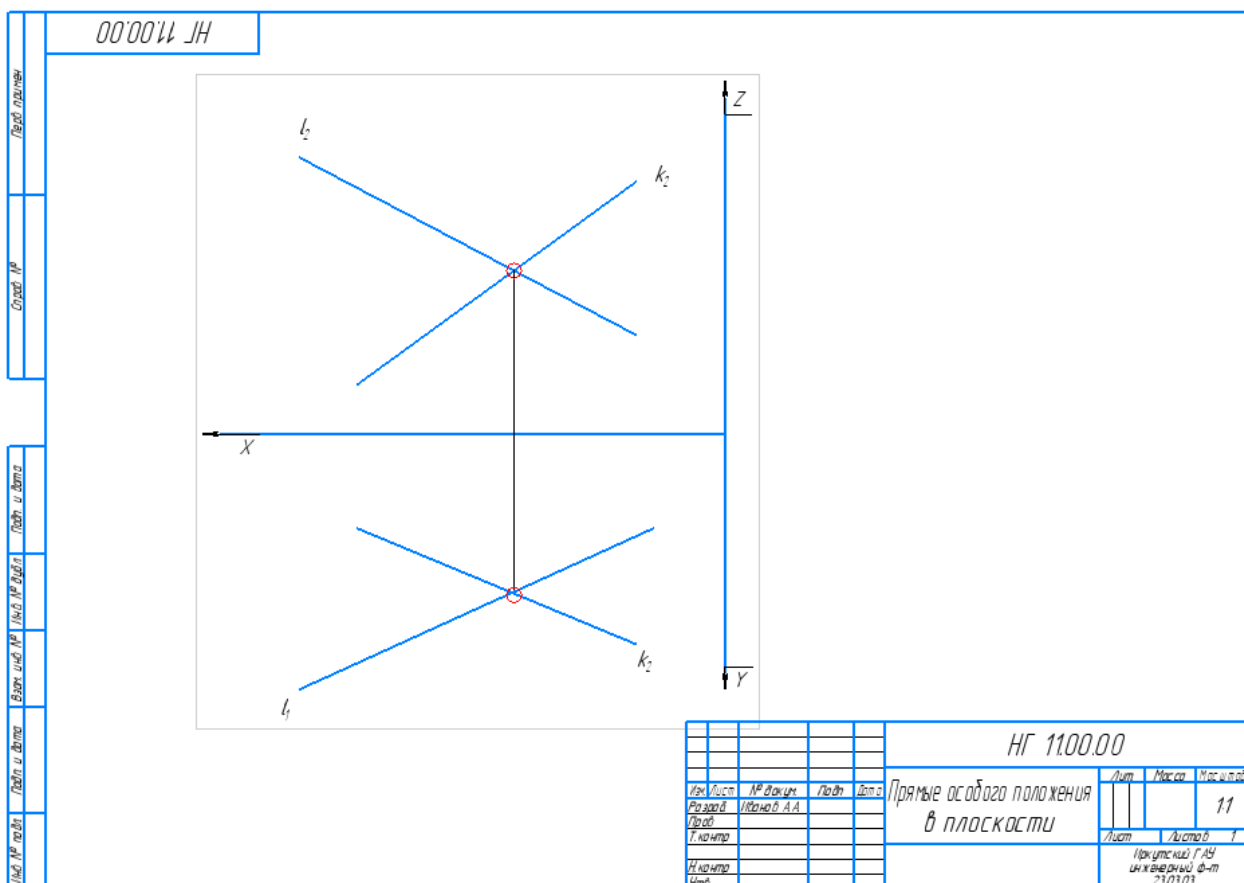
Пример выполнения задачи в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А3 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

				<i>НГ 11.00.00</i>				
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Прямые особого положения в плоскости</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.А.</i>							<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>						<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>						<i>Иркутский ГАУ инженерный ф-т 23.03.03</i>		
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Вычертить условие задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».



Для решения задачи необходимо:

- определить какая из координат для горизонтали и фронтали будет постоянной величиной (для фронтали – координата y , для горизонтали координата z);
- провести проекцию параллельную оси проекций;
- определить точки пересечения параллельной проекции и плоскости;
- достроить проекции точек пересечения горизонтали (фронтали) с плоскостью;
- достроить проекции горизонтали (фронтали).

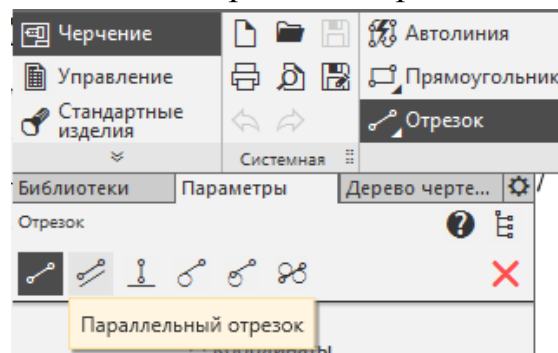
4. Построение фронтали плоскости

У горизонтали фронтальная проекция параллельна оси X . Проводим горизонтальную проекцию, на расстоянии 40мм.

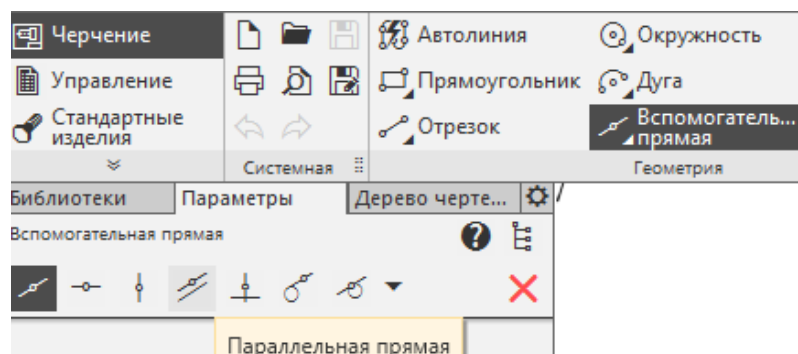
Находим точки 1 и 2 - точки пересечения с пересекающимися прямыми, определяющими положение плоскости.

Достраиваем фронтальные проекции точек 1 и 2. Поводим фронтальную проекцию фронтали. Для решения задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ», **стиль – основная** для построения проекций, **стиль – тонкая** для построения линий связи.. Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия». Чтобы обозначить размерную линию выбираем операцию «ЛИНЕЙНЫЙ РАЗМЕР»  на панели «РАЗМЕРЫ». Указываем крайние точки и фиксируем размерную линию. Размерное число проставляется автоматически.

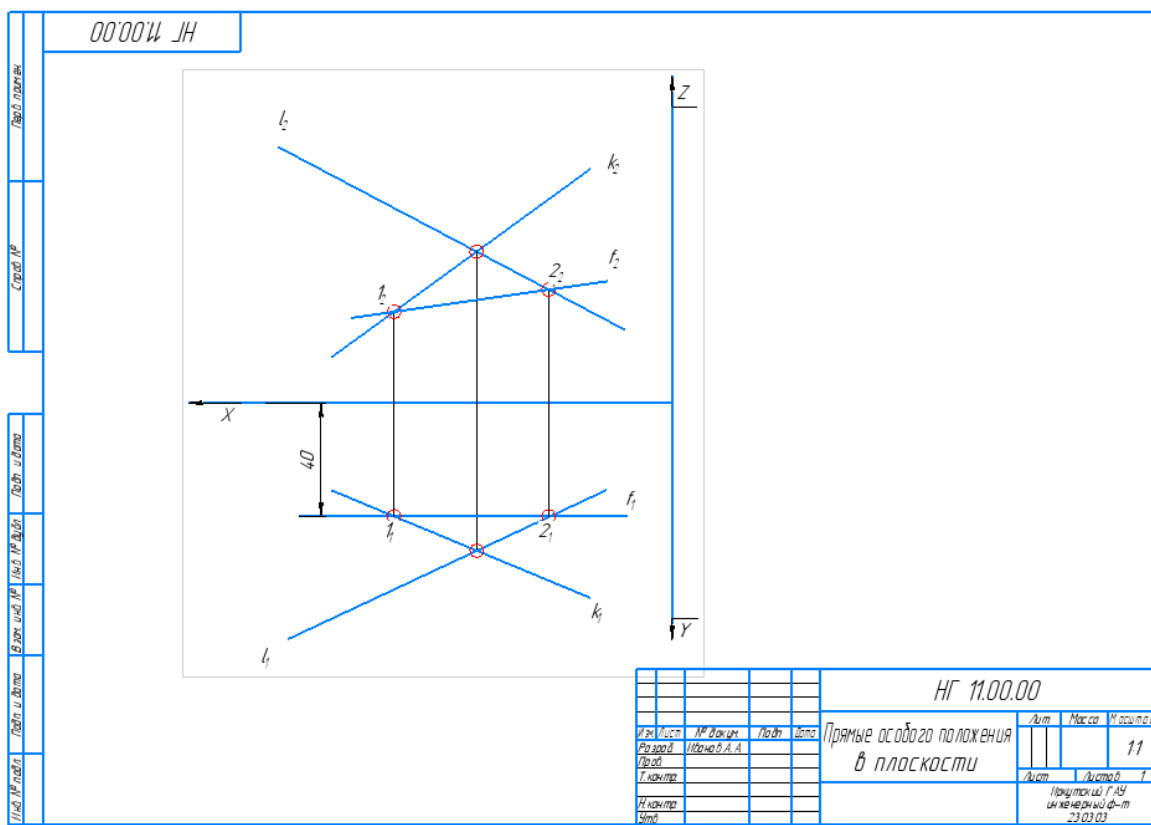
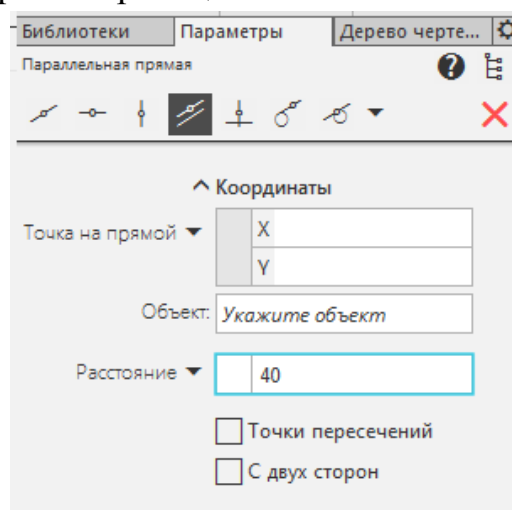
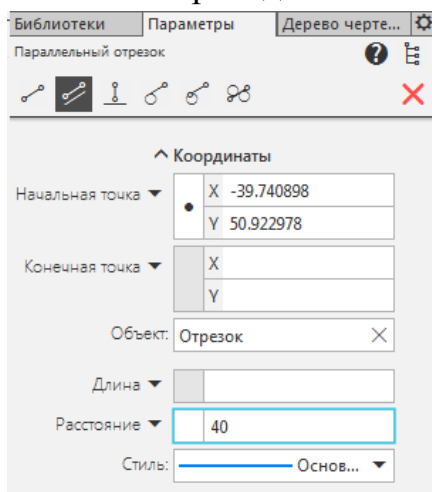
Построение прямой, параллельной оси X используйте либо «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК» выбираем в операции «ОТРЕЗОК»,



«ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ» выбираем в операции «ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ»



В обоих случаях, указываем мишенью ось X , прямую которой будем строить параллельную прямую, и в ПАРАМЕТРАХ операции вносим расстояние на котором должна быть построена проекция.



5. Построение горизонтали плоскости

Проводим фронтальную проекцию, параллельно оси X на расстоянии 60мм. Находим точки 3 и 4 - точки пересечения с пересекающимися прямыми, определяющими положение плоскости.

Достраиваем горизонтальные проекции точек 3 и 4. Поводим горизонтальную проекцию горизонтали.

Для построения горизонтали используем аналогичные операции как при построении фронтали.

Пример выполнения задания приведен на рис. 7.

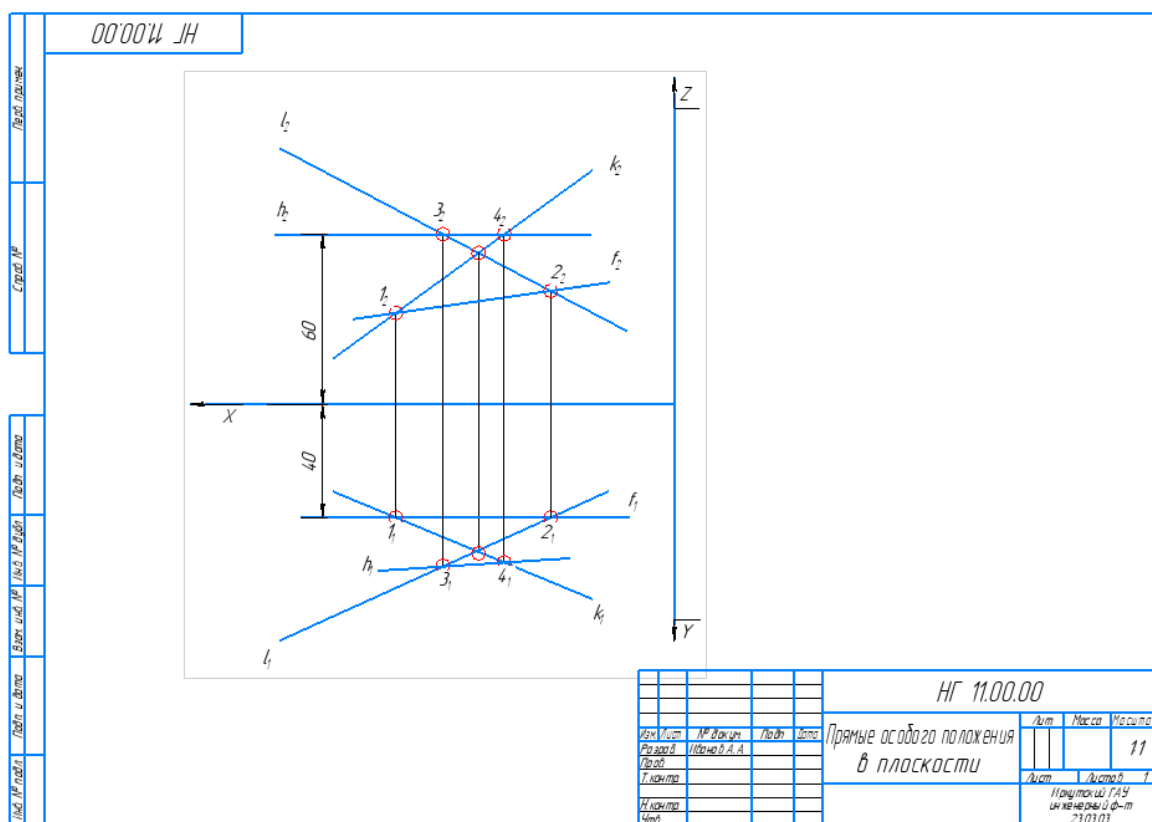


Рисунок 7 – Пример решения задачи

Глава №5

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Цели занятия

1. Изучить алгоритмы решения задач по теме: Позиционные задачи.
2. Решить задачи по теме курса и оформить их решение в КОМПАС v17.

5.1 Пересечение плоскостей

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям. Таким образом, задача нахождения линии пересечения плоскостей сводится к построению каких-либо двух точек, принадлежащих обеим плоскостям.

Общий прием построения линии пересечения заключается в следующем:

вводят вспомогательную плоскость, строят линии пересечения вспомогательной плоскости с двумя заданными и в пересечении построенных линий находят общую точку, рис. 1. Для нахождения линии пересечения плоскостей определяют вторую точку аналогично первой.

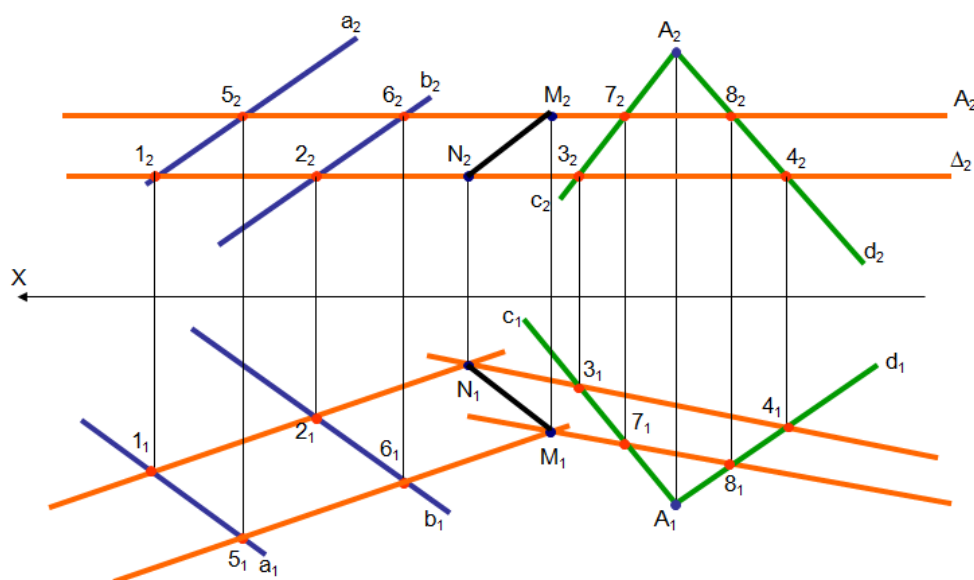
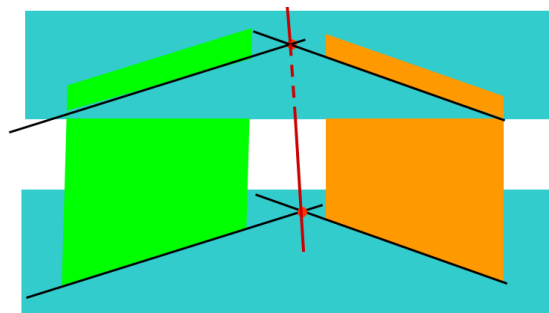


Рисунок 1 – Общий случай определения линии пересечения плоскостей

Если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей перпендикулярна к плоскости проекций (проецирующая), то построение линии пересечения упрощается, рис.2.

В задаче на пересечение фронтально - проецирующей плоскости, заданной следами (плоскость Δ) и плоскости общего положения, заданной треугольником ABC точки 1 и 2 определяются сразу, как точки пересечения фронтального следа фронтально-проецирующей плоскости и сторон треугольника.

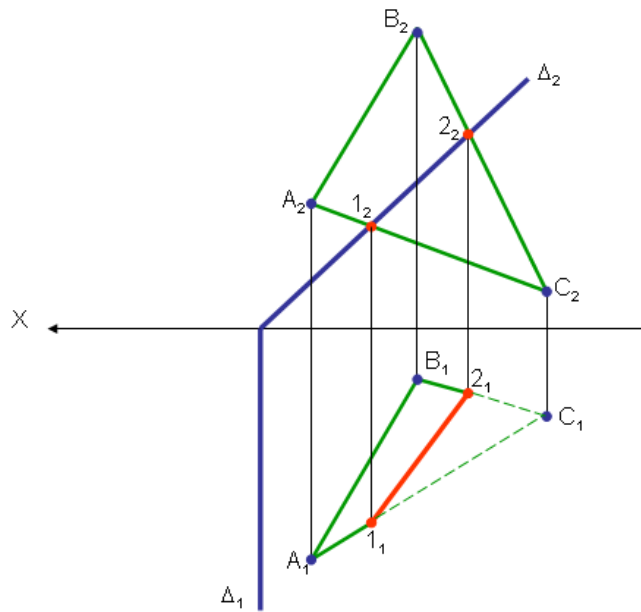
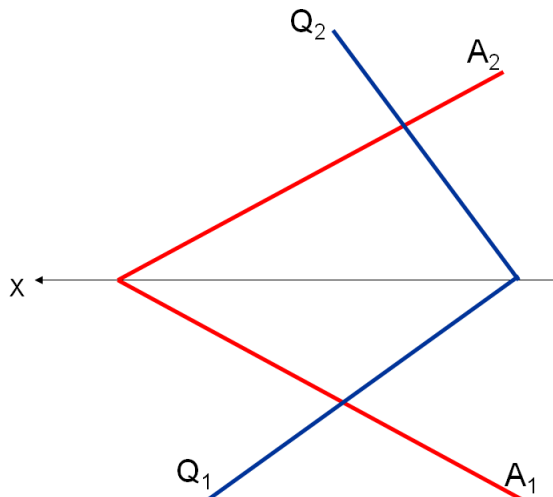


Рисунок 2 – Пересечение фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения

В качестве вспомогательных плоскостей могут выступать плоскости проекций. Таким образом, если пересекающиеся плоскости заданы следами, то точки определяющие линию пересечения будут находиться в пересечении одноименных следов, заданных плоскостей. Прямая, проходящая через эти точки будет общей для обеих плоскостей.

ЗАДАЧА 1

Построить линию пересечения плоскостей A и Q



На рис. 3 представлен пример выполнения задания. Точка M – точка пересечения фронтальных следов плоскостей Q и A, точка N – точка пересечения горизонтальных следов, заданных плоскостей, рис.3.

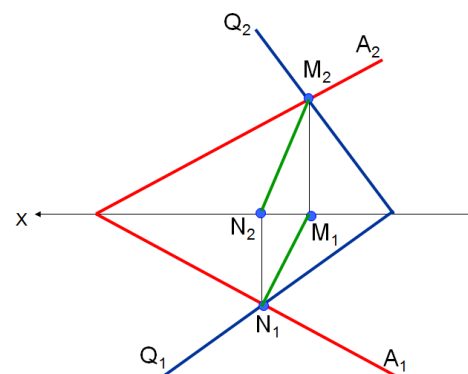
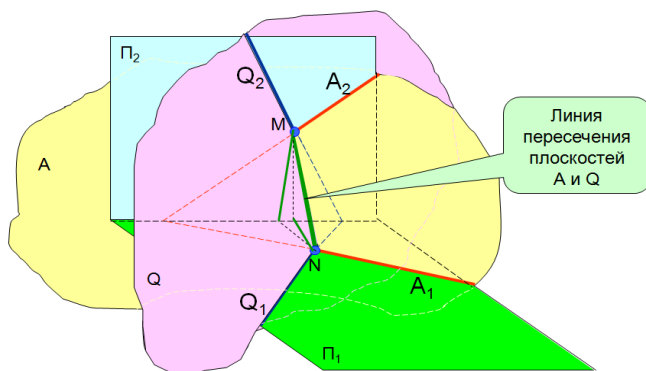



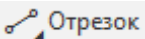

Рисунок 3- Линия пресечения плоскостей Q и A

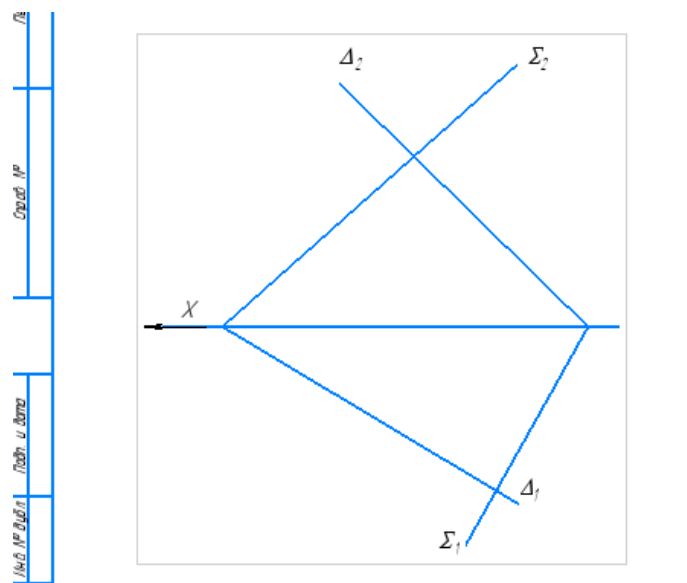
Пример выполнения задания в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

				11.00.00			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Линия пересечения плоскостей		
Разраб.	Иванов А.В.						
Пров.	Проверялкин						
Т.контр.							
Н.контр.							
Утв.					Лит.	Масса	Масштаб
							1:1
					Лист	Листов	1
					ИрГАУ инж.ф-т 1 курс 1 гр.		

3. Построение условия задачи

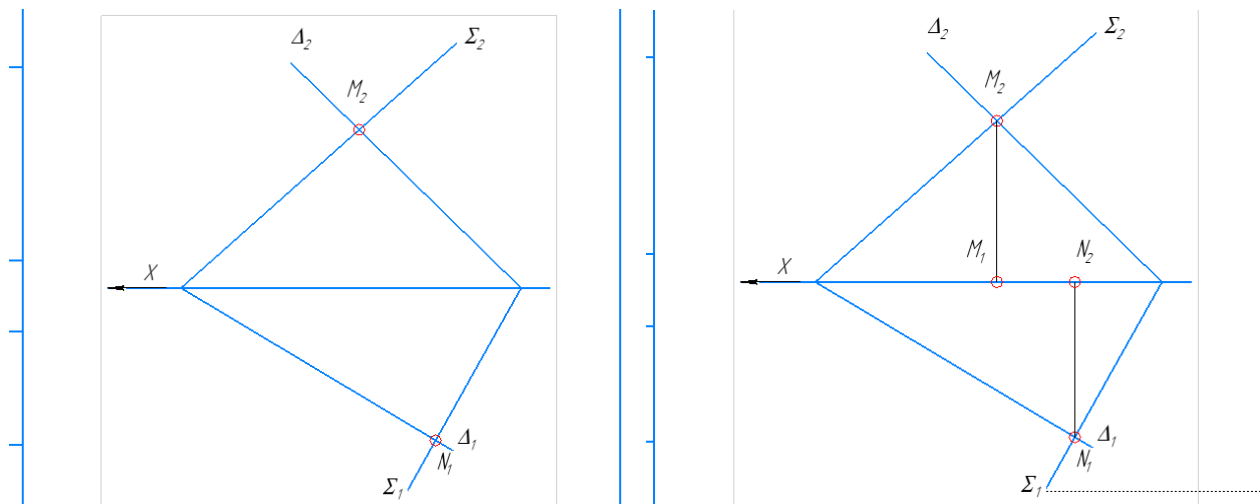
Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».



4. Нахождение общих точек заданных плоскостей

Так как плоскости заданы следами плоскостей, то в качестве вспомогательных плоскостей выступают плоскости проекций и решение сводится к нахождению точек пересечения одноименных проекций следов. Горизонтальные следы пересекаются в точке N_1 , фронтальные следы пересекаются в точке M_2 .

Достраиваем противоположные проекции точек пересечения следов - N_2 и M_1 .



5. Построение линии пересечения плоскостей

Для построения линии пересечения плоскостей необходимо соединить одноименные проекции точек M и N .

Пример выполнения задания приведен на рис.4.

НГ 11.00.00

Имя	Авт	№ докум.	Подп.	Дата	Пересечение плоскостей	Лист	Масштаб	11
Разработ	Иванов АВ						Автомат	
Провер								
Т.канцеляр	Павлов АА							
Н.канцеляр								
Смбд								

НГ 11.00.00

Инд. АУ
инж. Ф-т
1 курс 1 гр.

Рисунок 4 – Пример выполнения задания

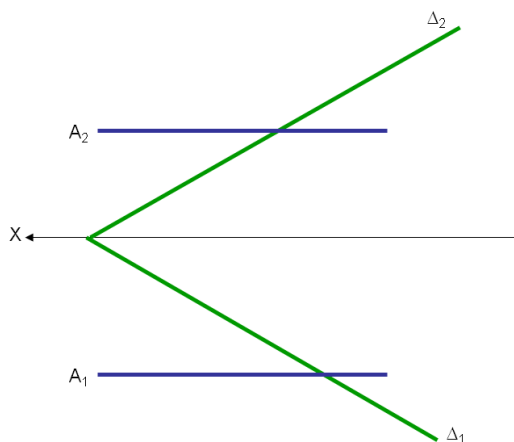
Задания решить САМОСТОЯТЕЛЬНО:

ЗАДАЧА 2

Построить линию пересечения, плоскостей заданных следами:

A- профильно – процирующая, Δ - общего положения

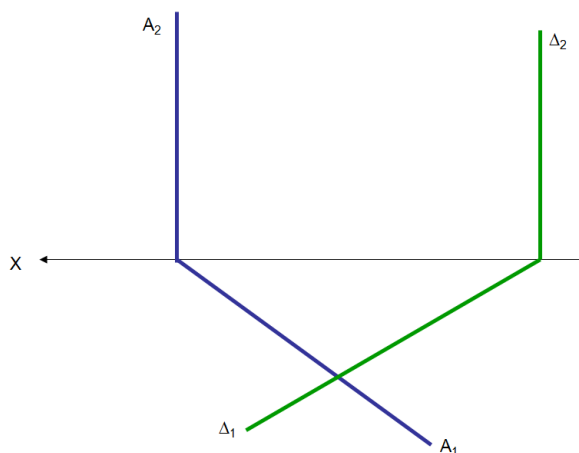
Пояснение. Задача, решается аналогично рассмотренной в примере, с помощью определения точек пересечения одноименных следов



ЗАДАЧА 3

Построить линию пересечения, плоскостей заданных следами:
A и Δ - горизонтально – проецирующие

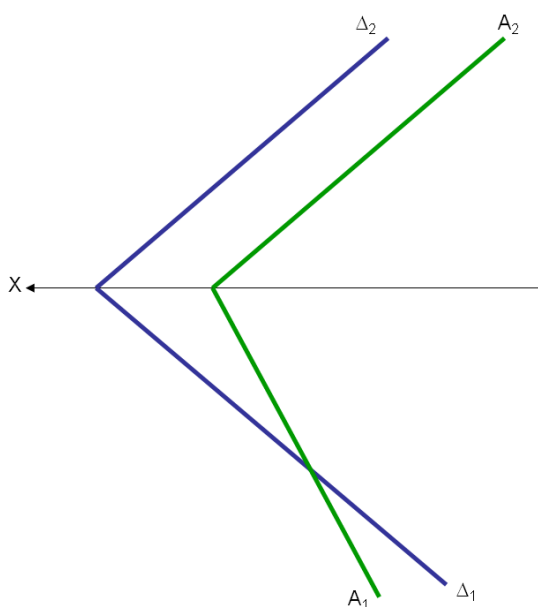
Пояснение. В задаче плоскости занимают частное положение, поэтому линия пересечения тоже будет прямой частного положения.



ЗАДАЧА 4

Построить линию пересечения, плоскостей заданных следами:
A и Δ - общего положения

Пояснение. Фронтальные следы плоскостей параллельны друг другу. При решении можно воспользоваться вспомогательной плоскостью фронтального уровня (общий прием). Либо воспользоваться правилом, если следы плоскостей параллельны друг другу, то их линия пересечения тоже будет параллельна этим следам.

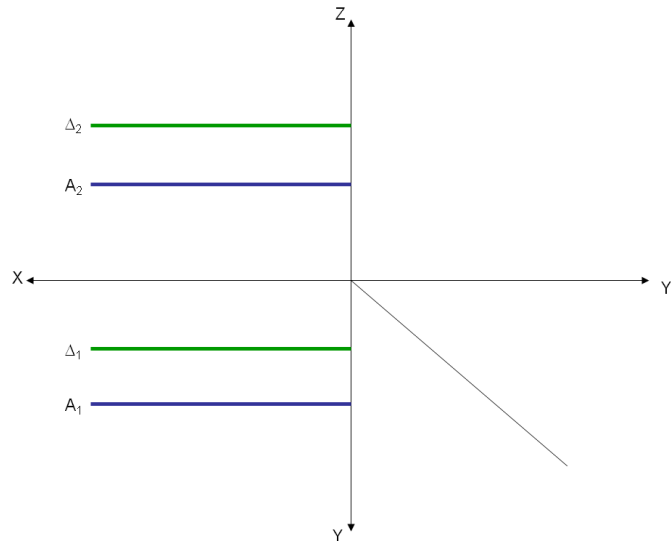


ЗАДАЧА 5

Построить линию пересечения, плоскостей заданных следами:

A и Δ - профильно – проецирующие

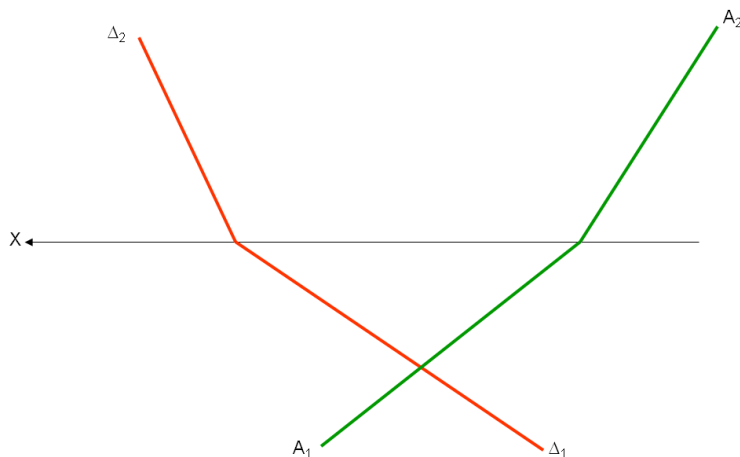
Пояснение. Задачу необходимо решать используя профильную проекцию. Линия пересечения – прямая частного положения, так как пересекающиеся плоскости – плоскости частного положения.



ЗАДАЧА 6

Построить линию пересечения, плоскостей заданных следами: A и Δ

Пояснение. Для решения необходимо воспользоваться вспомогательной плоскостью – плоскостью фронтального уровня.



5.2 Перпендикулярность плоскостей

Плоскости перпендикулярны, если прямая, принадлежащая одной плоскости, перпендикулярна прямой, принадлежащей другой плоскости.

Это возможно, если:

1. Плоскость провести через прямую, перпендикулярную к плоскости.

На рис. 5 прямая n перпендикулярна плоскости, заданной треугольником ABC , так как фронтальная проекция этой прямой перпендикулярна фронтальной проекции горизонтали, а горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали.

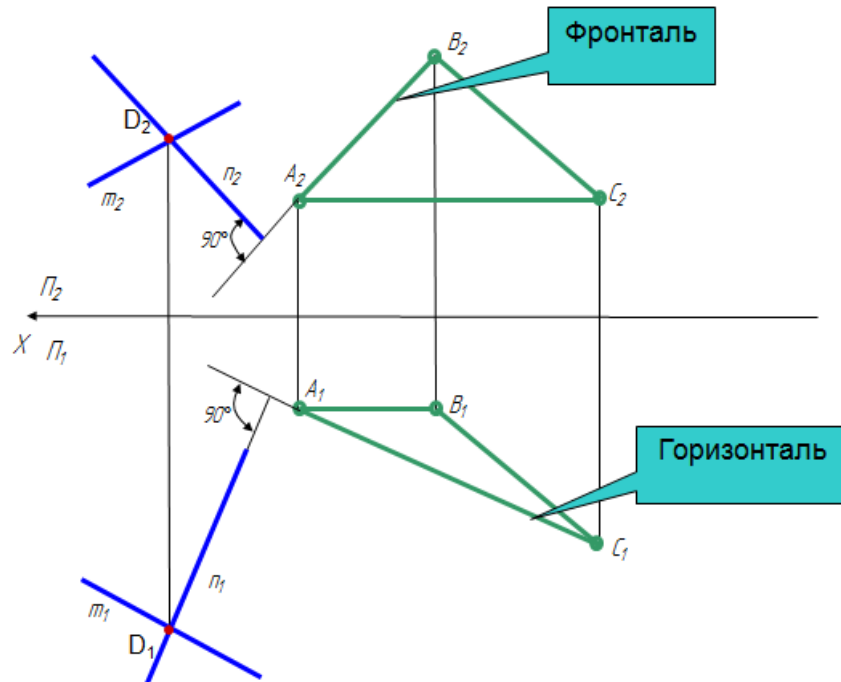
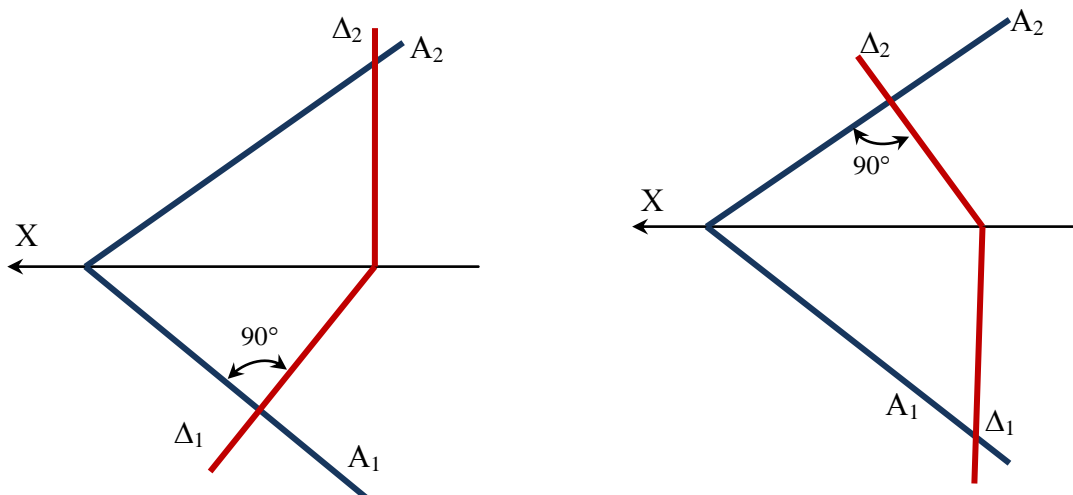


Рисунок 5- Взаимно перпендикулярные плоскости

2. Плоскость провести перпендикулярно к прямой, лежащей в плоскости или параллельной этой плоскости. Для получения единственного решения требуются дополнительные условия.

В случае, если хотя бы одна из плоскостей проектирующая и плоскости заданы следами, то достаточно построить взаимно перпендикулярные следы, в этом случае плоскости будут перпендикулярны.



5.3 Перпендикулярность прямой и плоскости

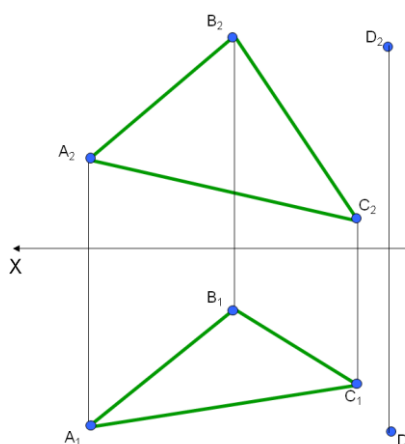
У перпендикуляра к плоскости горизонтальная проекция перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали, а его фронтальная проекция перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали.

В случае, если плоскость задана следами, то прямая перпендикулярна плоскости, тогда когда его горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальному следу, а его фронтальная проекция перпендикулярна фронтальному следу.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

Через заданную точку D построить прямую перпендикулярную плоскости, заданной треугольником ABC.




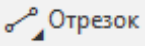

Пример выполнения задания в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС

2. Заполнить основную надпись

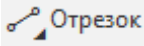
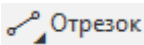
				<i>НГ 11.00.00</i>					
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Перпендикулярность прямой и плоскости</i>		<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.В</i>	<i>01.01.2021</i>					<i>у</i>		<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>	<i>Проверялкин</i>						<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>							<i>ИрГАУ, инженерный ф-т, напр. 35.03.06 1 курс 1 гр</i>		
<i>Н.контр.</i>									
<i>Утв.</i>									

3. Построение условия задачи

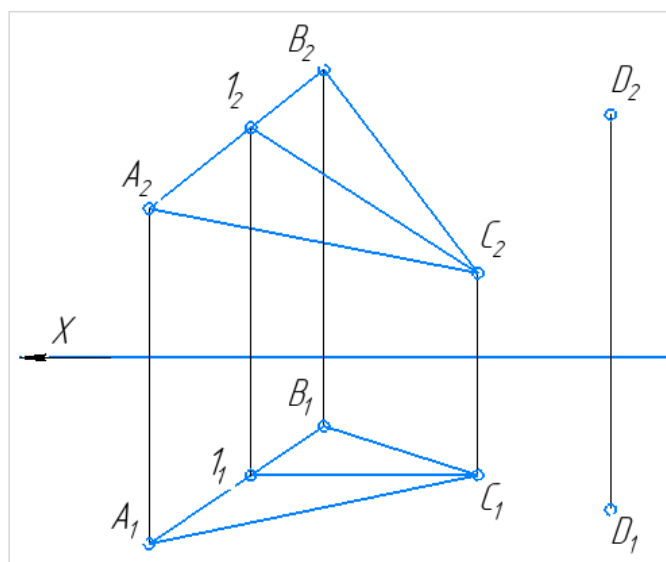
Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «Отрезок», стиль – «Тонкая» на панели «Геометрия».

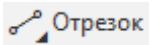
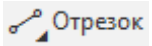
4. Построение горизонтали и фронтали плоскости


Прямая принадлежит плоскости, если проходит через две точки, принадлежащие плоскости.

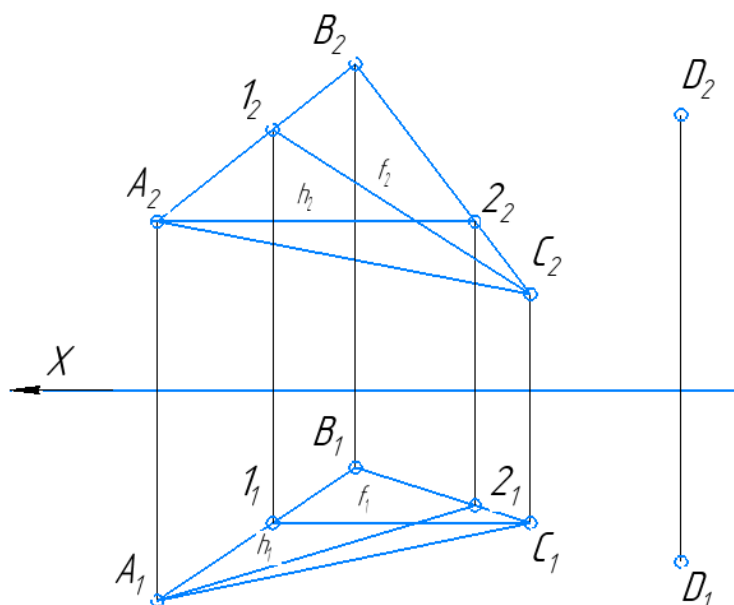
У фронтали плоскости горизонтальная проекция параллельна оси X . Воспользуемся операцией «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ» , стиль – основная. На горизонтальной проекции строим горизонтальный отрезок через вершину треугольника (точка C_1) до пересечения с противоположной стороной треугольника (сторона A_1B_1), в результате получаем точку 1_1 . Достаиваем фронтальную проекцию точки 1_2 , как принадлежащую стороне A_2B_2 , используя линии связи. Линии связи строим с помощью операцией «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ» , стиль – тонкая.

Спроб. №
Подп. и дата
Инв. № дудл.



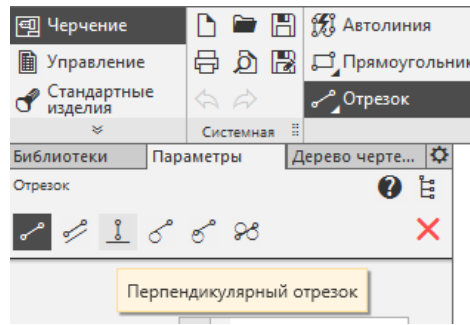
У горизонтали плоскости фронтальная проекция параллельна оси X . Воспользуемся операцией «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ» , стиль – основная. На фронтальной проекции строим горизонтальный отрезок через вершину треугольника (точка A_2) до пересечения с противоположной стороной треугольника (сторона B_2C_2), в результате получаем точку 2_2 . Дистраиваем горизонтальную проекцию точки 2_1 , как принадлежащую стороне B_1C_1 , используя линии связи. Линии связи строим с помощью операцией «ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ» , стиль – тонкая.

Обозначаем горизонталь и фронталь используя операцию «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ», задавая необходимые параметры надписи, аналогично надписям в предыдущих задачах.

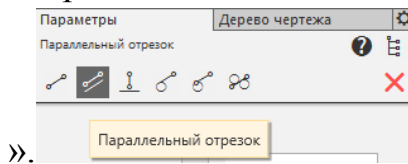


Строим через заданную точку D прямую, перпендикулярную плоскости ΔABC . Горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, фронтальная проекция - перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.

Продолжаем натуральные величины горизонтали (A_12_1) и фронтали (C_21_2). Для построения перпендикуляра используем операцию «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЙ ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ»

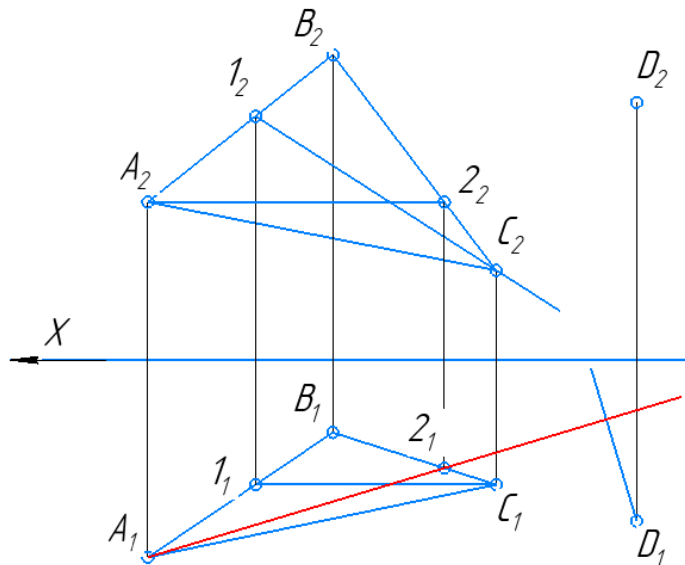


Продолжаем натуральные величины отрезков: фронтальную проекцию фронтали (C_21_2) и горизонтальную проекцию горизонтали (A_12_1) с помощью операции «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК» на панели «Геометрия»

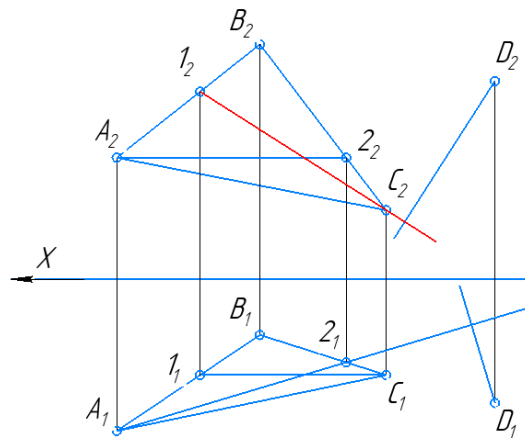


». Для этого щелчком мыши выделяем проекции отрезка и продолжаем его на произвольную длину.

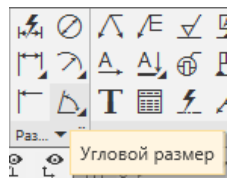
Для построения перпендикуляра указываем мишенью (с помощью мыши) отрезок A_12_1 перпендикулярно к которому будем строить отрезок. Отрезок окрасится в красный цвет. Проводим перпендикуляр произвольной длины из точки D_1 (указываем точку щелчком мыши).



Далее указываем мишенью (с помощью мыши) отрезок C_21_2 перпендикулярно к которому будем строить отрезок. Отрезок окрасится в красный цвет. Проводим перпендикуляр произвольной длины из точки D_2 (указываем точку щелчком мыши).



Обозначаем угол 90° . Для этого используем операцию «УГЛОВОЙ РАЗМЕР» на панели «РАЗМЕРЫ». Указываем поочередно одну и другую



стороны угла. Размер проставляется автоматически. Фиксируем его щелчком мыши.

Пример выполнения задания представлен на рис. 5

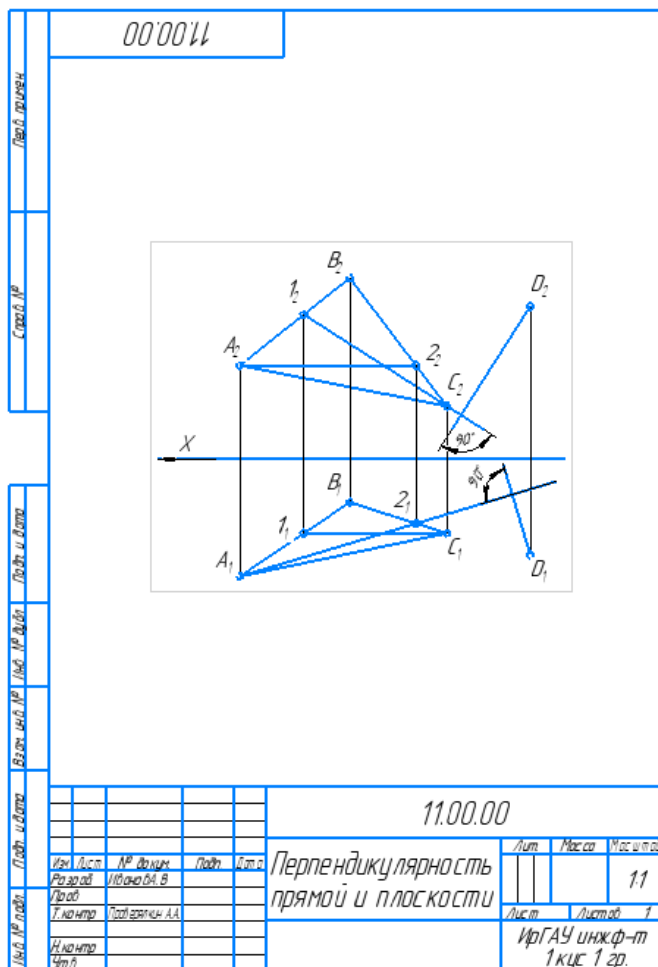


Рисунок 5 – Пример выполнения задания.

5.4 Параллельность плоскостей

Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Так на рисунке представлены параллельные плоскости, одна из которых задана плоской фигурой (ΔABC), другая – пересекающимися прямыми ($m \cap n$). Сторона BD треугольника параллельна прямой m , сторона DC – параллельна n . Таким образом, плоскости параллельны, рис. 6.

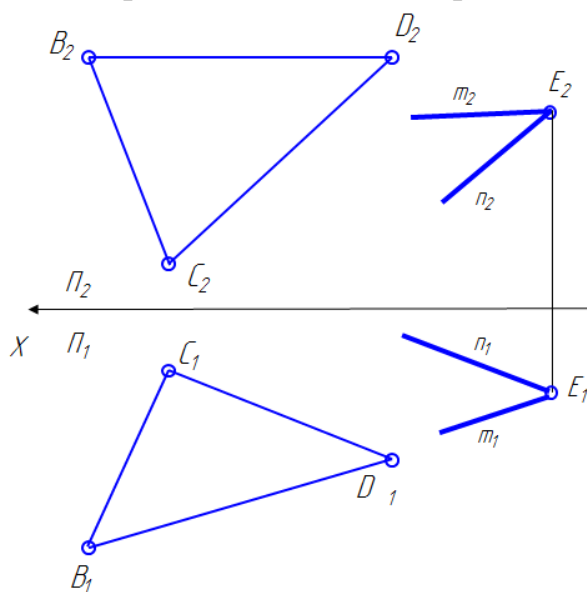
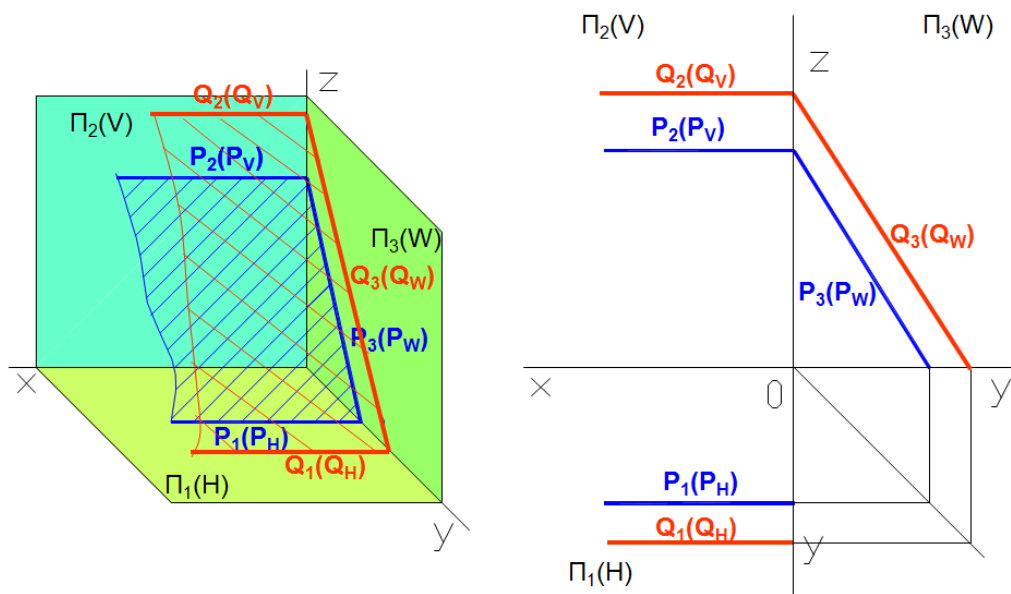


Рисунок 6 - Параллельные плоскости

В качестве двух пересекающихся прямых могут быть следы плоскостей. Таким образом, если два пересекающихся между собой следа одной плоскости параллельны одноименным с ними следам другой плоскости, то обе плоскости параллельны между собой.



Если хотя бы одна пара одноименных следов пересекается, то плоскости пересекаются. На рисунке профильные следы пересекаются, плоскости не параллельны, рис.7.

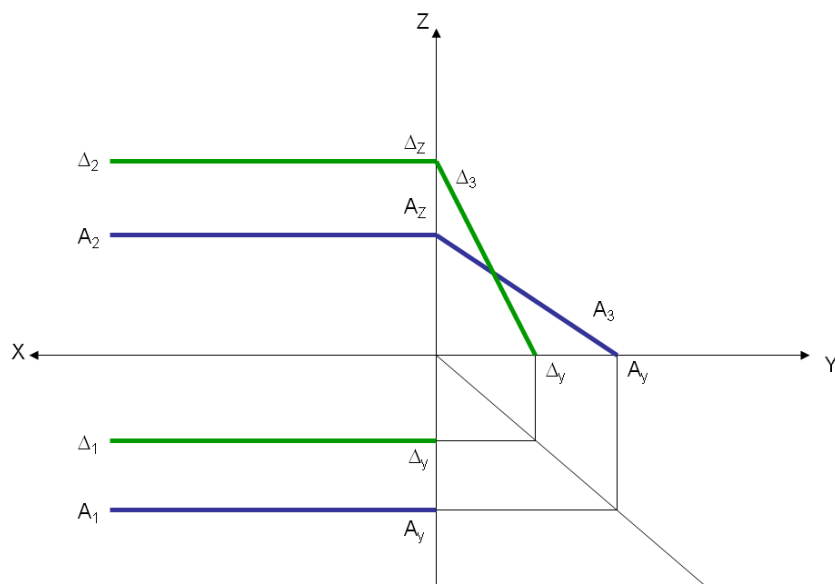
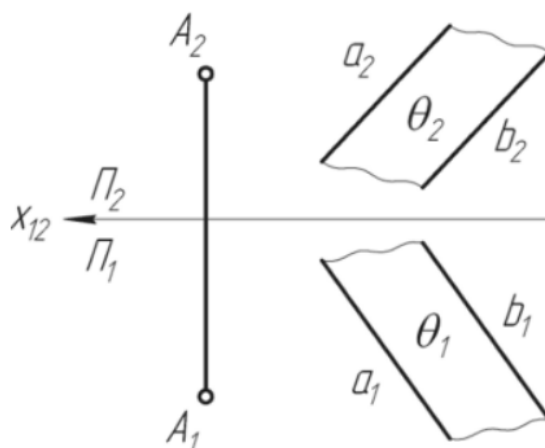


Рисунок 7 – Непараллельные плоскости

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

Через точку A построить плоскость, параллельную плоскости, заданной двумя параллельными прямыми


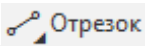


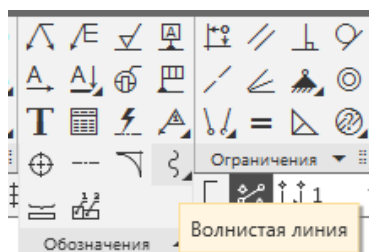
Пример выполнения задания в программе КОМПАС


1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

					<i>НГ 11.00.00</i>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Параллельность плоскостей</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.В.</i>							1:1
<i>Проб.</i>	<i>Проверялкин</i>							
<i>Т.контр.</i>						<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	1
<i>Н.контр.</i>						<i>ИрГАУ инж. ф-т направление 35.03.06 1 курс 1 гр.</i>		
<i>Утв.</i>								

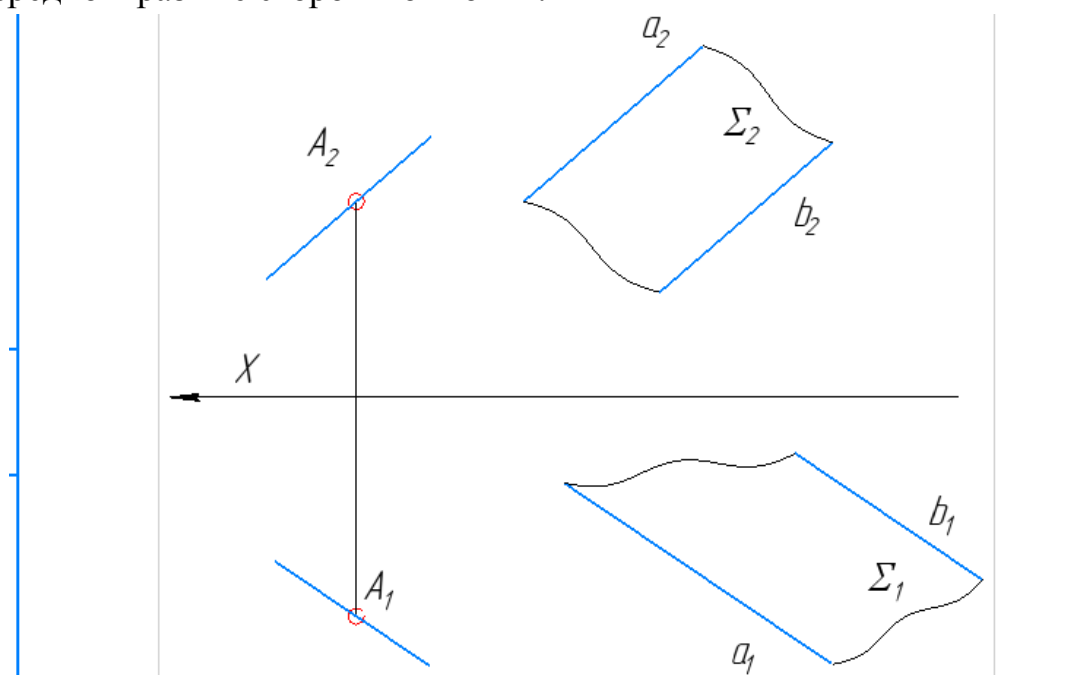
3. Построение условия задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Линии обрывая обозначаем с помощью операции «ВОЛНИСТАЯ



ЛИНИЯ» на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».



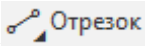

начало отрезка в точке A и проводим отрезок произвольной длины поочередно в разные стороны от точки.

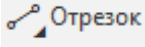


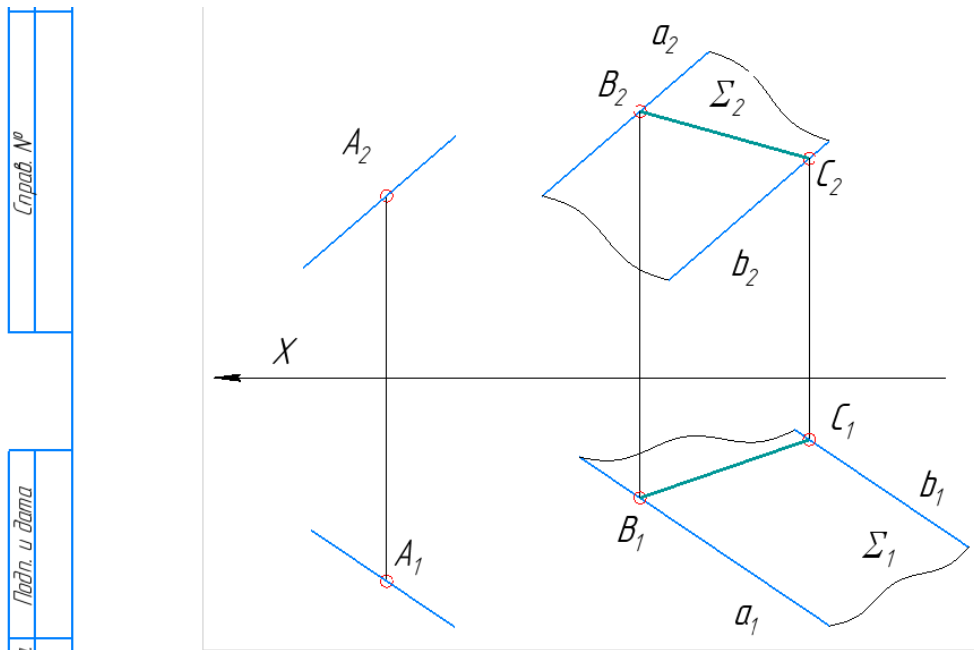
5. Построение отрезка принадлежащего плоскости Σ

Строим прямую принадлежащую плоскости и пересекающую заданные прямые a и b . Выбираем произвольно точку B , принадлежащую прямой a и точку C , принадлежащую прямой b . Достаиваем противоположные проекции точек B и C , с помощью линий связи.

При обозначении точек пользуемся операцией операции «ТОЧКА»

 Точка, стиль - круг  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Для построения линий связи используем операцию «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ», стиль – тонкая. Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».

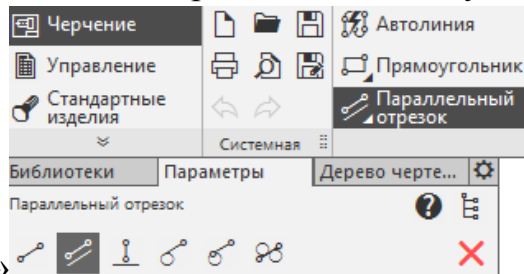
Соединяем построенные точки отрезком с помощью операции «ОТРЕЗОК» , стиль – утолщенная.



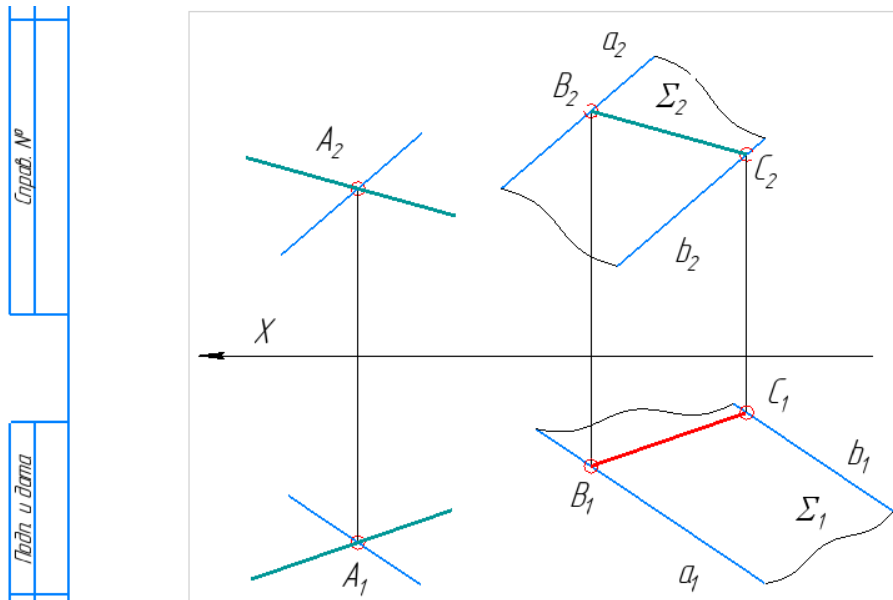
6. Построение прямой, параллельной прямой ВС

Плоскость, параллельная заданной, может быть задана с помощью пересекающихся прямых. Для этого необходимо через точку А провести прямую параллельную прямой ВС, принадлежащей плоскости Σ .

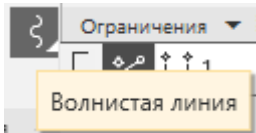
Для построения параллельных прямых используем операцию



«ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Алгоритм решения для обеих проекций одинаков. С помощью щелчка мыши обозначаем поочередно прямую B_1C_1 и B_2C_2 , параллельно которым необходимо построить отрезок, прямая окрасится в красный цвет. Фиксируем начало отрезка в точке А и проводим отрезок произвольной длины поочередно в разные стороны от точки.



Обозначаем плоскость в помощью операции «ВОЛНИСТАЯ ЛИНИЯ»



и операции «НАДПИСЬ» **T** на панели «ОБОЗНАЧЕНИЕ».

Пример выполнения задания приведен на рис.8.

НГ 11.00.00

НГ 11.00.00				
				Параллельность плоскостей
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата
		Исход. АВ		
Проб.		Проф. Яковлев		
Т.контр.				
Н.контр.				
Этб.				
			Лист	Масса
				11
			Лист	Листов
				1
ННГУ им. Ф. М. Яковлева направление 350.30.6 1 курс 1 гр.				

Рисунок 8 – Пример оформления задания

5.5 Прямая параллельная плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, принадлежащей плоскости.

Через заданную точку в пространстве можно построить бесчисленное множество прямых, параллельных плоскости. Для получения единственного решения необходимы дополнительные условия.

Для решения задач можно сначала построить прямую, принадлежащую плоскости, либо воспользоваться прямой частного положения (горизонталью, фронталью, линией наибольшего ската), рис.9.

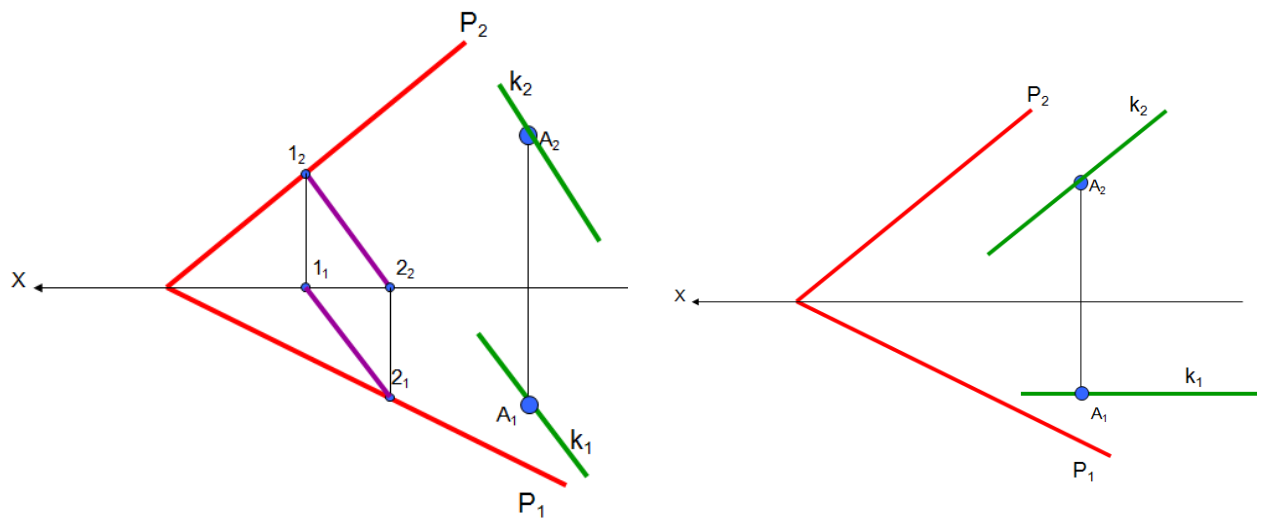


Рисунок 9 - Прямая параллельная плоскости

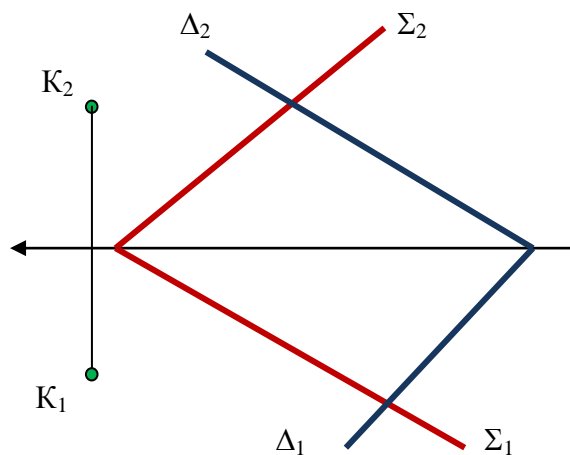
Для проверки параллельности прямой плоскости, необходимо попытаться провести в заданной плоскости прямую, параллельную заданной. Если это возможно, то прямая параллельна плоскости.

Для построения прямой, параллельной двум плоскостям необходимо сначала построить линию пересечения плоскостей, а затем построить прямую параллельную линии пересечения.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

Через точку провести прямую, параллельную пересекающимся плоскостям.




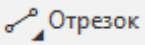

Пример выполнения задания в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС


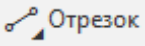

2. Заполнить основную надпись

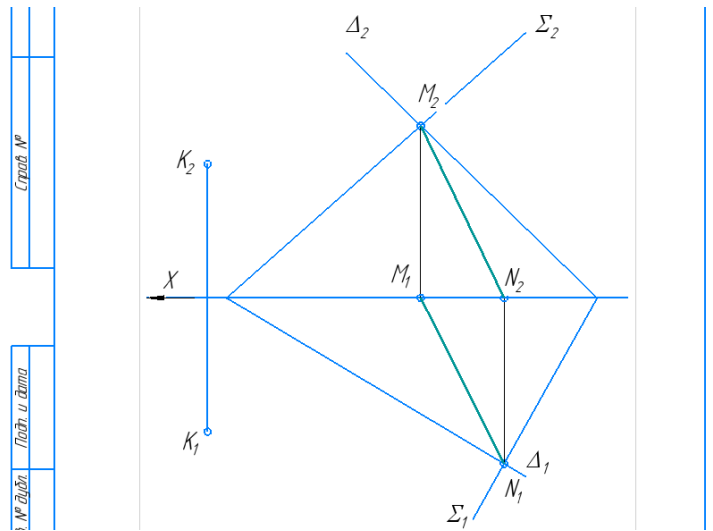
					<i>НГ 11.00.00</i>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Параллельность прямой и плоскости</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>	<i>Иванов А.В.</i>							<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>								
<i>Т.контр.</i>	<i>Проверялкин А.А.</i>					<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Н.контр.</i>						<i>ИрГАУ инж. ф-т 1 курс 1 гр.</i>		
<i>Утв.</i>								

3. Построение условия задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».

4. Построение линии пересечения плоскостей (MN)

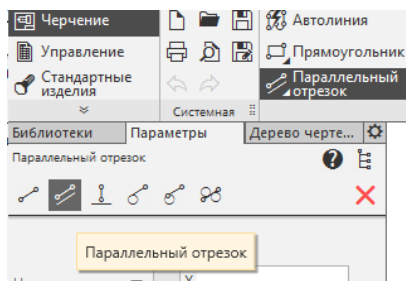
Линия пересечения плоскостей Δ и Σ определяется двумя точками M и N. Проекция точек M_2 и N_1 находим как точки пересечения одноименных следов плоскостей. Противоположные проекции M_1 и N_2 проецируются на ось X. Определяем их положение с помощью линий связи. Для построения и обозначения точек используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».



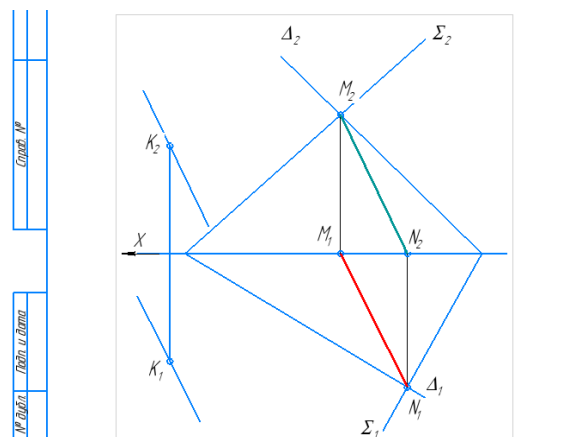
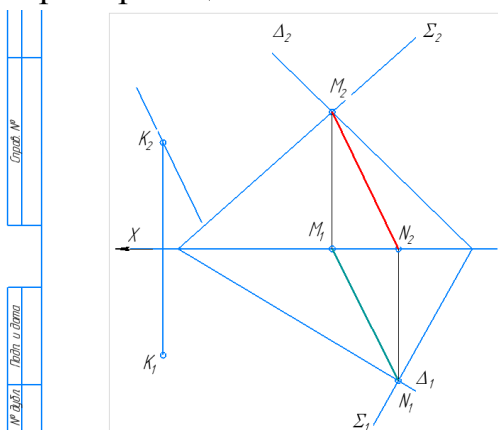
5. Построение прямой параллельной плоскостям

Для построения прямой, параллельной двум плоскостям проводим через точку K , прямую параллельно соответствующим проекциям MN - линии пересечения заданных плоскостей (горизонтальная проекция параллельна горизонтальной проекции линии пересечения M_1N_1 , фронтальная проекция параллельна фронтальной проекции линии пересечения M_2N_2).

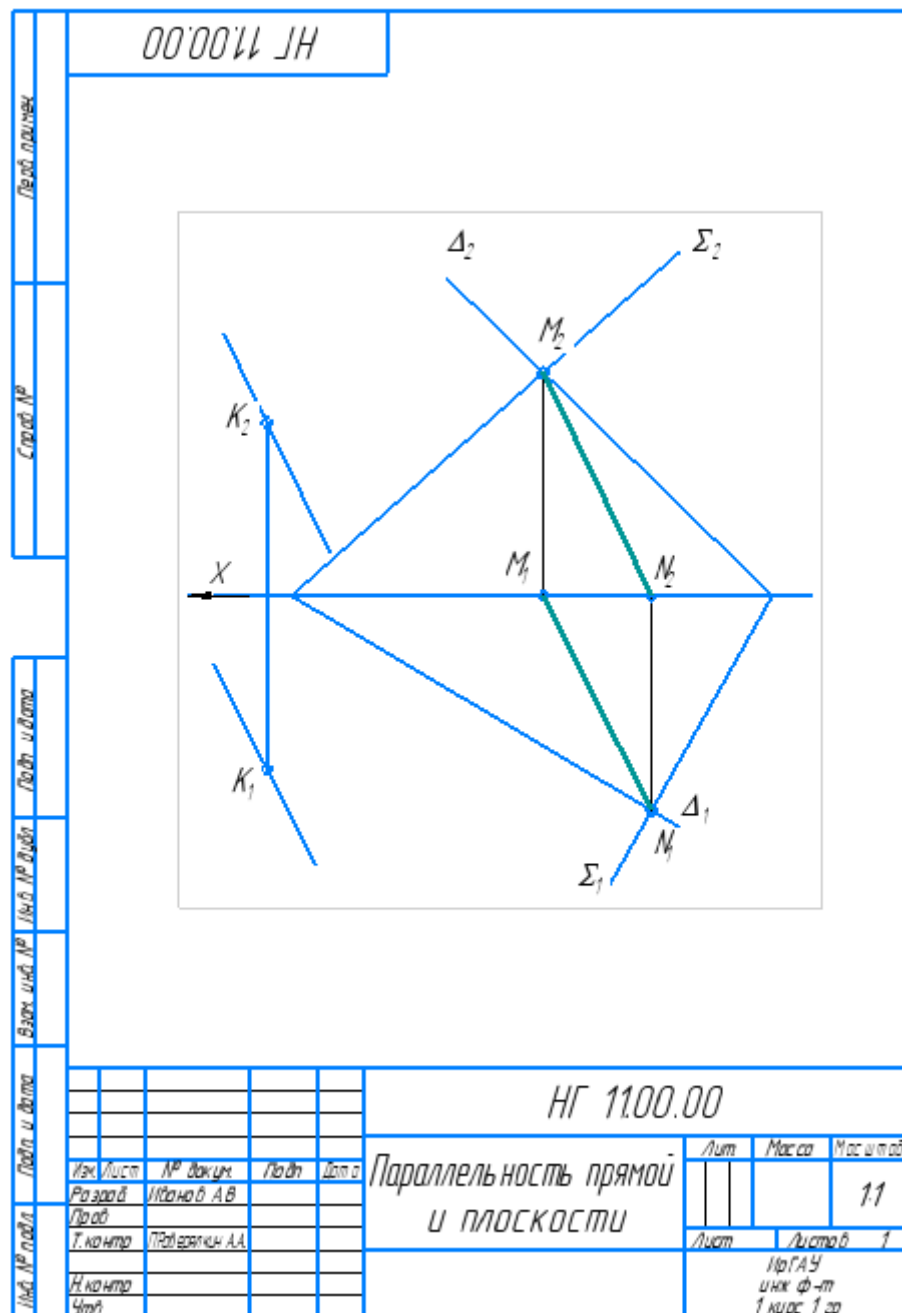
Для построения воспользуемся операцией «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОТРЕЗОК» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».



Указываем мишенью (мышью) поочередно проекции отрезка MN (проекции окрашиваются в красный цвет) и строим прямые, проходящие через проекции точки K .

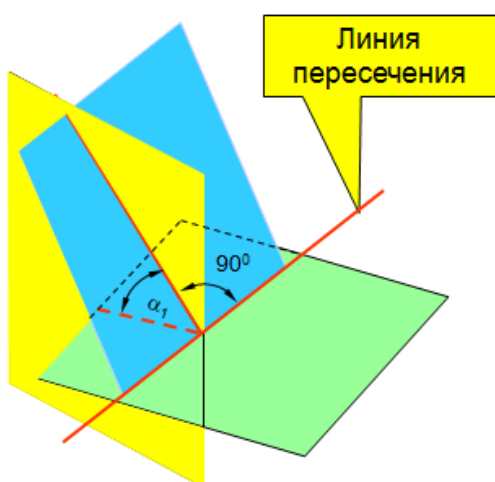


Пример выполнения задания приведен на рис. 10



Риснок 10 – Пример выполнения задания

5.6 Угол между плоскостями



Две пересекающиеся между собой плоскости образуют четыре двугранных угла.

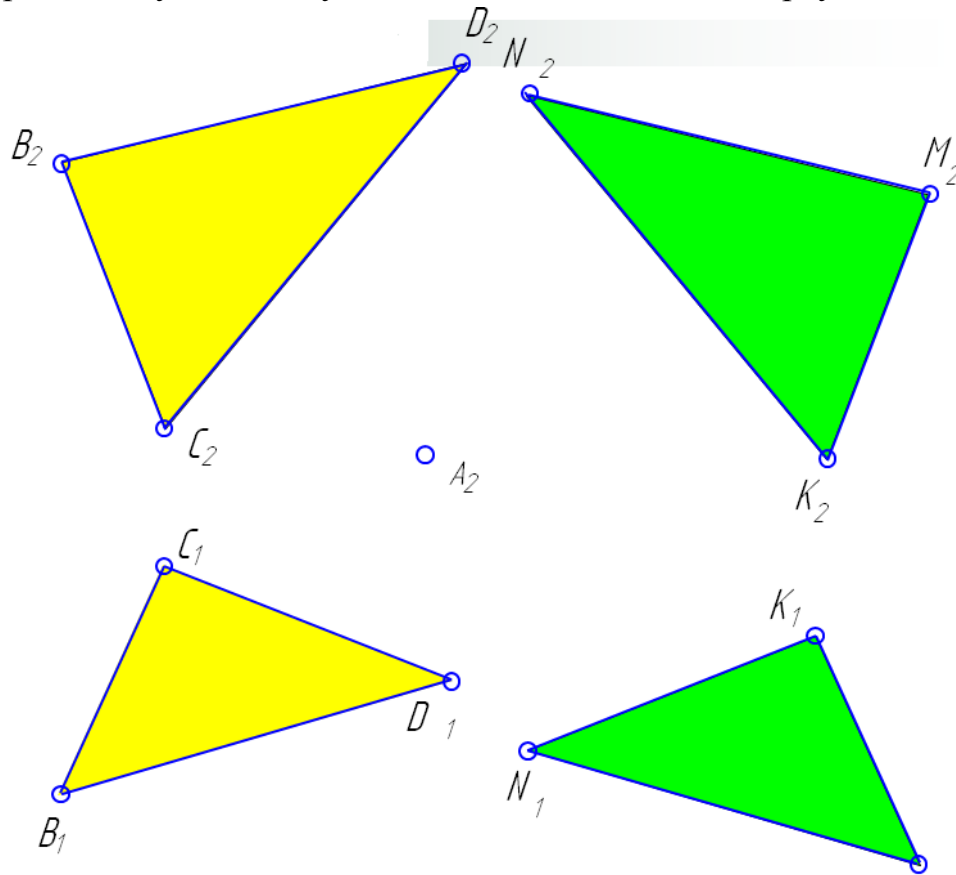
Для построения линейного угла необходимо:

1. Определить линию пересечения плоскостей;
2. Строим плоскость перпендикулярную линии пересечения плоскостей;
3. Определяем точку пересечения линии пересечения заданных плоскостей и плоскости к ним перпендикулярной.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

Определить угол между плоскостями, заданными треугольниками.


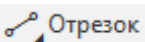



Пример выполнения задания в программе КОМПАС

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

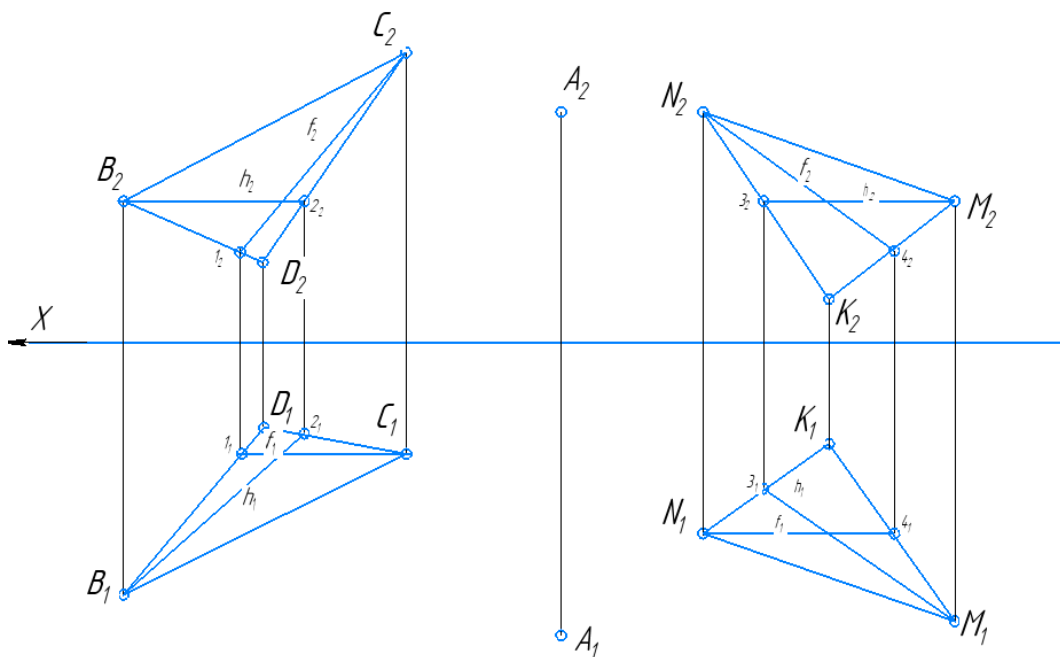
					11.00.00			
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Перпендикулярность прямой и плоскости	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов А.В.							1:1
Пров.	Проверялкин					Лист	Листов	1
Т.контр.						ИрГАУ инж.ф-т 1 курс 1 гр.		
Н.контр.								
Утв.								

3. Вычертить условие задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».

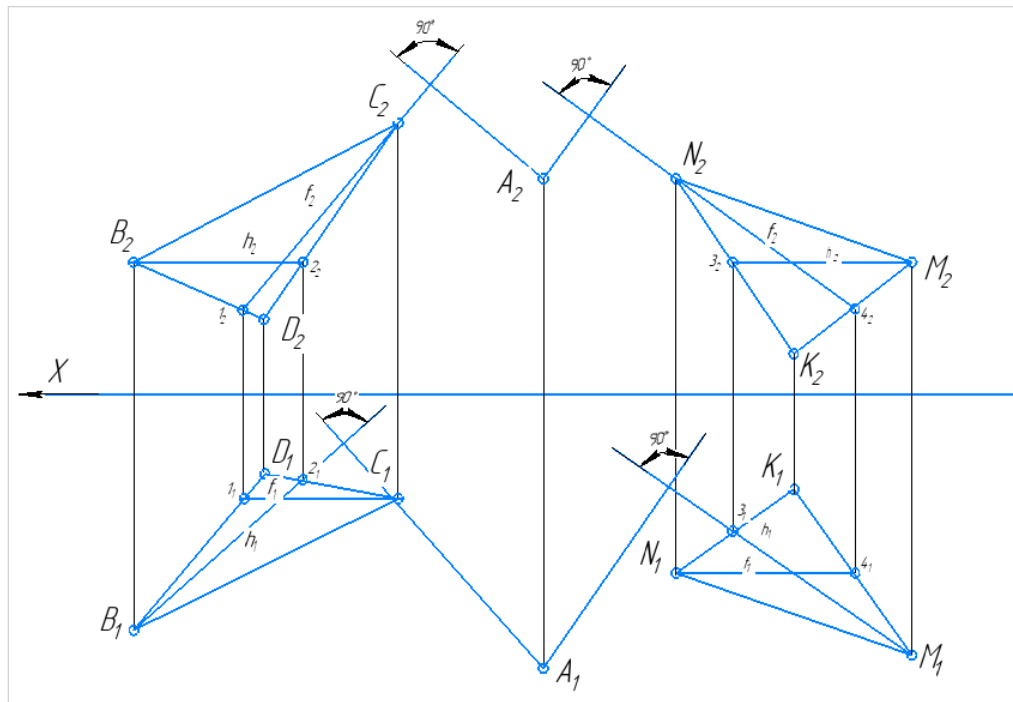
4. Построение в плоскостях горизонталь и фронталь

Построение горизонтали и фронтали в плоскостях аналогично построению, приведенному в ЗАДАЧЕ 1, стр. 102 методички. Используем операции «ОТРЕЗОК», «ТОЧКА» и «НАДПИСЬ».



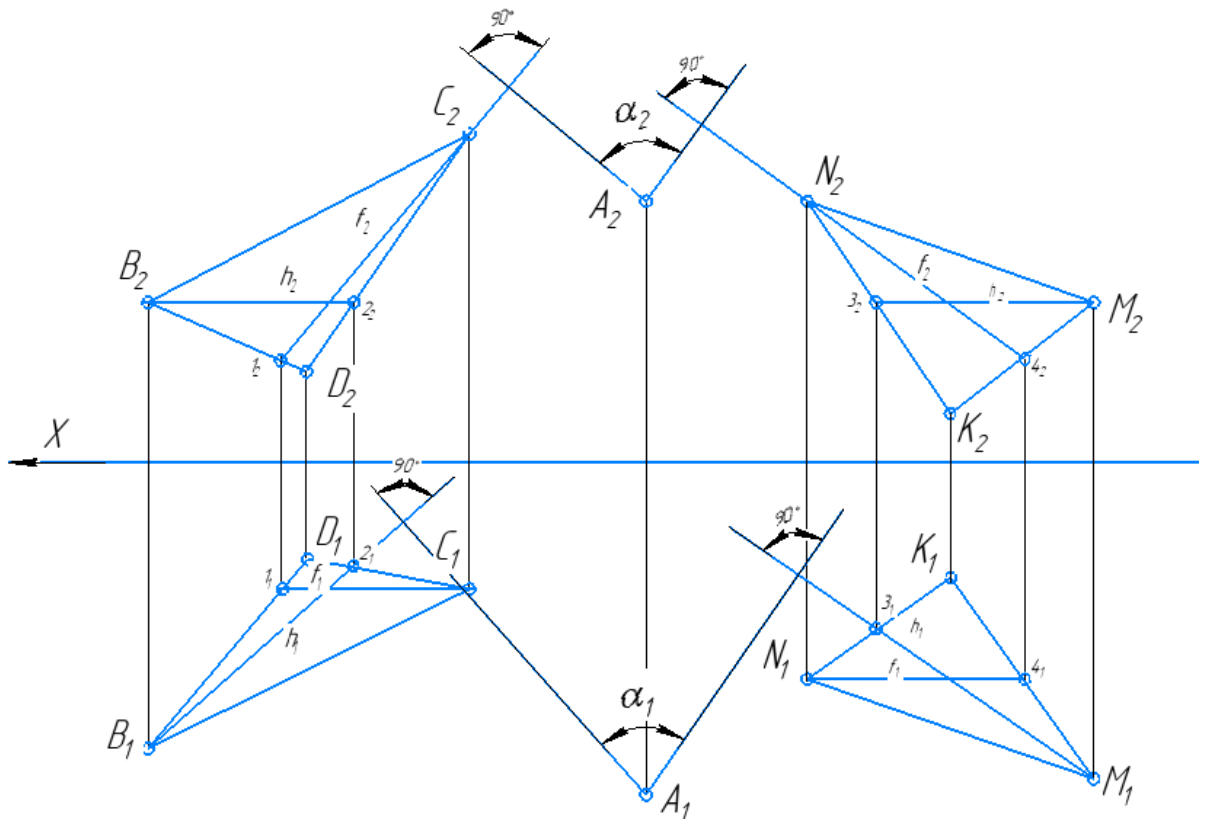
5. Построение перпендикуляров к плоскостям

Опустить перпендикуляр из соответствующих проекций точки А к горизонталям (B_12_1 и M_13_1) и фронталям (C_21_2 и N_24_2) в треугольниках $B_1C_1D_1$ и $K_1M_1N_1$, построение описано в ЗАДАЧЕ 1, стр. 103 методички. Используем операции «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЙ ОТРЕЗОК», для обозначения «НАДПИСЬ» и «УГОЛОВОЙ РАЗМЕР».



6. Определение угла между плоскостями

Угол между плоскостями равен углу между перпендикулярами к ним, проведенными из точки находящейся вне двугранного угла. Определяем угол α , как угол между перпендикулярами. Для построения используем операцию «УГЛОВОЙ РАЗМЕР» на панели «РАЗМЕРЫ».



5.7 Пересечение прямой и плоскости

Для построения точки пересечения прямой с плоскостью общего положения надо выполнить следующее:

1. прямая заключается во вспомогательную плоскость (обычно в проецирующую);
2. определяется линия пересечения заданной плоскости со вспомогательной плоскостью;
3. выясняется взаимное положение двух прямых: заданной и линии пересечения

При этом возможны три случая

- две прямые **пересекаются** в одной точке, значит прямая пересекается с плоскостью в этой точке.
 - две прямые **параллельны**, значит, прямая параллельна плоскости
 - две прямые **совпадают**, значит прямая, есть подмножество плоскости.
4. Определить видимость прямой.

5.7.1 Заключение прямой общего положения

в проецирующую плоскость

Через прямую общего положения можно провести проецирующую плоскость. Так как один из следов проецирующей плоскости обладает собирающим свойством, то одна из проекций прямой будет совпадать с этим следом. На рис.11 Прямая АВ заключена в горизонтально – проецирующую плоскость δ . Горизонтальная проекция прямой A_1B_1 и горизонтальный след плоскости δ_1 совпадают. Фронтальная проекция прямой A_2B_2 расположена во фронтальной плоскости проекций.

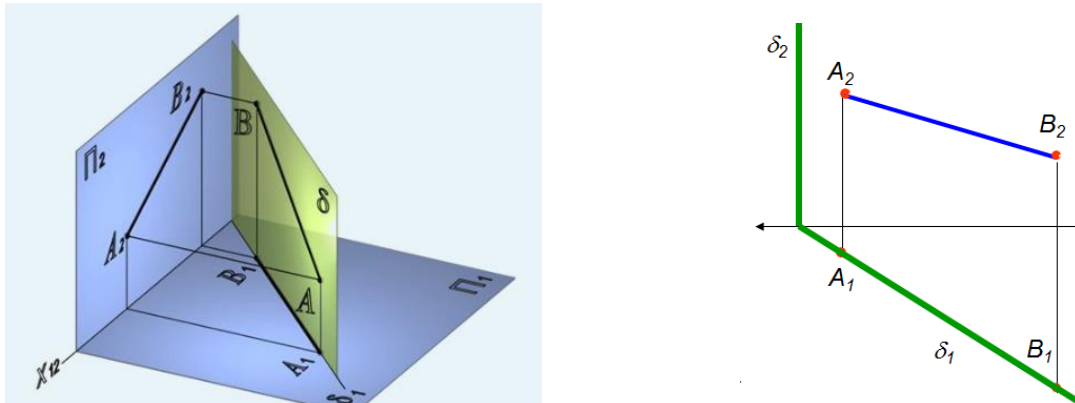


Рисунок 11 – Заключение прямой общего положения в горизонтально-проецирующую плоскость

5.7.2 Определение видимости на эпюрах

Для наибольшей наглядности на эпюрах видимые линии изображают основными линиями, невидимые линии - вспомогательными штриховыми линиями.

При этом считается, что плоскость непрозрачна. Тогда видимыми линиями будут считаться те, которые находятся по одну сторону плоскости с наблюдателем, который находится в первом октанте и бесконечно далеко от плоскости проекций.

При этих условиях, точка пересечения прямой и плоскости будет являться границей видимости линии. Видимость на проекциях определяется по координатам точек, лежащих на общей для них проецирующей прямой. Второй вариант определения видимости - определение видимости точки по отношению к плоскостям проекций.

ЗАДАНИЕ

ЗАДАЧА 1

Построить точку пересечения фронтально- проецирующей плоскости и прямой общего положения

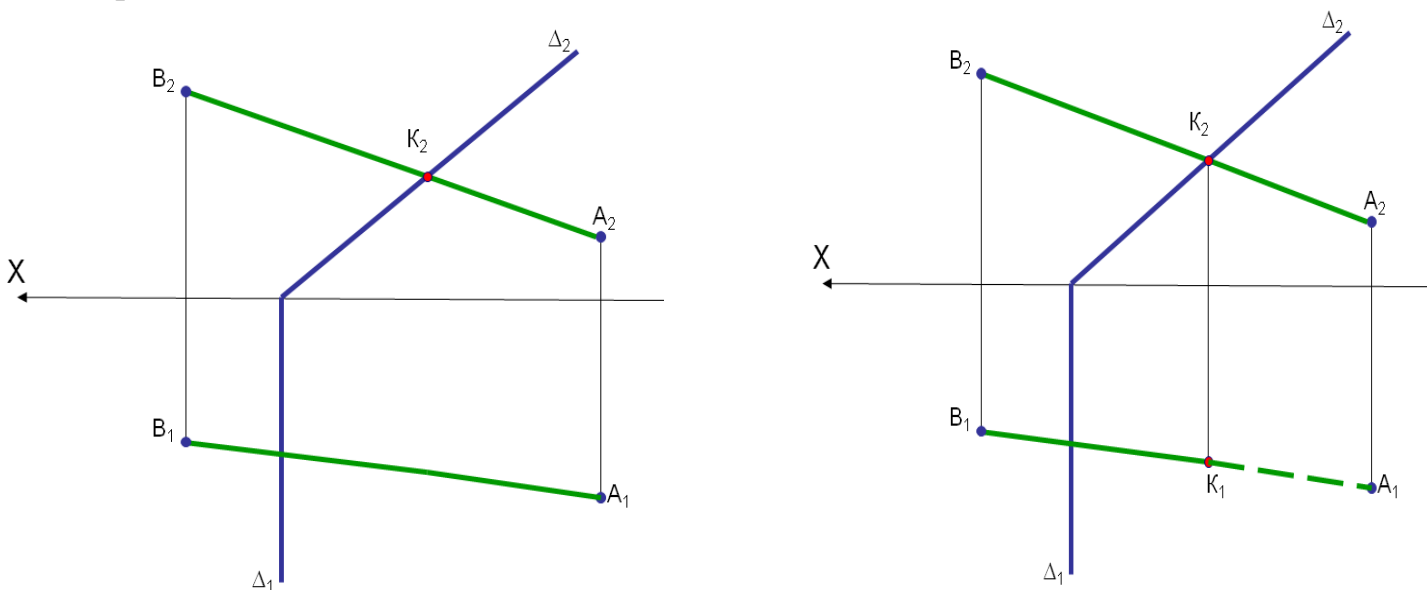


Рисунок 12 – Пример выполнения задания


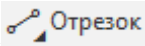

Пример выполнения задания в программе КОМПАС

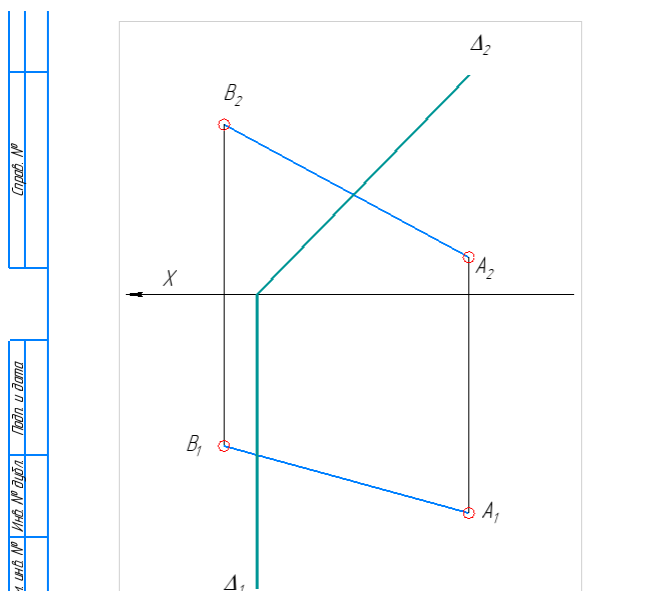
Решение:

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

					НГ 11.00.00			
Изм.	Лист	№ докум	Подп.	Дата	Пересечение прямой и плоскости	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов В.А							1:1
Пров.	Проверякин							
Т.контр.						Лист	Листов	1
Н.контр.						ИрГАУ, инж. ф-т напр 23.03.03 1 курс 1 гр.		
Утв.								

3. Построение условия задачи


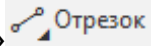

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».

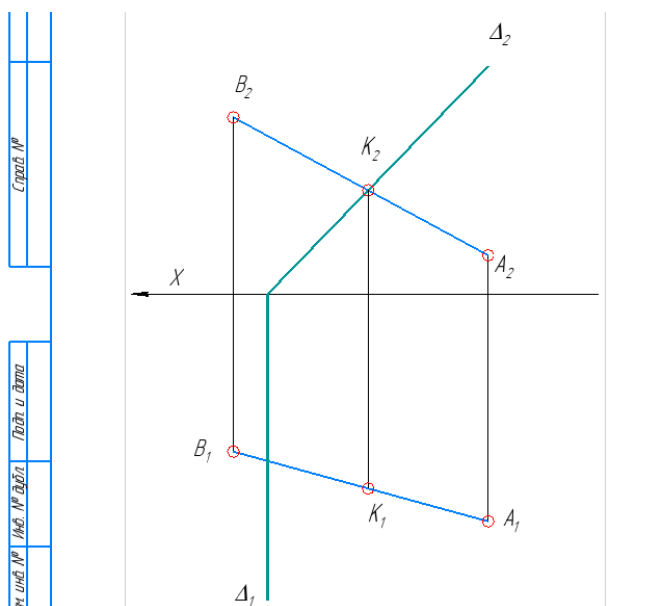


4. Построение точки пересечения прямой АВ и плоскости Δ

Так как плоскость занимает проецирующее положение, то фронтальный след такой плоскости обладает собирающим свойством. В этом случае, точка пересечения прямой и плоскости совпадает с фронтальной проекцией

точки (K_2). Горизонтальная проекция точки пересечения принадлежит горизонтальной проекции прямой АВ, по свойству принадлежности точки прямой.

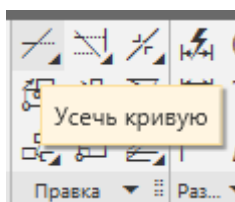
Для построения и обозначения точек используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».



5. Определяем видимость прямой

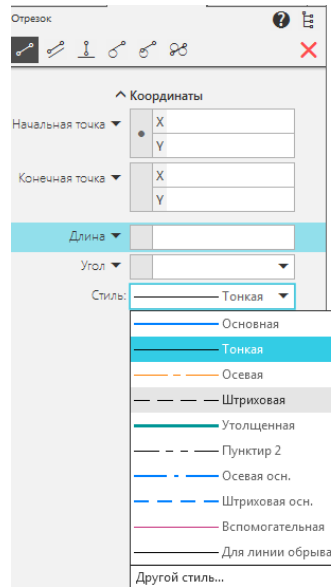
Для определения видимости прямой АВ необходимо сориентироваться как расположена плоскость по отношению к плоскостям проекций. Плоскость Δ - фронтально-проецирующая. В этом случае, на фронтальной плоскости проекций все объекты остаются видимыми. Видимость определяем только на горизонтальной плоскости. Для этого смотрим на чертеж, условно сверху и определяем какая из точек А или В, относительно плоскости Δ и точки К, расположена выше, та и будет видимая. В нашем случае это точка В (у нее координата z больше чем у точки А). Тогда, на горизонтальной проекции участок ВК видимый, а участок КА – невидимый.

С помощью операции «УСЕЧЬ КРИВУЮ» на панели «ПРАВКА»

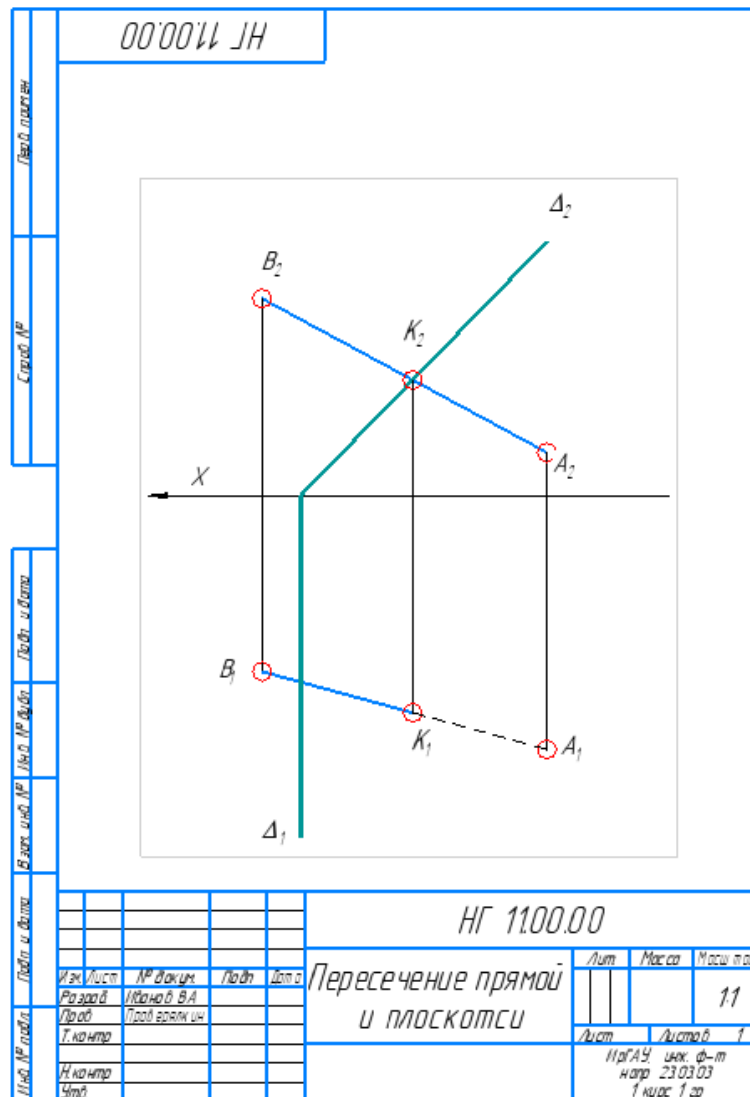


убираем участок K_1A_1 на горизонтальной плоскости

проекций. Обозначаем видимость прямой с помощью операции «ОТРЕЗОК», стиль – штриховая.

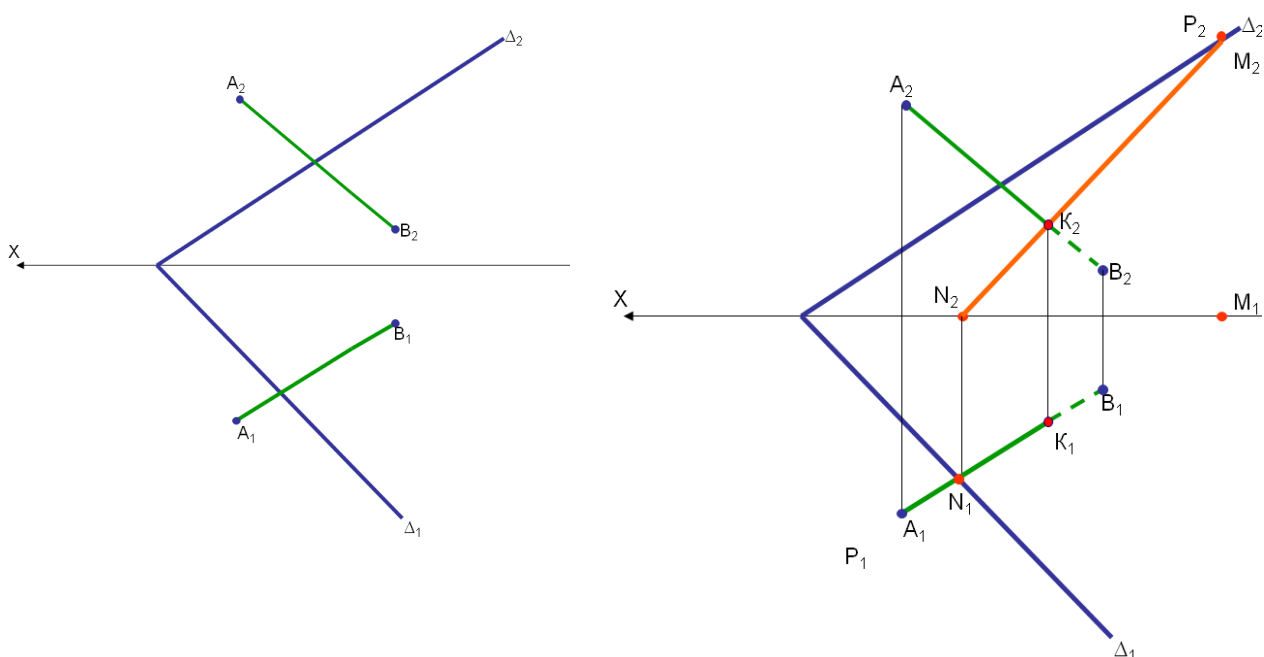


Пример решения задачи приведен на рисунке.



ЗАДАЧА 2

Построить точку пересечения прямой общего положения и плоскости общего положения. Задание и пример выполнения приведены на рисунке


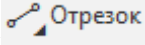



Решение задачи с применением программы КОМПАС :

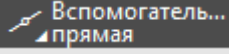

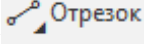

1. Создать чертеж формата А4 в программе КОМПАС
2. Заполнить основную надпись

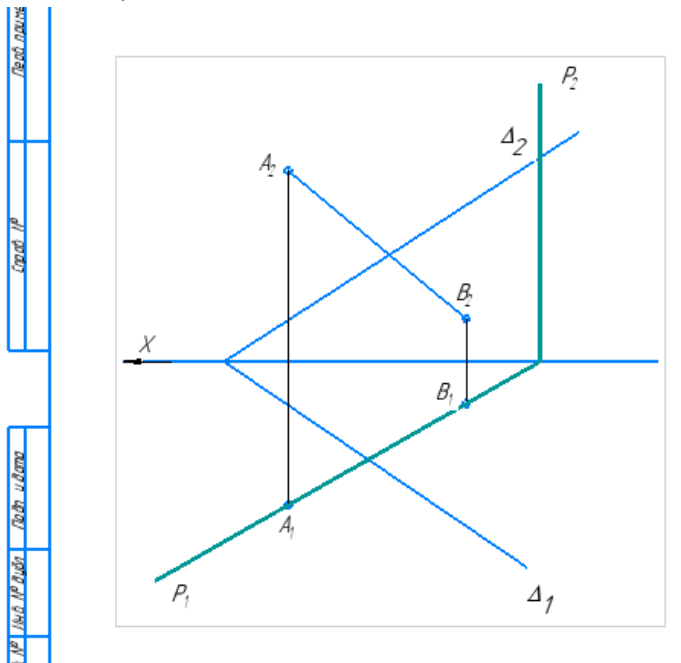
				<i>НГ 11.00.00</i>				
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>	<i>Пересечение прямой и плоскости</i>	<i>Лит.</i>	<i>Масса</i>	<i>Масштаб</i>
<i>Разраб.</i>		<i>Иванов В.А</i>						<i>1:1</i>
<i>Пров.</i>		<i>Проверялкин</i>				<i>Лист</i>	<i>Листов</i>	<i>1</i>
<i>Т.контр.</i>						<i>ИрГАУ, инж. ф-т напр. 35,0306 1 курс 1 гр.</i>		
<i>Н.контр.</i>								
<i>Утв.</i>								

3. Построение условия задачи

Вычерчиваем условие произвольно, без координат. Для построения условия задачи используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК»  на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». Для проведения линий связи используем «ОТРЕЗОК», стиль – «Тонкая» на панели «ГЕОМЕТРИЯ».


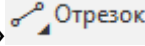

4. Заключение прямой АВ в проецирующую плоскость

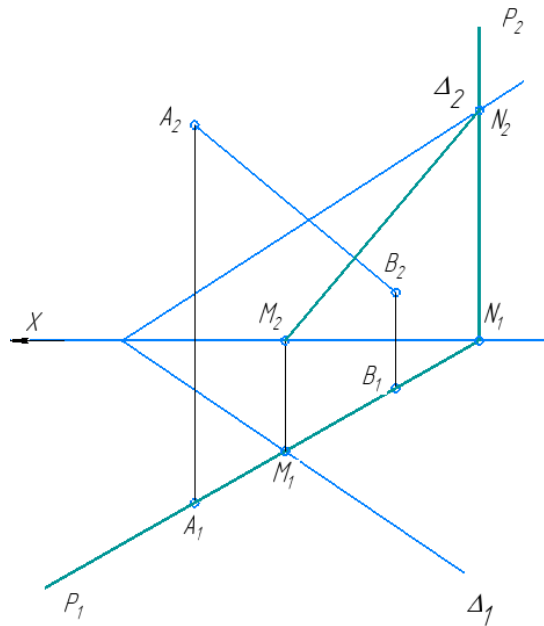
Заключаем горизонтальную проекцию прямой (A_1B_1) в горизонтально - проецирующую плоскость (P). Для этого проводим через горизонтальную проекцию отрезка АВ след плоскости. Воспользуемся операцией «ВСПОМОГАТЕЛЬНАЯ ПРЯМАЯ»  и операциями «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК» , стиль – основная (проекция отрезка и следов плоскости), тонкая (линии связи) и утолщенная (следы вспомогательной плоскости) на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ». (Решение можно выполнить и на противоположной проекции).


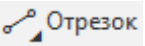


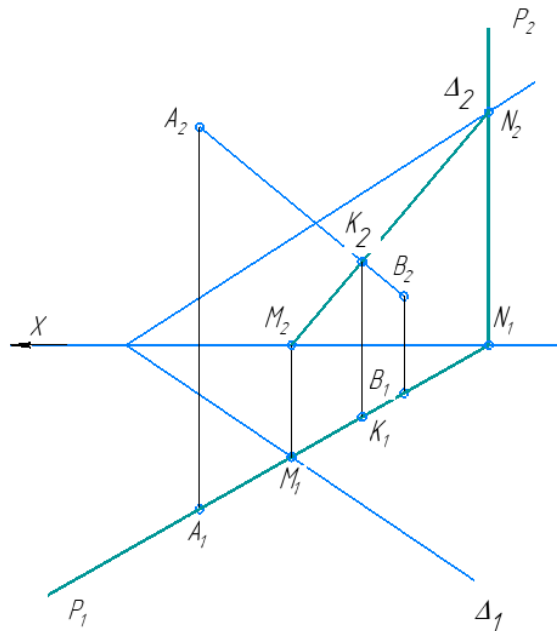
5. Построение линии пересечения плоскостей Δ и P - MN.

Определяем положение общих точек М и N для плоскостей Δ и P , как точки пересечения одноименных следов. Достаиваем их противоположные проекции.

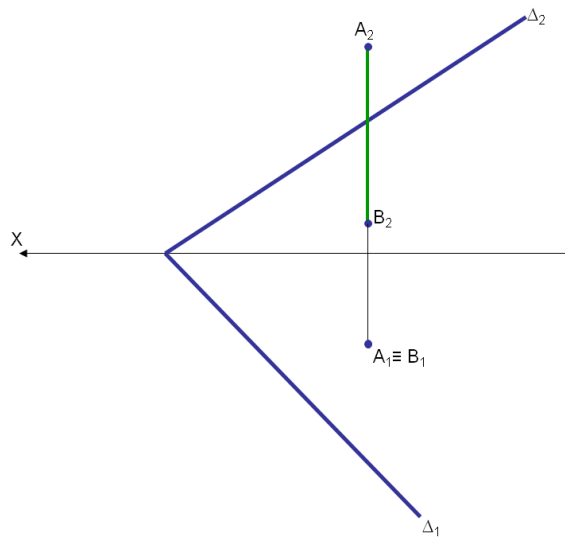
Используем операции «ТОЧКА»  и «ОТРЕЗОК» , стиль – основная (проекция отрезка и следов плоскости), тонкая (линии связи) на панели «ГЕОМЕТРИЯ». Обозначаем проекции точек с помощью операции «НАДПИСЬ»  выбранную на панели «ОБОЗНАЧЕНИЯ».



6. Определить точку пересечения прямой АВ и прямой MN - точку К. Точка пересечения определяется на фронтальной проекции. Фронтальные проекции прямой АВ (A_2B_2) и прямой MN (M_2N_2) пересекаются в точке K_2 . Для построения используем операцию «ТОЧКА» . Точка К одновременно принадлежит прямым АВ и MN достраиваем с помощью линий связи горизонтальную точку К. С помощью операции «ОТРЕЗОК» , стиль – тонкая.



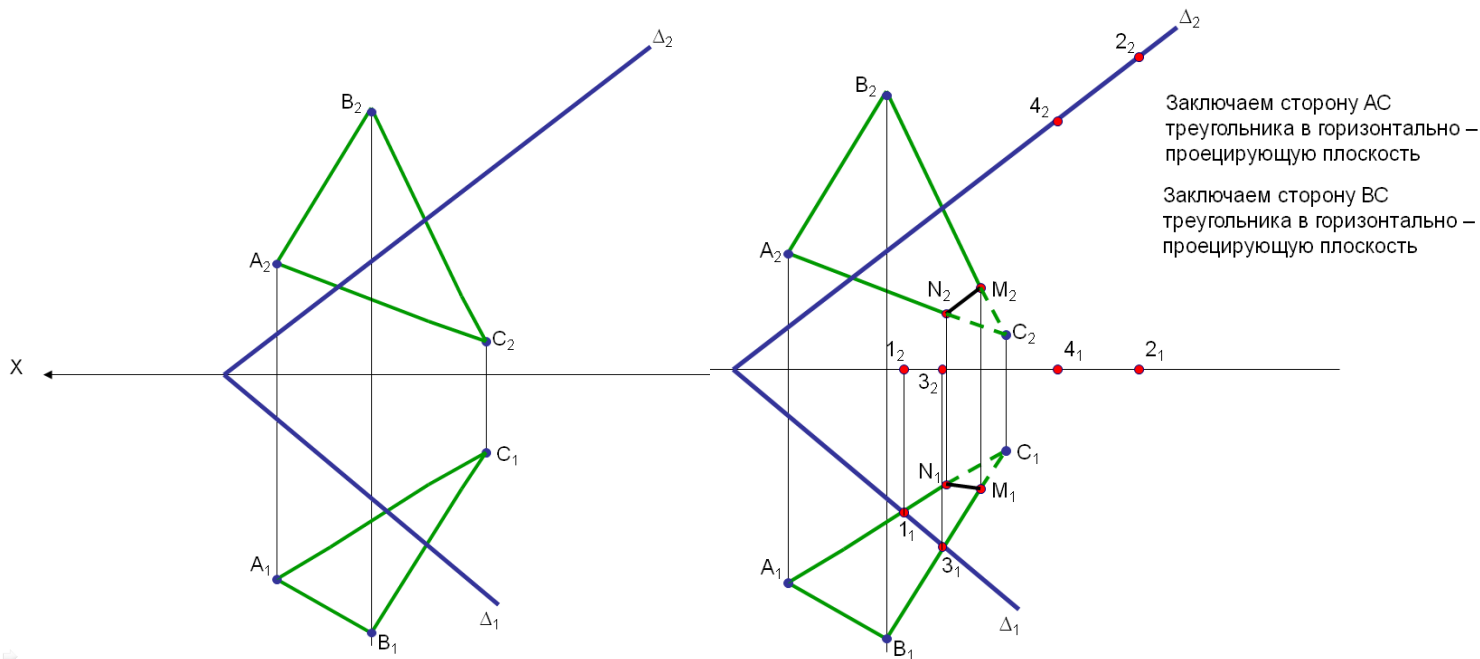
7. Определяем видимость прямой. При направлении взгляда снизу на чертеже точка А ближе к наблюдателю, чем точки К и В (координата у у точки К больше). Тогда на фронтальной проекции часть отрезка A_2K_2 будет видимым, ниже точки К (отрезок K_2B_2) невидимым. При направлении взгляда сверху на чертеж ближе оказывается фронтальная



ЗАДАЧА 4

Построить линию пересечения плоскости общего положения с плоскостью, заданной треугольником ABC.

Пояснение. Решаем задачу согласно алгоритма решения основной задачи начертательной геометрии: определения точки встречи прямой и плоскости.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие для вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов -Огиевский ; под ред. В. О. Гордона, 2004. - 271 с.
2. Чекмарев, Альберт Анатольевич. Инженерная графика : учеб. для вузов / А. А. Чекмарев, 2008. - 381 с.

Дополнительная литература:

1. Горельская, Л. В. Инженерная графика [Электронный учебник] : учеб. пособие, 2011. - 183 с. - Режим доступа: <http://rucont.ru/efd/204954>
2. Корниенко В. В. Начертательная геометрия [Электронный учебник] / Корниенко В.В., Дергач В.В., Толстихин А.К., Борисенко И.Г., 2013. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=12960
3. Михненко, Л. В. Основы начертательной геометрии [Электронный учебник] : [учеб. пособие], 2004. - 113 с. - Режим доступа: <http://rucont.ru/efd/227325>
4. Чубарева, Марина Владимировна. Практикум по компьютерной графике (программа КОМПАС-3D) : для специалистов и бакалавров по направлению 110300 - "Агроинженерия" / М. В. Чубарева, 2012. - 88 с.
5. Начертательная геометрия и инженерная графика : учеб. пособие для студентов-заочников направление 35.03.06 - Агроинженерия / Иркут. гос. аграр. ун-т им. А. А. Ежевского ; сост. А. В. Косарева. - Иркутск : Изд-во ИрГАУ, 2019. - 106 с.
6. Изображения - виды, разрезы, сечения : метод. указания и контр. работы для студентов-заочников спец. 110301.65 / Иркут. гос. с.-х. акад. ; сост.: В. В. Попов, Т. И. Мызникова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Иркутск : ИрГСХА, 2011. - 49 с.