

Учебное пособие включает в себя физические основы электрических и магнитных явлений и предназначено для студентов для базового уровня бакалавров энергетических и агроинженерных специальностей сельскохозяйственных вузов, а также может быть рекомендовано для студентов других инженерно-технических специальностей и для самостоятельной подготовки и самообразования. Учебное пособие разработано в соответствии с российским государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования для данного базового уровня.

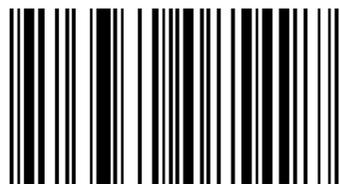
Физика: электричество и магнетизм



Евгений Вржашц  
Юлия Клибанова

# Физика: электричество и магнетизм

Авторы: Вржашц Евгений, Клибанова Юлия (Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, кафедра электрооборудования и физики). Научные направления: общая и прикладная физика, космическая физика, физика твердого тела. Участие в конференциях и публикации в Великобритании, Польше, Чехии, Болгарии, Монголии, Казахстане, России.



978-3-330-08549-7

Вржашц, Клибанова

 **LAMBERT**  
Academic Publishing

**Евгений Вржац  
Юлия Клибанова**

**Физика: электричество и магнетизм**



**Евгений Вржац  
Юлия Клибанова**

# **Физика: электричество и магнетизм**

**LAP LAMBERT Academic Publishing RU**

## **Imprint**

Any brand names and product names mentioned in this book are subject to trademark, brand or patent protection and are trademarks or registered trademarks of their respective holders. The use of brand names, product names, common names, trade names, product descriptions etc. even without a particular marking in this work is in no way to be construed to mean that such names may be regarded as unrestricted in respect of trademark and brand protection legislation and could thus be used by anyone.

Cover image: [www.ingimage.com](http://www.ingimage.com)

Publisher:

LAP LAMBERT Academic Publishing

is a trademark of

International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group

17 Meldrum Street, Beau Bassin 71504, Mauritius

Printed at: see last page

**ISBN: 978-3-330-08549-7**

Copyright © Евгений Вржаш, Юлия Клибанова

Copyright © 2017 International Book Market Service Ltd., member of  
OmniScriptum Publishing Group

All rights reserved. Beau Bassin 2017

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. А.А. Ежевского  
КАФЕДРА ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ И ФИЗИКИ

**Вржац Е.Э., Клибанова Ю.Ю.**

**ФИЗИКА: электричество и магнетизм**  
(Учебное пособие)

Иркутск

УДК 537(075.8)

ББК 22.3

**Вржаш Е.Э., Клибанова Ю.Ю. Физика: электричество и магнетизм: Учебное пособие.** Иркутск: Издательство Иркутского ГАУ. – 140 с., ил.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук Мишин В.В.,

кандидат технических наук доцент Демин В.П.

Учебное пособие разработано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования для базового уровня бакалавриата и предназначено для студентов сельскохозяйственных вузов очной и заочной форм обучения направления подготовки 35.03.06 (110800.62) «Агроинженерия (электрооборудование и электротехнологии в АПК)», 13.03.02 (140400.62) «Электроэнергетика и электротехника», 13.03.01 (140100.62) «Теплоэнергетика и теплотехника» для базовой дисциплины «Физика», а также для других инженерно-технических специальностей, в учебный план которых входит курс физики.

Учебное пособие может быть рекомендовано также для самостоятельной работы студентов.

## Оглавление

<b>Введение</b> .....	7
<b>Глава I. Электростатика</b> .....	9
<b>1. Электрический заряд и электростатическое поле в вакууме</b> .....	10
1.1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда .....	10
1.2. Взаимодействие электрического заряда. Закон Кулона... ..	11
1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля.....	14
1.4. Принцип суперпозиции электростатических полей.....	16
1.5. Электростатическое поле электрического диполя.....	17
Контрольные вопросы.....	18
1.6. Поток вектора напряженности электростатического поля	19
1.7. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме	20
1.7.1. Поле равномерно заряженной бесконечной нити.....	22
1.7.2. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости... ..	22
1.7.3. Поле между двумя параллельными разноименно заряженными бесконечными плоскостями .....	23
1.7.4. Поле равномерно заряженной сферы.....	24
1.7.5. Поле объемно заряженного шара.....	25
Контрольные вопросы.....	26
1.8. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле и его потенциальная энергия.....	26
1.9. Потенциал электростатического поля.....	29
1.10. Разность потенциалов.....	29
1.11. Принцип суперпозиции потенциалов. Эквипотенциальные поверхности.....	30
1.12. Связь между напряженностью и потенциалом.....	31
Контрольные вопросы.....	31
<b>2. Электростатическое поле в диэлектриках</b> .....	31
2.1. Диэлектрики. Типы диэлектриков.....	31
2.2. Поляризация диэлектриков.....	33
2.3. Поляризованность, диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость вещества.....	35
2.4. Электрическое смещение (индукция электрического поля)	37
2.5. Сегнетоэлектрики.....	38
Контрольные вопросы.....	39
<b>3. Проводники в электростатическом поле</b> .....	40



3.1. Проводник во внешнем электростатическом поле.....	40
3.2. Емкость.....	43
3.3. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.....	44
Контрольные вопросы.....	47
<b>4. Энергия электростатического поля.....</b>	<b>47</b>
4.1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов.....	47
4.2. Энергия заряженного проводника.....	47
4.3. Энергия заряженного конденсатора.....	48
4.4. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.....	48
Контрольные вопросы.....	48
<b>Глава II. Постоянный электрический ток.....</b>	<b>49</b>
<b>1. Постоянный электрический ток и его основные характеристики.....</b>	<b>50</b>
1.1. Постоянный электрический ток, сила и плотность тока.....	50
1.2. Направление и скорость распространения тока.....	51
1.3. Сторонние силы. Разность потенциалов, ЭДС, напряжение.....	52
<b>2. Закон Ома.....</b>	<b>54</b>
2.1. Закон Ома для участка цепи.....	54
2.2. Электрическое сопротивление. Удельное сопротивление.....	55
2.3. Закон Ома в дифференциальной форме.....	55
2.4. Сопротивление соединения проводников.....	56
2.5. Температурная зависимость сопротивления.....	59
Контрольные вопросы.....	61
<b>3. Работа и мощность тока.....</b>	<b>61</b>
3.1. Работа тока.....	61
3.2. Мощность тока.....	62
3.3. Закон Джоуля-Ленца.....	62
3.4. Удельная тепловая мощность тока.....	63
3.5. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.....	64
Контрольные вопросы.....	64
<b>4. Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме (обобщенный закон Ома).....</b>	<b>65</b>
<b>5. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.....</b>	<b>67</b>
Контрольные вопросы.....	69
<b>6. Электрический ток в металлах.....</b>	<b>69</b>
6.1. Основы классической теории электропроводности металлов.....	69
6.2. Экспериментальные доказательства классической теории электропроводности металлов.....	71

6.3. Основные законы электрического тока в классической теории электропроводности металлов.....	73
6.3.1. Закон Ома.....	73
6.3.2. Закон Джоуля-Ленца.....	75
6.4. Затруднения классической теории.....	76
Контрольные вопросы.....	77
6.5. Работа выхода электронов из металла. Эмиссионные явления и их применение.....	78
Контрольные вопросы.....	83
<b>7. Электрический ток в газах.....</b>	<b>83</b>
7.1. Вольт-амперная характеристика газового разряда. Самостоятельный и несамостоятельный газовые разряды.....	84
7.2. Основные типы самостоятельного газового разряда и их практическое применение.....	87
7.2.1. Тлеющий разряд.....	87
7.2.2. Коронный разряд.....	88
7.2.3. Искровой разряд.....	88
7.2.4. Дуговой разряд.....	89
Контрольные вопросы.....	89
<b>8. Электрический ток в полупроводниках.....</b>	<b>90</b>
8.1. Собственная проводимость.....	92
8.2. Примесная проводимость.....	92
8.3. p-n- переход в полупроводниках и его вольт-амперная характеристика.....	93
Контрольные вопросы.....	95
<b>Глава III. Магнитные явления.....</b>	<b>97</b>
<b>1. Магнитное поле.....</b>	<b>98</b>
1.1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля.....	98
1.2. Действие магнитного поля на проводник с током в вакууме. Закон Ампера.....	101
Контрольные вопросы.....	102
<b>2. Закон Био-Савара-Лапласа.....</b>	<b>103</b>
2.1. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитного поля.....	105
2.1.1. Магнитное поле прямолинейного проводника с током... ..	105
2.1.2. Магнитное поле в центре кругового тока.....	107
2.1.3. Магнитное поле на оси кругового тока.....	106
Контрольные вопросы.....	109
<b>3. Сила взаимодействия двух параллельных бесконечно длинных проводников с током.....</b>	<b>109</b>
Контрольные вопросы.....	110

<b>4. Закон полного тока (циркуляция вектора напряженности магнитного поля). Вихревой характер магнитного поля.....</b>	110
4.1. Магнитное поле тороида и соленоида.....	113
Контрольные вопросы.....	114
<b>5. Магнитное поле движущегося заряда. Сила Лоренца.....</b>	113
5.1. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле. Циклотрон.....	116
Контрольные вопросы.....	121
<b>6. Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции.....</b>	121
6.1. Понятие магнитного потока.....	121
6.2. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле.....	121
6.3. Закон Фарадея. Правило Ленца.....	122
Контрольные вопросы.....	123
<b>7. Теоретическое обоснование явления электромагнитной индукции.....</b>	124
7.1. Вывод основного закона электромагнитной индукции на основании закона сохранения энергии.....	124
7.2. Электронный механизм ЭДС электромагнитной индукции.....	124
Контрольные вопросы.....	125
<b>8. Практическое применение явления электромагнитной индукции.....</b>	125
8.1. Вращение рамки в магнитном поле. Принцип работы генератора.....	125
8.2. Индуктивность контура. Индуктивность соленоида.....	126
8.3. Самоиндукция.....	128
8.4. Взаимная индукция. Принцип работы трансформатора....	129
Контрольные вопросы.....	131
<b>9. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.</b>	132
<b>10. Уравнения Максвелла.....</b>	133
<b>11. Магнитные свойства вещества.....</b>	135
Контрольные вопросы.....	139
<b>Литература.....</b>	139

## Введение

Учение об электричестве и магнетизме имеет свою историю, органически связанную с историей развития и других областей естествознания.

Эти истоки уходят в древнюю Грецию. Притяжение легких тел, натертых янтарем и другими предметами, было известно людям давно. С древних времен известно также существование магнита.

Первое наиболее полное описание электрических и магнитных явлений было дано английским ученым Гильбертом (1600). Но только после того, как Вольта (1800), Ампер (1820) и Фарадей (1831) открыли способы получения электрического тока, этот раздел физики получил огромное значение в науке и применение в технике и в жизни.

В 1860-х годах Максвелл обобщил учение Фарадея об электрических и магнитных полях и создал единую теорию электромагнитного поля.

Теория Максвелла, являясь феноменологической теорией, обобщило опытные законы, но не раскрыла связь электричества с внутренним строением вещества.

Следующим этапом развития учения об электричестве и магнетизме стало формирование атомистической теории электричества. Идею атомизма электрического заряда впервые высказал Гельмгольц (1881). С этого времени начинается развитие электронной теории, которая объясняла и предсказала ряд явлений (термоэлектронная эмиссия, фотоэффект, радиоактивность). Заслуга создания электронной теории принадлежит, главным образом, голландскому физики Лоренцу (1909), который связал максвелловскую теорию электромагнитного поля с электрическими свойствами вещества, рассматриваемого как совокупность элементарных зарядов – электронов и протонов.

Сейчас известны позитроны – частицы с положительным элементарным зарядом и массой, равной массе электрона; нейтроны – частицы, лишённые заряда; антипротоны – частицы с массой, близкой к массе протона, но имеющие отрицательный заряд. На протяжении последних лет бурного развития атомной

физики были открыты и открываются новые как заряженные, так и нейтральные частицы.

На базе электронных представлений в первой четверти XX века была развита теория диэлектриков и магнетиков. А во второй половине XX столетия – теория полупроводников.

Исследование электрических явлений привело к современной теории строения вещества, развитию квантовой электродинамики, теории элементарных частиц, космической и ядерной физики.

Практическое применение учения об электрических и магнитных явлениях привело к промышленному и бытовому использованию электрического тока и электромагнитных волн от бытовых приборов до современных средств сотовой связи и интернет-технологий.

## Глава I. Электростатика

*...Все предсказания электростатики  
следуют из двух ее законов.*

*Но одно дело высказать эти вещи математически,  
и совсем другое - применять их  
с легкостью и с нужной долей остроумия.*

*Р.Фейнман*

Среди четырех видов физических взаимодействий – гравитационного, электромагнитного, сильного ядерного и слабого ядерного – электромагнитное взаимодействие ответственно за большинство явлений: за строение вещества, за его агрегатное состояние, электрические, оптические и механические свойства вещества.

*Электростатика* - раздел науки об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчета.

Еще в древней Греции было известно о способности натертого янтаря о шерсть притягивать легкие тела. Греки называли янтарь «электрон» – от этого, спустя много веков произошло слово «электричество». Большой вклад в становление электростатики внесли такие ученые, как В. Гильберт (1540 – 1603), Б. Франклин (1706 – 1790), М. Ломоносов (1711 – 1765), Ш. Кулон (1736 – 1806), М. Фарадей (1791 – 1867), Р. Милликен (1868 – 1953) и многие другие. Уже в то время ученые понимали, что в природе кроме фундаментальной силы тяготения существуют иные силы взаимодействия между телами, обладающими электрическими и магнитными свойствами. Силы электрического взаимодействия могут быть как силами притяжения, так и силами отталкивания. Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд. Заряды одного знака (одноименные) притягиваются друг другом, разных знаков (разноименные) отталкиваются друг другом. Во 2-й половине XVIII века появились первые измерительные приборы — электроскопы различных конструкций, электрометры. Английский физик Г. Кавендиш (1773) и французский физик Ш. Кулон (1785) экспериментально установили закон взаимодействия неподвиж-

ных точечных электрических зарядов (работы Кавендиша были опубликованы позже и поэтому авторство закона принадлежит Кулону). Электрические явления играют важную роль в науке, технике и определяют развитие энергетики, транспорта, вычислительных технологий и т.д.

## 1. Электрический заряд и электростатическое поле в вакууме

Данный раздел электростатики, рассматривает взаимодействие неподвижных заряженных тел в пустоте, отвлекаясь от всех видов полей и взаимодействий, кроме электромагнитного.

### 1.1. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда

*Электрический заряд* — это физическая скалярная величина, определяющая способность тел быть источником электромагнитных полей и принимать участие в электромагнитном взаимодействии. Другими словами, заряд — это мера электромагнитного взаимодействия тел.

*Единица электрического заряда* в системе СИ — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 Ампер за время 1 секунда. Обозначаются заряды латинской буквой  $Q$  или  $q$ .

Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц — электронов, протонов, нейтронов, мезонов, гиперонов и т. д. Электрический заряд всех элементарных частиц (исключая нейтральные частицы) одинаков по абсолютной величине. Этот заряд называют *элементарным (минимальным) зарядом*:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, а положительного — протон. Масса электрона  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ . Масса протона

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Опытным путем были установлены фундаментальные свойства электрического заряда:

- электрический заряд существует в двух видах: положительный и отрицательный. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются;
- электрический заряд релятивистски инвариантен – его величина не зависит от того, движется он или покоится, т.е. в различных инерциальных системах отсчета заряд одинаков;
- электрический заряд дискретен (квантован) – заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда  $e$ ;
- электрический заряд аддитивен – заряд любой системе тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему;
- электрический заряд подчиняется *закону сохранения электрического заряда*: суммарный заряд любой замкнутой системы не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе. Под замкнутой системой в данном случае понимают систему, которая не обменивается с окружающей средой заряженными частицами.

$$q_1 + q_2 + \dots = const$$

В электростатике используется физическая модель – точечный электрический заряд – заряженное тело, форма и размеры которого не существенны в данной задаче.

### ***1.2. Взаимодействие электрического заряда. Закон Кулона***

В 1785 г. французский физик Ш. Кулон экспериментально установил закон, которому подчиняется сила взаимодействия точечных зарядов. В своих опытах Кулон измерял силы притяжения и отталкивания заряженных шариков с помощью сконструированного им прибора – крутильных весов, отличавшихся чрезвычайно высокой чувствительностью (рис.1).



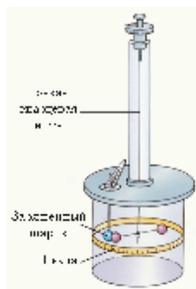


Рис. 1. Крутильные весы Кулона

Крутильные весы Кулона представляют собой легкое коромысло, сделанное из шелковой нити, покрытой сургучом, и прикрепленное к тонкой серебряной проволоке длиной 10 см. К одному концу коромысла прикреплен легкий шарик, к другому – противовес. Это устройство помещается в стеклянный сосуд из двух прочно скрепленных цилиндров разных диаметров. В крышке сосуда имеется отверстие, в которое вставляется стержень с насаженным на него бузиновым шариком. Если сообщить заряд шарiku, прикрепленному к коромыслу, заряд передастся и шарiku, прикрепленному к стержню, и они будут отталкиваться. Коромысло повернется, а проволока, к которой оно прикреплено, начнет закручиваться до тех пор, пока электрические силы отталкивания не уравновесятся силой упругости серебряной проволоки. Серебряная проволочка, на которой висит коромысло, прикрепляется с помощью специального зажима к указателю крутильного микрометра, который находится в крышке верхнего цилиндра. Крутильный микрометр позволяет экспериментатору дополнительно закручивать проволоку на точно определенную величину, уменьшая, или наоборот, увеличивая угол кручения. Таким образом, экспериментатор может измерить силу упругости и расстояние между зарядами в нескольких положениях равновесия.

*Закон Кулона:* сила взаимодействия  $F$  между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам  $q_1$  и  $q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной системы единиц. В СИ (Система Интернациональная - Международная система единиц):

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{H \cdot M^2}{\kappa^2}$$

В современной интерпретации в связи с рационализацией формул электромагнетизма данный коэффициент записывают в виде

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная, относящаяся к числу фундаментальных физических постоянных:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{Kl^2}{H \cdot M^2} \left( \frac{\Phi}{M} \right),$$

где фарад (Ф) – единица электрической емкости.

Таким образом, закон Кулона для вакуума запишется в виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Если взаимодействующие заряды находятся в изотропной диэлектрической среде, то кулоновская сила:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где  $\varepsilon$  – *диэлектрическая проницаемость среды* – безразмерная величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия  $F$  между зарядами в данной среде меньше их силы взаимодействия  $F_0$  в вакууме:

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F}$$

Диэлектрическая проницаемость в вакууме и воздухе равна единице.

Сила Кулона направлена по прямой линии, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной (рис.2), и соответствует притяжению (

$F < 0$ ) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ( $F > 0$ ) в случае одноименных зарядов.

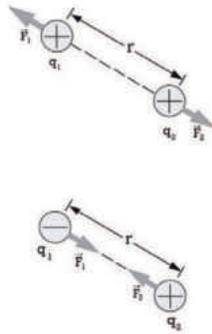


Рис.2. Действие силы Кулона на заряды

Согласно третьему закону Ньютона на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  действует сила  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ .

Экспериментально установлено, что закон Кулона справедлив на расстояниях от  $10^{-15}$  м (расстояние между нуклонами в ядре) до нескольких километров.

### 1.3. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля

Представление об электрическом поле было введено М. Фарадеем в 30-х годах XIX-го столетия. Одно время считалось, что один заряд воздействует на другой мгновенно (с бесконечной скоростью) через пустоту. Эта теория получила название теории дальнего действия и сторонниками ее были Ампер и Кулон. Однако более правильной оказалась теория ближнего действия, развитая Фарадеем и Максвеллом. Согласно идее Фарадея, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно, а каждый из них создает в окружающем пространстве электростатическое поле. Пространство, в котором находится электрический заряд, обладает тем свойством, что на внесенный в него другой заряд действует электростатическая сила Кулона. Говорят, что в пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле. Согласно представлениям современной физики полем называют особую форму материи, осуществ-

ляющую определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав этих тел.

Электростатическим полем (ЭП) называется поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами. ЭП обладает тем свойством, что если в любую его точку поместить пробный заряд  $q_0$ , то сила, действующая на него со стороны поля, будет прямо пропорциональна величине этого заряда  $\vec{F}_1 \sim q_1$ ,  $\vec{F}_2 \sim q_2 \dots$   
 $\vec{F} \sim q_0$ .

Поэтому отношение силы, действующей на помещенный в данную точку поля заряд, к величине этого заряда для каждой точки поля не зависит от величины заряда и может рассматриваться как силовая векторная характеристика поля – напряженность  $\vec{E}$ :

$$\vec{F}_1/q_1 = \vec{F}_2/q_2 \dots = \vec{F}/q_0 = \text{const} = \vec{E}$$

Напряженность электростатического поля – векторная величина, определяемая силой, действующей на единичный положительный заряд  $q_0$ , помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Единица напряженности электростатического поля в системе СИ – ньютон на кулон (Н/Кл):  $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$ , где В (вольт) – единица потенциала электростатического поля.

Напряженность поля точечного заряда в вакууме (и в диэлектрике) в скалярной форме:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ - вакуум}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \text{ - диэлектрическая среда.}$$

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{E}$ . Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так в данной точке простран-

ства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекутся (рис.3).

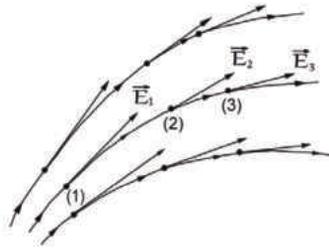


Рис.3. Силовые линии и векторы напряженности ЭП

Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен (рис.4).

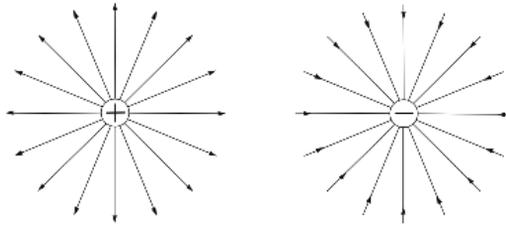


Рис.4. Силовые линии ЭП изолированных зарядов

Направление вектора напряженности определяет направление силы, действующей на положительный заряд, помещенный в рассматриваемую точку поля (рис.5).

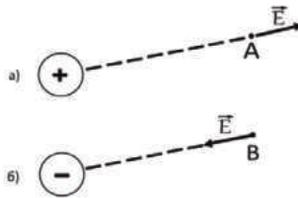


Рис.5. Направления векторов напряженности ЭП

#### 1.4. Принцип суперпозиции электростатических полей

Одной из основных задач электростатики является оценка параметров поля при заданном, стационарном, распределении зарядов в пространстве. Один из способов решения подобных задач основан на принципе суперпозиции.

Если поле создается системой неподвижных зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то результирующая сила  $\vec{F}$ , действующая на пробный заряд  $q_0$  со стороны каждого из зарядов  $q_i$ :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Отсюда следует принцип суперпозиции полей:

*Напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.*

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

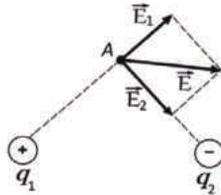


Рис.6. Применение принципа суперпозиции для системы из двух зарядов (для напряженностей ЭП)

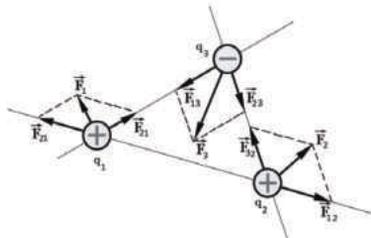


Рис.7. Применение принципа суперпозиции для системы из трех зарядов (для кулоновских сил в ЭП)

### 1.5. Электростатическое поле электрического диполя

Диполь – система, состоящая из двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов, расстояние между которыми мало по сравнению с расстоянием до рассматриваемых точек поля. Например, молекулы диэлектриков по своим свойствам подобны диполям.

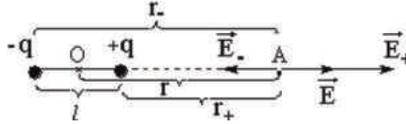


Рис.8. ЭП на оси диполя

Найдем напряженность поля на продолжении оси диполя в точке  $A$ . Как видно из рис.8, напряженность поля диполя в точке  $A$  направлена по оси диполя и равна

$$\begin{aligned} \vec{E}_A &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- \\ E_+ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2}, & E_- &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_-^2} \\ r_+ &= r - \frac{l}{2}, & r_- &= r + \frac{l}{2} \\ E_A = E_+ - E_- &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_+^2} - \frac{1}{r_-^2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{lr}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2} \end{aligned}$$

Согласно определению диполя,  $l/2 \ll r$ , поэтому

$$E = \frac{ql}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$\vec{P} = q\vec{l}$  - дипольный момент

$$E = \frac{P}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

*Контрольные вопросы*

1. Сформулируйте закон сохранения электрических зарядов.
2. Напишите закон Кулона.
3. Что называется напряженностью электрического поля (ЭП)?
4. В чем состоит принцип суперпозиции ЭП?
5. Дать понятие силовых линий ЭП и вектора напряженности ЭП.
6. Что такое диполь?

### 1.6. Поток вектора напряженности электростатического поля

Силовые линии служат только для наглядного изображения распределения поля в пространстве, никакого физического смысла они не имеют.

Чтобы судить о величине напряженности поля в данной области пространства по расположению силовых линий в этой области, условились проводить силовые линии с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единичную площадку, перпендикулярную к силовым линиям, было равно напряженности электростатического поля в данном месте.

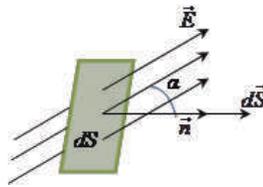


Рис.9. К определению потока вектора напряженности ЭП

Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , равно  $E dS \cos \alpha = E_n dS$ , где  $E_n$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ . (Вектор  $\vec{n}$  – единичный вектор, перпендикулярный площадке  $dS$ ). Величина

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha = E_n dS = \vec{E} d\vec{S}$$

называется потоком вектора напряженности через площадку  $dS$ . Здесь  $d\vec{S} = dS \vec{n}$  – вектор, модуль которого равен  $dS$ , а направление вектора совпадает с направлением  $\vec{n}$  к площадке.

Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$ :

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \int_S \vec{E} d\vec{S}$$

Понятие потока вектора напряженности оказывается полезным при расчете электростатических полей, образованных заряженными поверхностями, для которых использование закона Кулона практически невозможно.

Всякое заряженное тело можно рассматривать как совокупность точечных зарядов. Удобно считать, что заряды распределены в заряженном поле непре-



рывно – вдоль некоторой линии, поверхности или объема. Поэтому пользуются понятиями линейной, поверхностной и объемной плотностей зарядов.

Линейная плотность электрических зарядов

$$\tau = \frac{dq}{dl}$$

Поверхностная плотность электрических зарядов

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

Объемная плотность электрических зарядов определяется

$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

### 1.7. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Задачу вычисления напряженности поля системы электрических зарядов можно значительно облегчить, если применять открытую немецким ученым К.Гауссом (1777-1855) теорему, которая определяет поток вектора напряженности ЭП сквозь произвольную замкнутую поверхность.

Теорема Гаусса наиболее просто доказывается для случая поля точечного уединенного заряда, находящегося в вакууме.

Окружим точечный заряд сферической поверхностью радиуса  $r$  с центром в точке нахождения заряда (рис.10).

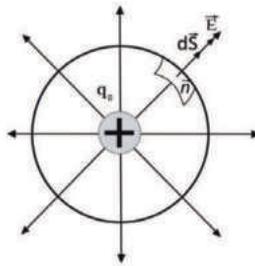


Рис.10. К доказательству теоремы Гаусса для ЭП

Вычислим поток напряженности ЭП через эту замкнутую сферическую поверхность. Выделим на сфере элементарную площадку  $dS$  с нормалью  $\vec{n}$ . Эле-

ментарный поток равен  $d\Phi_E = E_n dS$ , полный поток через замкнутую поверхность путем интегрирования равен

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = ES$$

Напряженность точечного заряда  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}$ , площадь сферы  $S = 4\pi r^2$ .

Тогда, опуская индекс у заряда,

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Этот результат справедлив не только для сферической поверхности. Это может быть любая замкнутая поверхность, охватывающая точечный заряд. Если замкнутая поверхность не охватывает заряд, то поток через эту поверхность равен нулю, так как число силовых линий, входящих через поверхность равно числу силовых линий, выходящих через нее.

В общем случае, когда внутри поверхности находится несколько зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то каждый из зарядов создает соответственно поток напряженности через эту поверхность. Тогда полный поток через замкнутую поверхность можно получить, используя принцип суперпозиции полей

$$\Phi_E = \int_S \left( \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \right) d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \int_S \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме:

*Поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.*

Если алгебраическая сумма зарядов внутри замкнутой поверхности является величиной положительной, то поток напряженности результирующего электростатического поля направлен наружу, если эта сумма – отрицательная, то этот поток направлен внутрь поверхности.

Рассмотрим несколько примеров расчета напряженностей электростатических полей.

### 1.7.1. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

Допустим, имеется бесконечно длинный положительно заряженный однородный цилиндр или нить. Линейная плотность зарядов  $\tau = \frac{dq}{dh}$ . Определим напряженность ЭП в произвольной точке. Для этого согласно теореме Гаусса необходимо построить произвольную замкнутую поверхность, окружающую заряды, т.е. заряженный цилиндр (нить). Ею будет цилиндр произвольной высоты и радиуса, равного расстоянию между заряженным цилиндром или нитью и искомой точкой (рис.11).

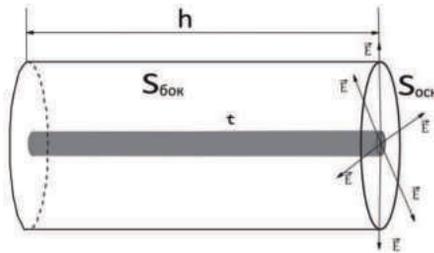


Рис.11. К расчету напряженности ЭП равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

По теореме Гаусса  $\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$ . В нашем случае  $\sum_{i=1}^n q_i = \tau h$ .

С другой стороны, согласно определению потока вектора напряженности ЭП  $\Phi_E = \int_S E_n dS = ES$ . Поток вектора напряженности ЭП проходит только через боковую поверхность построенного цилиндра  $S=2\pi rh$ .

Отсюда  $2E\pi rh = \frac{\tau h}{\epsilon_0}$ . Или  $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$ .

### 1.7.2. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Определим напряженность ЭП, которая создает положительно заряженная однородная бесконечная плоскость. Поверхностная плотность зарядов  $\sigma = \frac{dq}{dS}$ . Определим напряженность ЭП в произвольной точке. Для этого согласно теореме Гаусса необходимо построить произвольную замкнутую поверхность,

окружающую заряды, т.е. заряженную плоскость. Наиболее удобной для этой цели является цилиндр, ось которого перпендикулярна плоскости, а одно из оснований содержит искомую точку, в которой необходимо определить величину напряженности ЭП (рис.12).

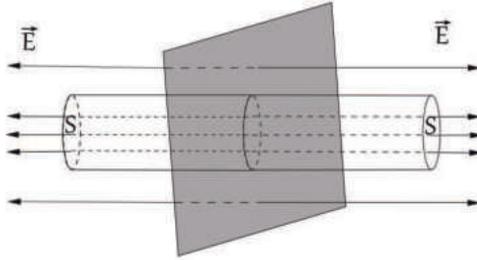


Рис.12. К расчету напряженности ЭП равномерно заряженной бесконечной плоскости

Плоскость делит цилиндр пополам. Силовые линии ЭП перпендикулярны плоскости и проходят через оба основания построенного цилиндра. Тогда, используя теорему Гаусса и определение потока вектора напряженности ЭП, получаем

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i, \quad \sum_{i=1}^n q_i = \sigma S, \quad \Phi_E = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}, \quad \Phi_E = 2ES, \quad \frac{\sigma S}{\epsilon_0} = 2ES. \quad \text{Значит}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

### 1.7.3. Поле между двумя параллельными разноименно заряженными бесконечными плоскостями

В данном случае силовые линии ЭП, идущие от положительно и отрицательно заряженных плоскостей имеют одно направление между этими плоскостями (рис.13). И поэтому напряженность результирующего ЭП имеет удвоенное значение по сравнению с напряженностью ЭП, создаваемого одной плоскостью.

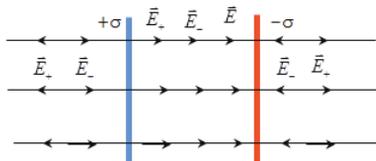


Рис.13. К расчету ЭП между двумя параллельными разноименно заряженными бесконечными плоскостями

То есть  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ .

#### 1.7.4. Поле равномерно заряженной сферы

Допустим, имеется равномерно заряженная сфера с положительным зарядом  $q$  и радиусом  $R$  (рис.14). И необходимо найти напряженность ЭП на каком-то расстоянии от нее, а также внутри этой сферы. Тогда по теореме Гаусса эту заряженную сферу следует окружить сферической поверхностью радиуса  $r$ , проходящую через искомую точку пространства.

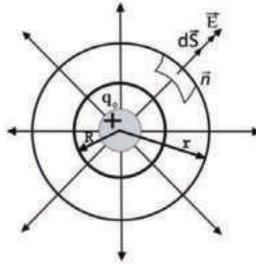


Рис.14. К расчету ЭП равномерно заряженной сферы

Для удобства анализа изобразим рис.14 в плоскостном варианте (рис.15) для двух случаев: для произвольных точек вне и внутри заряженной сферы.

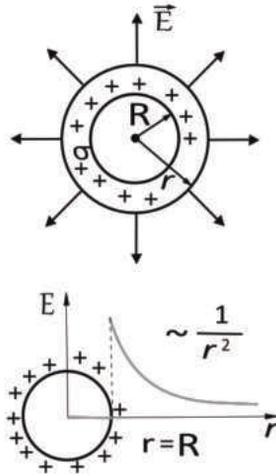


Рис.15. К расчету ЭП равномерно заряженной сферы

Тогда для точки вне равномерно заряженной сферы на расстоянии  $r$  от центра сферы  $\Phi_E = \int_S E_n dS = ES$ . Площадь сферической поверхности радиуса  $r$  равна  $S = 4\pi r^2$ . Тогда  $\Phi_E = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{q}{\epsilon_0}$ .  $4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$ .

То есть  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ . Поле эквивалентно напряженности поля точечного заряда, где  $q$  – общий заряд сферы.

Внутри сферы зарядов нет и поэтому согласно теореме Гаусса поток вектора напряженности ЭП равен нулю. Тогда  $E=0$ .

На рис.15 показано распределение напряженности ЭП в зависимости от расстояния от центра сферы.

### 1.7.5. Поле объемно заряженного шара

В случае равномерно заряженного шара с положительным объемным зарядом  $\rho = \frac{dq}{dV}$  и радиусом  $R$  используется тот же подход, что и для заряженной сферы с учетом, что внутри шар не является полым и имеет непрерывный заряд.

Объем шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ . Тогда  $\rho = \frac{dq}{dV} = q/4/3\pi R^3$ . Или  $q = 4\pi\rho R^3/3$ .

Если  $r > R$  (поле вне шара):  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ .

Если  $r = R$  (поле на поверхности шара):  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} = \rho R/3\epsilon_0$ .

Если  $r < R$  (поле внутри шара), то используя теорему Гаусса и определение потока вектора напряженности ЭП,  $4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0}$ . Подставляя значение  $q = 4\pi\rho R^3/3$ , получаем  $E = \rho r/3\epsilon_0$ . Внутри шара напряженность ЭП растет линейно с расстоянием от центра шара (рис.16).

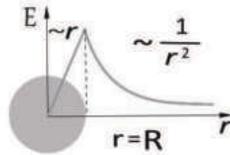


Рис.16. К расчету ЭП объемно заряженного шара

#### Контрольные вопросы

1. Дать понятие потока вектора напряженности ЭП.
2. Сформулируйте теорему Гаусса.
3. Приведите примеры применения теоремы Гаусса для расчета ЭП.

### 1.8. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле и его потенциальная энергия

Поместим в ЭП, создаваемое точечным положительным зарядом, пробный заряд  $q_0$  и, воздействуя на него силой  $\vec{F}$ , переместим этот пробный заряд на произвольное расстояние  $d\vec{l}$  (рис. 17).





Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Силовое поле, обладающее таким свойством, называется *потенциальным*.

Теперь определим, какой энергией обладает заряд в электростатическом поле.

Любой заряд или заряженное тело в электростатическом поле обладает энергией. Величина этой энергии зависит от двух обстоятельств: от величины заряда и от его положения в поле. Энергия, зависящая от положения тел системы, является потенциальной. Поэтому всякий заряд, помещенный в электростатическое поле других зарядов, обладает потенциальной энергией.

Любое изменение положения заряда в поле ведет к изменению его энергии.

Работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу  $A_{12}$  можно представить, как разность потенциальных энергий заряда  $q_0$  в начальной и конечной точках поля заряда  $q$ :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2$$

Потенциальная энергия заряда  $q_0$ , находящегося на расстоянии  $r$  от него равна

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r} + \text{const}$$

Считая, что при удалении заряда на бесконечность, потенциальная энергия обращается в нуль, получаем  $\text{const} = 0$ .

Для одноименных зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой  $n$  точечных зарядов, то потенциальная энергия заряда  $q_0$ , находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

### 1.9. Потенциал электростатического поля

Энергия, которой обладает заряд (или заряженное тело), внесенный в поле, характеризует это поле.

Отношение  $\frac{W}{q_0}$  не зависит от пробного заряда и является энергетической характеристикой поля, называемой потенциалом:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}$$

Потенциал  $\varphi$  в какой-либо точке электростатического поля есть скалярная физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом  $q$ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

### 1.10. Разность потенциалов

Выберем в электростатическом поле две какие-либо точки 1 и 2. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2, не зависит от формы пути, по которому перемещается заряд и пропорциональна этому заряду. Следовательно, работу можно представить:

$A_{12} = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi$ , где величина  $\Delta\varphi$  это физическая величина, играющая важную роль в физике и электротехнике, получившая название разности электрических потенциалов или электрического напряжения.

Разность потенциалов в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Единица потенциала – вольт (В): 1В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В = 1Дж/1 Кл).

Физический смысл имеет только разность потенциалов (или напряжение) между двумя какими-либо точками в электрическом поле, так как работа по переносу заряда в поле определена только тогда, когда заданы и начало, и конец этого пути переноса.

### 1.11. Принцип суперпозиции потенциалов. Эквипотенциальные поверхности

Если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i \text{ - принцип суперпозиции потенциалов.}$$

Подобно тому, как графически изображают линии напряженности электростатического поля, можно изобразить и разность потенциалов (напряжение).

Вообразим поверхность, для любой пары точек которой разность потенциалов равна нулю. Такая поверхность называется эквипотенциальной поверхностью, или поверхность равного потенциала. Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше (рис.18).

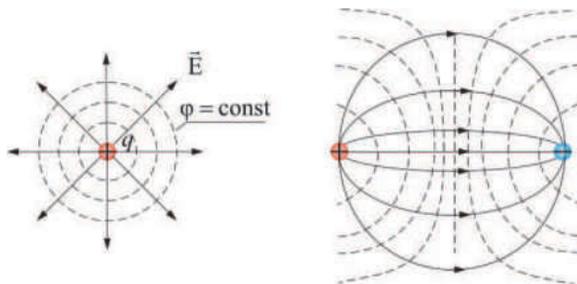


Рис.18. К понятию эквипотенциальных поверхностей

Для точечного заряда потенциал  $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ , поэтому эквипотенциальные поверхности – концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности

– радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Во всех случаях:

- 1) Вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям.
- 2) Вектор  $\vec{E}$  всегда направлен в сторону убывания потенциала.

### 1.12. Связь между напряженностью и потенциалом

Для потенциального поля между силовой характеристикой электрического поля – напряжённостью и энергетической характеристикой - потенциалом существует связь.

Работа по перемещению единичного положительного электрического заряда из одной точки поля в другую вдоль оси  $x$  равна  $dA = qE dx$ . Также работа равна

$$dA = qd\varphi. \text{ Из этих уравнений получаем } E = -\frac{d\varphi}{dx} = -grad\varphi = -\nabla\varphi,$$

где  $\nabla$  («набла») – оператор Гамильтона:  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$

То есть напряженность поля равна градиенту потенциала со знаком минус. Минус показывает, что вектор напряженности поля направлен в сторону уменьшения потенциала.

#### Контрольные вопросы

1. В чем заключается потенциальный характер ЭП?
2. Что такое потенциал и разность потенциалов?
3. Что такое эквипотенциальные поверхности?
4. Какова связь между потенциалом и напряженностью ЭП?

## 2. Электростатическое поле в диэлектриках

### 2.1. Диэлектрики. Типы диэлектриков

Диэлектрики (изоляторы) — вещества, практически не проводящие электрический ток при обычных условиях. Термин «Диэлектрик» (от греч. διά — через и англ. electric — электрический) введен М. Фарадеем для обозначения веществ, через которые проникают электрические поля. Идеальных изоляторов в природе не существует, однако вещества, называемые диэлектриками, прово-

дят ток в  $10^{15} - 10^{20}$  раз хуже, чем вещества называемые проводниками. Они обладают малой электропроводностью, так как у них очень мало свободных заряженных частиц – электронов и ионов.

Существуют газообразные (газы, воздух), жидкие (масла, жидкие органические вещества) и твердые (парафин, полиэтилен, слюда, керамика) диэлектрики.

Диэлектрик состоит из атомов и молекул. В целом молекула электрически нейтральна, так как положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов. Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом  $+q$ , находящимся в «центре тяжести» положительных зарядов, а заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом  $-q$ , находящимся в «центре тяжести» отрицательных зарядов, то молекулы можно рассматривать как электрические диполи с электрическим моментом.

Выделяют три типа диэлектриков:

1) Диэлектрики с неполярными молекулами ( $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ). Это вещества, молекулы которых имеют симметричное строение, то есть центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают – дипольный момент молекулы равен нулю. У таких диэлектриков молекулы называются неполярными.



Рис.19. Схема неполярной молекулы водорода

2) Диэлектрики с полярными молекулами ( $SO_2$ ,  $NH_3$ ,  $CO$ , вода  $H_2O$ , аммиак, ацетон, эфир). Это вещества, молекулы которых имеют ассиметричное строение, то есть центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают. Такие молекулы в отсутствие внешнего электрического поля обла-

дают дипольным моментом. Благодаря тепловому движению дипольные молекулы расположены в диэлектрике беспорядочно, то есть без какого либо преимущественного направления. У таких диэлектриков молекулы называются полярными.

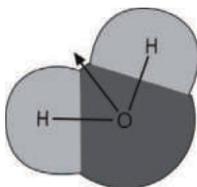


Рис.20. Схема полярной молекулы воды

- 3) Ионные диэлектрики (NaCl, KCl, KBr). Это вещества, молекулы которых имеют ионное строение. Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.

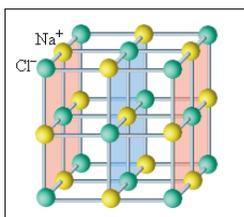


Рис.21. Кристаллическая решетка поваренной соли

## 2.2. Поляризация диэлектриков

Если внести диэлектрик во внешнее электрическое поле, то возникнет результирующий электрический момент диэлектрика отличный от нуля. Такой процесс называется поляризация диэлектрика. Поляризация диэлектрика – это процесс ориентации диполей или появление под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Выделяют три вида поляризации диэлектриков:

- 1) Электронная поляризация диэлектрика с неполярными молекулами. Если такой диэлектрик поместить во внешнее электрическое поле, то положительный заряд молекул сместится в направлении поля, а электронная оболочка вытянет-

ся в противоположенную сторону. Молекула станет полярной (дипольной) подобно электрическому диполю (рис.22).

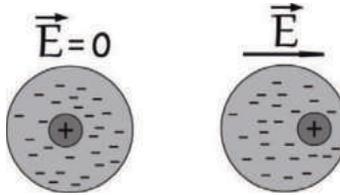


Рис.22. Неполярная молекула до и после поляризации диэлектрика

При помещении диэлектрика в электрическое поле все неполярные молекулы превратятся в дипольные, расположенные цепочками вдоль линии поля. Условно такую поляризацию можно изобразить следующим образом.

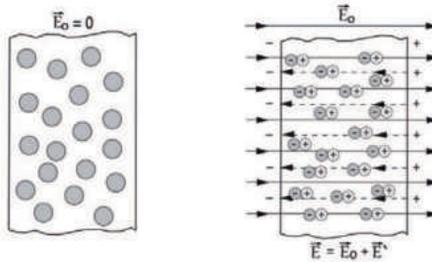


Рис.23. Механизм электронной поляризации неполярного диэлектрика

2) Ориентационная поляризация диэлектрика с полярными молекулами. Под влиянием внешнего электрического поля все дипольные молекулы диэлектрика повернутся так, что их оси расположатся приблизительно вдоль линий напряженности поля. В результате диэлектрик поляризуется.

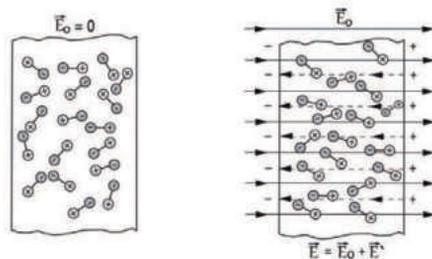


Рис.24. Механизм ориентационной поляризации полярного диэлектрика

3) Ионная поляризация диэлектрика с ионными кристаллическими решетками (рис.21). Смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

### 2.3. Поляризованность, диэлектрическая восприимчивость и диэлектрическая проницаемость вещества

Для характеристики степени поляризации диэлектрика вводят величину, называемую вектором поляризации  $\vec{P}$  (или поляризованность) и определяемую выражением:

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{V}$$

где  $\vec{P}_V$  - дипольный момент диэлектрика, помещенного во внешнее электростатическое поле;  $\vec{P}_i$  - дипольный момент одной молекулы;  $V$  - объем диэлектрика. Таким образом, вектор поляризации  $\vec{P}$  определяется дипольным моментом единицы объема диэлектрика.

Для большинства диэлектриков вектор поляризации линейно зависит от напряженности внешнего поля  $\vec{E}$ :

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость вещества, безразмерная величина, зависящая от природы вещества. Характеризует степень поляризации вещества. Для многих диэлектриков (твердых и жидких) составляет несколько единиц.



Поляризационные заряды создают внутри диэлектрика внутреннее поле, вектор напряженности  $\vec{E}'$  которого направлен, противоположено вектору напряженности внешнего поля  $\vec{E}_0$ . По принципу суперпозиции напряженность результирующего поля в какой – либо точке внутри диэлектрика будет равна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

по величине

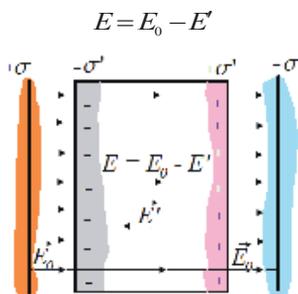


Рис.25. Электрическое поле в диэлектрике

То есть электростатическое поле в диэлектрике ослабляет. Поэтому сила взаимодействия между двумя зарядами, помещенными в диэлектрическую среду, меньше силы их взаимодействия в вакууме.

Степень ослабления поля принято характеризовать отношением

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E},$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды. Это - безразмерная величина, характеризующая способность диэлектриков поляризоваться в электрическом поле и показывает во сколько раз поле ослабляется диэлектриком. Для газов  $\varepsilon \approx 1$ , у воды  $\varepsilon \approx 81$ .

Диэлектрическая проницаемость большинства веществ зависит от температуры. Она падает с ростом температуры.

Между характеристиками диэлектрика  $\varepsilon$  и  $\chi$  существует связь. Установим ее.

Рассмотрим диэлектрик, как электрический диполь. Полный дипольный момент диэлектрической пластинки с толщиной  $d$  и площадью грани  $S$ :  $P_V = PV = PSc = qd = \sigma S \varepsilon$ . Отсюда  $P = \sigma'$ , где  $\sigma'$  - поверхностная плотность связанных зарядов в диэлектрике.

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi \varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E$$

Отсюда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

$$\varepsilon = 1 + \chi$$

#### 2.4. Электрическое смещение (индукция электрического поля)

Характеристикой электрического поля не зависящей от среды является индукция электрического поля или вектор электрического смещения  $\vec{D}$ , определяемая выражением

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Единица электрического смещения – Кл/м<sup>2</sup>.

Линия электрического смещения – это линия, в каждой точке которой вектор  $\vec{D}$  совпадает по направлению с касательной в этой точке. Поэтому направление вектора  $\vec{D}$  совпадает с направлением вектора напряженности ЭП (рис.3).

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике аналогична этой теореме для потока вектора напряженности ЭП, рассмотренной ранее (1.7): поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i$$

Для непрерывного распределения заряда в пространстве с объемной плотностью  $\rho = dq/dV$

$$\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

## 2.5 Сегнетоэлектрики

Некоторые химические соединения в твердом состоянии имеют весьма необычные и интересные диэлектрические свойства. Сегнетоэлектрики - это кристаллические диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризацией, которая существенно изменяется под влиянием внешних воздействий. Сегнетоэлектрические свойства были впервые обнаружены у кристаллов сегнетовой соли  $\text{KNaC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  в 1920 году, затем у дигидрофосфата калия (KDP)  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ . Поэтому все подобные диэлектрики получили название сегнетоэлектриков. Детальное исследование диэлектрических свойств сегнетовой соли было произведено в 1930 – 1934 гг. И.Курчатовым и П.Кобеко, которые установили все основные свойства сегнетоэлектриков.

Первая особенность сегнетоэлектриков заключается в том, что в некотором температурном интервале их  $\varepsilon > 1000$ . Вторая особенность – зависимость  $\varepsilon$  от  $\vec{E}$ , которая является нелинейной (рис.26).

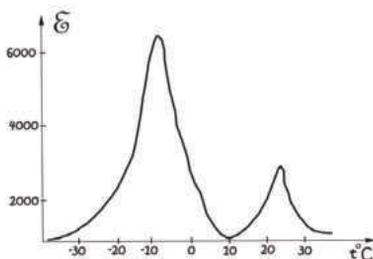


Рис.26. Диэлектрическая проницаемость сегнетовой соли в зависимости от температуры для слабых полей

Из графика видно, что существуют определенные температуры, для которых  $\varepsilon$  очень велико. Такие температуры, выше которых исчезают сегнетоэлектрические свойства, называют точкой Кюри. При остальных температурах сегнетоэлектрик ведет себя, как простой диэлектрик.

Вследствие особенно сильного взаимодействия частиц объем кристалла сегнетоэлектрика подразделяется на отдельные области. Сегнетоэлектрики состоят из доменов — областей с различными направлениями поляризации.

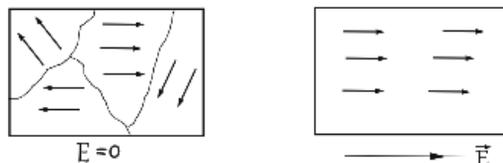


Рис.27. Схема доменной поляризации сегнетоэлектрика (стрелки-векторы поляризации)

В обычном состоянии сегнетоэлектрик представляет собой как бы мозаику из доменов, причем в пределах каждого домена имеется свое направление спонтанной поляризации, тогда как в сплоченных областях эти направления различны, так что в целом электрический момент кристалла равен нулю. Под воздействием внешнего поля в доменах происходит изменение направления поляризации, вследствие чего сегнетоэлектрик приобретает электрический момент по направлению линий напряженности поля. Возникшее при этом суммарное электрическое поле доменов будет поддерживать их некоторую ориентацию и после прекращения действия поля.

Сегнетову соль стали применять в звукоснимателях электрофонов, микрофонах, телефонных трубках и других подобных устройствах (например, в слуховых аппаратах). Особенно широко это вещество нашло применение во время повышенного спроса на электротехнику в послевоенные годы. По сравнению с другими преобразователями, выходное напряжение сегнетовой соли весьма велико. Широкое применение во многих областях современной техники: радиотехнике, электроакустике, квантовой электронике и измерительной технике.

*Контрольные вопросы*

1. Какие существуют типы диэлектриков?
2. Каков механизм поляризации неполярных и полярных диэлектриков?

3. Дать понятие поляризованности, диэлектрической проницаемости и восприимчивости вещества.
4. Что такое сегнетоэлектрики и каков их механизм поляризации?

### 3. Проводники в электростатическом поле

Проводники отличаются от диэлектриков наличием свободных зарядов – заряженных частиц, положение которых не связано с какой-то точкой внутри вещества. Свободные заряды приходят в движение под действием электрического поля и могут перемещаться по всему объёму проводника.

Проводники – это вещества, хорошо проводящие электрический ток, то есть обладающие высокой электропроводностью, благодаря наличию в них большого количества подвижных заряженных частиц. Делятся на электронные (металлы), ионные (электролиты) и смешанные, где имеет место движение как электронов, так и ионов (например, плазма).

#### 3.1. Проводник во внешнем электростатическом поле

Первое общее свойство проводников в электростатическом поле состоит в том, что напряжённость поля  $\vec{E}$  внутри проводника везде равна нулю.

Поместим в однородное электростатическое поле проводник, например металлический шар.

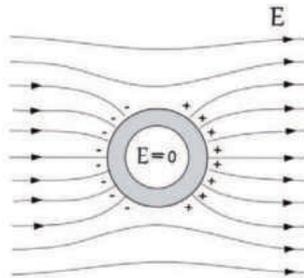


Рис. 28. Металлический шар в ЭП

В результате левая часть поверхности шара, зарядится отрицательно, а правая положительно. Это явление называется электростатической индукцией. Индуцированные заряды создадут внутри проводника свое собственное поле, ко-

торое будет направлено, противоположено внешнему полю. Перераспределение зарядов в проводнике будет происходить до тех пор, пока внешнее поле внутри проводника не компенсируется собственным полем зарядов. При этом перераспределение зарядов прекратится, и поле внутри проводника станет равным нулю. Таким образом, внутри проводника, помещенного в электростатическое поле, поле отсутствует  $\vec{E} = 0$ .

Используя формулу  $\vec{E} = -\text{grad}\varphi$  при значении поля равным нулю  $E = 0$  получим  $\text{grad}\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \text{const}$ . Значит, все точки внутри проводника имеют одинаковый потенциал, проводник является эквипотенциальным телом, а поверхность проводника – эквипотенциальной поверхностью.

Внесение такого шара во внешнее поле вызывает понижение этого поля: вблизи проводника оно становится неоднородным.

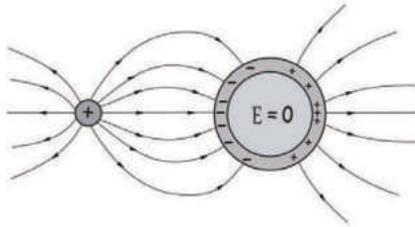


Рис. 29. К явлению электростатической индукции. Электростатическая защита

Очевидно, что ЭП будет отсутствовать не только внутри сильного проводника, но и внутри полого шара. На этом основана электрическая защита: прибор, который надо защитить от действия внешнего ЭП, окружают со всех сторон проводником, например густой сеткой. Впервые экспериментально это доказал Фарадей. Он построил полый куб с ребром 4 м, покрыл его стенки хорошо проводящим материалом, изолировал от Земли и сообщил большой заряд. Сначала он поместил внутрь чувствительный электроскоп и не обнаружил электричества внутри куба. Затем он сам поместился с зажженной свечой и приборами внутри полости. И, несмотря на то, что внешняя поверхность куба

была заряжена очень сильно и почти со всех сторон соскакивали искры, ни один прибор ничего не обнаружил.

В случае несимметричного заряженного тела поверхностная плотность заряда различна в разных точках поверхности: она мала вблизи углублений и принимает наибольшее значение на заострении.

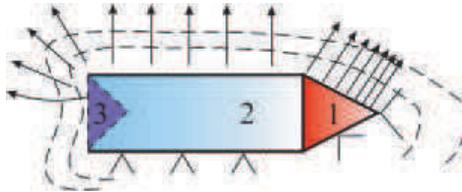


Рис.30. Эквипотенциальные поверхности (пунктирные линии) и силовые линии ЭП (линии со стрелками) заряженного металлического проводника несимметричной формы

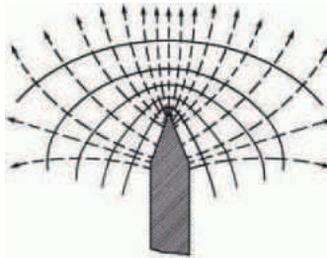


Рис.31. Распределение ЭП вблизи острия

Поэтому силовые линии напряженности поля будут неоднородны. Это приводит к своеобразному явлению «стеканию» зарядов с металлических острий. Это явление используют для устройства молниеотвода. Во время грозы на Земле появляются большие индуцированные заряды, и у поверхности Земли возникает сильное электрическое поле. Напряжённость поля особенно велика возле острых проводников, и поэтому на конце молниеотвода загорается коронный разряд. Вследствие этого индуцированные заряды не могут накапливаться на здании и молнии не происходит. В тех же случаях, когда молния всё же возникает (такие случаи очень редки), она ударяет в молниеотвод и заряды уходят в Землю, не причиняя разрушений. Для предотвращения стекания зарядов у всех

приборов и машин, работающих под высоким напряжением, металлические части делают хорошо закругленными, а концы металлических стержней снабжают гладкими шариками.

### 3.2. Электроемкость

Электроемкость — характеристика проводника, скалярная физическая величина характеризующая способность проводника или системы проводников накапливать электрический заряд.

Рассмотрим заряженный проводник, находящийся в однородной среде вдали от других заряженных тел — уединенный проводник. Известно, что поверхность проводника является эквипотенциальной, т.е. потенциал на любой точке поверхности проводника одинаковый. Поэтому потенциал можно считать характеристикой заряженного проводника. Из опыта следует, что по мере увеличения заряда проводника возрастает и его потенциал:

$$q_1 \sim \varphi_1$$

$$q_2 \sim \varphi_2$$

.....

$$\frac{q_1}{\varphi_1} = \frac{q_2}{\varphi_2} = \dots = \text{const} = C - \text{электроемкость, или емкость.}$$

$$C = \frac{q}{\varphi} - \text{электроемкость уединенного проводника.}$$

Электроемкость уединенного проводника не зависит от заряда и является величиной постоянной.

Емкость уединенного проводника не зависит от его массы и вещества. При сообщении проводнику заряда происходит его распределение по поверхности проводника. Причем это распределение зависит только от формы тела, его размеров и от диэлектрических свойств окружающей среды. Емкости геометрически подобных проводников пропорциональны их линейным размерам.

Например, емкость уединенного проводящего шара:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R$$



Единица емкости – фарад (Ф): 1Ф – емкость такого единичного проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1Кл.

### **3.3. Конденсаторы. Соединение конденсаторов**

Уединенные проводники обладают небольшой емкостью. Даже шар таких размеров как Земля обладает емкостью всего лишь 710 мкФ. На практике возникает потребность в устройствах, которые при небольшом относительно окружающих тел потенциале накапливали бы на себе, т.е. «конденсировали» заметные по величине заряды. Наибольшее влияние в сильное увеличение емкости взятого проводника будет в том случае, если вблизи него окажется другой проводник, несущий на себе заряд, противоположенный по знаку тому заряду, которым обладает данный проводник. В этом случае электрическое поле в окружающем пространстве резко ослабевает и емкость проводника увеличивается. На этом основано устройство конденсаторов. Конденсатор (от лат.*Condensare* — «уплотнять», «сгущать») - двухполюсник с определенным или переменным значением емкости и малой проводимостью; устройство для накопления заряда и энергии электрического поля. Конденсатор представляет собой проводники, разделенные слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводника. Проводники в этом случае называются обкладками конденсатора.

Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так располагают их друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми на них зарядами, была сосредоточена внутри конденсатора. Этому условно удовлетворяют две параллельные пластинки, расположенные близко друг от друга, два coaxиальных цилиндра и две концентрические сферы. Соответственно бывают конденсаторы следующих видов – плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы.

На рис.32 показаны схемы простейших конденсаторов.

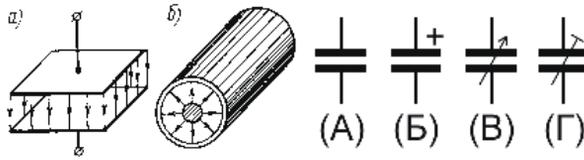


Рис.32. Плоский (а) и цилиндрический (б) конденсаторы

Обозначения конденсаторов на схемах: (А) - обычный конденсатор, (Б) - электролитический, (В) - переменный, (Г) - подстроечный.

Основной характеристикой конденсатора является его ёмкость, характеризующая способность конденсатора накапливать электрический заряд. Ёмкость конденсатора – это физическая величина, равная отношению заряда, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$$

Эта общая формула, применяемая к любому конденсатору. В зависимости от геометрических размеров и формы конденсатора имеются конечные формулы ёмкости для каждого типа конденсатора.

Выведем формулу ёмкости плоского конденсатора.

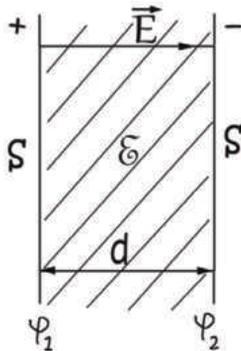


Рис.33. К выводу формулы ёмкости плоского конденсатора

Здесь  $S$  – площадь каждой из обкладок,  $d$  – расстояние между обкладками,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды.

Если линейные размеры пластин велики по сравнению с расстояниями между обкладками, то ЭП между пластинами можно считать эквивалентными полю между двумя бесконечными плоскостями (теорема Гаусса).

Тогда  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ , где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда.

$$q = \sigma S. E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S}. E = -g \text{ ra } \phi = -\frac{d\phi}{dr}. -d\phi = E dr. \text{ Проинтегрируем}$$

$$-\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = \int_0^d E dr \Rightarrow \phi_1 - \phi_2 = U = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$$

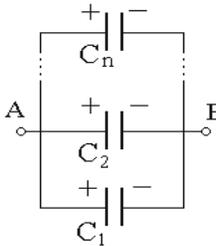
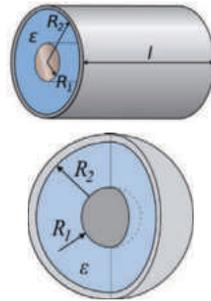
$$C = \frac{q}{U} = \frac{q\varepsilon\varepsilon_0 S}{qd} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} - \text{емкость плоского конденсатора.}$$

Аналогичный вывод для цилиндрического конденсатора приводит к выражению

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l \frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

А для сферического конденсатора – к выражению

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$



Конденсаторы могут в цепях соединяться параллельно и последовательно

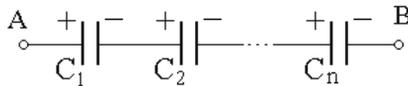


Рис.34. Параллельное и последовательное соединение конденсаторов

У параллельно соединенных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$  разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова.

$$\text{Полная ёмкость } C = \frac{q}{U} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i}{U} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \Delta\varphi}{U} = \sum_{i=1}^n C_i$$

У последовательно соединенных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$  заряды всех обкладок равны по модулю, а суммарная разность потенциалов

$$U = \Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

#### *Контрольные вопросы*

1. Как распределяются заряды на поверхности проводников?
2. В чем состоит электростатическая защита?
3. Что называется электроемкостью уединенного проводника и от чего она зависит?
4. Какие существуют типы конденсаторов? Предназначение конденсаторов.
5. Способы соединения конденсаторов. Формулы для их расчетов.

## **4. Энергия электростатического поля**

### **4.1. Энергия системы неподвижных точечных зарядов**

Для системы двух зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга, каждый из них в поле другого обладает потенциальной энергией

$$W_1 = q_1 \varphi_2 = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r} = q_2 \varphi_1 = W_2$$

Поэтому  $W = q_1 \varphi_2 = q_2 \varphi_1 = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_2 + q_2 \varphi_1)$ . Добавляя последовательно по одному заряду, получим, что энергия взаимодействия системы  $n$  неподвижных

точечных зарядов равна  $W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i$

### **4.2. Энергия заряженного проводника**

Рассмотрим уединенный проводник с зарядом  $q$ , емкостью  $C$ , потенциалом  $\varphi$ . Элементарная работа  $dA$ , совершаемая внешними силами по определению кулоновских сил отталкивания при перенесении заряда из бесконечности

на проводник равна  $dA=q\Delta\varphi=Cq\Delta\varphi$ . Чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до  $\varphi$ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^q C \varphi dq = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Энергия заряженного уединенного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}$$

#### 4.3. Энергия заряженного конденсатора

Элементарная работа внешних сил по перенесению малого заряда с обкладки 2 конденсатора на обкладку 1:

$$dA = Udq = \frac{q dq}{C}$$

Работа внешних сил при увеличении заряда конденсатора от 0 до  $q$

$$A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$$

#### 4.4. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии

Чтобы получить формулу энергии ЭП, необходимо рассмотреть какой-нибудь конкретный случай. Возьмем плоский конденсатор. В таком конденсаторе вся энергия ЭП сосредоточена в зазоре между обкладками

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \text{ и } U = Ed. \text{ Отсюда } W = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 V - \text{ энергия ЭП}$$

$V = Sd$  – объем поля.

Если поле однородно, то вся заложенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 - \text{ объемная плотность энергии ЭП.}$$

*Контрольные вопросы*

1. Найдите выражение для энергии заряженного проводника.
2. Докажите, что ЭП обладает энергией и найдите выражение для ее объемной плотности.

## Глава II. Постоянный электрический ток

*«Открытие Ома было ярким факелом, осветившим ту область электричества, которая до него была окутана мраком. Лишь тот в состоянии господствовать над силами природы и управлять ими, кто сумеет разгадать законы природы, Ом вырвал у природы так долго скрываемую ею тайну и передал ее в руки современников»*

*Е. Ломмель*

В электродинамике важнейшим понятием является понятие электрического тока. Электрический ток обеспечивает комфортом жизнь современного человека. Технологические достижения цивилизации — энергетика, транспорт, радио, телевидение, компьютеры, мобильная связь — основаны на использовании электрического тока.

До конца 18-го века «получать электричество», то есть заряжать тела, разделяя электрические заряды, умели только посредством трения. Развитие электромагнетизма связано с открытием итальянского учёного Л. Гальвани «животного электричества». А. Вольт изобрёл первый источник электрического тока — гальванический элемент, с помощью которого стало возможным создавать электрический ток в течение длительного времени. В 1802 году В. В. Петров, построив гальванический элемент большой мощности, открыл электрическую дугу, исследовал её свойства и указал на возможность её применения. В 1807 году английский учёный Г. Дэви, пропустив ток через водные растворы щелочей, т. е. осуществив их электролиз, получил неизвестные ранее металлы — натрий и калий. В 1826 году немецкий физик Г. Ом определил количественную зависимость электрического тока от напряжения в цепи (Ома закон). Английский физик Дж. П. Джоуль установил (1841 г.), что количество теплоты, выделяемой в проводнике электрическим током, пропорционально квадрату силы тока; этот закон был обоснован (1842 г.) точными экспериментами Э. Х. Ленца (закон Джоуля — Ленца).

## 1. Постоянный электрический ток и его основные характеристики

### 1.1. Постоянный электрический ток, сила и плотность тока

Электрический ток — направленное (упорядоченное) движение заряженных частиц, при котором происходит перенос заряда из одних областей пространства в другие. Этими частицами являются: в *металлах* — *электроны*, в *электролитах* — *ионы (катионы и анионы)*, в *газах* — *ионы и электроны*, в *вакууме* при определенных условиях — *электроны*, в *полупроводниках* — *электроны и дырки (электронно-дырочная проводимость)*.

О возникновении электрического тока можно судить по следующим его проявлениям: 1) при нагревании проводников, 2) при изменении химического состава проводников (наблюдается преимущественно в электролитах), 3) при создании магнитного поля (проявляется у всех без исключения проводников).

Для возникновения электрического тока в проводнике необходимо выполнение двух условий:

- наличие в проводнике свободных зарядов,
- наличие в проводнике стационарного электрического поля, создаваемое источниками тока.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока  $I$ . Сила тока — это скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где  $dq$  — электрический заряд, проходящий за время  $dt$  через поперечное сечение проводника.

Если эта величина постоянная, то ток считается постоянным, а если переменная, то — переменным.

В рамках общих понятий в дальнейшем будем говорить о постоянном токе. Единица силы тока — ампер (А). При силе тока в 1 А через поперечное сечение проводника за 1 с проходит заряд в 1 Кл.

Другой характеристикой тока является плотность тока. Это физическая величина, определяемая силой ток, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

Плотность тока – вектор, ориентированный по направлению тока, т.е. направление вектора  $\vec{j}$  совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов.

Единица плотности тока – А/м<sup>2</sup>.

### **1.2. Направление и скорость распространения тока**

Направление движения заряженных частиц, образующих ток, зависит от знака их заряда. Положительно заряженные частицы будут двигаться от «плюса» к «минусу», а отрицательно заряженные – наоборот, от «минуса» к «плюсу». В электролитах и газах присутствуют и отрицательные, и положительные заряды. Ток создается их встречным движением в обоих направлениях. В металле носителями заряда являются свободные электроны, они двигаются от «минуса» к «плюсу». Тем не менее, по соглашению за направление тока принято считать направление движения положительных зарядов. Исторически, такое направление тока было предложено Ампером в первой половине XIX века, до того как был открыт электрон. Поэтому менять ничего не стали - ток течет от «плюса» к «минусу».

Когда включают свет, кажется, что лампочка загорается мгновенно. Скорость распространения тока по проводам близка к  $3 \cdot 10^8$  м/с (скорость света в вакууме). Однако, скорость свободных зарядов, создающих ток, составляет доли миллиметра в секунду. Дело в том, что свободные заряды взаимодействуют друг с другом и, находясь под действием электрического поля источника тока, при замыкании цепи приходят в движение почти одновременно вдоль всего проводника. Скорость распространения тока есть скорость передачи электрического взаимодействия между свободными зарядами, и она близка к скорости света в вакууме. Скорость же, с которой сами заряды перемещаются внутри



проводника, может быть на много порядков меньше. Скорость распространения тока – это скорость передачи электрического сигнала по цепи. Скорость направленного движения свободных зарядов – это скорость перемещения зарядов, образующих ток. Такую скорость называют скоростью электрического дрейфа, или скоростью упорядоченного движения электронов.

### ***1.3. Сторонние силы. Разность потенциалов, ЭДС, напряжение***

Если в цепи действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей таким образом, что потенциалы всех точек цепи выравниваются, при этом электростатическое поле исчезает и постоянный ток прекращается. Для протекания тока в течение продолжительного времени на заряды в электрической цепи должны действовать силы, отличные по природе от сил электростатического поля, такие силы получили название сторонних сил. Эти силы могут быть обусловлены химическими процессами, диффузией носителей тока в неоднородной среде, электрическими (но не электростатическими) полями, порождаемыми переменными во времени магнитными полями, и т. д. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора. Всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, называется источником электрического тока.

Таким образом, в замкнутой цепи при наличии источника тока совершается работа по переносу заряда полем как электростатических сил, так и сторонних сил.

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой электростатическими (кулоновскими) силами при перемещении единичного положительного заряда, называется разностью потенциалов.

$$\Delta\varphi = \frac{A_{\text{кул}}}{q_0}.$$

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (ЭДС), действующей в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q_0}.$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину  $\varepsilon$  можно также называть электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. Часто, вместо того чтобы сказать: «в цепи действуют сторонние силы», говорят: «в цепи действует ЭДС», т. е. термин «электродвижущая сила» употребляется как характеристика сторонних сил. ЭДС, как и потенциал, выражается в вольтах.

Работа сторонних сил по перемещению заряда  $q_0$  в замкнутом контуре равна

$$A_{\text{с м о р}} = \int \vec{F}_{\text{с м о р}} \vec{d}l = q_0 \int \vec{E}_{\text{с м о р}} \vec{d}l.$$

Отсюда, ЭДС действующая в замкнутой цепи – это циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил:

$$\varepsilon = \int \vec{E}_{\text{с м о р}} \vec{d}l.$$

Следовательно, для поля сторонних сил циркуляция его напряженности по замкнутому контуру не равна нулю. Поэтому поле сторонних сил - непотенциально.

ЭДС, действующая на участке 1 – 2 цепи, равна

$$\varepsilon_{1-2} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{с м о р}} \vec{d}l.$$

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Если на заряд  $q_0$  действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля (кулоновские силы), то результирующая сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{с м о р}} + \vec{F}_{\text{к у л}} = q_0 (\vec{E}_{\text{с м о р}} + \vec{E}_{\text{к у л}}).$$

Работа результирующей силы по перемещению заряда  $q_0$  на участке 1 – 2

$$A_{1-2} = q_0 \int_1^2 \vec{E}_c \cdot d\vec{l}_p + q_0 \int_1^2 \vec{E}_k \cdot d\vec{l}_n = q_0 \varepsilon_{1-2} + q_0 \Delta\varphi.$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому

$$A = q_0 \varepsilon.$$

Напряжением  $U$  на участке 1 – 2 называется физическая величина, численно равная суммарной работе совершаемой электростатическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{1-2} = \frac{A_{1-2}}{q_0} = \Delta\varphi + \varepsilon_{1-2}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует ЭДС, т. е. сторонние силы отсутствуют.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется электрическим током и каковы условия его возникновения?
2. Дать понятия сторонних сил, разности потенциалов, ЭДС, напряжения.

## **2. Закон Ома**

### ***2.1 Закон Ома для участка цепи***

В 1826 г. немецкий физик Георг Ом экспериментально установил связь между напряжением на проводнике и силой тока, идущего по этому проводнику:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сила тока в металлическом проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах:  $I \sim U$ .  $G = \frac{1}{R}$  - коэффициент пропорциональности, называемый электрической проводимостью проводника.  $R$  – электрическое сопротивление проводника.

Закон Ома для участка цепи (не содержащего источника тока): *сила тока на участке цепи прямо пропорциональна напряжению на этом участке и обратно пропорциональна сопротивлению участка.*

## **2.2 . Электрическое сопротивление. Удельное сопротивление проводника**

Как уже было сказано величина  $R$ , входящая в выражение закона Ома, называется электрическим сопротивлением проводника. Единица измерения сопротивления  $[R]=\text{Ом}$ . 1 Ом - это сопротивление такого проводника, по которому проходит ток силой в 1А при разности потенциалов на его концах в 1В. Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, от материала, из которого изготовлен проводник, от температуры, а также от того, как этот проводник подключен в цепи. Для однородного цилиндрического проводника, имеющего длину  $l$  и площадь поперечного сечения  $S$

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  удельное сопротивление материала проводника, или просто удельное сопротивление вещества характеризует его способность препятствовать прохождению электрического тока. Единица измерения удельного электрического сопротивления в системе (СИ) – ом-метр [Ом·м]. В технике также применяется устаревшая внесистемная единица Ом·мм<sup>2</sup>/м, равная 10<sup>-6</sup> от 1 Ом·м. Соответственно выполняется: 1 Ом·м = 1·10<sup>6</sup> Ом·мм<sup>2</sup>/м. Физический смысл удельного сопротивления в технике: сопротивление однородного куска проводника длиной 1 м и площадью токоведущего сечения 1 мм<sup>2</sup>. Наименьшим удельным сопротивлением обладает серебро (1.6·10<sup>-8</sup>Ом·м) и медь (1.7·10<sup>-8</sup>Ом·м).

## **2.3 . Закон Ома в дифференциальной форме**

Существует другая форма законов Ома, называемая дифференциальной, в которой рассматриваются плотность тока в данной точке проводника и напряженность поля в этой точке. Получим дифференциальную форму закона Ома. Рассмотрим однородный металлический проводник цилиндрической формы, по

которому проходит ток силой  $I$  при разности потенциалов на его концах  $U$ . Длину проводника обозначим  $l$ , площадь поперечного сечения –  $S$ .

Закон Ома для этого проводника имеет вид:  $I = \frac{U}{R}$ .

Так как поле внутри проводника при прохождении по нему постоянного тока является однородным, то разность потенциалов связана с напряженностью поля соотношением  $U = El$ . Сопротивление цилиндрического проводника  $R = \rho \frac{l}{S}$ . Подставим данные соотношения в закон Ома и проведем некоторые преобразования:

$$I = \frac{El}{\rho l} S \Rightarrow \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E,$$

где  $\frac{I}{S} = j$  - плотность тока;  $\sigma = \frac{1}{\rho}$  - удельная электрическая проводимость (электропроводность) вещества проводника. Ее единица измерения в (СИ) – сименс на метр (См/м). Следовательно,  $j = \sigma E$ .

Учитывая, что вектора  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  направлены одинаково, можем записать это равенство в векторной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

Данное равенство представляет закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме.

#### 2.4. Соединения проводников

Есть два основных способа соединения проводников друг с другом – это последовательное и параллельное соединения. Различные комбинации последовательного и параллельного соединений приводят к смешанному соединению проводников.

Проводник, обладающий сопротивлением  $R$ , называется резистором и на схеме изображается прямоугольником (рис.35).



Рис.35. Резистор

При последовательном соединении проводников конец каждого проводника

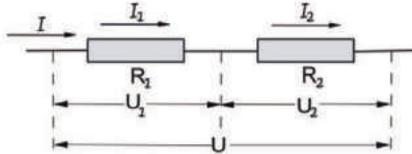


Рис.36. Последовательное соединение проводников

соединяется с началом следующего за ним проводника.

1. При последовательном соединении проводников сила тока в них одинакова. Через любое поперечное сечение любого проводника за одну секунду будет проходить один и тот же заряд. Ведь заряды нигде не накапливаются, из цепи наружу не уходят и не поступают в цепь извне.

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I$$

2. Напряжение на участке, состоящем из последовательно соединенных проводников, равно сумме напряжений на каждом проводнике.

$$I R = U = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i = I \sum_{i=1}^n R_i$$

3. Сопротивление участка, состоящего из последовательно соединенных проводников, равно сумме сопротивлений каждого проводника.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Достоинства последовательного соединения проводников – имея элементы, рассчитанные на малое напряжение (например, лампы), можно соединить их последовательно в необходимом количестве и подключить к источнику с большим напряжением (елочные гирлянды), к недостаткам можно отнести тот факт, что при выходе из строя хотя бы одному прибору (элементу) вся цепь размыкается, и остальные приборы не работают.

При параллельном соединении проводников их начала подсоединяются к одной точке цепи, а концы к другой точке.

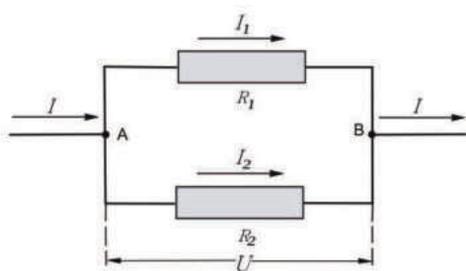


Рис.37. Параллельное соединение проводников

1. При параллельном соединении проводников напряжение на всех участках цепи одно и то же.

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n = U$$

2. Сила тока в цепи равна сумме сил токов на отдельных проводниках.

$$\frac{U}{R} = I = \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{R_i} = U \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Достоинства параллельного соединения: если одна из ветвей выходит из строя, остальные продолжают работать, при этом каждую ветвь можно подключать и отключать отдельно, недостатки: можно включать приборы, рассчитанные только на данное напряжение.

Формулы для последовательного и параллельного соединения проводников позволяют во многих случаях рассчитать сопротивление сложной цепи, состоящей из многих резисторов. На рис.38 приведен пример такой сложной цепи, состоящей из многих резисторов.

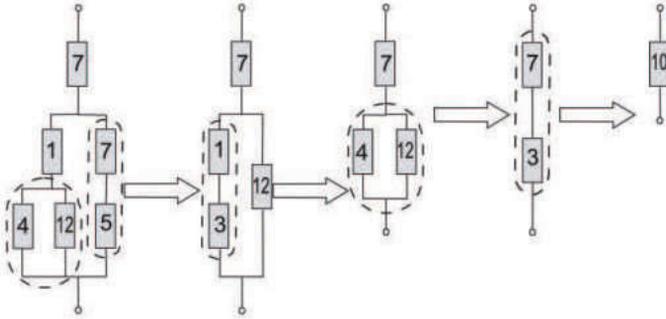


Рис.38. Расчет сопротивления сложной цепи

Сопротивления всех проводников указаны в омах

### 2.5. Температурная зависимость сопротивления

Опыт показывает, что при нагревании металлического проводника его сопротивление увеличивается. Температурная зависимость сопротивления проводника объясняется тем, что

1. возрастает интенсивность рассеивания (число столкновений) носителей зарядов при повышении температуры;
2. изменяется их концентрация при нагревании проводника.

Опыт показывает, что при не слишком высоких и не слишком низких температурах зависимости удельного сопротивления и сопротивления проводника от температуры выражаются формулами:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

где  $\rho$  и  $\rho_0$  - соответственно удельные сопротивления проводников при температуре  $t$  и  $0^\circ\text{C}$ ,  $R$  и  $R_0$  - соответственно сопротивления проводников при температуре  $t$  и  $0^\circ\text{C}$ .  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к  $1/273$  К. Его значения для различных металлов и сплавов берут в таблице. Значит, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$



где  $T$  — термодинамическая температура.

График зависимости является прямой линией

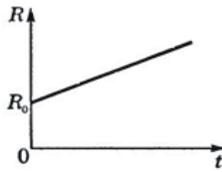


Рис.39. Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры (шкала Цельсия)

Качественная температурная зависимость сопротивления металла представлена на рис.40 (кривая 1).

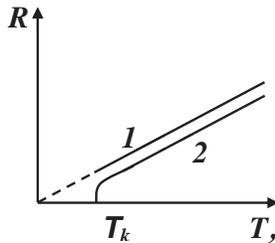


Рис.40. Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры (шкала Кельвина)

Впоследствии было обнаружено, что сопротивление многих металлов (например, Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах  $T_k$  (0,14 — 20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля (рис.39, кривая 2), т.е. металл становится абсолютным проводником. Впервые это явление, называемое сверхпроводимостью, обнаружено в 1911 г. Г. Камерлинг-Оннесом для ртути. Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ и др.) затруднено из-за низких их критических температур. Правда, в настоящее время обнаружены и активно исследуются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью до 0,003 К. Применение же в качестве рабочего вещества термометра сопротивления полупроводников, приготовленных по специальной технологии,— термисторов — позволяет измерять температуру с точностью до  $10^{-6}$  К и использовать термисторы для измерения температур в случае малых габаритов полупроводников.

*Контрольные вопросы*

1. В чем состоит закон Ома для участка цепи и для замкнутой цепи?
2. Поясните физический смысл сопротивления проводников.
3. Каковы правила последовательного и параллельного соединения проводников?
4. Напишите и объясните формулу закона Ома в дифференциальной форме.

### **3. Работа и мощность тока**

Электрический ток получил такое широкое применение потому, что он несет с собой энергию. Эта энергия может быть превращена в любую форму. Вычислить эту энергию значит найти работу и мощность тока. При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Ее принято называть работой тока.

#### **3.1 . Работа тока**

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение  $U$ . За время  $dt$  через сечение проводника переносится элементарный заряд  $dq=Idt$ . Так как ток представляет собой перемещение заряда  $dq$  под действием электрического поля, то, электрическое поле на выделенном участке совершает работу:

$$dA=Udq = I Udt$$

- эту работу называют работой тока.

Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения и времени, в течение которого шел ток.

Если сопротивление проводника  $R$ , то, используя закон Ома, получим

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt.$$

Единица измерения работы тока в системе СИ – Джоуль. [A] - Дж. При расчетах работы электрического тока часто применяется внесистемная кратная единица работы электрического тока: 1 кВт·ч (киловатт в час).

$$1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 3\,600\,000 \text{ Дж}$$

В каждой квартире для учета израсходованной электроэнергии устанавливаются специальные приборы-счетчики электроэнергии, которые показывают работу электрического тока, совершенную за какой-то отрезок времени при включении различных бытовых электроприборов. Эти счетчики показывают работу электрического тока (расход электроэнергии) в "кВт·ч".

### 3.2 Мощность тока

Любой электрический прибор (лампа, электродвигатель и т. д.) рассчитан на потребление определенной энергии в единицу времени. Поэтому, наряду с работой тока, важное значение имеет понятие мощности тока.

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Единица измерения мощности в системе СИ - ватт. [P] - Вт.

### 3.3 Закон Джоуля-Ленца

При прохождении электрического тока через металлический проводник электроны сталкиваются то с нейтральными молекулами, то с молекулами, потерявшими электроны. Движущийся электрон либо отщепляет от нейтральной молекулы новый электрон, теряя свою кинетическую энергию и образуя новый положительный ион, либо соединяется с молекулой, потерявшей электрон (с положительным ионом), образуя нейтральную молекулу. При столкновении электронов с молекулами расходуется энергия, которая превращается в тепло. Любое движение, при котором преодолевается сопротивление, требует затраты определенной энергии. Для проведения тока через проводник источник тока за-

трачивает некоторую энергию, которая превращается в тепло. Переход электрической энергии в тепловую отражает закон теплового действия тока. Этот закон назван законом Джоуля — Ленца — физический закон, дающий количественную оценку теплового действия электрического тока. Установлен в 1841 году английским физиком Джеймсом Джоулем и независимо от него в 1842 году русским ученым Эмилием Ленцем.

Если ток проходит по неподвижному проводнику, то вся работа тока  $dA$  идет на нагревание проводника (выделение теплоты  $dQ$ ). По закону сохранения энергии:  $dA = dQ$ .

$$dQ = I U dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt \text{ - закон Джоуля-Ленца.}$$

Количество теплоты, выделяющейся в проводнике при прохождении по нему постоянного электрического тока, пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени прохождения тока.

Если необходимо применить закон Джоуля - Ленца к току, не являющемуся постоянным, то рассматривают бесконечно малые промежутки времени  $dt$ , на протяжении которых ток можно рассматривать как постоянный, применяют к ним этот закон, а затем интегрируют это выражение по времени:

$$Q = \int_0^t I^2 R dt = I^2 R t.$$

Данное выражение представляет интегральную форму закона Джоуля - Ленца.

### 3.4 . Удельная тепловая мощность тока

Выделим в проводнике объем  $dV = dS dl$ . Сопротивление этого объема

$R = \rho \frac{dl}{dS}$ . По закону Джоуля-Ленца за время  $dt$  в этом объеме выделится тепло-

$$\text{та: } dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dV dt.$$

Удельной тепловой мощностью тока  $w$  называется количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема:

$$w = \frac{dQ}{dVdt} = \rho j^2.$$

Удельная мощность тока численно равна количеству теплоты, выделяющемуся в единице объема проводника в единицу времени. Единица измерения удельной мощности в СИ - Вт/м<sup>3</sup>.

### 3.5 . Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Используя дифференциальную форму закона Ома  $j = \sigma E$  и определение  $\rho = \frac{1}{\sigma}$  получим закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \sigma E^2.$$

Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме носит совершенно общий характер, т. е. не зависит от природы сил, возбуждающих электрический ток.

Тепловое действие тока находит широкое применение в технике. В1873 г. русский инженер А. Н. Лодыгин (1847-1923) впервые использовал тепловое действие тока для устройства электрического освещения (лампа накаливания). На нагревании проводников электрическим током основано действие электрических муфельных печей, электрической дуги, контактной электросварки, бытовых электронагревательных приборов и т. д.

При очень большом токе металлический проводник может раскалиться и перегореть (расплавиться). На этом основано действие плавких предохранителей. Их назначение — автоматическое отключение электрической цепи, когда в ней начинает идти ток больше допустимого.

#### *Контрольные вопросы*

1. Дать понятия работы и мощности тока.
2. В чем состоит закон Джоуля-Ленца?

#### 4. Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме (обобщенный закон Ома)

Участок цепи, включающий в себя источник тока с ЭДС, считается неоднородным.

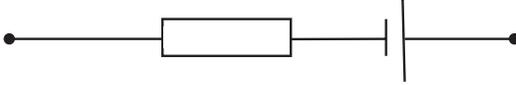


Рис.41. Схема неоднородного участка цепи

Получим формулу закона Ома для такого участка в интегральном виде.

Известно, что закон Ома в дифференциальной форме имеет вид

$$\vec{j} = \alpha \vec{E}.$$

Или используя связь между удельной электропроводностью и удельным сопротивлением проводника  $\sigma = \frac{1}{\rho}$ , получим

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E}.$$

В случае наличия в цепи источника тока суммарная напряженность ЭП включает в себя напряженности полей электростатических (кулоновских) и сторонних сил  $\vec{E} = \vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}$ . Тогда

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} (\vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{стор}}).$$

Умножим скалярно обе части равенства на вектор  $d\vec{l}$ , численно равный элементу  $dl$  длины проводника и направленный в ту сторону, что вектор плотности тока  $\vec{j}$ .

$$(\vec{j}, d\vec{l}) = \frac{1}{\rho} [(\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l}) + (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l})].$$

Так как скалярное произведение совпадающих по направлению векторов равно произведению их модулей, то это равенство можно представить в виде

$$\rho j dl = (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l}) + (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l}).$$

Или используя плотность тока как  $j = \frac{I}{S}$ , получаем

$$I\rho \frac{dl}{S} = (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l}) + (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l}).$$

Интегрируя по длине проводника  $l$  от сечения 1 до некоторого сечения 2 и учитывая, что сила тока во всех сечениях проводника одинакова, получаем

$$I \int_1^2 \rho dl / S = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l}).$$

Или

$$I = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l}) + \int_1^2 (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l}) / \int_1^2 \frac{\rho dl}{S} \text{ закон Ома в интегральной форме,}$$

где:

- интеграл  $\int_1^2 (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l})$  численно равен работе, совершаемой кулоновскими силами при переносе единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Из курса электростатики известно, что это представляет разность потенциалов ЭП между этими точками. То есть  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{кул}}, d\vec{l})$ ;

- интеграл  $\int_1^2 (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l})$  численно равен работе, совершаемой сторонними силами при переносе единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Из курса электростатики известно, что это представляет ЭДС.

То есть  $\varepsilon = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{стор}}, d\vec{l})$ ;

- интеграл  $\int_1^2 \rho dl / S$  представляет собой полное сопротивление участка цепи  $R$  между сечениями 1 и 2.

Следовательно, формула закона может быть записана в сокращенном виде как  $I = (\Delta\varphi + \varepsilon) / R$ .

Из данного закона вытекают частным образом законы Ома для участка цепи и замкнутой цепи. Действительно, для однородного участка цепи при отсутствии источника тока  $\varepsilon = 0$ , и  $I = \Delta\varphi / R$  – закон Ома для участка цепи.

Для замкнутой цепи  $\Delta\varphi=0$  и  $I=\varepsilon/R$  – закон Ома для замкнутой цепи, где  $R$  – сумма внешнего сопротивления цепи и внутреннего сопротивления источника тока. Поэтому закон Ома в интегральной форме в специальной литературе часто называют обобщенным законом Ома.

## 5. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Обобщенный закон Ома позволяет рассчитать практически любую сложную цепь. Однако непосредственный расчет разветвленных цепей, содержащих несколько замкнутых контуров (контуры могут иметь общие участки, каждый из контуров может иметь несколько источников тока и т. д.), довольно сложен. Эта задача решается более просто с помощью двух правил Кирхгофа.

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется *узлом*. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным. *Замкнутый контур* – это замкнутый участок в сложной, разветвленной электрической цепи.

*Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

Например, для рис.42 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

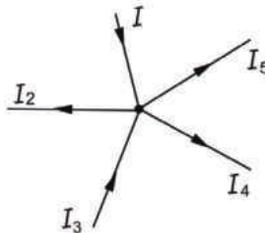


Рис.42. К расчету узла по первому правилу Кирхгофа

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установившегося постоянного тока ни в одной



точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

Второе правило Кирхгофа получается из обобщенного закона Ома для разветвленных цепей. Рассмотрим контур, состоящий из трех участков (рис.43).

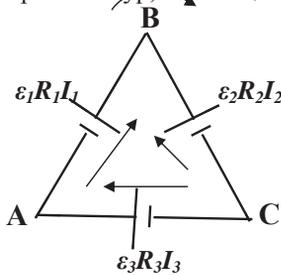


Рис.43. К расчету контура по второму правилу Кирхгофа

Направление обхода контура по часовой стрелке примем за положительное, отметив, что выбор этого направления совершенно произволен. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие с направлением обхода - отрицательными. Источники тока считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура. Применительно к участкам закон Ома, можно записать:

$$\begin{cases} I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \varepsilon_1, \\ -I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C - \varepsilon_2, \\ I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A + \varepsilon_3 \end{cases}$$

Складывая почленно эти уравнения, получим

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

Данное уравнение выражает *второе правило Кирхгофа*: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k$$

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

1. Выбрать *произвольное* направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.
2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение  $IR$  положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и наоборот, ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.
3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

*Контрольные вопросы*

1. Почему закон Ома в интегральной форме называют обобщенным законом Ома?
2. Поясните физический смысл интегралов в обобщенном законе Ома.
3. В чем состоят правила Кирхгофа?

## **6. Электрический ток в металлах**

### ***6.1. Основы классической теории электропроводности металлов***

Эта теория была разработана немецким физиком П.Друде и голландским физиком Х.Лоренцем в начале XX века применительно к металлам. Кристаллическая решетка металлов состоит из положительно заряженных ионов, расположенных в узлах решетки, и свободных электронов, беспорядочно движущихся в промежутках между ионами, образуя как бы электронный газ. То есть поведение электронов в металлах напоминает поведение одноатомного идеального газа в замкнутых сосудах. В отсутствие внешнего электрического поля элек-

троны движутся хаотически. Появление поля вызывает направленное движение электронов вдоль силовых линий поля. Появляется электрический ток.

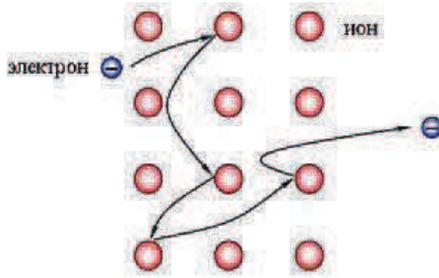


Рис.44. Движение электрона в кристаллической решетке металла

Столкновение электронов с узлами кристаллической решетки и различными дефектами является причиной возникновения сопротивления и нагревания металлических проводников.

При наличии внешнего электрического поля скорость движения электронов в металлах зависит от температуры проводника и от величины напряженности электрического поля. Поэтому различают среднюю скорость теплового движения электронов  $\bar{v}_T$  и среднюю скорость их упорядоченного движения (электрического дрейфа)  $\bar{v}_d$ . Расчеты показывают, что  $\bar{v}_T \gg \bar{v}_d$ .

Одной из основных формул классической теории является выражение, связывающее макроскопическую характеристику плотность тока с микроскопическими характеристиками тока – концентрацией электронов в проводнике, зарядом электрона и его средней скоростью упорядоченного движения.

Установим эту зависимость.

Допустим, имеется металлический проводник длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  (рис.45).

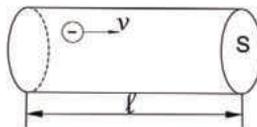


Рис.45. К выводу формулы плотности тока

Выразим силу и плотность тока через среднюю скорость упорядоченного движения электронов в проводнике. За время  $t$  через поперечное сечение проводника  $S$  пройдет  $N$  электронов.

$N=nV$ , где  $n$  – концентрация электронов в проводнике,  $V$  – объем проводника. Или  $N=nSl=nS$ . Сила тока  $I = \frac{q}{t}$ . Переносимый общий заряд  $q = eN$ , где  $e$  –

заряд электрона. Тогда  $I = \frac{q}{t} = \frac{eN}{t} = \frac{enS\bar{v}t}{t} = enS\bar{v}$ . Плотность тока

$j = \frac{I}{S}$ . Следовательно,  $j = e\bar{v}$ .

## 6.2. Экспериментальные доказательства классической теории электропроводности металлов

Разработанная П.Друде и Х.Лоренцем теория электропроводности металлов потребовала экспериментального доказательства, подтверждающего, что носителями тока в металлах являются электроны, а никакие другие частицы. Для этого различными учеными были проведены опыты, которые экспериментально доказали этот факт. Рассмотрим основные эксперименты.

### 1. Опыт Рикке (1901)

Немецкий ученый К.Рикке взял три цилиндра из алюминия и меди с тщательно отшлифованными торцами и соединил их в последовательную цепь медь-алюминий-медь. Через такой составной проводник в течение года пропусклся ток одного направления (рис.46).

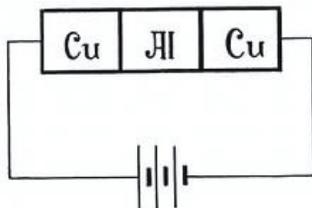


Рис.46. Опыт Рикке

За это время через цилиндры прошло  $3,5 \cdot 10^6$  кулонов электрического заряда. Взвешивание показало, что пропускание тока не оказало на массу цилиндров никакого влияния. При исследовании торцов образцов под микроскопом не было обнаружено проникновение одного металла в другой, кроме путей обычной тепловой диффузии в твердых телах. *Результаты опыта показали, что перенос заряда в металлах осуществляется не атомами вещества, а какими-то иными частицами, входящими в состав металлов.*

### 2. Опыт Мандельштама – Папалекси (1913)

Российские ученые Л.Мандельштам и Н.Папалекси раскручивали катушку с проходящим током и затем резко ее тормозили. Если частицы – носители тока свободны и обладают массой, то по законам инерции они должны при торможении ударяться о кристаллическую решетку металла и создавать какой-то звук или шум. Подсоединенная к катушке трубка головного телефона фиксировала звуковой сигнал. Этот опыт носил только качественный характер. Он позволил определить, что *носители тока в металлах какие-то универсальные частицы*, но не удалось определить их природу, знак и количественные характеристики.

### 3. Опыт Стюарта – Толмена (1916)

Американские ученые Т.Стюарт и Р.Толмен использовали ту же идею инерционного эффекта и усовершенствовали опыт Мандельштама - Папалекси. Катушка с большим числом витков тонкой проволоки приводилась в быстрое вращение вокруг своей оси. Концы катушки с помощью гибких проводов были присоединены к чувствительному баллистическому гальванометру (рис.47). Раскрученная катушка резко тормозилась, и в цепи возникал кратковременный ток, обусловленный инерцией носителей заряда. Полный заряд, протекающий по цепи, измерялся по отклонению стрелки гальванометра, а знак заряда – по направлению движения этой стрелки.



Рис.47. Опыт Стюарта-Голмена

Опыт позволил определить, что носители тока в металлах – электроны, имеющие отрицательный заряд. Были определены и количественные характеристики удельного заряда электрона  $e/m=1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг, что доказывало, что именно электроны переносят заряд в металлических проводниках.

### **6.3. Основные законы электрического тока в классической теории электропроводности металлов**

Классическая теория позволяет объяснить экспериментальные законы и явления электрического тока с электронной точки зрения и более глубоко рассмотреть физический смысл сопротивления и проводимости металлов.

#### **6.3.1. Закон Ома**

Рассмотрим участок металлического проводника, по которому протекает электрический ток. Известно, что при этом плотность тока  $j$  определяется выражением

$$j = en\bar{v},$$

где  $e$  – заряд электрона,  $n$  – концентрация электронов в проводнике,  $\bar{v}$  – средняя скорость упорядоченного движения электронов в проводнике.

Движение электронов в проводнике под влиянием внешнего ЭП имеет характер равноускоренного движения, при котором электрон, столкнувшись с узлом кристаллической решетки металла, теряет свою скорость до нуля, а затем

снова разгоняется до своей максимальной скорости  $V_m$  в момент удара о решетку (рис.48).

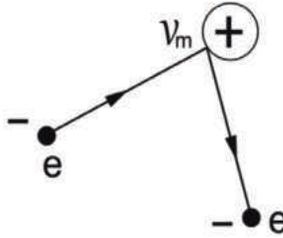


Рис.48. Равноускоренное движение электрона в металле при соударении с узлом кристаллической решетки

То есть средняя скорость упорядоченного движения электронов равна половине максимальной

$$\bar{v} = \frac{0 + v_m}{2} = \frac{v_m}{2}.$$

При равноускоренном движении на основании II закона Ньютона

$$v_m = a\bar{\tau},$$

где  $a$  – ускорение электрона,  $\bar{\tau}$  – среднее время свободного пробега электрона в кристаллической решетке металла (по аналогии со средним временем свободного пробега молекул в идеальном газе).

Тогда  $\bar{\tau} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u} + \bar{v}}$ ,  $\bar{u}$  – средняя скорость теплового движения электронов.

В классической теории электропроводности металлов  $\bar{u} \gg \bar{v}$ . Поэтому

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{u}}$$

Производя преобразования, получаем

$$v_m = \frac{a\bar{\lambda}}{\bar{u}} \text{ и } \bar{v} = \frac{a\bar{\lambda}}{2\bar{u}}$$

На каждый электрон действует сила ЭП, равная  $F = eE$ , где  $e$  – заряд электрона,  $E$  – напряженность ЭП. И этот электрон приобретает ускорение на осно-

вании II закона Ньютона  $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$ , где  $m$  – масса электрона.

Тогда  $\bar{v} = \frac{e\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E$  и  $j = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E$ , где множество постоянных величин можно заменить одной постоянной, которую называют удельной электропроводностью металла  $\sigma = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}$ . Этот коэффициент возникал ранее в законе Ома в дифференциальной форме  $j = \sigma E$ . Сейчас же этот коэффициент получил более глубокое объяснение с электронной точки зрения и разъяснил на микроскопическом уровне экспериментальный закон Ома.

Таким образом, можно формулу  $j = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2m\bar{u}}E$  называть законом Ома в электронной форме.

### 6.3.2. Закон Джоуля - Ленца

Суть закона Джоуля - Ленца заключается в том, что при прохождении тока в проводнике он нагревается, и количество теплоты определенным образом зависит от силы тока, напряжения, сопротивления проводника и времени прохождения тока. Применяя закон Ома для участка цепи, можно получить формулу в зависимости от того или иного параметра. Например, исключая силу тока, можно закон Джоуля – Ленца получить в виде

$$Q = \frac{U^2}{R}t,$$

где  $Q$  – количество теплоты, выделившейся при прохождении тока в проводнике за время  $t$ ,  $U$  – напряжение,  $R$  – сопротивление проводника.

Рассмотрим этот закон с электронной точки зрения. Количество теплоты (нагрев проводника) обусловлено передачей электронами своей кинетической энергии узлам кристаллической решетки металла при их столкновении. При  $\lambda$ металла с максимальной скоростью. Тогда средняя кинетическая энергия одного электрона будет равна  $\bar{E}_k = mv_m^2/2$ . Тогда для всех электронов, находящихся в проводнике в единицу времени при одном их ударе об узлы решетки металла передается кинетическая энергия, равная,  $\bar{E} = N\bar{E}_k$ , где  $N$  – число электронов в проводнике. Или  $\bar{E} = n\bar{E}_kV$ , где  $n$  – концентрация электронов в провод-



нике объемом  $V$ . Если полагать, что электроны ударяются о кристаллическую решетку металла за единицу времени в среднем  $\bar{z}$  раз, то количество теплоты, которое выделится при передаче кинетической энергии электронов кристаллической решетке металла, будет равно  $Q = E\bar{z}$ , где  $\bar{z}$  - величина, обратная среднему времени свободного пробега электронов  $\bar{\tau}$ , т.е.  $\bar{z} = 1/\bar{\tau}$ . Или  $\bar{z} = \frac{\bar{u}}{\lambda}$ . Тогда за время  $t$  количество теплоты, которое выделится на проводнике при прохождении тока, будет равно:

$$Q = E\bar{z}t = \frac{mv_m^2}{2} nV \frac{\bar{u}}{\lambda} t = \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{2m\bar{u}} E^2 Vt$$

Или, вводя понятие удельной тепловой мощности тока, как  $\omega = Q/Vt$ ,  $\omega = \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{2m\bar{u}} E^2$  - закон Джоуля-Ленца в электронной форме, где  $\sigma = \frac{ne^2 \bar{\lambda}}{2m\bar{u}}$ .

То есть  $\omega = \sigma E^2$

Данная формула эквивалентна формуле экспериментального закона Джоуля-Ленца, записанного через мощность тока  $P = \frac{Q}{t} = \frac{U^2}{R}$ , где  $P \sim \omega$ ,  $U^2 \sim E^2 R \sim \frac{1}{\sigma} = \rho$ .

Таким образом, классическая теория электропроводности металлов может с электронной точки зрения объяснить основные законы постоянного тока.

#### 6.4. Затруднения классической теории электропроводности металлов

Классическая теория электропроводности металлов, разработанная в начале XX века, объясняет многие физические явления и законы электрического тока в металлах с микроскопической (электронной) точки зрения. Но в некоторых вопросах она испытывает затруднения.

Так, например, согласно классической теории сопротивление металлов пропорционально не температуре проводника  $T$ , как следует из опыта, а ее квадратному корню  $\sqrt{T}$ . Действительно, по классической теории  $\frac{1}{\sigma} = \rho = \frac{2m\bar{u}}{ne^2 \bar{\lambda}}$ ,

$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $m$  – масса электрона (формула соответствует средней квадратичной скорости теплового движения молекул в идеальном газе, в нашем случае электронов в кристаллической решетке металлического проводника). Отсюда  $\rho \sim \sqrt{T}$ .

Кроме того, классическая теория не может объяснить явление сверхпроводимости, возникающей у некоторых металлов и сплавов при  $T \rightarrow 0$  К, и превышает расчетные данные по теплоемкости металлов в 1,5 раза по сравнению с данными эксперимента.

Объясняются эти затруднения и расхождения тем, что классическая теория считает электроны корпускулярными частицами, не учитывает волновые свойства электронов, приводящие к дискретным уровням их энергии в металле, и к тому, что они могут взаимодействовать друг с другом в электронном газе. Квантовая теория электропроводности металлов, разработанная в 30-х годах XX века Я.Френкелем (1894-1952) в СССР и А.Зоммерфельдом (1868-1951) в Германии, позволила объяснить многие явления, которые не объясняла классическая теория. Явление сверхпроводимости металлов впервые было объяснено советским физиком Л.Ландау в 1957-1959 гг.

#### *Контрольные вопросы*

1. Каковы основные положения классической теории электропроводности металлов?
2. Какие опыты помогли выяснить природу электропроводности металлов?
3. Сформулируйте и выведите на основании электронной теории законы Ома и Джоуля – Ленца.
4. В чем состоят недостатки классической теории электропроводности металлов?

### **6.5. Работа выхода электронов из металла. Эмиссионные явления и их применение**

Электроны проводимости в металле находятся в беспорядочном движении. Наиболее быстро движущиеся электроны, обладающие достаточно большей кинетической энергией, могут вырываться из металла в окружающее пространство. При этом они совершают работу как против сил притяжения со стороны

избыточного положительного заряда, возникающего в металле в результате их вылета, так и против сил отталкивания со стороны ранее вылетевших электронов, образующих вблизи поверхности проводника электронное «облако». Между электронным газом, в металле и электронным «облаком» устанавливается динамическое равновесие (рис.49).

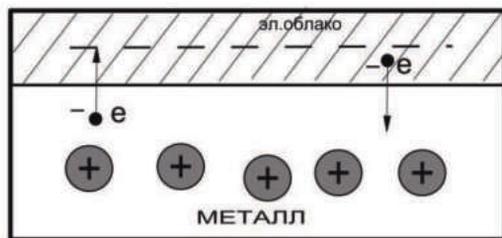


Рис.49. К понятию работы выхода электрона из металла

Работу, которую нужно совершить для удаления электрона из металла в вакуум называют работой выхода. Она равна  $A = e\varphi$ , где  $e$  - заряд электрона,  $\varphi$  - потенциал выхода. Работа выхода производится электронами за счет уменьшения их кинетической энергии. Поэтому медленно движущиеся электроны вырваться из металла не могут. Работа выхода зависит от химической природы металла и состояния его поверхности загрязнения. Для чистых металлов работа выхода колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (эВ).  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ .

Так, например, работа выхода электрона из платины равна 6,27 эВ, а из цезия 1,81 эВ.

Электрон проводимости может вылететь из какого-либо металла в том случае, если его энергия превышает работу выхода  $A$  электрона из металла.

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или *электронной эмиссии*. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают

термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

*1. Термоэлектронная эмиссия*— это испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным.

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с помощью простейшей двухэлектродной лампы—вакуумного диода, представляющего собой откачанный баллон, содержащий два электрода: катод  $K$  и анод  $A$ . В простейшем случае катодом служит нить из тугоплавкого металла (например, вольфрама), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего катод. Если диод включить в цепь, как это показано на рис. 49а, то при накаливании катода и подаче на анод положительного напряжения (относительно катода) в анодной цепи диода возникает ток. Если поменять полярность батареи  $B_a$ , то ток прекращается, как бы сильно катод ни накаливали. Следовательно, катод испускает отрицательные частицы — электроны.

Если поддерживать температуру накаленного катода постоянной и снять зависимость анодного тока  $I_a$  от анодного напряжения  $U_a$ ,—вольт-амперную характеристику (рис. 50б), то оказывается, что она не является линейной, т. е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется. Зависимость термоэлектронного тока  $I$  от анодного напряжения в области малых положительных значений  $U$  описывается законом трех вторых (установлен русским физиком С. А. Богуславским (1883—1923) и американским физиком И. Ленгмюром (1881—1957):

$$I = BU^{3/2},$$

где  $B$ —коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

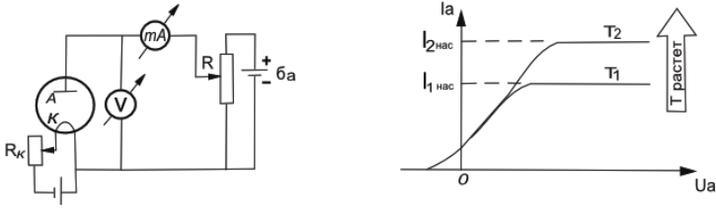


Рис. 50. Схема изучения явления термоэлектронной эмиссии при помощи лампового диода (а) и ее вольт-амперная характеристика (б)

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения  $I_{\text{нас}}$ , называемого *током насыщения*. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

Плотность тока насыщения определяется формулой Ричардсона — Дешмана, выведенной теоретически этими английскими учеными на основе квантовой статистики:

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/kT},$$

где  $A$ —работа выхода электронов из катода,  $T$ —термодинамическая температура,  $C$ —эмиссионная постоянная,  $k$  – постоянная Больцмана.

Уменьшение работы выхода приводит к резкому увеличению плотности тока насыщения. Поэтому применяются оксидные катоды (например, никель, покрытый оксидом щелочно-земельного металла), работа выхода которых равна 1—1,5 эВ.

На рис. 50б представлены вольт-амперные характеристики для двух температур катода:  $T_1$  и  $T_2$ , причем  $T_2 > T_1$ . Сповышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При  $U_a=0$  наблюдается анодный ток, т. е. некоторые электроны,

эмитируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах и т. д. Электронные лампы широко применяются в электро- и радиотехнике, автоматике и телемеханике для выпрямления переменных токов, усиления электрических сигналов и переменных токов, генерирования электромагнитных колебаний и т. д. В зависимости от назначения в лампах используются дополнительные управляющие электроды.

2. *Фотоэлектронная эмиссия*— это эмиссия электронов из металла под действием света, а также коротковолнового электромагнитного излучения (например, рентгеновского). Возникает при явлении фотоэффекта.

3. *Вторичная электронная эмиссия*—это испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Вторичный электронный поток состоит из электронов, отраженных поверхностью (упруго и неупруго отраженные электроны), и «истинно» вторичных электронов — электронов, выбитых из металла, полупроводника или диэлектрика первичными электронами.

Отношение числа вторичных электронов  $n_2$  к числу первичных  $n_1$ , вызвавших эмиссию, называется *коэффициентом вторичной электронной эмиссии*:  $\delta = n_2 / n_1$

Коэффициент  $\delta$  зависит от природы материала поверхности, энергии бомбардирующих частиц и их угла падения на поверхность. У полупроводников и диэлектриков  $\delta$  больше, чем у металлов. Это объясняется тем, что в металлах, где концентрация электронов проводимости велика, вторичные электроны, часто сталкиваясь с ними, теряют свою энергию и не могут выйти из металла. В полупроводниках и диэлектриках из-за малой концентрации электронов проводимости столкновения вторичных электронов с

электронами проводимости происходят гораздо реже и вероятность выхода вторичных электронов из эмиттера возрастает в несколько раз.

Явление вторичной электронной эмиссии используется в *фотоэлектронных умножителях* (ФЭУ), применимых для усиления слабых электрических токов. ФЭУ представляет собой вакуумную трубку с фотокатодом К и анодом А, между которыми расположено несколько электродов — *эмиттеров* (рис. 50). Электроны, вырванные из фотокатода под действием света, попадают на эмиттер Э<sub>1</sub>, пройдя ускоряющую разность потенциалов между К и Э<sub>1</sub>. Из эмиттера Э<sub>1</sub> выбиваются электроны. Усиленный таким образом электронный поток направляется на эмиттер Э<sub>2</sub>, и процесс умножения повторяется на всех последующих эмиттерах. Если ФЭУ содержит *n* эмиттеров, то на аноде А, называемом *коллектором*, получается усиленный в  $\delta^n$  раз фотоэлектронный ток.

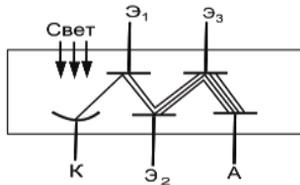


Рис.51. К явлению вторичной электронной эмиссии ФЭУ.

5. *Автоэлектронная эмиссия* — это эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля. Эти явления можно наблюдать в откачанной трубке, конфигурация электродов которой (катод — острое, анод — внутренняя поверхность трубки) позволяет при напряжениях примерно  $10^3$  В получать электрические поля напряженностью примерно  $10^7$  В/м. При постепенном повышении напряжения уже при напряженности поля у поверхности катода примерно  $10^5$ — $10^6$  В/м возникает слабый ток, обусловленный электронами, испускаемыми катодом. Сила этого тока увеличивается с повышением напряжения на трубке. Токи возникают при холодном катоде, поэтому описанное явление называется также *холодной эмиссией*. Объяснение механизма этого явления возможно лишь на основе квантовой теории.

*Контрольные вопросы*

1. Что называется работой выхода электрона из металла? Чем она обусловлена и от чего зависит?
2. В чем состоит явление термоэлектронной эмиссии? Объясните зависимость термоэлектронного тока от анодного напряжения.
3. Какие существуют еще эмиссионные явления?

**7. Электрический ток в газах**

Газы в отличие от металлов и электролитов состоят из электрически нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов, способных придать в упорядоченное движение под действием электрического поля. Следовательно, при нормальных условиях газы являются диэлектриками (изоляторами). Поэтому воздух используют в технике как изолятор в линиях электропередач, между обкладками воздушного конденсатора, в контактах выключателей. Но если газ определенным образом ионизировать, т.е. нагреть до высокой температуры, облучить ультрафиолетовыми, рентгеновскими или гамма-лучами, то газ становится электропроводным. Происходит это потому, что под влиянием внешнего воздействия (ионизатора) в газе возникают свободные заряженные частицы (ионы, электроны), которые и обуславливают электропроводность. Процесс образования свободных заряженных частиц называют ионизацией, а возбудителей ионизации – ионизаторами. Под действием ионизатора нейтральные молекулы и атомы газа теряют один или несколько электронов, в результате остаток молекулы становится положительно заряженным ионом. Часть свободных электронов захватывается нейтральными атомами, при этом образуются отрицательные ионы. То есть носители тока в проводящих газах – электроны, положительные и отрицательные ионы. Механизм ионизации газа показан на рис.52.



Рис.52. Механизм ионизации молекул газа



Если прекратить действие ионизатора, то ионы в газе исчезают не сразу, а через некоторое время. Исчезновение ионов газа объясняется тем, что они участвуют в тепловом движении и поэтому соударяются друг с другом. При столкновении положительного иона и электрона они могут воссоединиться в нейтральный атом (рис.53).

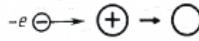


Рис.53. Элемент механизма рекомбинации

Точно также при столкновении положительного и отрицательного ионов отрицательный ион может отдать свой избыточный электрон положительному иону и оба иона превратятся в нейтральный атом. Этот процесс взаимной нейтрализации ионов называется рекомбинацией ионов. Газ становится диэлектриком.

Отрыв электрона от атома требует затраты определенной энергии – энергии ионизации. Она зависит от строения атома и поэтому различна для разных веществ. Так, например, чтобы ионизировать атом гелия нужно затратить энергию в пять раз больше, чем ионизировать атом натрия.

### **7.1. Вольт-амперная характеристика газового разряда.**

#### **Самостоятельный и несамостоятельный газовые разряды**

Процесс прохождения электрического тока в газах называется газовым разрядом.

Рассмотрим цепь, состоящую из источника напряжения, газовой трубки с электродами, переменного сопротивления, величину которого можно изменять в широких пределах, измерительных приборов (рис.54).

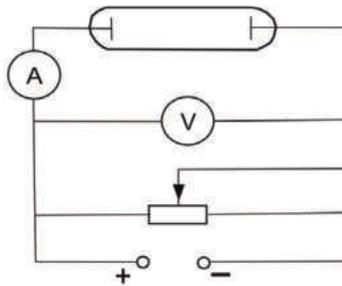


Рис.54. Схема для исследования газового разряда

На рис.55 представлена вольт-амперная характеристика возникшего в трубке газового разряда, т.е. сопоставлены показания вольтметра и амперметра при изменении сопротивления в цепи.

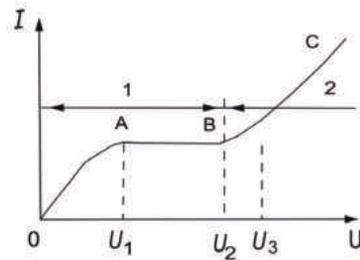


Рис.55. Вольт-амперная характеристика газового разряда

На участке графика ОА сила тока подчиняется закону Ома. При малом напряжении сила тока мала, т.к. ионы двигаясь с малыми скоростями рекомбинируют, не достигая электродов. При увеличении напряжения между электродами скорость направленного движения электронов и ионов возрастает, поэтому большая часть заряженных частиц достигает электродов, а, следовательно возрастает сила тока.

При определенном значении напряжения  $U_1$  все ионы имеют достаточные скорости и, не рекомбинируя, достигают электродов. Ток становится максимально возможным и не зависит от дальнейшего увеличения напряжения

до значения  $U_2$ . Такой ток называют *током насыщения*, и ему соответствует участок графика АВ. Участок графика ОАВ характеризует *несамостоятельный газовый разряд*. При выключении источника напряжения или любого внешнего ионизатора ток при таком разряде сразу исчезает.

При напряжении  $U_2$  в несколько тысяч вольт скорость электронов, возникающих при ионизации молекул, а следовательно, их кинетическая энергия значительно увеличиваются. И когда кинетическая энергия достигает значения энергии ионизации, электроны, сталкиваясь с нейтральными молекулами, ионизируют их. Дополнительная ионизация приводит к лавинообразному увеличению количества заряженных частиц, а следовательно и к значительному увеличению силы тока без воздействия внешнего ионизатора. Прохождение электрического тока без воздействия внешнего ионизатора называют *самостоятельным разрядом*. Такая зависимость выражена участком графика ВС.

Возникновение электронных лавин в газе, однако, еще не представляет собой самостоятельный разряд. При выключении внешнего ионизатора исчезает и ток анода. Чтобы разряд был самостоятельным, нужно, чтобы электронные лавины поддерживали сами себя, т.е. чтобы в газе происходил еще и другой процесс, непрерывно производящий новые электроны взамен ушедших на анод. Таким процессом является *вторичная электронная эмиссия* с катода под действием бомбардировки положительными ионами. Если положительный ион при своем движении к катоду приобретает достаточную энергию, то он может выбить из катода некоторое количество электронов. Таким образом, необходимыми условиями возникновения самостоятельного газового разряда являются:

- возникновение электронных лавин,
- наличие вторичной электронной эмиссии.

## 7.2. Основные типы самостоятельного газового разряда и их практическое применение

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов и параметров внешней цепи существует четыре основных типа самостоятельного разряда: тлеющий, коронный, искровой, дуговой.

### 7.2.1. Тлеющий разряд

Тлеющий разряд возникает в газах при низких давлениях около 0,1 – 1,0 мм рт.ст. и напряжении несколько сотен вольт. Его можно наблюдать в стеклянной трубке с впаянными у концов плоскими металлическими электродами (рис.56).

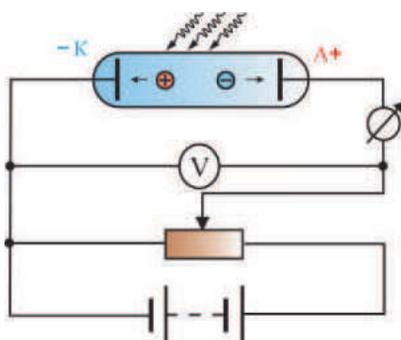


Рис.56. Получение тлеющего разряда

Тлеющий разряд имеет несколько темных и светящихся зон (рис.57).



Рис.57. Свечение в трубке при тлеющем разряде

Применение тлеющего разряда: рекламные газосветные трубки, катодное распыление металлов, химико-термическая обработка металлов для повышения прочности и долговечности деталей.

### 7.2.2. Коронный разряд

Коронный разряд возникает при атмосферном давлении и сильно неоднородном поле, которое создается электродами различной геометрической формы. Обычно один электрод цилиндрической формы, другой – тонкая металлическая проволока в центре цилиндра. Обычно на тонкую проволоку подают отрицательный потенциал и напряжение несколько тысяч вольт. Светящийся разряд принимает форму короны вокруг проволоки или острия (рис.58) с высокой напряженностью поля  $E$ .



Рис.58. Схема коронного разряда

Коронный разряд используют в технике для устройства электрофильтров для очистки промышленных газов от твердых и жидких примесей, для химико-термической обработки металлов. Коронный разряд может возникать вокруг линий высоковольтных электропередач (ЛЭП) в виде светящейся голубой короны при недостаточно большом сечении проводов.

### 7.2.3. Искровой разряд

Искровой разряд появляется при атмосферном давлении вследствие пробоя слоя воздуха между электродами, при подаче на них очень высокого напряжения. При искровом разряде в газе возникают стримеры. Стриммеры – это каналы ионизированного газа, имеющий вид прерывистых зигзагообразных ярких нитей. При этом наблюдается свечение газа и выделение большого количества теплоты.



Рис.59.Схема искрового разряда

Газ начинает расширяться и излучать звуковые волны. Ярким примером искрового разряда является молния и сопровождающий ее гром. В случае молнии электродами выступают облака или облако и Земля.



Рис.60. Молния – гигантский искровой разряд

Искровой разряд используется для зажигания горючего в двигателях внутреннего сгорания и в электроискровой обработке металлов для локального упрочнения деталей или сверления тугоплавких материалов.

#### 7.2.4. Дуговой разряд

Дуговой разряд возникает в воздухе при атмосферном давлении и невысоких напряжениях. Имеет форму дуги.

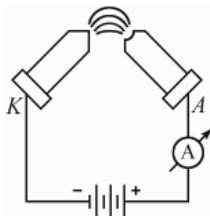


Рис.61. Схема получения дугового разряда

Дуговой разряд используется для сварки и резки металлов, для плавки металла в электропечах и в прожекторах сильного свечения.

#### Контрольные вопросы

1. Какие типы самостоятельного газового разряда вам известны?
2. Приведите примеры практического применения самостоятельного газового разряда.

## 8. Электрический ток в полупроводниках

По электрическим свойствам все вещества в природе делятся на три класса: проводники, диэлектрики и полупроводники. Полупроводники - вещества, удельное сопротивление которых убывает с увеличением температуры и зависит от наличия примесей и изменения освещенности. Удельное сопротивление проводников при комнатной температуре находится в интервале от  $10^{-3}$  до  $10^7$  Ом·м.

К полупроводникам относятся:

- чистые элементы III, IV, V, VI групп таблицы Менделеева,
- окислы и сульфиды этих элементов,
- химические соединения элементов III и V групп таблицы Менделеева с алмазоподобной решеткой. Например, GaAs, InSb, GaP,
- органические материалы.

Группы	III	IV	V	VI	Период
	B <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>			2
		Si <sub>14</sub>	P <sub>15</sub>	S <sub>16</sub>	3
	Ga <sub>31</sub>	Ge <sub>32</sub>	As <sub>33</sub>	Se <sub>34</sub>	4
	In <sub>49</sub>	Sn <sub>50</sub>	Sb <sub>51</sub>	Te <sub>52</sub>	5

В отличие от металлов полупроводникам свойственно такое явление, как сильное уменьшение сопротивления от температуры. Причем эта зависимость носит нелинейный характер.

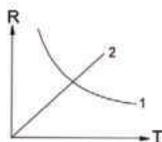


Рис. 62. Зависимость сопротивления полупроводника (1) и металла (2) от температуры

То есть при увеличении температуры резко увеличивается проводимость полупроводников. Для объяснения этого явления необходимо рассмотреть с физической точки зрения механизм проводимости в наиболее типичных полупроводниках IV группы таблицы Менделеева кристаллах кремния и германия, а затем на их примере в чистых и примесных полупроводниках.

В этих кристаллах атомы соединены между собой ковалентной связью. При нагревании ковалентная связь нарушается, атомы ионизируются. Это обуславливает возникновение свободных электронов и «дырок»- вакантных положительных мест с недостающим электроном.



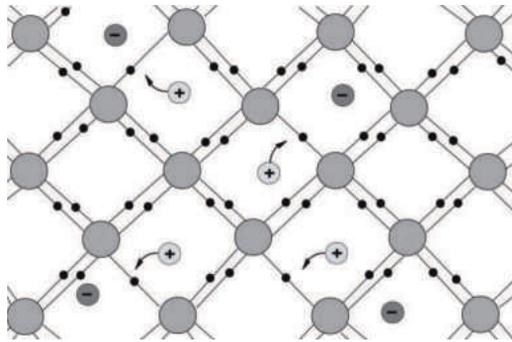


Рис.63. Разрыв ковалентных связей в кристалле полупроводника IV группы таблицы Менделеева при нагреве с образованием свободных электронов и «дырок»

При этом электроны соседних атомов могут занимать вакантные места, образуя «дырку» в соседнем атоме. Таким образом, не только электроны, но и «дырки» могут перемещаться по кристаллу. При помещении такого кристалла в электрическое поле электроны и дырки придут в упорядоченное движение - возникнет электрический ток.

### **8.1. Собственная проводимость**

В чистом кристалле электрический ток создается равным количеством электронов и «дырок». Проводимость, обусловленную движением свободных электронов и равного им количества «дырок» в полупроводниковом кристалле без примесей, называют собственной проводимостью полупроводника.

При повышении температуры собственная проводимость полупроводника увеличивается, т.к. увеличивается число свободных электронов и «дырок». Механизм собственной проводимости в полупроводниках может быть приставлен схемой, изображенной на рис.63.

### **8.2. Примесная проводимость**

Проводимость проводников зависит от наличия примесей. Примеси бывают донорные и акцепторные. Донорная примесь - примесь с большей валентностью. Например, для четырехвалентного кремния донорной примесью является пентавалентный мышьяк. Четыре валентных электрона атома мышьяка

участвуют в создании ковалентной связи, а пятый станет электроном проводимости. При нагревании нарушается ковалентная связь, возникают дополнительные электроны проводимости и «дырки». Поэтому в кристалле количество свободных электронов преобладает над количеством «дырок». Проводимость такого проводника является электронной, полупроводник является полупроводником n-типа. Электроны являются основными носителями заряда, «дырки» - неосновными.

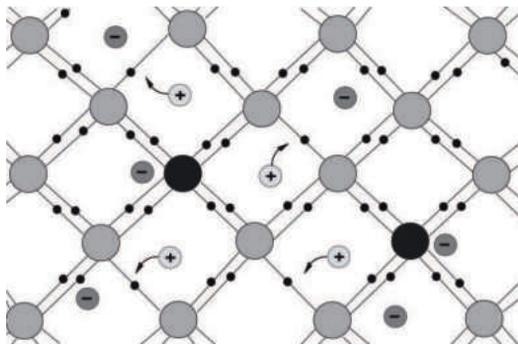


Рис.64. Механизм примесной донорной проводимости в полупроводниках

Акцепторная примесь- примесь с меньшей валентностью. Например, для четырехвалентного кремния акцепторной примесью является трехвалентный индий. Три валентных электрона атома индия участвуют в создании ковалентной связи с тремя атомами кремния, а на месте четвертой незавершенной ковалентной связи образуется «дырка». При нагревании нарушается ковалентная связь, возникают дополнительные электроны и «дырки».

Поэтому в кристалле количество «дырок» преобладает над количеством свободных электронов. Проводимость такого проводника является дырочной, полупроводник является полупроводником p-типа.

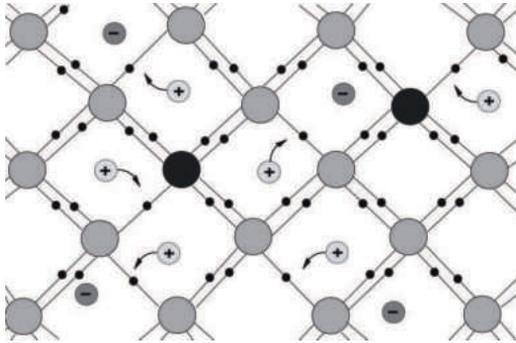


Рис.65. Механизм акцепторной примесной проводимости в полупроводниках

«Дырки» являются основными носителями заряда, электроны - неосновными.

### 8.3. *p-n* - переход в полупроводниках и его вольт-амперная характеристика

При контакте полупроводников *p*-типа и *n*-типа через границу происходит диффузия электронов из *n*-области в *p*-область и «дырок» из *p*-области в *n*-область.

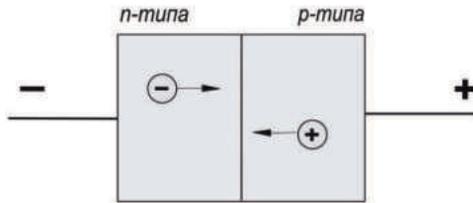


Рис.66. Диффузия электронов и «дырок» на границе *p-n*-полупроводников

Это приводит к возникновению запирающего слоя, препятствующего дальнейшей диффузии.

*p-n*- переход обладает односторонней проводимостью.

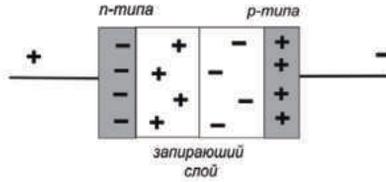


Рис.67. Возникновение запирающего слоя при контакте р-п-полупроводников

При подключении р-п -перехода к источнику тока так, чтобы р-область была соединена с положительным полюсом, а п-область - с отрицательным полюсом, появляется движение основных носителей зарядов через контактный слой. Этот способ подключения называют включением в прямом направлении.

При подключении р-п-перехода к источнику тока так, чтобы р-область была соединена с отрицательным полюсом, а п-область - с положительным полюсом, толщина запирающего слоя увеличивается, и движение основных носителей зарядов через контактный слой прекращается, но может иметь место движение неосновных зарядов через контактный слой. Этот способ подключения называют включением в обратном направлении.

Принцип действия полупроводникового диода основан на свойстве односторонней проводимости р-п-перехода. Основное применение полупроводникового диода - выпрямитель тока.



Рис.68. Изображение полупроводникового диода на схемах

На рис.69 приведена вольт-амперная характеристика р-п-перехода в полупроводниках.

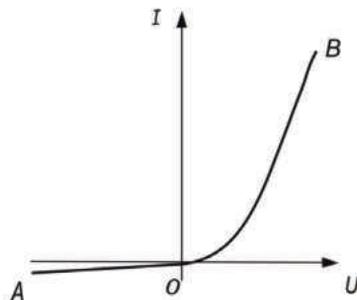


Рис.69. Вольт-амперная характеристика p-n-перехода

Ветвь OB соответствует пропускному направлению тока, когда ток создается основными носителями зарядов, и при увеличении напряжения сила тока возрастает (прямой, или пропускной ток). Ветвь AO соответствует току, созданному неосновными носителями зарядов, и значения силы тока невелики (обратный ток).

#### *Контрольные вопросы*

1. Какие вещества называются полупроводниками?
2. Какие химические элементы относятся к полупроводникам?
3. Покажите на графике зависимость сопротивления полупроводников и металлов от влияния температуры.  
Объясните физическую причину этих закономерностей.
4. Как влияют примеси на электропроводность полупроводников? Объясните, как возникают дырочная и электронная примесные проводимости полупроводников.
5. На примере полупроводникового диода объясните p-n-переход в полупроводниках и его вольт-амперную характеристику.
6. Приведите примеры практического применения полупроводников. В чем состоят преимущества полупроводниковых приборов и устройств по сравнению с иными материалами?

### Глава III. Магнитные явления

*«Следует испробовать, не производит ли электричество ... каких-либо действий на магнит...»*

*Г. Эрстед*

Магнитные явления были известны еще в глубокой древности из наблюдений над свойствами природного магнитного железняка притягивать к себе железные предметы и намагничивать их. Тогда же были замечены магнитные свойства Земли, благодаря которым стержневой магнит, уравновешенный на острие, самопроизвольно устанавливался почти вдоль географического меридиана. Основанный на том свойстве компас существовал в Китае еще примерно 3000 лет тому назад.

Первым человеком, который внес ясность, что такое магнит и магнетизм, был английский физик и врач У.Гильберт (1544-1603), который установил, что Земля является большим постоянным магнитом с южным и северным полюсами. Гильберт обнаружил, что разноименные полюса магнитом притягиваются, а одноименные – отталкиваются. И ввел обозначения этих полюсов: N-север, S-юг. Следующим этапом являлось установление тесной взаимосвязи между электрическими и магнитными явлениями, Случилось это после экспериментальных работ датского физика Г.Эрстеда (1777-1851), который в 1820 г. установил, что между постоянным электрическим током и магнитной стрелкой существует взаимодействие. Стрелка поворачивается перпендикулярно проводу с током. В этом же году французский физик Ампер повторил и углубил опыт Эрстеда и обнаружил, что если ток течет в этих проводах в одном направлении, то провода взаимно притягиваются, а если в противоположном, то – отталкиваются.

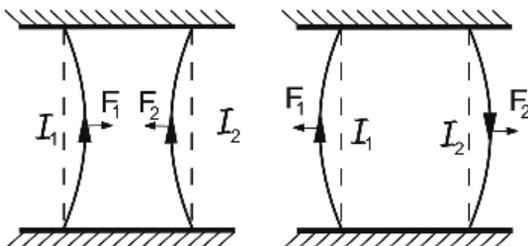


Рис.70. Магнитное взаимодействие проводников с током

Последующие опыты, проведенные в XIX и в начале XX веках рядом ученых показали, что магнитные свойства обнаруживает не только ток в проводах, но и ток в жидкостях и газах и вообще всякий движущийся электрический заряд. Неподвижный электрический заряд не воздействует на магнитную стрелку. Таким образом, *магнитное воздействие свойственно только движущимся электрическим зарядам.*

## 1. Магнитное поле

### 1.1. Магнитное поле. Индукция магнитного поля

Следовательно, подобно тому, как в пространстве, окружающем неподвижные заряды возникает электрическое поле, в пространстве, окружающем токи, возникает особого рода поле, называемое магнитным.

Ток в одном проводнике непосредственно не действует на магнитную стрелку и на ток в другом проводнике. Он создает вокруг себя магнитное поле, которое и действует на ток в другом проводнике. Магнитное поле материально: оно существует независимо от нас, от наших знаний о нем. Основное свойство магнитного поля: оно порождается током (движущимся зарядом) и обнаруживается по действию на ток (движущийся заряд). Для исследования магнитного поля берется либо замкнутый контур с током (рамка с током), либо магнитная стрелка на острие. Если такую рамку с током или магнитную стрелку на острие поместить в поле постоянного магнита, то они повернутся, т.е. магнитное поле оказывает на рамку с током или магнитную стрелку ориентирующее действие.

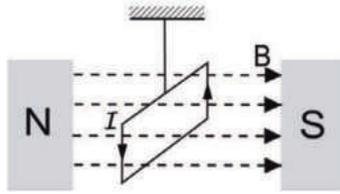


Рис.71. Рамка с током в магнитном поле

Ориентирующее действие магнитного поля на рамку с током говорит о том, что величина, характеризующая магнитное поле, должна быть векторной, а направление вектора должно быть связано с ориентацией рамки или магнитной стрелки. Эту векторную величину, характеризующую магнитное поле, называют вектором индукции магнитного поля  $\vec{B}$ .

За направление вектора индукции магнитного поля принимают направление либо северного конца магнитной стрелки (рис.72а), либо перпендикуляра, проведенного в плоскости рамки с током произвольной формы по правилу буравчика (рис.72б).

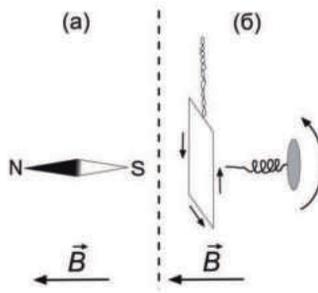


Рис.72. Направление магнитного поля

Определим значение индукции магнитного поля. Силы, действующие на рамку с током, поворачивают ее (рис.71), т.е. создают момент относительно неподвижной оси. Опыт показывает, что в данном участке поля момент сил зависит от расположения рамки, ее размеров (площади) и от величины протекающего в ней тока, но не зависит от формы рамки. Максимальный момент сил, действующих на рамку с током  $M_{\text{max}}$ , пропорционален площади рамки  $S$  и силы то-



ка  $I$  в ней:  $M_{\text{маг}} \sim IS$  или  $M_{\text{маг}} = BS$ , где  $B$  – коэффициент пропорциональности, который и представляет собой модуль индукции магнитного поля. Тогда  $B = M_{\text{маг}} / IS$ . Это отношение не зависит от свойств рамки и характеризует магнитное поле в данной точке пространства. Единица индукции магнитного поля в международной системе единиц:  $[B] = \frac{H}{A \cdot m} = T (\text{Тесла})$ .

Вектор  $\vec{B}$  полностью описывает магнитное поле. В каждой точке поля могут быть найдены его величина и направление.

Так как магнитное поле является силовым полем, то его удобно изображать графически посредством силовых линий, или линий магнитной индукции. Касательные к силовым линиям в каждой точке должны совпадать по направлению с вектором  $\vec{B}$ .



Рис. 73. К понятию силовой линии магнитного поля и вектора индукции магнитного поля  $\vec{B}$

Конфигурацию силовых линий в каждом конкретном случае можно установить, например, при помощи магнитной стрелки на острие. Силовые линии магнитного поля, созданного током в прямолинейном проводнике, представляют собой концентрические окружности, перпендикулярные проводу. Направление силовых линий определяется по правилу буравчика (рис. 74). Силовые линии всегда замкнуты. Замкнутость силовых линий показывает, что магнитное поле не имеет источников и поэтому магнитных зарядов, подобно электрическим, в природе нет.

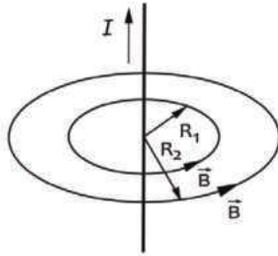


Рис.74. Правило буравчика по определению направления силовых линий магнитного поля прямолинейного проводника с током

### 1.2 Действие магнитного поля на проводник с током в вакууме. Закон Ампера

Известно, что проводники с током создают вокруг себя магнитное поле. В свою очередь магнитное поле должно действовать на проводники с током. Экспериментально это было установлено на опыте, проделанном Ампером (рис.75).

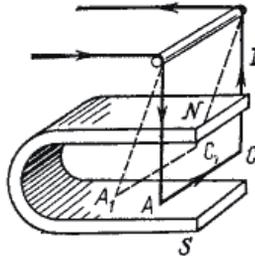


Рис.75. Опыт Ампера

Алюминиевый стержень AC был помещен между полюсами N и S постоянного магнита подключен к источнику постоянного тока. При замыкании цепи стержень AC начинал перемещаться в зависимости от направления тока влево или вправо в зазоре постоянного магнита. При этом направление тока в проводнике, направление магнитного поля и направление перемещения проводника подчиняются правилу левой руки, согласно которому в ладонь левой руки «входит магнитное поле» (направлен вектор индукции магнитного поля), четыре пальца направлены по направлению тока в проводнике, а отогнутый на  $90^0$

большой палец левой руки показывает направление перемещения проводника под действием магнитного поля (силу Ампера) - рис.76.

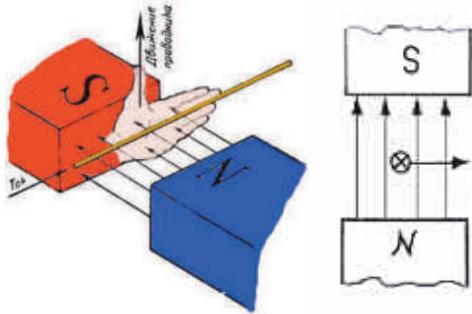


Рис.76. Правило левой руки

Ампер установил, что сила Ампера  $F$  пропорциональна силе тока в проводнике  $I$ , длине проводника  $l$  и величине индукции магнитного поля  $B$ . Кроме того, величина и направление действия силы Ампера зависит еще и от ориентировке проводника в пространстве. Если проводник ориентирован произвольно, то сила Ампера должна зависеть от угла  $\alpha$  между проводником и вектором индукции магнитного поля. Определение этой зависимости показало, что эта зависимость характеризуется  $\sin\alpha$ . Таким образом,

$$F \sim IB\sin\alpha \text{ или } F = kIB\sin\alpha.$$

Где  $k$  – коэффициент пропорциональности. Он зависит от выбора единиц измерения.

Эту формулу можно обобщить на случай проводника любой формы, т.е. записать и в дифференциальном виде

$$dF = kIB\sin\alpha \cdot dl.$$

Если все единицы измерения взяты в международной системе, то  $k=1$ . Тогда

$$dF = IB\sin\alpha \cdot dl.$$

где  $dl$  – элемент длины проводника. Данная формула представляет собой закон Ампера в скалярной форме.

Закон Ампера в скалярной форме позволяет определить численное значение индукции магнитного поля, но не позволяет найти направление силы Ампера.

Более полным является закон Ампера в векторной форме, который использует правило векторного произведения векторов из курса высшей математики ( $[\vec{a}, \vec{b}] = ab \sin \alpha \vec{n}$ ).

В нашем случае

$$d\vec{F} = [I d\vec{l}, \vec{B}]$$

Вектор  $d\vec{F}$  перпендикулярен плоскости, образованной векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$

Это говорит, что силы магнитного взаимодействия не являются центральными, как силы Кулона в электростатическом взаимодействии.

#### Контрольные вопросы

1. В чем состоит закон Ампера?
2. Какая величина является силовой характеристикой магнитного поля?
3. В чем заключаются правила буравчика и левой руки?
4. Что называется силовыми линиями магнитного поля? Нарисуйте силовые линии и направления вектора индукции магнитного поля для простейших магнитных полей.

## 2. Закон Био-Савара-Лапласа

В 1820 г. французские физики Ж.Био и Ф.Савар, провели исследования магнитных полей токов различной формы. А французский математик П.Лаплас обобщил эти исследования. Он проанализировал экспериментальные данные и сделал вывод, что магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$

Элемент тока длины  $dl$  (рис.76) создает поле с магнитной индукцией:

$$dB = k \frac{Idl}{r^2}$$

или в векторной форме:

$$d\vec{B} = k \frac{I [\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}$$

Это и есть закон Био-Савара-Лапласа, полученный экспериментально.

Здесь  $I$  – сила тока;  $d\vec{l}$  – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, куда течет ток;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой мы определяем  $d\vec{B}$ ;  $r$  – модуль радиус-вектора;  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

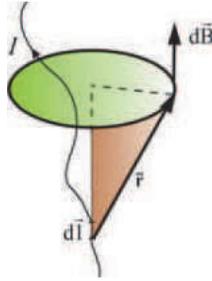


Рис.77. К закону Био-Савара-Лапласа

Как видно из рисунка, вектор магнитной индукции  $d\vec{B}$  направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через  $d\vec{l}$  и точку, в которой вычисляется поле.

Направление  $d\vec{B}$  связано с направлением  $d\vec{l}$  «правилом буравчика»: направление вращения головки винта дает направление  $d\vec{B}$ , поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Таким образом, закон Био-Савара-Лапласа устанавливает величину и направление вектора  $d\vec{B}$  в произвольной точке магнитного поля, созданного проводником  $d\vec{l}$  с током  $I$ .

Модуль вектора  $dB$  определяется соотношением:

$$dB = k \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

где  $\alpha$  – угол между  $d\vec{l}$  и  $d\vec{r}$ ;  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от системы единиц.

В международной системе единиц СИ закон Био-Савара-Лапласа для вакуума можно записать в дифференциальном виде:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin \alpha}{r^2},$$

в интегральном виде:

$$dB = \int \frac{\mu\mu_0 Id \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость среды,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Наряду с индукцией вводится для описания магнитного поля напряженность магнитного поля  $H$ , связанная с индукцией отношением  $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$ .

Напряженность является также векторной характеристикой магнитного поля и имеет то же направление, как и индукция.

Единица измерения напряженности магнитного поля [А/м].

Для напряженности магнитного поля закон Био-Савара-Лапласа имеет вид:

$$dH = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

в интегральном виде:

$$dH = \int \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

## 2.1. Применение закона Био-Савара-Лапласа к расчету магнитного поля

### 2.1.1. Магнитное поле прямолинейного проводника с током

а) проводник конечных размеров

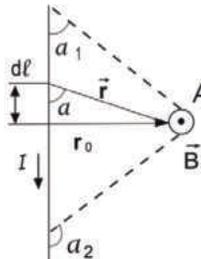


Рис. 78. К расчету магнитного поля прямолинейного проводника с током

Рассмотрим магнитное поле прямолинейного конечного проводника с током (рис.78). Допустим, что необходимо найти значение магнитного поля (индукции или напряженности) в точке А. По правилу буравчика векторы индукции или напряженности магнитного поля магнитного поля на рис.78 в точке А

направлены на нас. Найдем значения этих величин. Для этого воспользуемся интегральной формой закона Био-Савара-Лапласа:

$$dB = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin\alpha}{r^2}$$

Данный интеграл содержит три переменных (длину проводника, угол и расстояние от элемента длины проводника до точки А). И для того, чтобы его решить, необходимо преобразовать три переменных в одну, например, к углу  $\alpha$ . Для этих преобразований опустим перпендикуляр  $r_0$  от точки А на проводник. Получим прямоугольный треугольник. Тогда  $l = r_0 d\alpha / \sin\alpha$ ,  $dl = -r_0 d\alpha / \sin^2\alpha$ ,  $r = r_0 / \sin\alpha$ .

Подставляя эти выражения в формулу закона Био-Савара-Лапласа, получаем:

$$B = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin\alpha}{r^2} = -\frac{\mu\mu_0}{4\pi r_0} I \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu\mu_0}{4\pi r_0} I (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Заменив значение  $r_0$  на универсальное обозначение кратчайшего расстояния от точки наблюдения до проводника с током  $R$ , получаем:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R} I (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

$$H = \frac{I}{4\pi R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

б) *проводник бесконечно длинный*

Из рис.78 видно, что в этом случае  $\alpha_1 \rightarrow 0^\circ$ ,  $\alpha_2 \rightarrow 180^\circ$ . Тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R} I (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R} I$$

$$H = \frac{I}{4\pi R} (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{I}{4\pi R}$$

Эти формулы справедливы, когда у прямолинейного проводника  $R \ll l$ .

### 2.1.2. Магнитное поле в центре кругового тока

Рассмотрим индукцию и напряженность магнитного поля в центре кругового тока радиуса  $R$ . Направление вектора индукции (а также напряженности) магнитного поля подчиняется правилу буравчика. При выбранном направлении тока он направлен от нас вглубь чертежа (рис.79), что изображено крестиком в кружке.

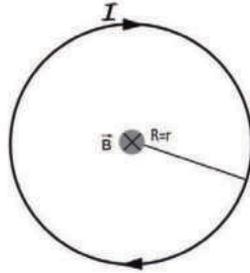


Рис.79. К расчету магнитного поля в центре кругового тока

По закону Био-Савара-Лапласа

$$dB = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin\alpha}{r^2}.$$

В данном случае  $r = R = \text{const}$ ,  $\alpha = 90^\circ$ .  $\sin 90^\circ = 1$ . Тогда

$$dB = \int \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi R^2} I \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$$

$$H = \frac{I}{2R}$$

### 2.1.3. Магнитное поле на оси кругового тока

Определим индукцию и напряженность магнитного поля, создаваемого круговым витком с током в произвольной точке на оси витка. Считаем, что круговой ток перпендикулярен плоскости чертежа (рис.80).



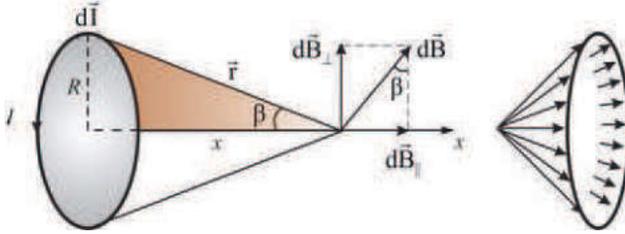


Рис.80. Магнитное поле на оси кругового тока

Векторы индукции магнитного поля  $d\vec{B}$ , создаваемые различными участками кругового тока  $d\vec{l}$  в избранной точке на его оси, не совпадают по направлению. Они перпендикулярны векторам  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , создают как бы веер по образующим конуса с вершиной в избранной точке наблюдения в направлении горизонтальной оси  $x$ . Направление оси подчиняется правилу буравчика. Численно все значения  $dB$  для равных по длине элементов  $dl$  витка с током равны между собой. Используя закон Био-Савара-Лапласа, можно записать:

$$dB = \int \frac{\mu\mu_0 I d\vec{l} \sin\alpha}{4\pi r^2}, \text{ где } \sin\alpha=1.$$

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl}{4\pi r^2}$$

Разложим вектор  $d\vec{B}$  на вертикальные и горизонтальные составляющие. Ясно, что при геометрическом сложении противоположно направленные вертикальные составляющие векторов  $d\vec{B}$  взаимно уничтожаются и полная индукция магнитного поля в выбранной точке наблюдения на оси кругового тока будет равна алгебраической сумме всех горизонтальных составляющих  $d\vec{B}$ , т.е. интегралу от  $dB_{||}$  по всему круговому контуру тока:

$$B = \int dB_{||}$$

Изрис.80  $d\vec{B} = dB \vec{s}$  и  $\vec{s} = R/r$

$$\text{Тогда } B = \int_0^{2\pi R} \frac{R}{r} \frac{\mu\mu_0}{4\pi r^2} I dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} IR \int_0^{2\pi R} \frac{dl}{r^3}$$

$$r = \sqrt{R^2 + x^2} = (R^2 + x^2)^{1/2}$$

Тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2R} \frac{dl}{r^3} \frac{IR}{(R^2+x^2)^{3/2}} \int_0^{2R} dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2+x^2)^{3/2}} 2 \cdot 2R = \frac{\mu\mu_0 I R}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

Следовательно:  $B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$ ,  $H = \frac{IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

При  $x=0$ , т.е. для центра кругового тока получаются формулы, приведенные в разделе 2.1.2. Если же точка лежит далеко от центра кругового тока, т.е.  $x \gg$

$R$ , то  $B = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2x^3}$ ,  $H = \frac{IR^2}{2x^3}$ .

*Контрольные вопросы*

1. В чем состоит закон Био-Савара-Лапласа?
2. Какова связь между индукцией и напряженностью магнитного поля?
3. Какие формулы используются для расчета магнитных полей, создаваемых проводниками с током различных конфигураций?

### 3. Сила взаимодействия двух параллельных бесконечно длинных проводников с током

Рассмотрим два прямолинейных бесконечно длинных проводника, находящихся на расстоянии  $R$  друг от друга. Будем полагать, что токи  $I_1$  и  $I_2$  протекают в одном направлении, например, на нас перпендикулярно плоскости чертежа (рис.81).

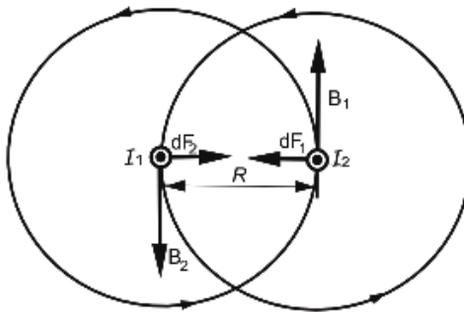


Рис.81. К определению силы и направления взаимодействия двух проводников с током

Применяя правила буравчика и левой руки, можно определить, что данные проводники с током будут притягиваться друг к другу с силами, которые по закону Ампера равны:

$dF_1 = I_1 B_2 dl \sin \alpha$ ,  $dF_2 = I_2 B_1 dl \sin \alpha$ , где  $\sin \alpha = 1$ , т.к. угол  $\alpha$  – угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{B}$  равен  $90^\circ$ . Если проводники прямые и бесконечно длинные, то по закону Био-Савара-Лапласа  $B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_1$  и  $B_2 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_2$ .

$$\text{Тогда } dF = dF_1 = dF_2 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_1 I_2 dl, \quad F = \int \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_1 I_2 dl = \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_1 I_2 l.$$

$$\text{То есть } \frac{F}{l} = \frac{\mu\mu_0}{2\pi R} I_1 I_2.$$

При противоположном направлении токов данные проводники будут отталкиваться с такой же по величине силой.

На основании взаимодействия двух параллельных токов вводится определение единицы сила тока в международной системе единиц – ампера. Пусть два параллельных очень длинных тонких проводника с единичными токами находятся на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме ( $\mu=1$ ). Тогда два противоположных участка этих проводников длиной по  $l=1$  м каждый будут взаимодействовать друг с другом с силой  $F = \frac{4\pi l}{2\pi} 0^7 = 2 \cdot 10^{-7}$  Н.

$$F = \frac{4\pi l}{2\pi} 0^7 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н.}$$

Следовательно, ампер – это сила тока, который проходя по двум тонким параллельным проводникам бесконечной длины, расположенных на расстоянии 1 м друг от друга в вакууме, вызывает между этими проводниками силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый погонный метр длины проводника.

#### Контрольные вопросы

1. Покажите на чертеже, как взаимодействуют между собой два длинных параллельных проводника с током при различных направлениях тока.
2. Дайте определение единицы силы тока.

#### 4. Закон полного тока (циркуляция вектора напряженности магнитного поля). Вихревой характер магнитного поля

Предварительно введем понятие циркуляции из курса высшей математики.

Циркуляцией по заданному контуру  $L$  называется интеграл вида

$$\int_L (\vec{a}, \vec{b}) = \int_L a b \cos \alpha, \text{ где } \alpha - \text{угол между векторами } \vec{a} \text{ и } \vec{b}.$$

Из курса электростатики известно, что  $\int_L (\vec{E}, d\vec{l}) = \int_L E dl \cos \alpha = 0$ . То есть цир-

куляция вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  по любому замкнутому контуру  $L$  равна нулю, что говорит о потенциальном характере электрического поля. Для таких полей работа по перемещению тела (заряда в случае электрического поля) не зависит от формы траектории, а определяется только координатами начальной и конечной точек перемещения.

Определим, будет ли потенциальным магнитное поле. Для этого нужно рассмотреть циркуляцию вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  вдоль произвольного замкнутого контура.

Сначала для наглядности рассмотрим магнитное поле бесконечного прямолинейного проводника с силой тока  $I$  (рис.82).

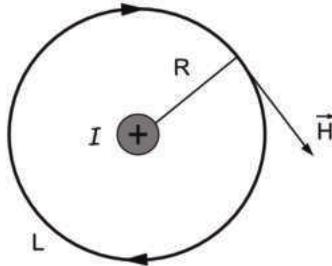


Рис.82. К понятию циркуляции вектора напряженности магнитного поля

Силовые линии магнитного поля прямолинейного проводника с током представляют собой окружности, плоскости которых перпендикулярны к про-

воднику, а центры лежат на оси проводника. Рассмотрим циркуляцию вектора  $\vec{H}$  магнитного поля вдоль силовой линии  $L$  окружности радиуса  $R$ .

$$\int_L (\vec{H}, \vec{dl}) = \int_L H dl \cos \alpha.$$

На основании закона Био-Савара-Лапласа для бесконечного прямолинейного проводника с током  $H = \frac{I}{2\pi R} \cdot \cos \alpha = 1$ , т.к. угол  $\alpha$  между вектором  $\vec{H}$  и элементом длины контура  $\vec{dl}$  равен  $0^\circ$ . Тогда

$$\int_L H dl \cos \alpha = \int_0^{2\pi R} \frac{I}{2\pi R} dl = I.$$

Значит

$$\oint_L (\vec{H}, \vec{dl}) = I.$$

На практике магнитное поле обычно создается несколькими проводниками. Поэтому обобщая вышеприведенную формулу для произвольного числа токов, охватываемых произвольным замкнутым контуром, можно записать данную формулу в общем виде:

$$\oint_L (\vec{H}, \vec{dl}) = \sum_{i=1}^N I_i,$$

где  $N$ - число токов внутри произвольного замкнутого контура длиной  $L$ . Данная формула представляет собой закон полного тока.

Отсюда можно сделать выводы, что:

а) магнитное поле непотенциально. Такие поля называются вихревыми. Следовательно, магнитное поле имеет вихревой характер;

б) циркуляция вектора напряженности магнитного поля постоянного тока вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.

Закон полного тока имеет для расчета магнитных полей постоянного тока такое же важное значение, как и теорема Гаусса для расчета электрических полей. То есть облегчает вычисление напряженности магнитных полей при наличии симметричных токов.

#### 4.1. Магнитное поле тороида и соленоида

Рассчитаем магнитное поле тороида и соленоида при помощи закона полного тока.

Тороидом называется кольцевая катушка, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора. Соленоид – это цилиндрическая линейная катушка. Поэтому тороид – это как бы свернутый в кольцо соленоид. Поэтому при одинаковых размерах и равных прочих параметрах значение магнитного поля для этих тел будет одинаковое. Рассмотрим в качестве примера расчет магнитного поля тороида (рис.83).

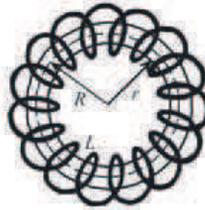


Рис.83. К расчету магнитного поля тороида

Сначала рассмотрим зоны внутри и вне тороида.

а) Внутри тороида. В этой зоне токи отсутствуют. И поэтому в законе полного тока  $\int_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \sum_{i=1}^N I_i = 0$ . Тогда  $\int_L (\vec{H}, d\vec{l}) = 0$ , а если построить внутри этой зоны любой замкнутый контур, то его любой элемент длины не будет равен нулю. Значит, нулю равна  $H$ . То есть внутри тороида магнитное поле отсутствует.

б) Вне тороида. Если построить замкнутый контур вокруг тороида, то все токи тороида войдут внутрь его. Но если рассматривать сечение сердечника тороида, то половина витков будет направлена током как бы на нас, а половина – в противоположную сторону. Следовательно, алгебраическая сумма токов внутри контура равна нулю. Значит,  $H=0$ . И магнитное поле вне тороида отсутствует.

Отсюда можно сделать вывод, что магнитное поле присутствует внутри сердечника тороида с осью радиуса  $R$ . Любой замкнутый контур, проведенный

в этой зоне тороида, охватит только витки с током одного направления, число которых  $N$ . Тогда по закону полного тока

$$\int_L (\vec{H}, \vec{dl}) = \sum_{i=1}^N I_i = NI.$$

С другой стороны,  $\int_L (\vec{H}, \vec{dl}) = \int_L H dl \cos \alpha = \int_L H dl = H \int_L dl = 2\pi r H$ , где  $r$  – радиус построенного контура в зоне сердечника тороида. Тогда  $2\pi r H = NI$ . Или  $H = \frac{NI}{2\pi r}$ . Здесь отношение  $\frac{N}{2\pi r} = n$  – концентрация числа витков (число витков на единицу длины контура).

Тогда напряженность магнитного поля тороида равна

$$H = In$$

Магнитное поле целиком локализовано в сердечнике тороида. Тогда индукция магнитного поля тороида равна

$$B = \mu \mu_0 In,$$

где  $\mu$  магнитная проницаемость среды,  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Аналогичные формулы будут у соленоида.

*Контрольные вопросы*

1. Какой закон является выражением вихревого характера магнитного поля?
2. Какие тела относятся к тороиду и соленоиду? Как находится величина магнитного поля в этих устройствах?

## 5. Магнитное поле движущегося заряда. Сила Лоренца

Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Но электрический ток в любом проводнике представляет собой движение заряженных частиц: в металлах – это упорядоченное движение электронов. Следовательно, *всякий движущийся заряд создает вокруг себя магнитное поле.*

Найдем величину этого поля на примере движения электронов в металлических проводниках.

Рассмотрим малый отрезок провода. Он создает в некоторой точке, удаленной на расстоянии  $r$ , по закону Био-Савара-Лапласа индукцию магнитного поля

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{Id \sin\alpha}{r^2},$$

где угол  $\alpha$  – это угол между векторами  $\vec{dl}$  и  $\vec{r}$ . Или в векторном виде:

$$\vec{dB} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}$$

Силу тока  $I$  можно выразить через плотность тока  $j$  по формуле

$$I = jS,$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

Из классической теории электропроводности металлов следует, что  $j = n\bar{e}\bar{v}$ , где  $n$  – концентрация электронов в проводнике,  $e$  – заряд электрона,  $\bar{v}$  – средняя скорость упорядоченного движения электронов в проводнике.

Тогда  $I = n\bar{e}S$ . Или  $I dl = n\bar{e}v S dl$ . Выражение  $nSdl = dN$  – число электронов в данном объеме проводника. Отсюда  $\vec{Idl} = \bar{e}v dN$ . Подставляя это выражение в формулу закона Био-Савара-Лапласа, записанную в векторном виде, получаем:

$$\vec{dB} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[\bar{e}v dN, \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu\mu_0 e dN [\bar{v}, \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

Все  $dN$  – электронов движутся в одном направлении и с одинаковой скоростью. Поэтому индукция магнитного поля, создаваемая одним электроном

$$\vec{B}_e = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu\mu_0 e}{4\pi} \frac{[\bar{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Для произвольного заряда  $q$  можно записать

$$\vec{B}_q = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu\mu_0 q}{4\pi} \frac{[\bar{v}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Известно, что на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, равная  $\vec{dF} = [\vec{Idl}, \vec{B}]$ .

Но тогда должна действовать какая-то сила и на каждый отдельный движущийся заряд, находящийся в проводнике. Эта сила была названа силой Лоренца. Найдем ее значение.



Ранее было определено, что  $\vec{Idl} = e\vec{v}d\Lambda$ . Заменяя заряд электрона на произвольный заряд  $q$ , получаем  $\vec{Idl} = q\vec{v}d\Lambda$ . Тогда  $\vec{dF} = [q\vec{v}d\Lambda, \vec{B}] = qd\Lambda[\vec{v}, \vec{B}]$ . Разделим эту величину на число зарядов в проводнике  $dN$ . Тогда значение силы Лоренца равно:

$$\vec{F}_{Л} = \frac{dF}{dN} = q[\vec{v}, \vec{B}] \text{ — в векторном виде и}$$

$$F_{Л} = qvB \sin \alpha \text{ — в скалярном виде,}$$

где угол  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Чтобы найти направление силы Лоренца, надо для положительных частиц применить правило левой руки, а для отрицательных частиц — правой (рис.83).

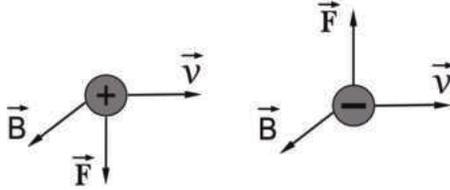


Рис.84. Направление силы Лоренца  $F$  в зависимости от знака заряда

### 5.1. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле. Циклотрон

Движение заряженных частиц в магнитных полях лежит в основе устройств электронного микроскопа, масс-спектрографа, кинескопа телевизора и ускорителей заряженных частиц. Рассмотрим все случаи движения заряженных частиц в магнитном поле с индукцией  $B$ , не учитывая действия электрических полей.

а) Движение частицы вдоль силовой линии магнитного поля

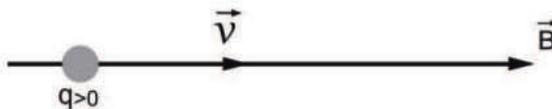


Рис.85. К определению силы Лоренца при движении частицы вдоль силовой линии магнитного поля

При таком движении в формуле силы Лоренца  $F_{\perp} = qvB \sin \alpha$  угол  $\alpha$  между вектором скорости частицы  $\vec{v}$  и вектором индукции магнитного поля  $\vec{B}$  равен нулю. Тогда  $F_{\perp} = qvB \sin 0 = 0$ . То есть *магнитное поле не действует на частицу. Она будет двигаться по инерции – равномерно и прямолинейно.*

б) Движение частицы перпендикулярно силовой линии магнитного поля

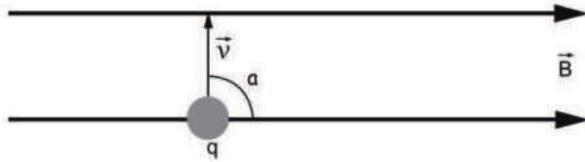


Рис.86. К определению силы Лоренца при движении частицы перпендикулярно силовым линиям магнитного поля

В этом случае угол  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1$  и сила Лоренца  $F_{\perp} = qvB$ .

В таком случае направление силы Лоренца будет перпендикулярно векторам скорости и индукции магнитного поля. Тогда частица будет двигаться в плоскости, перпендикулярной к вектору  $\vec{B}$ . Причем сила Лоренца является центростремительной силой.

$$F_{\text{ц}} = \frac{mv^2}{R}, F_{\perp} = qvB, \frac{mv^2}{R} = qvB, R = \frac{mv}{qB},$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории движения частицы,  $m$  – масса частицы.

В однородном магнитном поле  $B = \text{const}$ , скорость частицы не меняется и поэтому *заряженная частица будет равномерно двигаться по окружности, плоскость которой перпендикулярна к магнитному полю.*

$$\text{Период обращения частицы равен } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

На рис.87 показана траектория движения частицы в зависимости от знака ее заряда в однородном магнитном поле, направленном перпендикулярно вектору скорости частицы

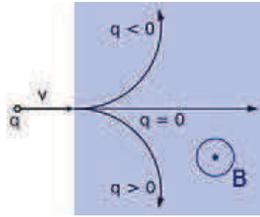


Рис.87. Траектория движения частицы в зависимости знака ее заряда

в) Движение частицы под произвольным углом к силовым линиям магнитного поля

Рассмотрим наиболее общий случай. Пусть под произвольным углом  $\alpha$  заряженная частица  $q$  влетела в однородное магнитное поле с индукцией  $B$  (рис.88).

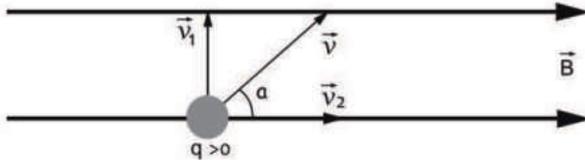


Рис.88. Разложение вектора скорости на вертикальную и горизонтальную составляющие

Разложим вектор скорости частицы на вертикальную и горизонтальную составляющие:  $v_1 = v \sin \alpha$ ,  $v_2 = v \cos \alpha$ . Скорость  $\vec{v}_2$  в магнитном поле не изменяется, и частица под влиянием этой скорости имеет тенденцию двигаться равномерно и прямолинейно. Благодаря скорости  $\vec{v}_1$  частица должна двигаться по окружности, плоскость которой перпендикулярна вектору  $\vec{B}$ , а радиус равен  $R = \frac{mv_1}{qB} = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$ . Частица одновременно будет участвовать в двух движениях.

Она равномерно вращается со скоростью  $v_1$  по окружности с вышеуказанным радиусом и движется поступательно с постоянной скоростью  $v_2$  в направлении, перпендикулярном к плоскости вращения. Поэтому *траектория движения частицы представляет собой винтовую линию, ось которой совпадает с линией индукции магнитного поля* (рис.89).

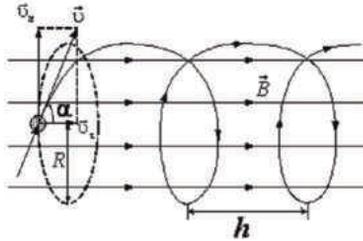


Рис.89. Траектория движения заряженной частицы ( $q > 0$ ), влетающей под произвольным углом в магнитное поле

Шаг винтовой линии  $h = v_{\parallel} T$ . Или  $h = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \alpha$ .

С помощью рассмотренных закономерностей движения заряженных частиц в магнитном поле можно экспериментально определить удельный заряд и массу этих частиц. Именно таким образом был определен удельный заряд и масса электрона:  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

### Циклотрон

Одним из наиболее важных практических применений силы Лоренца является использование этой силы в работе ускорителей заряженных частиц – циклотронах. Циклотроны применяются для изучения структуры ядра, ядерных сил, для получения новых трансурановых элементов. В циклотроне заряженным частицам (электронам, протонам, атомным ядрам и ионам) сообщается огромная энергия за счет энергии электромагнитного поля.

Циклотрон состоит из двух металлических полуцилиндров, называемых дуантами, разделенных узкой щелью. Дуанты заключены в замкнутую камеру, из которой откачивается воздух. Вакуумная камера помещена между полюсами сильного электромагнита. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости чертежа (рис.90).

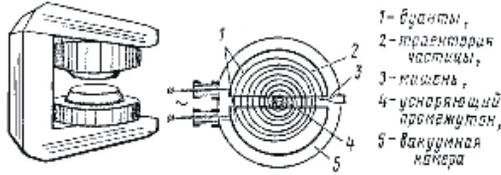


Рис.90. Циклотрон

Дуанты с помощью электродов присоединены к полюсам электрического генератора, создающего в щели между ними переменное электрическое поле. Заряженная частица под действием электрического поля начнет равноускоренно перемещаться в зависимости от своего знака вверх или вниз в плоскости чертежа. Как только заряженная частица войдет в дуант, ускоряющее действие электрического поля прекратится, т.к. металлические стенки дуанта практически полностью экранируют его внутреннюю полость от электрического поля в зазоре. Внутри дуанта заряженная частица под действием магнитного поля опишет полуокружность, радиус которой определяется формулой  $R = \frac{mv}{qB}$ . К тому моменту времени, когда заряженная частица, двигаясь в дуанте, будет подходить к зазору между дуантами, направление электрического поля изменится на противоположное первоначальному и поле снова будет ускорять движение частицы. В результате многократного ускорения заряженной частицы электрическим полем ее кинетическая энергия может стать очень большой при попадании на мишень и преобразовать бомбардируемый объект. Для нормальной работы циклотрона необходимо, чтобы период колебания электрического поля совпадал с периодом обращения заряженной частицы:  $T = \frac{2\pi m}{qB}$ .

Современные циклотроны (синхрофазотроны) могут придать заряженным частицам энергию до 70000 МэВ (70 ГэВ). Радиус таких установок достигает 230 м.

*Контрольные вопросы*

1. Охарактеризуйте магнитное поле движущегося заряда.
2. Что называется силой Лоренца? Как найти направление силы Лоренца для различных по знаку зарядов?
3. Приведите примеры практического использования силы Лоренца.

**6. Магнитный поток. Явление электромагнитной индукции****6.1. Понятие магнитного потока**

Магнитный поток  $\Phi_m$  – это число силовых линий магнитного поля, пронизывающих помещенную в поле произвольную замкнутую поверхность.

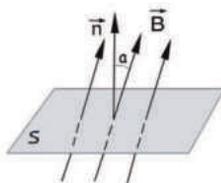


Рис.91. К определению магнитного потока

При произвольном расположении плоской поверхности площадью  $S$  в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  (рис.91) формула магнитного потока  $\Phi_m = BScos\alpha$  или  $\Phi_m = B_n S$ , где  $B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль  $n$ . Если поверхность расположена перпендикулярно к магнитному полю, то  $cos\alpha = 1$  и  $\Phi_m = BS$ .

В общем случае применяется дифференциальная форма определения магнитного потока  $d\Phi_m = B_n dS$  или  $d\Phi_m = B dS$ .

Единица измерения магнитного потока в международной системе  $[\Phi_m] = [B][S] = \text{Тм}^2 = \text{Вб}$  (Вебер).

**6.2. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле**

Используя понятие магнитного потока, определим величину работы, совершаемой при перемещении проводника с током в магнитном поле.

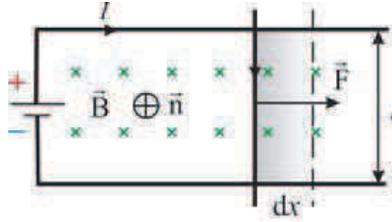


Рис.92. К определению работы, совершаемой силой Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле

Допустим, что проводник длиной  $l$  с током  $I$  находится в однородном магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленной перпендикулярно проводнику. Под действием силы Ампера  $\vec{F}$  проводник с током переместился на расстояние  $dx$ . Тогда работа по перемещению проводника равна  $dA = Fdx$ ,  $F=IBl$ ,  $dA=IBl dx=IBdS=Id\Phi_m$ , т.е.  $dA=Id\Phi_m$ .

Следовательно, *работа, совершаемая при перемещении проводника в магнитном поле, равна произведению силы тока на магнитный поток через площадь, описанную проводником с током при своем движении.*

### 6.3. Закон Фарадея. Правило Ленца

Явление электромагнитной индукции, открытое английским физиком М.Фарадеем в 1831 г., заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, возникает индукционный (наведенный) электрический ток.

Исследуя это явление, Фарадей провел серию опытов. Так, например:

- в соленоид, замкнутый на гальванометр, вдвигался и выдвигался постоянный магнит (рис.93а). На гальванометре было отклонение стрелки, и оно было тем больше, чем быстрее происходило движение и выдвигание магнита. При изменении полюсов магнита направление отклонения стрелки изменялось;

- в соленоид, замкнутый на гальванометр, вставлялся другой соленоид, через который пропускался ток (рис.93б). При включении и выключении (т.е. при любом изменении тока) происходило отклонение стрелки гальванометра. Направление отклонения стрелки изменялось по определенному закону.

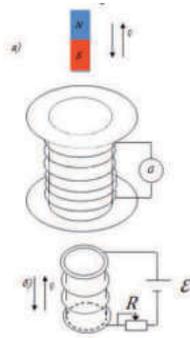


Рис.93. Опыты Фарадея

Проводились и другие опыты, которые позволили Фарадею установить закон электромагнитной индукции. ЭДС индукции  $\varepsilon_i$ , возникающая в проводящем контуре, равна скорости изменения магнитного потока  $\frac{d\Phi_m}{dt}$  через площадь, ограниченную этим контуром:  $\varepsilon_i = k \frac{d\Phi_m}{dt}$ , где  $k = -1$  по правилу, введенному позже русским ученым Э.Ленцем и позволяющему определить направление индукционного тока: *индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.*

Таким образом, закон электромагнитной индукции – закон Фарадея описывается формулой  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ .

#### Контрольные вопросы

1. Что называется магнитным потоком? Его единица измерения.
2. Чему равна работа по перемещению проводника с током в магнитном поле?
3. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Опишите опыты Фарадея.
4. В чем заключается правило Ленца?



## 7. Теоретическое обоснование явления электромагнитной индукции

### 7.1. Вывод основного закона электромагнитной индукции на основании закона сохранения энергии

Немецкий ученый Г.Гельмгольц (1821-1894) на основании закона сохранения энергии подтвердил обоснованность экспериментальных данных и выводов Фарадея.

Для этого он рассмотрел все виды работ, которые осуществляются при прохождении тока в замкнутом контуре, содержащем источник тока и проводник, при помещении контура в магнитное поле (рис.92).

$dA_1 = I^2 R dt$  – работа по нагреву проводника и контура с током по закону Джоуля-Ленца, где  $R$  – полное сопротивление цепи;

$dA_2 = Id\Phi_m$  - работа по перемещению проводника с током в магнитном поле;

$dA = I\epsilon dt$  – работа источника тока, где  $\epsilon$  – ЭДС источника тока.

По закону сохранения энергии должно соблюдаться соотношение

$$dA = dA_1 + dA_2. \text{ То есть } I\epsilon dt = I^2 R dt + Id\Phi_m.$$

$$\text{Тогда } I = \frac{\epsilon dt - d\Phi_m}{R dt} = \frac{\epsilon + \left(-\frac{d\Phi_m}{dt}\right)}{R} = \frac{\epsilon + \epsilon_i}{R}.$$

Данная запись представляет собой закон Ома для замкнутой цепи, где кроме основной ЭДС источника тока  $\epsilon$  возникает дополнительная ЭДС электромагнитной индукции  $\epsilon_i$ , формула которой соответствует закону Фарадея.

### 7.2. Электронный механизм ЭДС электромагнитной индукции

Рассмотрим электронный механизм ЭДС индукции при помощи следующей схемы (рис.94).

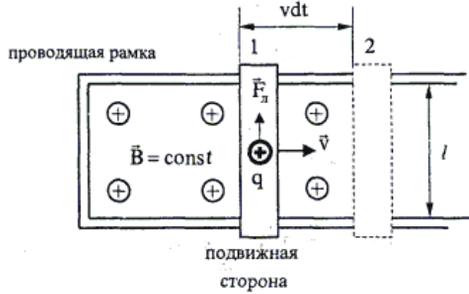


Рис.94. К электронному механизму ЭДС индукции

На рис.94 изображена рамка с подвижной стороной. Магнитное поле  $\vec{B}$  направлено от нас. Перемещаем подвижную рамку со скоростью  $\vec{v}$ . На положительный заряд  $q$  действует сила Лоренца  $\vec{F}_{Л} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ . Она перемещает заряд на расстояние  $l$  и совершает работу  $A = qvBl$ . ЭДС  $\varepsilon = \frac{A}{q} = vBl$ . По закону Фарадея

$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$ , или  $|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi_m}{dt}$ ,  $|\varepsilon_i| = \frac{BdS}{dt}$ . Подвижная сторона рамки описывает площадь  $dS = lvd t$ . Тогда  $|\varepsilon_i| = Blv$ . Результат соответствует вышеприведенному значению  $\varepsilon$ . Следовательно, ЭДС электромагнитной индукции имеет электронный механизм возникновения из-за работы силы Лоренца.

#### Контрольные вопросы

1. Какие существуют теоретические доказательства опытного закона Фарадея?
2. В чем заключается электронный характер ЭДС электромагнитной индукции?

## 8. Практическое применение явления электромагнитной индукции

### 8.1. Вращение рамки в магнитном поле. Принцип работы генератора

Явление электромагнитной индукции используется для преобразования механической энергии и энергии электрического тока в генераторах и электродвигателях.

Рамка площадью  $S$  вращается в однородном магнитном поле ( $\vec{B} = \text{const}$ ) равномерно с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (рис.94).

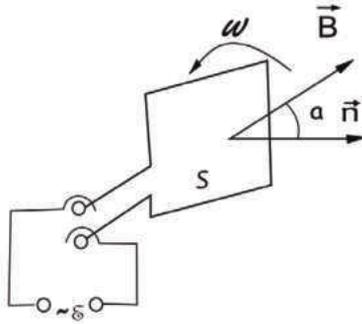


Рис.95. Вращение рамки в магнитном поле

$$\alpha = \omega t. \text{ Тогда } \Phi_m = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t, \quad \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}, \quad \mathcal{E}_i = BS \omega \sin \omega t,$$

$$\mathcal{E}_{m \text{ ах}} = BS \omega, \quad \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{m \text{ ах}} \sin \omega t.$$

Так как частота сети  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{ Гц} = \text{const}$ , то для увеличения  $\mathcal{E}_{\text{max}}$  нужно увеличивать  $B$  и  $S$ . Можно увеличивать  $B$ , применяя мощные постоянные магниты, или в электромагнитах пропускать большие токи. Для увеличения  $S$  используют многovitковые обмотки.

## 8.2. Индуктивность контура. Индуктивность соленоида

Вокруг любого проводника с током существует магнитное поле. Собственное магнитное поле контура создает магнитный поток  $\Phi_m$  сквозь поверхность  $S$ , ограниченную контуром  $\Phi_m = \int_S d\Phi_m = \int_S B_n dS$ , где  $B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль к элементу поверхности  $dS$ . По закону Био-Савара-Лапласа индукция магнитного поля  $d\vec{B}$  в точке, находящейся на расстоянии  $r$  от элемента  $d\vec{l}$  контура с током  $I$ , равна  $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l}, \vec{r}}{r^3}$ . Откуда  $\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{d\vec{l}, \vec{r}}{r^3}$ .

Проекция векторной суммы  $\vec{B}$  на некоторое направление равна алгебраической сумме проекций на это направление всех составляющих векторов. Поэтому

$$B_n = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \int_l \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]_n}{r^3}, \text{ где } [d\vec{l}, \vec{r}]_n - \text{ проекция векторного произведения } [d\vec{l}, \vec{r}] \text{ на}$$

направление нормали к элементу  $dS$  поверхности, ограниченной контуром  $l$ . То-

гда  $\Phi_m = \int_s \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \left\{ \int_l \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3} \right\} dS$  или  $\Phi_m = I \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \int_s \int_l \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}$ . Тогда  $\Phi_m = LI$ , где

$$L = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \int_s \int_l \frac{[\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3} - \text{индуктивность контура.}$$

Индуктивность контура зависит от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. Но не зависит от материала, из которого изготовлен контур. В этом отношении индуктивность контура является аналогом емкости уединенного проводника в электростатике. Другими словами, если емкость – это свойство тела удерживать на себе электрический заряд, то индуктивность – это способность контура удерживать магнитное поле.

Единица индуктивности в международной системе единиц  $[L] = \frac{[\Phi_m]}{[I]} = \frac{Вб}{А} = Гн (Генри)$ .

Найдем индуктивность соленоида.

$$\Phi_m = \Pi \Rightarrow L = \frac{\Phi_m}{I}. \text{ Так как соленоид состоит из большого числа витков, то}$$

$\Phi_m = N\Phi_m^1$ , где  $N$  – число витков соленоида,  $\Phi_m^1 = BS$  – магнитный поток одного витка. Тогда  $L = \frac{NBS}{I}$ . Известно, что для соленоида  $B = \mu\mu_0 nI$ , где  $n$  – концен-

трация числа витков, т.е. число витков на единицу длины  $n = \frac{N}{l}$ . Тогда

$$L = \frac{\mu\mu_0 I S N^2}{I l} = \frac{\mu\mu_0 S N^2}{l}, \text{ домножим на } \frac{l}{l}$$

$$L = \mu\mu_0 n^2 S l = \mu\mu_0 n^2 V, \text{ где } V - \text{объем соленоида.}$$

Индуктивность соленоида пропорциональна квадрату числа витков на единицу длины, объему соленоида и зависит от магнитной проницаемости вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

### 8.3. Самоиндукция

Если по контуру проходит переменный ток, то магнитный поток не является постоянной величиной и в цепи, кроме основного тока, по закону Фарадея будет наводиться еще дополнительный, индукционный ток. То же можно наблюдать и в цепях постоянного тока при изменяющемся магнитном потоке в контуре.

*Возникновение ЭДС индукции в результате изменения тока в цепи получило название явления самоиндукции, а сама ЭДС – ЭДС самоиндукции.*

Явление самоиндукции можно наблюдать на опыте (рис.96).

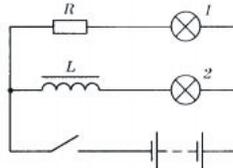


Рис.96. Схема для наблюдения самоиндукции

Показана схема параллельного включения двух одинаковых ламп. Одну из них подключают к источнику тока через сопротивление  $R$ , а вторую – последовательно с катушкой индуктивности  $L$ . При замыкании ключа первая лампа вспыхивает практически мгновенно, а вторая – с заметным запаздыванием. При размыкании ключа наблюдается такая же картина: первая лампа гаснет сразу, а вторая – постепенно через некоторое время. Графически это можно изобразить в виде кривых, приведенных на рис.97.

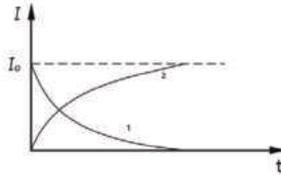


Рис.97. Экстратоки при замыкании (кривая 2) и размыкании цепи (кривая 1)

Математически данные зависимости можно описать формулами:

$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$  – замыкание цепи,  $I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  – размыкание цепи, где  $I_0$  – максимальное значение силы тока,  $\tau$  – время релаксации (запаздывания).

Объяснить явление самоиндукции можно следующим образом. Магнитный поток, связанный с контуром, пропорционален току в контуре  $\Phi_m = LI$ . Если за время  $dt$  ток изменится на  $dI$ , то магнитный поток изменится на  $d\Phi_m = LdI$ . В

контуре возникнет ЭДС самоиндукции  $\varepsilon_c = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$ . Под действием  $\varepsilon_c$

появляется индукционный ток, который по правилу Ленца противодействует изменению тока в цепи: замедляет его возрастание или убывание. Если  $\frac{dI}{dt} > 0$ ,

то ток самоиндукции направлен навстречу основному току и наоборот. Индуктивность контура является мерой его инертности по отношению к изменению тока. Явление самоиндукции используется в театрах, когда люстры освещения загораются и гаснут постепенно во время начала или окончания спектакля или в перерыве во время антракта. Техническое применение самоиндукции используется в трансформаторах при изменении тока в первичной катушке.

#### 9.4. Взаимная индукция. Принцип работы трансформатора

*Взаимной индукцией называется возбуждение тока в контуре при изменении тока в соседнем контуре.*

Предположим, что в контуре 1 идет ток  $I_1$  (рис.98). В магнитном поле этого контура находится соседний контур 2.

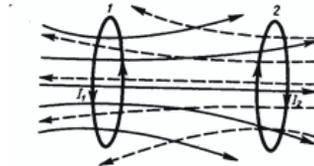


Рис.98. Взаимная индукция

Эти контуры будут обмениваться магнитными потоками, причем эти магнитные потоки будут пропорциональны друг другу  $\Phi_{m_2} \sim \Phi_{m_1}$ . Но  $\Phi_{m_1} \sim I_1$  Тогда  $\Phi_{m_2} \sim I_1$ . Или  $\Phi_{m_2} = M I_1$ , где  $M$  – коэффициент взаимной индукции. В дифференциальном виде  $d\Phi_{m_2} = M dI_1$ . Тогда во втором контуре возникает ЭДС взаимной индукции  $\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{m_2}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$ .

*ЭДС взаимной индукции, возникающая в контуре, пропорциональна скорости изменения тока в соседнем контуре и зависит от взаимной индуктивности этих контуров.*

Взаимная индуктивность зависит от формы, взаимного расположения контуров и от магнитных свойств среды, но не зависит от силы тока в контуре. Единица измерения коэффициента взаимной индукции  $M$ , как и для индуктивности контура  $L$ , является Гн - генри.

Явления взаимной индукции и самоиндукции являются частным случаем основного закона электромагнитной индукции Фарадея и находят техническое применение в работе трансформаторов различных видов, которые предназначены для преобразования тока и напряжения в сети.

Рассмотрим принцип действия однофазного трансформатора простейшего типа, состоящего из замкнутого железного сердечника, на который надеты две катушки с проволочными обмотками (рис.99).

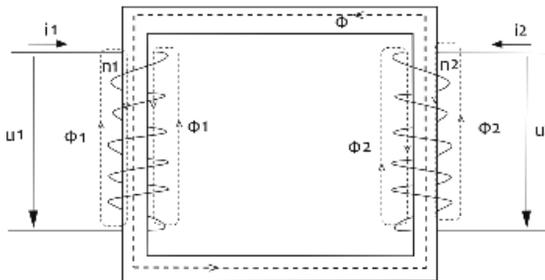


Рис.99. Электромагнитная схема трансформатора

Одна из обмоток, называемая первичной, подключается к источнику переменного напряжения  $U_1$ . Ко второй обмотке, называемой вторичной, присоединяют «нагрузку», т.е. приборы и устройства, потребляющие электроэнергию, которая направляется потребителю.

Напряжение, приложенное к зажимам первичной обмотки, создает в этой обмотке переменный ток  $I_1$ . Ток возбуждает в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток  $\Phi_1$ . Вследствие периодического изменения этого потока в обеих обмотках трансформатора индуцируются ЭДС: в первичной катушке благодаря явлению самоиндукции с ЭДС  $\varepsilon_1$ , а во вторичной катушке из-за взаимной индукции – с ЭДС  $\varepsilon_2$ . Магнитные потоки в сердечнике трансформатора локализируются и поэтому можно записать значения ЭДС:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_m}{dt} N_1, \quad \varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_m}{dt} N_2, \quad \text{где } N_1 \text{ и } N_2 - \text{ число витков в первичной и вто-}$$

ричной обмотках трансформатора. Тогда отношение  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1} = k$  – коэффициент

трансформации. Если  $k > 1$ , то трансформатор будет повышающим, и если  $k < 1$ , то трансформатор считается понижающим. Для коэффициента трансформации

$$\text{справедливы соотношения } k = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}.$$

К.П.Д. современных трансформаторов достигает 98%.

#### *Контрольные вопросы*

1. Что называется индуктивностью контура? От чего она зависит и каков ее физический смысл?
2. В чем состоят явления самоиндукции и взаимной индукции? Напишите выражения для ЭДС индукции в обоих случаях.
3. Напишите выражение для индуктивности соленоида.
4. Где практически используются явления самоиндукции и взаимной индукции?



## 9. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля

Проводник с протекающим по нему током всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле исчезает и появляется вместе с исчезновением и появлением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. По закону сохранения энергии энергия магнитного поля совпадает с работой, затрачиваемой током на создание этого поля.

Рассмотрим контур с индуктивностью  $L$ , по которому протекает ток  $I$ . С этим контуром сцеплен магнитный поток  $\Phi_m = LI$ . Поскольку индуктивность контура неизменна, то при изменении тока на  $dI$  магнитный поток изменяется на  $d\Phi_m = LdI$ . Но для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi_m$  следует совершить работу  $dA = Id\Phi_m$ , или  $dA = LI dI$ . Тогда работа по созданию магнитного потока равна  $A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$ . Значит, энергия магнитного поля, которое связано с контуром  $W_m = \frac{LI^2}{2}$ .

Значение индуктивности контура  $L$  зависит геометрической формы и размеров контура. В качестве примера рассмотрим соленоид. Для него было определено, что  $L = \mu\mu_0 n^2 V L$  и  $H = In$ , где  $n$  – число витков на единицу длины,  $H$  – напряженность магнитного поля. Тогда  $W_m = \frac{\mu\mu_0 n^2 V I^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$  – энергия магнитного поля, где  $V$  – объем поля. Тогда плотность магнитного поля равна  $\omega_m = \frac{W_m}{V}$ ,  $\omega_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ .

Можно обратить внимание на структурную аналогию формул плотности электрического и магнитного полей. Действительно, для электрического поля его плотность равна  $\omega_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ , где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $E$  – напряженность электрического поля. Поэтому считается, что электрические и магнитные поля связаны между собой,

электрическое поле порождает магнитное, а магнитное – электрическое. Существует единое электромагнитное поле, плотность которого равна

$$\omega = \omega_{\text{II}} + \omega_m = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2},$$

и оно распространяется в вакууме со скоростью света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

В основе теории электромагнитного поля лежат уравнения Максвелла.

## 10. Уравнения Максвелла

В 60-х годах XIX века Максвелл, основываясь на идеях Фарадея об электрическом и магнитном полях, обобщил законы, установленные экспериментальным путем, и разработал теорию единого электромагнитного поля, создаваемого произвольной системой зарядов и токов. Теория Максвелла явилась величайшим вкладом в развитие классической физики и позволила с общей точки зрения охватить огромный круг явлений, начиная от электростатического поля неподвижных зарядов и кончая электромагнитной природой света.

Не вдаваясь в подробности выводов и рассуждений Максвелла, остановимся на описательной части его теории. В основе теории лежат четыре интегральных или дифференциальных уравнения, описывающих электромагнитные явления, и две формулы, характеризующие электрические и магнитные свойства среды.

Например, в интегральной форме эти уравнения и формулы имеют вид:

1.  $\int_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$  - переменное магнитное поле в любой точке пространства создает вихревое электрическое поле (обобщение закона Фарадея).
2.  $\int_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \sum I + \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$  - переменное электрическое поле в любой точке пространства создает вихревое магнитное поле (обобщение закона полного тока),

где:  $\Sigma$  – алгебраическая сумма токов проводимости (макротоков),  
 $\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = I_{CM}$  – так называемый ток смещения, введенный Максвеллом для характеристики «магнитного действия» переменного электрического поля.

3.  $\int_S D_n dS = \sum q$  – теорема Гаусса для потока вектора электрического смещения  $\vec{D}$  сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$ , охватывающую суммарный заряд  $q$ .

Иногда суммарный заряд в уравнении заменяют выражением  $\int_V \rho dV$ , где  $\rho$  – объемная плотность заряда.

4.  $\int_S B_n dS = 0$  – теорема Гаусса для магнитного потока сквозь произвольную замкнутую поверхность  $S$ . Эта теорема является следствием того, что свободных магнитных зарядов в природе не существует.

Дополнительно к этим уравнениям в теории Максвелла добавляются уравнения, характеризующие электрические и магнитные свойства среды:

$D = \epsilon_0 E$  – связь между электрическим смещением  $D$  и напряженностью электрического поля  $E$ ;

$j = \sigma E$  – закон Ома в дифференциальной форме, где  $j$  – плотность тока,  $\sigma$  – удельная электропроводность вещества.

При использовании в законе полного тока (второго уравнения Максвелла) вместо вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  вектора индукции  $\vec{B}$  добавляется уравнение связи этих величин  $B = \mu_0 H$ .

Теория Максвелла является макроскопической теорией. Она не объясняет микроскопические явления внутри вещества. Дальнейшим развитием этой теории явилась электронная теория, созданная Лоренцем, показывающая, что электрические и магнитные свойства вещества определяются характером движений и взаимодействий электрических зарядов, из которых состоят атомы и молекулы.

## 11. Магнитные свойства вещества

Опыт и теория показывают, что все вещества, помещенные в магнитное поле, приобретают магнитные свойства, т.е. намагничиваются. И поэтому в некоторой степени изменяют внешнее магнитное поле. *По своим магнитным свойствам все вещества в природе можно разделить на три вида: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.*

*Диамагнетики* - это вещества, которые при помещении во внешнее магнитное поле ослабевают его. У них магнитная проницаемость  $\mu < 1$ . Примерами диамагнетиков являются фосфор, сера, углерод, ртуть, золото, серебро, медь, вода, многие органические соединения.

*Парамагнетики* – это вещества, которые при помещении во внешнее магнитное поле усиливают его. У них магнитная проницаемость  $\mu > 1$ . Примерами парамагнетиков являются кислород, азот, алюминий, вольфрам, платина, щелочные и щелочноземельные металлы.

*Ферромагнетики* – это вещества, которые при помещении во внешнее магнитное поле очень значительно его усиливают. У них магнитная проницаемость  $\mu \gg 1$ . Эти вещества сильно намагничиваются во внешнем магнитном поле. Примерами ферромагнетиков являются железо, никель, кобальт, редкоземельные металлы, сталь и некоторые сплавы на основе марганца и хрома.

Выясним причины диа-, пара- и ферромагнетизма.

В атомах и молекулах любого вещества имеются круговые токи, образованные движением электронов по орбитам вокруг ядер - орбитальные токи. Каждому орбитальному току соответствует определенный магнитный момент, называемый орбитальным магнитным моментом. Кроме того, электроны обладают собственным, или спиновым, магнитным моментом. Собственным магнитным моментом обладает также ядро атома. Геометрическая сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов и ядра образует магнитный момент атома вещества. У диамагнетиков суммарный магнитный момент атома первоначально равен нулю, т.к. имеющиеся в атоме орбитальные, спиновые и ядерные магнитные моменты взаимно компенсируются. При помещении

диамагнетика во внешнее магнитное поле у их атомов возникает (индуцируется) магнитный момент, направленный всегда противоположно внешнему полю. В результате диамагнитная среда намагничивается и создает собственное магнитное поле, направленное противоположно внешнему полю и потому ослабляющее его. На рис.100 атомы диамагнетика изображены точками, а индуцированные магнитные моменты изображены стрелками. Индуцированные магнитные моменты атомов диамагнетика сохраняются до тех пор, пока существует внешнее поле. При ликвидации внешнего поля индуцированные магнитные моменты атомов исчезают и диамагнетик размагничивается.

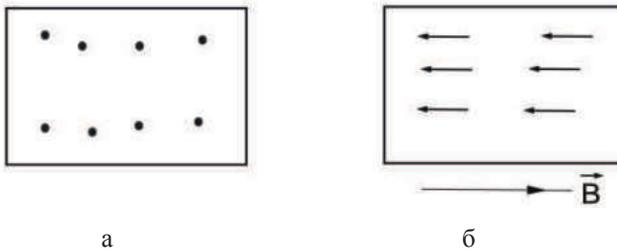


Рис. 100. Диамагнетик до (а) и после (б) намагничивания

У атомов и молекул парамагнитных веществ их орбитальные, спиновые и ядерные магнитные моменты не компенсируют друг друга. Поэтому атомы парамагнетика всегда обладают магнитным моментом, являясь как бы элементарными магнитами. Однако атомные магнитные моменты расположены беспорядочно и потому парамагнитная среда в целом не обнаруживает магнитных свойств. Внешнее поле поворачивает атомы парамагнетика так, что их магнитные моменты устанавливаются преимущественно в направлении поля. Полной ориентации препятствует тепловое движение атомов. В результате парамагнетик намагничивается и создает собственное магнитное поле, всегда совпадающее по направлению с внешним полем и потому усиливающее его (рис.101). При ликвидации внешнего поля тепловое движение сразу разрушает ориентацию атомных магнитных моментов и парамагнетик размагничивается.

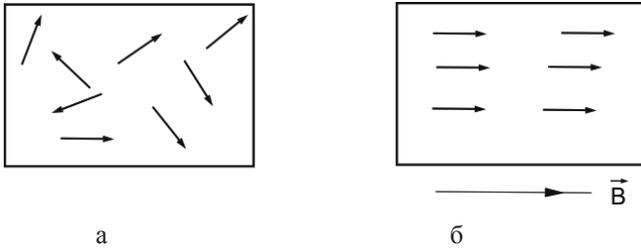


Рис.101. Парамагнетик до (а) и после (б) намагничивания

По сравнению с диамагнетиками и парамагнетиками механизм намагничивания ферромагнетиков имеет иной характер и обусловлен наличием в структуре вещества множества особенных зон, называемых доменами, представляющими собой сравнительно крупных (порядка  $10^{-2}$  мм) самопроизвольно намагниченных до насыщения областей, объединяющих миллиарды атомов. В пределах одного домена магнитные моменты атомов ориентированы одинаково. Однако ориентация самих доменов разнообразна (рис.102). Поэтому при отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнетик в целом оказывается ненамагниченным. С появлением внешнего поля домены, ориентированные своим магнитным моментом в направлении этого поля, начинают увеличиваться в объеме за счет соседних доменов, имеющих иные ориентации магнитного момента. Ферромагнетик намагничивается. При достаточно сильном магнитном поле все домены целиком поворачиваются в направлении поля, и ферромагнетик быстро намагничивается до насыщения.

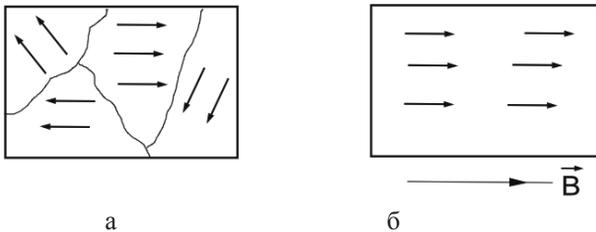


Рис.102. Ферромагнетик до (а) и после (б) намагничивания

Возникновение доменов в ферромагнетике обусловлено силами обменного взаимодействия и может быть объяснено только на основе квантовой механики.

При ликвидации внешнего поля ферромагнетики полностью не размагничиваются, а сохраняют остаточную индукцию магнитного поля, т.к. тепловое движение не в состоянии быстро дезориентировать домены. То есть наблюдается нелинейная зависимость между индукцией  $B$  и напряженностью  $H$  магнитного поля. Этим объясняется явление магнитного гистерезиса (запаздывания), графически представленного на рис.103.

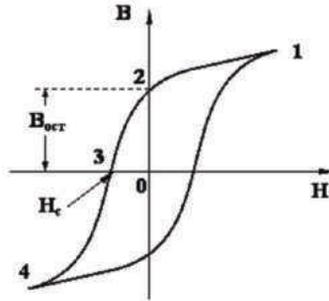


Рис.103. Петля гистерезиса ферромагнетика

Доведем намагниченность до насыщения, повышая напряженность внешнего поля (рис.103, точка 1), а затем будем уменьшать  $H$ . При этом зависимость  $B$  от  $H$  следует не первоначальной кривой 0-1 (на графике отсутствует), а новой кривой 1-2. При уменьшении напряженности магнитного поля до нуля намагниченность и индукция магнитного поля вещества исчезнут. При  $H=0$  индукция имеет ненулевое значение  $B_{ост}$ , которая называется остаточной индукцией. Ферромагнетик приобретает свойства постоянного магнита.  $B_{ост}$  обращается в ноль лишь под действием поля, противоположного по направлению первоначальному. Значение напряженности магнитного поля  $H_c$ , при котором остаточная намагниченность и индукция магнитного поля обращаются в ноль, называется *коэрцитивной силой*. Продолжая действовать на ферромагнетик переменным магнитным полем, получим кривую 1-2-3-4-1, называемой *петлей гистерезиса*. Наблюдается как бы запаздывание индукции или намагниченности ферромагнетика от вызывающей причины — напряженности магнитного поля. Петлю гистерезиса можно наблюдать на экране осциллографа при намагничивании и размагничивании ферромагнетика. Если петля гистерезиса получается доста-

точно широкой (с большим значением коэрцитивной силы (точка 3 на рис.103), то ферромагнетик считается магнитно-твердым и может использоваться для изготовления деталей магнитных кранов. Если же петля гистерезиса получается узкой, с малым значением коэрцитивной силы, то тогда работа по намагничиванию и размагничиванию ферромагнетика будет минимальна, и ферромагнетик считается магнитно-мягким. Такие ферромагнетики используются в сердечниках трансформаторов.

Ферромагнетики обладают еще одной существенной особенностью: при определенной (для каждого ферромагнетика) температуре (точка Кюри) они теряют свои магнитные свойства (у железа  $770^{\circ}\text{C}$ , у никеля  $360^{\circ}\text{C}$ ). При температурах выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик  $\mu$  близкой к 1. Объясняется это явление тепловым воздействием на доменную структуру ферромагнетика, при котором индуцированные магнитные моменты атомов в доменах начинают дезориентироваться по механизму, представленному на рис.101б.

#### *Контрольные вопросы*

1. Напишите и объясните выражение для плотности энергии магнитного поля и сравните ее с плотностью энергии электрического поля. Напишите выражение для плотности энергии электромагнитного поля.
2. Каков физический смысл уравнений Максвелла?
3. Дайте понятия диа-, пара-, ферромагнетиков.
4. Объясните доменный механизм намагничивания ферромагнетиков.
5. Петля гистерезиса и физический смысл коэрцитивной силы.

#### **Литература**

1. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб.пособие для вузов. - М.: Академия, 2010. – 557 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Том 2: Электричество и магнетизм. М.: Лань, 2011. – 432 с.
3. Бондарев Б. В., Калашников Н. П., Спирин Г. Г. Курс общей физики: учеб.пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2005.  
Кн. 2 : Электромагнетизм. Волновая оптика. Квантовая физика.- 438 с
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учеб.пособие для вузов. М.: Академия, 2007. – 719 с.
5. Ковалевский И.Г. Справочное пособие по курсу физики. – Иркутск: ИрГХА, 2014.



Вржац Е.Э., Клибанова Ю.Ю.  
ФИЗИКА: электричество и магнетизм

Учебное пособие





**More  
Books!** 



**yes**  
**I want morebooks!**

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн - в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов!  
Мы используем экологически безопасную технологию "Печать-на-Заказ".

Покупайте Ваши книги на  
**[www.morebooks.de](http://www.morebooks.de)**

Buy your books fast and straightforward online - at one of the world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at  
**[www.morebooks.de](http://www.morebooks.de)**

OmniScriptum Marketing DEU GmbH  
Bahnhofstr. 28  
D - 66111 Saarbrücken  
Telefax: +49 681 93 81 567-9

[info@omniscrptum.com](mailto:info@omniscrptum.com)  
[www.omniscrptum.com](http://www.omniscrptum.com)

OMNIScriptum 

