

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени А.А. ЕЖЕВСКОГО

«МЕТОДИКА ОПЫТНОГО ДЕЛА»

(Учебное пособие)

ИРКУТСК 2022

УДК 631.5/9 : 001.8 (075.8)

Учебное пособие печатается по решению Ученого совета Иркутского государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского, протокол № от « » 2022 года.

Автор: Бурлов Сергей Петрович

Методика опытного дела, учебное пособие.– Иркутск: Иркутский ГАУ, 2022 .– 108 с.

Учебное пособие предназначено для студентов агрономического факультета, направление подготовки 35.03.04 – агрономия, для студентов очного и заочного обучения агрономического факультета, для аспирантов и научных сотрудников факультета.

Рецензенты:

Козлова З. В., к.с.-х.н., зав. отделом кормопроизводства Иркутского НИИСХ.

Замашников Р.В., к.с.-х.н., доцент каф. агроэкологии и химии.

В учебном пособии по курсу «Методика опытного дела» содержатся задания для практической и самостоятельной работ по обработке данных однофакторного и двухфакторного полевого опыта, задачи по корреляционному и регрессионному анализу, задания по планированию полевого опыта, приведены примеры решения однофакторного и многофакторного полевых опытов методом дисперсионного анализа, обработка данных методом корреляционного и регрессионного анализа опытных данных.

© Иркутский ГАУ 2022

Содержание	Стр.
1. Основы статистической обработки результатов исследований	4
2. Определение основных статистических характеристик количественного вариационного ряда	11
3. Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта с однолетними культурами.	19
4. Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта проведенного по схеме латинского квадрата	32
5. Дисперсионный анализ данных полевого опыта с одной выпавшей из учета данной	34
6 . Дисперсионный анализ данных полевого опыта с несколькими выпавшими урожайными данными	41
7. Дисперсионный анализ данных опытов с многолетними культурами	50
8. Дисперсионный анализ данных многофакторного полевого опыта	53
9. Дисперсионный анализ данных наблюдений и учетов в опытах	67
10. Планирование полевого опыта	71
11. Корреляция и регрессия	81
Краткий указатель терминов	99
Приложения	105
Литература	108

1. ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Математическая статистика – это один из разделов математики, позволяет делать умозаключения о всей (генеральной) совокупности на основе наблюдений над выборочной совокупностью, или выборкой.

Основа математической статистики – теория вероятностей, наука, изучающая общие закономерности в массовых случайных явлениях различной природы, и применяется везде, где приходится иметь дело с планированием экспериментов и обследований, с оценкой параметров и проверкой гипотез, с принятием решений при изучении сложных систем.

Результаты опытов всегда подвержены тем или иным посторонним влияниям, помимо изучаемых, т.е. содержит некоторый элемент случайности, который измеряется величиной экспериментальной ошибки.

Знание современных методов статистической обработки необходимо для количественной характеристики наблюдений и данных, при планировании опыта и интерпретации окончательных результатов. Но сами по себе эти методы не могут заставить плохо поставленный опыт дать хорошие результаты.

При постановке добротных, целенаправленных опытов, математическая статистика помогает агрономическому исследованию в выборе оптимальных условий для проведения опыта, дает объективную, количественную оценку экспериментальным данным.

Всякое массовое, множественное явление (группа растений или животных) представляет собой совокупность особей, случаев, фактов, предметов, т.е. некоторых условных единиц, каждая из которых индивидуальна и отличается от других рядом признаков (массой, высотой, количеством продукции и т.д.).

Свойство условных единиц отличаться друг от друга даже в однородных совокупностях называется **изменчивостью** или **варьированием**. Оно присуще всем предметам в природе (двух совершенно одинаковых предметов не существует) и определяется случайными причинами.

Варьирующими признаками у растений являются, например, их высота, количество и масса зерен в колосе, масса и количество клубней в гнезде, содержание крахмала, клейковины, протеина и др.

Вся группа объектов, подлежащая изучению называется **генеральной совокупностью**. Но т.к. не всегда возможно исследовать всю совокупность, изучают лишь часть ее.

Часть объектов, которая попала на проверку, исследование называется **выборочной совокупностью** или просто **выборкой**.

Главная цель выборочного метода – по статистическим показателям выборки возможно точнее охарактеризовать всю генеральную совокупность.

Возможные значения варьирующего признака X называют вариантами и обозначают $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$.

При этом каждое значение варианта повторяется неодинаковое число раз.

Числа, которые характеризуют, сколько раз повторяется каждое значение признака у членов данной совокупности, называются частотами признака и обозначаются f .

Сумма всех частот (Σf) равна объему выборки, т.е. числу членов ряда – n .

Вариационным рядом называется такой ряд данных в которых указаны возможные значения варьирующего признака в порядке возрастания или убывания и соответствующие им частоты.

Различают два типа **изменчивости**: количественную, которая может быть измерена, и качественную, которая не поддается измерению.

Под количественной изменчивостью понимают такую, в которой различия между вариантами выражаются количеством (массой, высотой, числом зерен, содержанием в % и т.д.).

Различают два вида количественной изменчивости:

прерывистая, или **дискретная** (число зерен в колосе, число растений на м²), которая выражается целыми числами, и

непрерывную, у которой значения вариантов выражаются мерами объема, длины, массы и т.д., между которыми ограничений переходов нет.

Качественной изменчивостью называется такое варьирование, когда различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые одни варианты имеют, а другие нет (цвет, вкус, форма изучаемого объекта и др.).

Если признак принимает только два взаимоисключающих друг друга значения (больной – здоровый, остистый – безостый и пр.), то изменчивость называется **альтернативной**, т.е. дwoяковозможной.

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Дисперсионный анализ разработал и ввел в практику сельскохозяйственных и биологических исследований английский ученый Р.А. Фишер, который открыл закон распределения отношения средних квадратов (дисперсий):

$$\frac{\text{средний квадрат выборочных средних}}{\text{средний квадрат объектов}} = F$$

Дисперсионный анализ является наиболее совершенным методом математической обработки полученных опытных данных.

Он лучше других подходит для планирования и обработки полевых экспериментов, позволяет оценить методику и результаты опыта в целом, установить различия между вариантами опыта, плодородием опытного участка.

Задачей дисперсионного анализа является определить доли и степени влияния различных факторов в отдельности, а также суммарного их воздействия на изменчивость изучаемого признака.

В результате дисперсионного анализа получаем данные характеризующие 4 вида рассеивания:

- 1) Общее рассеивание или общую дисперсию, которая определяется действием всех факторов опыта;
- 2) Частная дисперсия или факториальная - результат действия организованных в опыте факторов (вариантов);
- 3) Дисперсия повторений – результат действия неоднородности (пестроты) плодородия почвы опытного участка;
- 4) Остаточная дисперсия (дисперсия ошибки) – связанная с неизвестными, случайными, неорганизованными в данном исследовании факторами.

Сущностью дисперсионного анализа является расчленение общей суммы квадратов отклонений и общего числа степеней свободы на части-компоненты, соответствующие структуре эксперимента, и оценка значимости действия и взаимодействия изучаемых факторов по F-критерию.

Раскроем дисперсионный анализ на примере:

Число вариантов $\ell = 3$; повторность $n = 4$;

План опыта

1			2			3			4			ℓ
1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	N

Порядок решения:

Общая дисперсия: $C_Y = C_V + C_P + C_Z$

Общее число степеней свободы:

$$N-1 = (\ell-1) + (n-1) + (\ell-1)(n-1)$$

$$11 = 2 + 3 + 6$$

$\nu_z = (\ell-1)(n-1)$ – число степеней свободы остатка (ошибки)

Вычисляем:

1) Общее число наблюдений $N = \ell \times n = 3 \times 4 = 12$

2) Корректирующий фактор $C = (\sum X)^2 : N$; $C = (\sum X - A)^2 : N$

3) Общую сумму квадратов

$$C_Y = \sum (X - \bar{x}_0)^2 = \sum (X - A)^2 - C = \sum X^2 - C$$

4) Сумму квадратов повторений

$$C_P = \sum (\bar{x}_p - \bar{x}_0)^2 = \sum (\bar{x}_p - A)^2 : \ell - C = \sum \bar{x}_p^2 : \ell - C$$

5) Сумму квадратов вариантов

$$C_V = \Sigma(\bar{x}_V - \bar{x}_0)^2 = \Sigma(\bar{x}_V - A)^2 : n - C = \Sigma \bar{x}_V^2 : n - C$$

б) Сумму квадратов для ошибки (остаток) $C_Z = C_Y - C_V - C_P$

Две последние суммы квадратов C_V и C_Z делят на соответствующие им степени свободы, т.е. получают два средних квадрата (дисперсии):

$$\text{Вариантов } S_V^2 = \frac{C_V}{\ell - 1} \text{ и ошибки } S_Z^2 = \frac{C_Z}{(n-1)(\ell - 1)}$$

Критерий Фишера – это отношение дисперсии вариантов к дисперсии ошибки (остатка):

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 : S_Z^2$$

Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$, то нулевая гипотеза принимается, между средними нет существенных различий, и на этом проверка заканчивается.

Если $F_{\text{факт}} \geq F_{\text{теор}}$, то нулевая гипотеза отвергается, между выборочными средними имеются существенные различия, далее оценивают существенность частных различий по НСР и определяют, между какими средними имеются значимые разности.

Теоретические значения критерия F , по числу степеней свободы для дисперсии вариантов и остатка, находят в приложении 2-3. В большинстве случаев избирают 5 %-ный, а при более строгом подходе 1 %-ный уровень значимости.

$$\text{В нашем случае } v_z = (\ell - 1)(n - 1) = 6 ; \quad v_v = (\ell - 1) = 2$$

$$F_{05} = 5,14$$

$$F_{01} = 10,92$$

Оцениваем значимость разности между средними по наименьшей существенной разности (НСР):

$$1) \text{ Ошибка средней } S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} ;$$

$$2) \text{ Ошибка разности средних } S_d = \sqrt{\frac{2S_Z^2}{n}} = 1,41 \times S_{\bar{x}}$$

$$3) \text{ НСР}_{05} = t_{05} \times S_d ;$$

где t_{05} – критерий Стьюдента находим по числу степеней свободы ошибки (остатка) в приложении 1.

Если прибавка $d \geq НСР_{05}$ то она существенна на 5%-ном уровне значимости. Затем делается вывод.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СУММ КВАДРАТОВ ОТКЛОНЕНИЙ

Значения варьирующего признака X	От выборочной средней		От произвольной величины A (A = 20)		От нуля (произвольная величина A = 0)	
	(X - \bar{x})	(X - \bar{x}) ²	(X-A)	(X-A) ²	X	X ²
18	-3,4	11,56	-2	4	18	324
21	-0,4	0,16	+1	1	21	441
19	-2,4	5,76	-1	1	19	361
27	+5,6	31,36	+7	49	27	729
22	+0,6	0,36	+2	4	22	484
Суммы	0,00	49,2	+7	59	107	2339
$\Sigma X=107$ $\bar{x}=21,4$						

Суммы квадратов отклонений

1. От выборочной средней $\Sigma(X - \bar{x})^2 = 49,2$

2. От произвольной величины A: $C = \frac{[\Sigma(X - A)]^2}{n}$ – корректирующий фак-

тор $C = 7^2 : 5 = 49 : 5 = 9,8$

$$\Sigma(X - \bar{x})^2 = \Sigma(X - A)^2 - \frac{[\Sigma(X - A)]^2}{n} = \Sigma(X - A)^2 - C = 59 - 9,8 = 49,2$$

3. От нуля, A=0: Корректирующий фактор, $C = \frac{(\Sigma X)^2}{n} = 107^2 : 5 = 2289,8$

$$\Sigma(X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n} = \Sigma X^2 - C = 2339 - 2289,8 = 49,2$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИЧЕСТВЕННОГО ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

Литература: Доспехов Б.А., с. 154-188, 188-207, 317-320, 341-345, 347-348.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под генеральной и выборочной совокупностью?
2. Какова цель выборочного метода исследования?
3. Что понимают под основными характеристиками количественного вариационного ряда?
4. Какими формулами пользуются для вычисления статистических характеристик выборки при количественной изменчивости ? (см. в учебнике таблицу 14 на стр. 186).
5. В чем сущность нулевой гипотезы (H_0) и как ее проверяют ?
6. Какова методика расчетов по определению оценки существенности разности выборочных средних по t-критерию ?
7. Как установить, имеются ли существенные различия между дисперсиями по критерию F ?

Определить 95% и 99% доверительные интервалы для генеральной средней (μ).

Проверить нулевую гипотезу (H_0) об отсутствии существенных различий между выборочными средними (S_x).

Проверить нулевую гипотезу (H_0) об отсутствии существенных различий между выборочными средними.

Оценить существенность разности (d) выборочных средних по критерию Стьюдента и критерию Фишера.

Задания раздела 2: определение основных статистических характеристик количественного вариационного ряда

1. Урожай сортов картофеля (т/га):
Невский: 30,2; 17,5; 18,5; 28,4;
Лиана: 23,1; 29,4; 31,0; 21,4.
2. Урожай сортов картофеля (т/га):
Пушкинец: 33,1; 29,2; 28,2; 30,2;
Чароит: 28,1; 25,4; 27,6; 29,0;
3. Урожай сортов пшеницы (ц/га):
Селенга: 18,1; 22,5; 21,4; 24,9;
Бурятская остистая: 19,6; 24,7; 24,8; 15,8;
4. Урожай сортов пшеницы (ц/га):
Тулун 15: 24,5; 29,1; 26,8; 28,5;
Ирень: 26,4; 29,3; 35,1; 30,5;
5. Урожай сортов овса (ц/га):
Егорыч: 18,4; 17,5; 25,4; 19,1;
Грач : 19,2; 21,3; 23,4; 20,1;
6. Урожай сортов ячменя (ц/га):
Неван : 28,8; 27,6; 38,6; 26,2;
Ача: 31,2; 26,4; 35,9; 38,1;
7. Урожай сортов моркови (т/га):
Нантская 4: 20,7; 29,8; 25,3; 23,1;
Витаминная 6: 22,1; 37,3; 29,2; 21,6;
8. Урожай сортов ячменя (ц/га):
Ача: 27,0; 22,0; 21,2; 24,3;
Соболек: 34,8; 44,8; 41,1; 26,8;
9. Урожай зеленой массы сортов кукурузы (т/га):
Мария: 29,2; 29,7; 39,9; 30,6;
Катерина: 27,9; 38,6; 47,5; 28,8;
10. Урожай зеленой массы сортов кукурузы (т/га):
Молдавский 215 МВ: 31,0; 50,1; 37,9; 26,2;
РОСС 144 СВ: 39,1; 46,3; 35,7; 38,0;
11. Урожай зеленой массы сортов рапса (т/га):
Золотонивский: 17,9; 32,5; 43,2; 26,9;

Ратник: 21,6; 29,6; 47,6; 34,7;

12. Урожай сена сортов люцерны (ц/га):

Таежная: 41,6; 25,6; 41,4; 51,1;

Туяна: 38,4; 29,0; 43,2; 52,0;

13. Урожай сортов моркови (т/га):

Нантская 4: 20,7; 29,8; 25,3; 23,1;

Лосиноостровская: 26,1; 31,3; 29,2; 25,6;

14. Урожай сортов капусты (т/га):

Номер первый: 35,1; 38,2; 31,3; 28,2;

Июньская: 39,0; 38,9; 35,1; 37,5;

15. Урожай сортов капусты (т/га):

Подарок: 47,4; 55,5; 48,5; 51,5;

Белорусская 455: 44,9; 40,6; 42,5; 38,4;

16. Урожай сортов гороха (ц/га):

Марат: 18,1; 15,2; 14,3; 16,1;

Аксацкий усатый 3: 19,2; 16,5; 18,3; 20,1;

Последовательность выполнения задания 1

1. Определяем 95% и 99% доверительные интервалы для генеральной средней (μ).

Подсчитываем:

среднюю арифметическую \bar{x} ,

дисперсию (S^2); $\bar{\quad}$

стандартное отклонение (S);

коэффициент вариации (V);

ошибку средней арифметической (S_x)

Установить из таблицы 1 приложения $t_{05} = \quad$, $t_{01} = \quad$.

Определить: $\mu = \bar{x} \pm t_{05} S_x$

$\mu = \bar{x} \pm t_{01} S_x$

Проверить нулевую гипотезу об отсутствии существенных различий между выборочными средними.

Оценить существенность разности выборочных средних по t -критерию и критерию F .

Пример:

Даны урожаи двух сортов гречихи: Татьяна: 12,5; 15,3; 10,5; 11,2.

Тома: 10,3; 9,8; 7,5; 9,3.

1. Находим среднюю арифметическую по формуле: $\bar{x} = \Sigma X / n$

Сорт Татьяна: $\bar{x} = (12,5 + 15,3 + 10,5 + 11,2) : 4 = 12,4$ ц/га.

Сорт Тома: $\bar{x} = (10,3 + 9,8 + 7,5 + 9,3) : 4 = 9,2$ ц/га.

2. Определяем суммы квадратов отклонений: $C = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n$.

Сумма квадратов отклонений (C):

Сорт Татьяна: $C_1 = 12,5^2 + 15,3^2 + 10,5^2 + 11,2^2 - (49,5)^2 : 4 = 13,46$.

Сорт Тома: $C_2 = 10,3^2 + 9,8^2 + 7,5^2 + 9,3^2 - (36,9)^2 : 4 = 4,47$

3. Находим дисперсию (S^2) сортов по формуле: $S^2 = C : (n - 1)$.

$\nu = (n - 1)$ – число степеней свободы $4 - 1 = 3$.

Дисперсия сорта Татьяна: $S^2_1 = 13,46 : 3 = 4,49$.

Дисперсия сорта Тома: $S^2_2 = 4,47 : 3 = 1,49$.

4. Находим стандартное отклонение (S) по формуле: $S = \sqrt{S^2}$

Стандартное отклонение сорта Татьяна: $S_1 = \sqrt{4,49} = 2,1$ ц/га.

Стандартное отклонение сорта Тома: $S_2 = \sqrt{1,49} = 1,2$ ц/га.

5. Находим коэффициент вариации по формуле $V = S \bar{x} \times 100$.

коэффициент вариации сорта Татьяна $V_1 = 2,1 : 12,4 \times 100 = 16,9 \%$

коэффициент вариации сорта Тома $V_2 = 1,2 : 9,2 \times 100 = 13,0 \%$.

6. Определяем ошибку средней арифметической по формуле: $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$;

Ошибка сорта Татьяна: $S_{\bar{x} 1} = \sqrt{4,49 : 4} = 1,1$ ц/га.

Ошибка сорта Тома: $S_{\bar{x} 2} = \sqrt{1,49 : 4} = 0,6$ ц/га

7. Определяем точность опыта по формуле: $S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100$;

$S_{\bar{x}}\%_1 = 1,1 : 12,4 \times 100 = 8,9\%$, сорт Татьяна

$S_{\bar{x}}\%_2 = 0,6 : 9,2 \times 100 = 6,5\%$ сорт Тома.

8. Определить доверительный интервал для генеральной средней (μ), для этого установить критерий Стьюдента по числу степеней свободы:

$$v = n - 1 = 4 - 1 = 3.$$

В таблице 1 приложения: $t_{05} = 3,18$; $t_{01} = 5,84$.

Доверительный интервал сорта Татьяна:

$$\mu = \bar{x} \pm t_{05} S_{\bar{x}} = 12,4 \pm 3,18 \times 1,06 = 12,4 \pm 3,37 (9,0 \div 15,8) \text{ ц/га.}$$

$$\mu = \bar{x} \pm t_{01} S_{\bar{x}} = 12,4 \pm 5,84 \times 1,06 = 12,4 \pm 6,20 (6,2 \div 18,6) \text{ ц/га.}$$

Доверительный интервал сорта Тома:

$$\mu_1 = \bar{x} \pm t_{05} S_{\bar{x}} = 9,2 \pm 3,18 \times 0,6 = 9,2 \pm 1,9 (7,3 \div 11,1) \text{ ц/га.}$$

$$\mu_2 = \bar{x} \pm t_{01} S_{\bar{x}} = 9,2 \pm 5,84 \times 0,6 = 9,2 \pm 3,5 (5,7 \div 12,7) \text{ ц/га.}$$

Вывод: такая запись говорит о том, что с вероятностью 95% генеральная средняя первого сорта (Татьяна) находится в интервале от 9,0 до 15,8 ц/га и с вероятностью 99% от 6,2 до 18,6 ц/га. Вероятность выйти за эти интервалы в первом случае составляет 5 % и во втором 1 %.

9. Проверяем нулевую гипотезу (H_0).

При $n = 4$ были получены такие выборочные средние:

$$x_1 \pm S_{\bar{x}} = 12,4 \pm 1,06 \text{ ц/га}; \quad x_2 \pm S_{\bar{x}} = 9,2 \pm 0,6 \text{ ц/га.}$$

Необходимо определить, существенно ли различаются эти выборочные средние при значимости 0,95 или 95% уровне вероятности, то есть проверить нулевую гипотезу (H_0): $\mu_1 - \mu_2 = d = 0$.

Для $4 - 1 = 3$ степеней свободы критерий Стьюдента равен $t_{05} = 3,18$ и доверительного интервала 95%, (приложение 1) доверительные интервалы равны:

$$x_1 \pm t_{05} S_{x_1} = 12,4 \pm 3,18 \times 1,06 = 12,4 \pm 3,4 (9,0 \div 15,8);$$

$$x_2 \pm t S_{x_2} = 9,2 \pm 3,18 \times 0,6 = 9,2 \pm 1,9 (7,3 \div 11,2).$$

Доверительные интервалы для генеральных средних перекрывают друг друга и следовательно разность между выборочными средними

$d = x_1 - x_2 = 12,4 - 9,2 = 3,2$ ц/га нельзя переносить на генеральные средние μ_1 и μ_2 , так как генеральная средняя разность между ними

$D = \mu_1 - \mu_2$ может быть равна нулю и даже отрицательной величине, когда $\mu_2 > \mu_1$. Поэтому $H_0: d = 0$.

10. Оценить существенность разности выборочных средних по t -критерию (стр. 193-194).

$$d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 12,4 - 9,2 = 3,2 \text{ ц/га};$$

$$S_d = \sqrt{S_{x_1}^2 + S_{x_2}^2} = \sqrt{1,06^2 + 0,6^2} = 1,22 \text{ ц/га};$$

$$t_{\text{факт}} = 3,2 : 1,22 = 2,62$$

$$v = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6 - \text{число степеней свободы};$$

где n_1 и n_2 число повторностей первого (Татьяна) и второго сорта (Тома);

$$t_{05} = 2,45; \quad t_{01} = 3,71 \text{ (приложение 1)}$$

Если $t_{\text{факт}} \geq t_{\text{теорет}}$, нулевая гипотеза об отсутствии существенных различий между средними опровергается, а если $t_{\text{факт}} < t_{\text{теор}}$ различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости и $H_0: d = 0$ не опровергается.

Вывод: для 95% уровня вероятности:

$$t_{\text{факт}} = 2,62 > t_{\text{теор}} = 2,45, \text{ нулевая гипотеза отвергается: } H_0: d \neq 0.$$

Для 99% уровня вероятности:

$t_{\text{факт}} = 2,62 < t_{01} = 3,71$, различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости и нулевая гипотеза не опровергается: $H_0: d = 0$.

11. Оценить существенность разности выборочных средних по критерию F (Фишера); (стр. 207).

Критерий Фишера (F) показывает отношение дисперсий (S^2):

$$F = S_1^2 / S_2^2$$

$$S_1^2 = C_1 : (n - 1) = 13,46 : 3 = 4,49; \text{ сорт Татьяна};$$

$$S_2^2 = C_2 : (n - 1) = 4,47 : 3 = 1,49, \text{ сорт Тома.}$$

$$F_{\text{факт}} = 4,49 : 1,49 = 3,01.$$

Число степеней свободы: $\nu_1 = (n - 1) = 4 - 1 = 3$; сорт Татьяна;

Число степеней свободы: $\nu_2 = (n - 1) = 4 - 1 = 3$, сорт Тома.

Критерий Фишера $F_{\text{теор}}$ определить по приложению 2 и 3 на основании числа степеней свободы ($\nu = n - 1$).

$F_{05} = 9,28$; на 5% уровне значимости (вероятность 95%) (приложение 2). Число степеней свободы: $\nu_1 = n - 1 = 3$; $\nu_2 = n - 1 = 3$; $F_{01} = 29,46$; на 1% уровне значимости (вероятность 99%) (приложение 3). Число степеней свободы как и при 5% уровне значимости (95% вероятности).

Вывод: Нулевая гипотеза принимается ($H_0: d = 0$) как при 5% уровне значимости (95% вероятности), так и при 1% уровне значимости (99% вероятности):

$$F_{\text{факт}} = 3,01 < F_{05} = 9,28;$$

$$F_{\text{факт}} = 3,01 < F_{01} = 29,46.$$

Итоговая таблица

Татьяна: 12,5; 15,3; 10,5; 11,2	Тома: 10,3; 9,8; 7,5; 9,3
Средняя арифметическая: $\bar{x} = (12,5 + 15,3 + 10,5 + 11,2) : 4 = 12,4$ ц/га	Средняя арифметическая: $\bar{x} = (10,3 + 9,8 + 7,5 + 9,3) : 4 = 9,2$ ц/га
Определяем суммы квадратов отклонений: $C = \sum X^2 - (\sum X)^2 : n$. Сорт Татьяна: $C_1 = 12,5^2 + 15,3^2 + 10,5^2 + 11,2^2 - (49,5)^2 : 4 = 13,46$.	Определяем суммы квадратов отклонений: $C = \sum X^2 - (\sum X)^2 : n$. Сорт Тома: $C_2 = 10,3^2 + 9,8^2 + 7,5^2 + 9,3^2 - (36,9) : 4 = 4,47$
$S^2 = C : (n - 1)$ Дисперсия сорта Татьяна: $S_1^2 = 13,46 : 3 = 4,49$	$S^2 = C : (n - 1)$ Дисперсия сорта Тома: $S_2^2 = 4,47 : 3 = 1,49$.
$S = \sqrt{S^2}$ Стандартное отклонение сорта Татьяна: $S_1 = \sqrt{4,49} = 2,1$ ц/га	$S = \sqrt{S^2}$ Стандартное отклонение сорта Тома: $S_2 = \sqrt{1,49} = 1,2$ ц/га
коэффициент вариации $V = S \bar{x} \times 100$ сорта Татьяна $V_1 = 2,1 : 12,4 \times 100 = 16,9 \%$	коэффициент вариации $V = S \bar{x} \times 100$ сорта Тома $V_2 = 1,2 : 9,2 \times 100 = 13,0 \%$.
Ошибка $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$ сорта Татьяна: $S_{\bar{x} 1} = \sqrt{4,49 : 4} = 1,1$ ц/га.	Ошибка $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}$ сорта Тома: $S_{\bar{x} 2} = \sqrt{1,49 : 4} = 0,6$ ц/га
Точность опыта $S_{\bar{x}} \% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100$ $S_{\bar{x}} \% 1 = 1,1 : 12,4 \times 100 = 8,9 \%$, Опыт бракуется	Точность опыта $S_{\bar{x}} \% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100$ $S_{\bar{x}} \% 2 = 0,6 : 9,2 \times 100 = 6,5 \%$ Опыт корректируется
Доверительный интервал: $\mu = \bar{x} \pm t_{05} S_{\bar{x}} = 12,4 \pm 3,18 \times 1,06 = 12,4 \pm 3,37$ (9,0 ÷ 15,8) ц/га.	Доверительный интервал: $\mu_1 = \bar{x} \pm t_{05} S_{\bar{x}} = 9,2 \pm 3,18 \times 0,6 = 9,2 \pm 1,9$ (7,3 ÷ 11,1) ц/га.
Оценить существенность разности выборочных средних по t -критерию: $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 12,4 - 9,2 = 3,2$ ц/га; $S_d = \sqrt{S_{\bar{x} 1}^2 + S_{\bar{x} 2}^2} = \sqrt{1,06^2 + 0,6^2} = 1,22$ ц/га; $t_{факт} = 3,2 : 1,22 = 2,62$ $v = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$ – число степеней свободы; для 95% уровня вероятности: $t_{факт} = 2,62 > t_{теор} = 2,45$, нулевая гипотеза отвергается: $H_0 : d \neq 0$.	
Оценить существенность разности выборочных средних по критерию $F = S_1^2 / S_2^2$ $S_1^2 = C_1 : (n - 1) = 13,46 : 3 = 4,49$; сорт Татьяна; $S_2^2 = C_2 : (n - 1) = 4,47 : 3 = 1,49$, сорт Тома. $F_{факт} = 4,49 : 1,49 = 3,01$. $F_{факт} = 3,01 < F_{05} = 9,28$; Нулевая гипотеза принимается ($H_0 : d = 0$) как при 5% уровне значимости (95% вероятности), так и при 1% уровне значимости (99% вероятности)	

3. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ОДНОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

Доспехов Б. А., 1985.- с. 207-217, 230-235.

Контрольные вопросы.

1. Сущность метода дисперсионного анализа?
2. Нулевая гипотеза и критерий Фишера?
3. Как определить дисперсии (общую, повторений, вариантов, остаточную или ошибок?)
4. Как определить ошибку средней арифметической (S_x); относительную ошибку средней арифметической ($S_x\%$); ошибку разности (S_d); наименьшую существенную разность ($НСР_{05}$) ?

Провести математическую обработку (дисперсионный анализ) данных полевого опыта следующих примеров:

Задания раздела 3

1. Урожай яровой пшеницы (ц/га)

Варианты	Повторения			
	1	2	3	4
Без удобрений	20,0	21,4	20,5	18,7
P60	23,9	26,1	26,4	30,0
K60	20,3	19,3	18,4	18,5
P60 K60	27,9	29,4	30,7	31,1
N60P60K60	29,9	31,3	35,4	29,4

2. Урожай пшеницы (ц/га)

Гибридные линии, сорта	Повторность			
	1	2	3	4
Кавказ х Скала, л. 95	20,3	22,0	20,3	20,9
Ударница х Кавказ, л. 1	23,1	22,8	21,8	24,2
Безостая 1 х Ударница, л.3	27,0	30,2	28,4	28,5
Безостая 1 х Скала, л. 4	20,1	16,7	16,3	17,7
Скала (стандарт)	17,9	20,0	20,3	19,4

3. Урожай кормовых культур (т/га)

Варианты	Повторность
----------	-------------

	1	2	3	4
Кукуруза + рапс	14,0	11,7	16,1	14,6
Кукуруза	24,9	28,7	27,3	27,0
Подсолнечник + рапс	25,0	22,7	33,0	27,0
Рапс	19,0	18,1	25,0	19,0
Подсолнечник	26,6	31,3	40,0	34,1

4. Урожай пшеницы (ц/га)

Варианты	Повторность			
	1	2	3	4
Контроль (без удобрений)	21,5	23,3	23,2	25,5
N60	25,5	22,8	28,3	27,1
P60	21,1	27,5	30,2	25,6
K60	18,4	20,3	18,9	23,0
N60 P60 K60	35,5	30,9	30,2	35,8

5. Урожай сена многолетних трав (ц/га)

Культура, сорт	Повторность			
	1	2	3	4
Люцерна Таежная	40,4	40,5	39,2	34,5
Люцерна Туяна	28,7	37,5	32,8	32,2
Клевер Тулунский од- ноукосный (ст)	32,0	27,9	34,2	35,3
Клевер Родник Сибири	36,9	34,5	37,5	35,3

6. Урожай овса (ц/га)

Варианты	Повторность			
	1	2	3	4
Контроль (б/у)	14,1	15,2	12,5	14,9
N60	18,9	19,2	17,9	18,5
P60	14,5	14,1	16,1	15,2
N60 P60	20,1	19,2	22,5	21,9

7. Урожай пшеницы (ц/га)

Сроки сева	Повторность			
	1	2	3	4
25 апреля	15,0	16,1	17,2	15,9
2 мая	18,1	17,9	18,5	18,9
10 мая	20,2	19,9	18,9	19,0
20 мая	16,5	17,4	15,9	17,0
30 мая	15,5	14,9	15,0	14,8
10 июня	12,0	14,0	13,2	12,6

8. Урожай огурцов (кг/м²)

Сорт	Повторность
------	-------------

	1	2	3	4
Алтайский ранний (ст)	13,0	15,2	15,0	16,6
Алтай	18,8	21,4	27,1	25,9
Вязниковский	19,0	22,3	22,2	22,6
Изящный	16,3	17,6	19,8	22,5
Дружина F1	22,3	25,9	28,9	27,8

9. Урожай брюквы (т/га)

Нормы высева, кг/га	Повторность			
	1	2	3	4
0,5	20,5	18,0	19,3	20,6
1,0	24,6	25,5	23,9	26,0
1,5	25,5	26,1	28,0	27,1
2,0	22,0	19,0	18,7	17,8

10. Урожай зеленой массы редьки масличной (т/га)

Нормы высева, млн. шт. на 1 га	Повторность			
	1	2	3	4
1,0	22,8	23,3	22,5	22,9
1,5	26,8	26,0	28,8	26,3
2,0	25,3	25,5	25,1	27,3
2,5	22,9	23,1	20,1	18,9

11. Урожай зеленой массы редьки масличной (т/га)

Сроки посева	Повторность			
	1	2	3	4
12 мая	17,0	17,1	16,9	17,6
20 мая	26,3	26,5	26,3	27,6
1 июня	28,3	28,8	29,6	32,4
11 июня	28,8	29,2	29,0	29,0

12. Урожай зеленой массы кормовых культур (т/га)

Культура	Повторность			
	1	2	3	4
Кукуруза	28,0	25,0	20,0	22,0
Горохо-овес	21,0	15,0	18,0	17,0
Вико-овес	19,0	20,0	19,2	18,9
Овес	15,1	14,9	16,1	14,9

13. Урожай огурцов в зимней теплице (кг/м²)

Гибриды	Повторность			
	1	2	3	4
Апрельский F1(ст)	43	45	45	44
Марафон F1	38	35	33	32
Манул F1	31	28	29	40
Грибовчанка F1	42	40	41	44

14. Урожай пшеницы (ц/га)

Вариант	Повторность		
	1	2	3
Контроль (без удобрений)	21,5	23,3	24,3
НРК60	25,9	27,5	30,2
НРК90	26,0	28,1	33,0
НРК120	22,3	23,1	24,2
НРК150	18,0	17,0	19,3

15. Урожай огурцов в необогреваемых теплицах (кг/м²)

Гибрид	Повторность		
	1	2	3
ТСХА 2693 F1	34,0	35,1	33,7
Манул F1	25,2	26,5	28,1
Апрельский F1 (ст)	24,1	26,3	23,9
Грибовчанка F1	21,3	20,6	19,5
Манул F1	20,9	18,5	22,5

16. Урожай картофеля (т/га)

Фракции посадочных клубней, г	Повторность				
	1	2	3	4	5
Смесь фракции (40 ...80)	26,8	25,7	23,5	25,6	24,1
60 ...80	29,2	28,0	30,6	27,9	31,0
40 ...60	21,2	19,7	17,6	19,5	24,0

17. Урожай пшеницы (ц/га)

Протравитель	Повторность				
	1	2	3	4	5
Контроль (без обработки)	28,6	27,1	27,7	28,1	26,3
Препарат КП-2, - 4 кг/т	30,6	29,4	31,1	29,9	28,7
Витовакс, -2 кг/т	28,2	30,9	28,6	29,5	32,8

18. Урожай пшеницы в конкурсном испытании (ц/га)

Вариант	Повторность		
	1	2	3
Ангара 86 (стандарт)	15,6	17,1	14,5
Тулун 15	14,4	13,5	15,0
Ирень	19,5	20,4	18,6
Обская 14	23,6	25,7	22,8
Черемшанка	21,3	20,1	19,8
Линия 322	19,0	22,3	18,1

19. Урожай среднеранних сортов пшеницы (ц/га)

Варианты	Повторность		
	1	2	3
Тулунская 12 (ст)	21,3	24,1	18,6
Иргина	17,4	19,2	15,8
Росинка 3	27,8	29,1	26,3
Соната	25,6	28,1	23,9
Икар	25,8	27,9	22,9

20. Урожай зеленой массы донника

Вариант (нормы высева кг/га)	Повторность		
	1	2	3
10	12,0	16,2	12,6
20	16,5	16,8	17,2
30	24,2	23,6	23,4
40	20,5	22,1	21,5
50	18,1	17,3	16,1

21. Урожай ячменя в конкурсном испытании (ц/га)

Варианты	Повторность			
	1	2	3	4
Одесский 115 (ст)	32,8	30,9	34,5	31,5
Неван	28,3	29,5	32,1	35,6
Андрей	24,7	26,8	22,1	25,9
Соболек	33,2	38,1	30,8	32,3
Белгородец	29,5	32,1	27,8	30,1

22. Урожай овса в конкурсном испытании (ц/га)

Сорт	Повторность		
	1	2	3
Мегион (стандарт)	48,3	45,3	50,1
Тулунский 22	41,9	39,8	42,9
Ровестник	43,3	40,1	45,2
Крупнозерный	44,8	42,6	48,2
Анчар	47,2	45,1	50,1

23. Урожай овса (ц/га)

Сроки посева	Повторность			
	1	2	3	4
2 мая	10,7	10,2	10,3	12,5
12 мая	12,9	14,3	14,9	13,8
22 мая	18,6	19,5	20,5	17,9
31 мая	19,1	18,5	21,0	22,1
11 июня	13,5	13,9	12,8	14,1

24. Урожай зеленой массы кормовых культур (т/га)

Вариант	Повторность		
	1	2	3
Овес (ст)	14,3	15,5	11,2
Вико-овес	16,1	17,2	15,4
Горохо-овес	14,5	16,3	14,9
Кукуруза	21,3	25,9	24,2
Подсолнечник	22,3	23,3	24,8

25. Кукуруза на силос (ц/га сухого вещества)

Гибриды	Повторность		
	1	2	3
РОСС 144 СВ (стандарт)	21,8	24,1	19,5
Порумбень 171 СВ	30,8	33,5	27,1
Катерина СВ	26,2	28,9	22,1
Мария СВ	49,3	54,1	45,2
РОСС 151 СВ	32,1	36,2	27,3
Докучаевский 252 МВ	28,4	32,8	26,1

Пример обработки данных методом дисперсионного анализа.

Обработка данных однофакторного опыта с пшеницей, имеющего четыре варианта (L) и три повторения (n).

Таблица 1

Урожайность пшеницы в зависимости от минеральных удобрений, ц/га

Вариант	Повторность			Сумма ΣV	Средние \bar{x}_v
	1	2	3		
1. P ₆₀ K ₆₀ (фон)	15,0	16,2	17,4	48,6	16,2
2. N ₆₀ + фон	18,4	17,5	18,4	54,3	18,1
3. N ₉₀ + фон	20,2	19,0	19,9	59,1	19,7
4. N ₁₂₀ + фон	16,5	15,1	17,1	48,7	16,3
Сумма ΣP	70,1	67,8	72,8	$\Sigma X = 210,7$	$\bar{x}_0 = 17,5$

Ход решения следующий:

1. Составляем таблицу урожаев, в которую заносим данные приведенные к 14% влажности и 100% чистоте.

2. Находим общее число делянок в опыте: $N = l \times n = 4 \times 3 = 12$.

3. Находим суммы по вариантам сложением данных всех трех повторений каждого варианта: $15,0 + 16,2 + 17,4 = 48,4$ и т. д., полученные суммы вписываем в пятый столбец таблицы 1.

4. Находим суммы по повторениям сложением данных каждой повторности, например: $15,0 + 18,4 + 20,2 + 16,5 = 70,1$ и т. д.

5. Правильность расчетов определяем по равенству:

$$\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 70,1 + 67,8 + 72,8 = 48,6 + 54,3 + 59,1 + 48,7 = 210,7.$$

6. Находим средние арифметические (\bar{x}) по каждому варианту делением суммы вариантов на число повторностей: $48,6 : 3 = 16,2$ и т. д.

7. Среднюю арифметическую опыта (\bar{x}_0) - делением общей суммы на число делянок в опыте: $210,7 : 12 = 17,5$.

8. Определяем S_u, S_p, S_v, S_z .

Суммы квадратов отклонений (общую - C_u ; повторений - C_p ; вариантов - C_v ; ошибок - C_z) можно определить двумя способами: через произвольное число A и вторым способом $A = 0$.

Произвольные числа круглые целые числа - 0, 5, 10, 15, 20 и т. д. При общей средней опыта $\bar{x}_0 = 17,6$, значение A может быть равно 15 или 20, ближайшие круглые целые числа к средней опыта. Возьмем A равное **15**.

ПЕРВЫЙ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ВИДОВ ВАРЬИРОВАНИЯ (C_u ; C_p ; C_v ; C_z).

1/ составляем таблицу отклонений поделяночных урожаев:

первое отклонение равно $X_1 - A = 15 - 15 = 0$;

второе $X_2 - A = 16,2 - 15 = 1,2$;

третье $X_3 - A = 17,4 - 15 = 2,4$;

четвертое $X_4 - A = 18,4 - 15 = 3,4$ и т. д.

Полученные отклонения заносим в таблицу 2

Таблица 2

Таблица отклонений от произвольного числа $A=15$

Варианты	Отклонения ($X - 15$)*			Сумма $\sum V_A$
	1	2	3	
1.	0	1,2	2,4	3,6
II.	3,4	2,5	3,4	9,3
III.	5,2	4,0	4,9	14,1
IV.	1,5	0,1	2,1	3,7
Сумма ($\sum P_A$)	10,1	7,8	12,8	$[\sum(X - A)] = 30,7$

* Примечание: отклонения могут быть положительными и отрицательными значениями. Промежуточные расчеты ведутся с точностью до второго знака после запятой, конечные результаты округляются с точностью до исходных данных.

2/ проверяем правильность найденных сумм отклонений:

$$\sum P_A = \sum V_A = [\sum(X - A)]$$

$$= 10,1 + 7,8 + 12,8 = 3,6 + 9,3 + 14,1 + 3,7 = 30,7;$$

3/ общее число наблюдений (N) в опыте находим умножением числа вариантов на число повторений:

$$N = l \times n = 4 \times 3 = 12;$$

4/ корректирующий фактор (C) по формуле:

$$C = [\sum(X - A)]^2 : N = 30,7^2 : 12 = 942,49 : 12 = 78,54$$

5/ общую сумму квадратов отклонений по формуле:

$$C_y = \sum(X - A)^2 - C = 0^2 + 1,2^2 + 2,4^2 + 3,4^2 + 5,2^2 + 4,0^2 + 4,9^2 + 1,5^2 + 0,1^2 + 3,4^2 - 78,54 = 31,79$$

6/ сумма квадратов отклонений повторений:

$$C_p = \sum P_A^2 : l - C = (10,1^2 + 7,8^2 + 12,8^2) - 78,54 = 3,17$$

7/ сумма квадратов отклонений вариантов определяется:

$$C_v = \sum V_A^2 : n - C = \\ = (3,6^2 + 9,3^2 + 14,1^2 + 3,7^2) : 3 - 78,54 = 25,45$$

8/ сумма квадратов отклонений ошибок (остатка):

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 31,79 - 3,14 - 25,45 = 3,20.$$

ВТОРОЙ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ ВИДОВ ВАРЬИРОВАНИЯ

(C_y ; C_p ; C_v ; C_z).

При $A = 0$, формула: $C_y = \sum(X - A)^2 - C$, принимает вид:

$$C_y = \sum X^2 - C,$$

где корректирующий фактор $C = (\sum X)^2 : N$

При определении сумм квадратов отклонений при $A = 0$, данные берем из таблицы 1.

Определяем:

1/ корректирующий фактор: $C = (\sum X)^2 : N = (210,7)^2 : 12 = 44394:12 = 3699,5$.

2/ общее варьирование: $C_y = \sum X^2 - C = 15,2^2 + 16,2^2 + 17,4^2 + 18,4^2 + 20,2^2 + 19,0^2 + 19,9^2 + 16,5^2 + 15,1^2 + 17,1^2 - 3699,5 = 31,79$

3/ повторений: $C_p = \sum P^2 : l - C = (70,1^2 + 67,8^2 + 72,8^2) - 3699,5 = 3,17$

4/ вариантов $C_v = \sum V^2 : n - C = (48,6^2 + 54,3^2 + 59,1^2 + 48,7^2) : 3 - 3699,5 = 25,45$.

5/ остатка: $C_z = C_y - C_p - C_v = 31,79 - 3,17 - 25,45 = 3,20$

Следовательно, суммы, полученные как первым, так и вторым способом, одинаковы, идентичные и их можно заносить в следующую таблицу 3

Таблица 3

Результаты дисперсионного анализа

Вид рассеяния	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы (ν)	Дисперсия (s^2)	Отношение дисперсий	
				$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{табл}}$
Общее (C_y)	31,79	11	-	-	-
Повторений (C_p)	3,17	2	-	-	-
Вариантов (C_v)	25,45	3	8,49	16,33	4,76
Остатка (C_z)	3,20	6	0,53	-	-

6. Определяем число степеней свободы (ν) - число наблюдений без единицы. Рассчитываем и заносим в третий столбец (таблица 3).

Число степеней свободы общего варьирования:

$$\nu_{Cy} = N - 1 = l \times n - 1 = 4 \times 3 - 1 = 12 - 1 = 11 ;$$

Число степеней свободы повторений: $\nu_p = n - 1 = 3 - 1 = 2$;

Число степеней свободы вариантов $\nu_v = l - 1 = 4 - 1 = 3$;

Число степеней свободы остатка (ошибок) можно определить двумя способами: первый способ по разнице: $\nu_z = \nu_{Cy} - \nu_p - \nu_v = 11 - 2 - 3 = 6$

или число степеней свободы остатка (ошибок) равно произведению числа степеней свободы повторений на число степеней вариантов:

$$vz = (n - 1)(l - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 2 \times 3 = 6.$$

7. Определяем дисперсии:

а) вариантов по формуле $S^2_v = C_v : (l - 1) = 25,45 : 3 = 8,49$;

б) дисперсию остатка (ошибок) $S^2_z = Cz : (n - 1)(l - 1) = 3,20 : 6 = 0,53$.

Результаты определения дисперсий заносим в четвертый столбец (таблица 3).

8. Определяем критерий Фишера F (отношение дисперсий):

а) фактический - $F_{\text{факт}} = S^2_v : S^2_z = 8,49 : 0,53 = 16,33$, фактический критерий Фишера записываем в столбец 5 (табл. 3);

б) табличное значение критерия Фишера ($F_{\text{табл.}}$) находим в таблице 2 приложения на пересечении трех степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) по горизонтали и шести степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель) по вертикали и находим, что табличное значение критерия Фишера равно **4,76**. Табличное значение критерия Фишера записываем в столбец 6 (табл.3).

На основании найденных показателей F делаем общий вывод о наличии в опыте вариантов, существенно отличающихся от других.

При $F_{\text{факт}} \geq F_{\text{табл}}$ нулевая гипотеза отвергается ($H_0 : d \neq 0$). Это означает, что в опыте есть варианты с достоверными прибавками.

При $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$ нулевая гипотеза принимается ($H_0 : d = 0$). В этом случае разности между средними вариантов находятся в пределах ошибки опыта.

9. Для нахождения частных различий между вариантами опыта необходимо определить НСР (наименьшая средняя разность или предельная ошибка опыта (тройная ошибка опыта)).

Вычисляем:

1) **ошибку средней:** $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.53}{3}} = \mathbf{0,42}$ ц/га;

2) **ошибку разности** $S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = 1,41S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.53}{3}} = \mathbf{0,59}$ ц/га;

3) наименьшую существенную разность (НСР):

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} \times S_d = 2,45 \times 0,59 = \mathbf{1,44}$$
 ц/га.

Критерий Стьюдента (t_{05}) находим в приложении 1 . Значение критерия находим на пересечении числа степеней свободы остатка (у нас равно 6, таблица 3, столбец 3) и 5% уровня значимости. Для примера t_{05} равно 2,45;

4) наименьшую существенную разность в процентах:

$$\text{НСР}_{05}\% = \text{НСР}_{05} : \bar{x}_0 \times 100 = 1,44 : 17,6 \times 100 = \mathbf{8,18}\%$$

5) Ошибку опыта: $S_{\bar{x}}\% = S_{\bar{x}} : \bar{x}_0 \times 100 = 0,42 : 17,6 \times 100 = \mathbf{2,4}\%$.

Для характеристики частных различий показатель НСР_{05} сравниваем с прибавками урожая (**d**) опытных вариантов. Прибавку урожая (**d**) находим по разности урожаев опытных и контрольных вариантов. Разницу урожая находим не только в сравнении с контролем (стандартом), но и также среди опытных вариантов для нахождения наиболее оптимального варианта или оптимальных вариантов.

При $d \geq \text{НСР}_{05}$ эффект получен за счет изучаемого приема или фактора; если $d < \text{НСР}_{05}$, то существенного различия между вариантами и контролем нет или оно получено за счет ошибки, то есть случайно.

10. Составляем итоговую таблицу результатов опыта и статистической обработки (она составляется, если есть достоверные прибавки в опыте).

Урожайность яровой пшеницы

Удобрения	Средняя урожайность, ц/га	Прибавка урожая		
		ц/га	%	
Р60 К60 - фон (контроль)	16,2	-	-	
N 60 + фон	18,1	1,9*	11,7	
N 90 + фон	19,7	3,5**	21,7	
N 120 + фон	16,3	0,1	0,6	
НСР ₀₅	-	1,44	8,18	

Прибавку урожая (d) находим:

$$d_1 = 18,1 - 16,2 = \mathbf{1,9};$$

$$d_2 = 19,7 - 16,2 = \mathbf{3,5};$$

$$d_3 = 16,3 - 16,2 = \mathbf{0,1}.$$

Прибавки урожая записываем в третий столбец таблицы 4.

Прибавку урожая в процентах:

$$d_1\% = \frac{d_1}{\bar{x}_1} \times 100 = \frac{1,9}{16,2} \times 100 = \mathbf{11,7\%};$$

$$d_2\% = 3,5 : 16,2 \times 100 = \mathbf{21,7\%};$$

$$d_3\% = 0,1 : 16,2 \times 100 = \mathbf{0,6\%}.$$

Прибавки урожая в процентах записываем в четвертый столбец таблицы 4.

11. Вывод: *прибавки урожая (1,9 и 3,5 ц/га) второго и третьего вариантов достоверны, они существенно отличаются от контроля, так как обе превышают НСР₀₅ = 1,44 ц/га.

****Оптимальным вариантом в опыте является третий, так как прибавка урожая (d) третьего варианта по отношению ко второму составляет 1,6 ц/га (19,7 - 18,1 = 1,6 ц/га и она больше, чем НСР₀₅ = 1,44 ц/га.**

4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОР- НОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА ПРОВЕДЕННОГО ПО СХЕМЕ ЛАТИНСКОГО КВАДРАТА

Пример: Урожайность картофеля (т/га) в зависимости от густоты посадки (латинский квадрат 4x4)

Ряды	Столбцы				Суммы по		Средние по вариантам
	1	2	3	4	Рядам, ΣP	Вариантам, ΣV	
1	16/1	28/2	26/3	19/4	89	64	16,0
2	28/3	18/4	16/1	27/2	89	109	27,3
3	27/2	17/1	17/4	29/3	90	112	28,0
4	16/4	29/3	27/2	15/1	87	70	17,5
Суммы по столбцам ΣC	87	92	86	90	$\Sigma X=355,0$		$\bar{x}_0 = 22,2$

Примечание: Варианты: Густота 1 – 20; 2 – 40; 3 – 60; 4 – 80 тыс./га.

Порядок выполнения работы:

1. Находим суммы по рядам ΣP , столбцам ΣC , вариантам ΣV , общую сумму ΣX и средние по вариантам. Проверяем правильность расчетов по равенству $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X = 355,0$

2. Находим : общее число наблюдений $N = l \times n = n^2 = 4 \times 4 = 16$

корректирующий фактор $C = (\Sigma X)^2 : N = 355^2 : 16 = 7876,56$

общая $C_y = \Sigma X^2 - C = 8369 - 7876,56 = 492,44$

рядов $C_p = \Sigma P^2 : n - C = 31511 : 4 - 7876,56 = 1,19$

столбцов $C_c = \Sigma C^2 : n - C = 31529 : 4 - 7876,56 = 5,69$

вариантов $C_v = \Sigma V^2 : n - C = 33421 : 4 - 7876,56 = 478,69$

остатка $C_z = C_y - C_p - C_c - C_v = 6,87$

3. Оцениваем существенность различий в опыте по критерию F:

Таблица дисперсионного анализа

Виды варьирования	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат S^2	$F_{\text{Факт}}$	F_{05}
Общее	492,44	15 (N-1)			
Рядов	1,19	3 (n-1)			
Столбцов	5,69	3 (n-1)			
Вариантов	478,69	3 (n-1)	159,56	138,75	4,76
Остаток	6,87	6	1,15		

4. Оцениваем существенность частных различий, делаем выводы:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = \mathbf{0,54 \text{ т/га;}}$$

$$Sd = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = \mathbf{0,76 \text{ т/га;}}$$

$$HCP_{05} = t_{05} \times Sd = \mathbf{2,45 \times 0,76 = 1,86 \text{ т/га}}$$

Урожайность картофеля (т/га) в зависимости от густоты посадки

Варианты	Урожайность	Отклонение от стандарта	Группа
20 тыс./га	16,0	-11,3	2
40 тыс./га	27,3	-	1
60 тыс./га	28,0	+0,7	1
80 тыс./га	17,5	-9,8	2
HCP_{05}		1,86	

Вывод: Оптимальная густота посадки картофеля 40-60 тысяч клубней на гектар.

5. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ОДНОЙ ВЫПАВШЕЙ ИЗ УЧЕТА ДАННОЙ

Доспехов Б.А., 1985, с. 235-239.

При проведении полевых опытов, в силу разных причин, в каком-либо варианте и повторности данная может отсутствовать или возникнет необходимость ее забраковать. Теория математической статистики разрешает проводить обработку данных при наличии в каждой клеточке таблицы урожайной данной. Восстанавливать в опыте можно до половины забракованных или потерянных в опыте данных. Существует несколько методов восстановления данных в опыте.

1. Восстановить выпавшую в опыте данную.
2. Провести математическую обработку методом дисперсионного анализа данных опыта после восстановления потерянной даты.

Задания раздела 5

1. Урожайность пшеницы, ц/га

Вариант	Повторность		
	1	2	3
Контроль (без удобрения)	13,5	12,8	14,0
N 60	16,2	-	17,6
P 60	15,4	14,8	16,7
K 60	14,8	13,2	15,8
N60 P60 K60	17,9	18,9	19,1

2. Урожайность пшеницы, ц/га

Вариант	Повторность			
	1	2	3	4
Тулунская 12 (стандарт)	36,0	38,3	37,1	36,9
Иргина	38,1	39,2	37,9	37,0
СКЕНТ 3	39,2	41,0	40,2	42,3
Селенга	34,0	-	30,1	29,0
Скала	29,0	28,3	25,9	27,4

3. Урожайность зеленой массы донника, т/га

Нормы высева, кг/га	Повторность				
	1	2	3	4	5
20	15,1	15,8	16,2	14,3	13,9
30	18,3	19,2	20,6	21,3	20,9
40	24,5	-	23,8	21,7	22,5
50	14,1	15,1	17,5	16,2	14,6

4. Урожайность огурцов, кг/м²

Сорт	Повторность			
	1	2	3	4
Апрельский F1 (стандарт)	20,5	22,3	19,6	21,4
Марафон F1	22,0	24,6	-	25,3
Кукарача F1	25,1	26,8	27,1	28,5
Виллина F1	31,6	34,8	36,7	32,4
ТСХА 2693	35,6	39,1	38,9	37,5

5. Урожайность зеленой массы редьки масличной, т/га

Норма высева, млн. шт./га	Повторность		
	1	2	3
1,0	23,0	23,9	22,1
1,5	26,8	26,0	27,2
2,0	23,0	24,2	-
2,5	20,1	19,5	21,0

6. Урожайность зеленой массы кормовых культур, т/га

Культура	Повторность		
	1	2	3
Подсолнечник	25,0	23,1	19,5
Кукуруза	18,2	23,1	24,6
Горохо-овес	12,0	11,9	-
Вика-овес	15,9	14,5	16,1
Вика	14,6	12,5	15,9

7. Урожайность картофеля, т/га

Сорт	Повторность		
	1	2	3
Тулунский	15,0	18,6	17,9
Невский	20,1	-	22,1
Гранат	21,3	21,6	19,8
Сарма	23,5	24,9	26,1
Адретта	14,3	16,2	15,4

8. Урожайность брюквы, т/га

Нормы высева, кг/га	Повторность		
	1	2	3
0,5	22,4	23,5	22,6
1,0	26,5	-	28,0
1,5	25,4	26,7	29,1
2,0	23,1	24,5	25,3
2,5	20,1	24,1	23,7

9. Урожайность зеленой массы сортов рапса, т/га

Сорт	Повторность		
	1	2	3
Ратник (стандарт)	42,8	40,4	41,9
Мадригал	46,2	44,1	-
Форум	40,7	42,9	39,5
Аргумент	37,4	38,5	35,4
Золотонивский	35,1	33,4	36,2

10. Урожайность зеленой массы сортов райграса однолетнего, т/га

Сорт	Повторность		
	1	2	3
Яхромский (стандарт)	34,1	35,1	37,2
Варне	30,7	29,8	28,4
Изорский	28,4	-	27,4
Ивачевский	33,6	35,4	33,1
Московский 74	32,0	34,5	31,4

11. Урожай огурцов, кг/га

Гибриды	Повторность		
	1	2	3
ТСХА 2693 F1 (стандарт)	40,0	41,3	38,4
Манул F1	52,3	49,4	-
Апрельский F1	54,1	50,3	55,2
Блик F1	51,0	56,2	53,4
Виллина	55,0	56,9	57,3

12. Урожайность ячменя, ц/га

Вид обработки почвы	Повторность				
	1	2	3	4	5
Отвальная вспашка	25,0	27,8	26,5	24,9	27,1
Плоскорезная обработка	28,2	29,4	31,1	27,9	30,9
Безотвальная обработка	26,4	-	27,5	25,4	28,9

13. Урожайность овса, ц/га

Сорт	Повторность				
	1	2	3	4	5
Ровесник	24,1	25,8	26,7	-	26,1
Овен	23,9	24,5	25,8	26,1	24,5
Тулунский 19	33,1	30,2	30,9	34,1	35,1

14. Урожайность гороха, ц/га

Сорта	Повторность				
	1	2	3	4	5
Аксайский усатый (стандарт)	17,3	16,8	17,9	18,1	19,1
Марат	19,3	21,0	-	22,4	23,8
Тася	18,4	17,5	19,1	18,9	19,9
Буян	23,1	22,1	17,2	16,5	19,1

15. Урожайность озимой ржи, ц/га

Сорта	Повторность			
	1	2	3	4
Тулунская зеленозерная (стандарт)	32	-	30,9	29,5
Мининская	32,4	34,1	30,8	31,2
Тетра короткая	35,6	35,8	33,5	37,2
Алтайская 2	38,1	39,6	37,9	40,1

ПРИМЕР ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ОДНОЙ ВЫПАВШЕЙ ИЗ УЧЕТА ДАННОЙ

1. Урожайность картофеля, т/га

Сорта	Повторность				Сумма (ΣV)		Средние \bar{X}_v
	1	2	3	4	до восстановления ΣV^1	после восстановления	
1. Тулунский	12,5	13,5	14,0	12,8	52,8	52,8	13,2
2. Невский	15,0	14,5	(15,9)	15,4	44,9	60,8	15,2
3. Гранат	18,1	18,8	19,0	18,0	73,9	73,9	18,5
Сумма (ΣP^1) до восстановления			33,0		$\Sigma X^1 =$ 171,6	-	-
Сумма (ΣP_2) после восстановления	45,6	46,8	48,9	46,2		$\Sigma X = 187,5$	$\bar{X}_0 = 15,6$

Ход выполнения задания следующий:

1. Находим суммы по вариантам:

первый вариант (Тулунский) $12,4 + 13,5 + 14,0 + 12,8 = 52,8$;

второй вариант с потерянной датой (Невский) $15,0 + 14,5 + 15,4 = 44,9$;

третий вариант (Гранат): $18,1 + 18,8 + 19,0 + 18,0 = 73,9$.

Полученные суммы записываем в шестой столбец (табл. 1).

2. Определяем сумму повторения с потерянной датой:

$\sum P_i = 14,0 + 19,0 = 33,0$. Сумму заносим в четвертый столбец (см. табл. 1).

3. Определяем общую сумму без данной $\sum X^1 = 52,8 + 44,9 + 73,9 = 171,6$.

Сумму записываем в шестой столбец (табл. 1).

4. Определяем выпавшую из учета данную по формуле:

$$A = (L \times \sum V + n \times \sum P - \sum X^1) : ((n - 1)(L - 1)),$$

где A - выпавшая данная;

L - число вариантов,

n - число повторностей;

$\sum V^1$ - сумма вариантов с выпавшей данной;

$\sum P^1$ - сумма повторений с выпавшей данной;

$\sum X^1$ - общая сумма до восстановления.

$$A = (3 \times 44,9 + 4 \times 33,0 - 171,6) : [(4 - 1)(3 - 1)] = 15,93 \approx 15,9.$$

Восстановленную данную проставляем в таблицу 1 и заключаем в скобки

5. Уточняем суммы по вариантам и повторениям, где была утеряна данная и сумму $\sum X$;

6. Определяем средние вариантов:

$$\bar{x}_1 = 52,8 : 4 = 13,2;$$

$$\bar{x}_2 = 60,8 : 4 = 15,2;$$

$$\bar{x}_3 = 73,9 : 4 = 18,5.$$

7. Среднюю арифметическую опыта определяем по формуле:

$$\bar{X}_0 = \sum X : N = 187,5 : 12 = \mathbf{15,6}$$

$$\text{где } N = l \times n = 3 \times 4 = 12.$$

8. Определяем правильность определения сумм: $\sum P = \sum V = \sum X = 45,6 + 46,8 + 48,9 + 46,2 = 52,8 + 60,8 + 73,9 = \mathbf{187,5}$.

9. Определяем:

а) общее число наблюдений $N = n \times l = 4 \times 3 = \mathbf{12}$;

б) корректирующий фактор

$$C = (\sum X)^2 : N = 187,5^2 : 12 = 35156,25 : 12 = 2929,68;$$

в) сумму квадратов отклонений:

$$\text{общую } C_y = \sum X^2 - C = 12,5^2 + 13,5^2 + 14,0^2 + 12,8^2 + 15,0^2 + 14,5^2 + 15,9^2 + 15,4^2 + 18,1^2 + 18,8^2 + 19,0^2 + 18,0^2 - 2929,68 = \mathbf{59,93}$$

$$\text{повторений } C_p = \sum P^2 : L - C = (45,6^2 + 46,8^2 + 48,9^2 + 46,2^2) : 3 - 2929,68 = \mathbf{2,07};$$

$$\text{вариантов } C_v = \sum V^2 : n - C = (52,8^2 + 60,8^2 + 73,9^2) : 4 - 2929,68 = \mathbf{56,74};$$

$$\text{остатка (ошибок) } C_z = C_y - C_p - C_v = 59,93 - 2,07 - 56,74 = \mathbf{1,12}.$$

10. Составляем таблицу дисперсионного анализа и оцениваем существенность различий по критерию F.

2. Таблица дисперсионного анализа

Рассеяние	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат (Дисперсия) (S^2)	Критерий Фишера (F)	
				Fфакт	F _{05табл}
Общая (C _y)	59,93	11			
Повторений (C _p)	2,07	3			
Вариантов (C _v)	56,74	2	28,37	128,95	5,79
Остатка (C _z)	1,12	6-1 = 5 *	0,22	-	-

* Примечание: число степеней свободы остатка уменьшаем на одно наблюдение (число потерянных в опыте данных):

$$(n - 1) (l - 1) - 1 = (3 \times 2) - 1 = 6 - 1 = 5.$$

Дисперсии вариантов и остатка находим делением суммы квадратов на соответствующее число степеней свободы:

$$S^2_v = C_v : v_v = 56,74 : 5 = 28,37$$

$$S^2_z = C_z : v_z = 1,12 : 5 = 0,22$$

Критерий Фишера фактический: $F_{\text{факт}} = S^2_v : S^2_z = 28,37 : 0,22 = 128,95$

Вывод: $F_{\text{факт}} = 128,9 > F_{05\text{табл}} = 5,79$, следовательно, при 5% уровне значимости нулевая гипотеза (H_0) отвергается, т.е. в опыте есть варианты, которые существенно отличаются от других

11. Оцениваем существенность частных различий по НСР, для чего определяем:

а) **ошибку средней арифметической** $S_{\bar{x}} = \sqrt{S_z^2 : (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n)} : l = \sqrt{0,22 : (4 + 3 + 4)} : 3 = 0,24$ ц/га;

б) **ошибку разности для вариантов I и III** ($n = 4$)

$$Sd_1 = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,22}{4}} = 0,33$$
 т/га

ошибку разности для II варианта ($n = 3$)

$$Sd_2 = \sqrt{s_z^2 (n_1 + n_2) : (n_1 \times n_2)} = \sqrt{0,22 \cdot (4 + 3) : (4 \times 3)} = 0,36 \text{ т/га}$$

в) наименьшую существенную разность ($НСР_{05}$) для 5% уровня значимости

$$НСР_{05}^1 = t_{05} \times Sd_1 = 2,57 \times 0,33 = 0,85 \text{ т/га}$$

$$НСР_{05}^2 = t_{05} \times Sd_2 = 2,57 \times 0,36 = 0,93 \text{ т/га}$$

3. Урожай картофеля, т/га

Сорта	Средний урожай, т/га	Прибавка, т/га	$НСР_{05}$	Группа
Тулунский	13,2	-	0,85	III
Невский	15,2	+ 2,0	0,93	II
Гранат	18,5	+ 5,3	0,85	I

Выводы:

1. Сорта картофеля Невский и Гранат дали достоверную прибавку урожая (2 и 5,3 т/га) по сравнению с сортом Тулунский, так как $НСР_{05} = 0,85$ и $0,93$ т/га меньше прибавок урожая;

2. разница урожая между сортами Гранат и Невский составила 3,2 т/га ($18,5 - 15,2 = 3,2$), существенна и достоверна, так как $d = 3,2 \text{ т/га} > НСР_{05} = 0,85-0,93 \text{ т/га}$;

3. прибавки урожая между всеми сортами в опыте достоверны, поэтому прибавка урожая сорта Гранат попадает в первую группу, Невского во вторую, Тулунского в третью (см. таблицу 3).

6. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ПОЛЕВОГО ОПЫТА С НЕСКОЛЬКИМИ ВЫПАВШИМИ УРОЖАЙНЫМИ ДАННЫМИ

Доспехов Б.А., с. 235-239.

1. Восстановить выпавшие из опыта данные.
2. После восстановления выпавших данных провести математическую обработку методом дисперсионного анализа.

Задания раздела 6

1. Урожайность картофеля (т/га).

Обработка почвы	Повторность			
	1	2	3	4
Перепахка на глубину 20 см	18,1	20,3	24,9	-
Перепахка на 25 см	21,0	-	24,8	23,0
Рыхление на 20 см	-	21,5	20,9	24,6
Рыхление на 25 см	25,9	27,1	25,2	29,1

2. Урожайность картофеля, т/га

Удобрения	Повторность		
	1	2	3
Без удобрений (контроль)	12,9	13,2	15,6
N ₄₅ P ₆₀ K ₆₀	-	18,9	15,1
N ₆₀ P ₉₀ K ₉₀	22,6	20,6	-
Навоз 40 т/га	-	21,4	17,8
Навоз 60 т/га	24,4	22,1	25,1

3. Урожайность картофеля, т/га

Вариант	Повторность			
	1	2	3	4
70 x 35, без удобрений	16,2	18,1	17,2	16,8
70 x 50, без удобрений	12,5	-	14,2	11,3
70 x 35, N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	28,1	23,4	22,5	25,6
70 x 50, N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	-	15,4	16,2	-

4. Урожайность пшеницы, ц/га

Дозы азота	Повторность			
	1	2	3	4
Без удобрений (контроль)	19,3	-	16,5	-
N ₄₅	-	23,4	22,5	19,1
N ₆₀	19,8	18,4	19,1	21,5
N ₇₅	20,0	22,4	16,2	19,1

5. Урожай зеленой массы кукурузы, т/га

Вариант	Повторность			
	1	2	3	4
Без удобрений	21,5	22,5	23,8	-
N ₆₀	27,1	26,5	-	29,0
Навоз	32,5	-	28,4	34,1
Навоз + NPK	42,1	36,5	49,3	41,2

6. Урожай сена многолетних трав, ц/га

Удобрения	Повторность			
	1	2	3	4
Без удобрений	-	18,5	17,3	19,1
N ₆₀ P ₄₅ K ₆₀	29,0	32,4	34,0	33,1
N ₉₀ P ₄₅ K ₆₀	35,0	37,8	39,0	37,2
N ₁₂₀ P ₄₅ K ₆₀	-	-	36,0	39,8

7. Урожай ячменя, ц/га

Нормы высева, млн. шт./га	Повторность			
	1	2	3	4
5	11,2	13,3	-	-
6	16,8	-	15,6	17,5
7	15,3	17,2	15,9	19,3
8	13,5	12,4	11,2	14,2

8. Урожай овса, ц/га

Сроки посева	Повторность		
	1	2	3
2 мая	15,2	12,0	-
10 мая	17,3	-	18,0
20 мая	20,1	22,3	-
30 мая	23,0	19,5	21,1
10 июня	15,3	17,0	14,2

9. Урожай сена многолетних трав, ц/га

Доза азота, кг д. в./га	Повторность		
	1	2	3
0	-	21,3	24,3
N ₆₀	32,5	31,0	34,2
N ₉₀	35,6	34,2	35,2
N ₁₂₀	25,2	19,5	-
N ₁₅₀	20,4	-	15,3

10. Урожай пшеницы, ц/га

Удобрения	Повторность			
	1	2	3	4
Без удобрений	12,0	14,3	-	13,2
N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	16,3	17,2	19,5	17,2
N ₉₀ P ₉₀ K ₉₀	-	21,4	22,4	23,5
N ₁₂₀ P ₁₂₀ K ₁₂₀	15,3	14,2	13,2	-

11. Урожай кочанов капусты, т/га

Вариант	Повторность		
	1	2	3
Контроль (без удобрений)	15,1	16,2	-
НРК	18,2	-	19,1
Полив	-	21,8	23,9
НРК + полив	35,1	37,2	36,2

12. Урожай овса, ц/га

Удобрения	Повторность		
	1	2	3
Фон (РК), контроль	15,5	-	16,9
N60 + фон	-	20,6	19,1
N90 + фон	21,5	24,6	-
N120 + фон	14,2	17,1	15,3

13. Урожай зеленой массы рапса, т/га

Норма высева, кг/га	Повторность		
	1	2	3
8	20,1	18,5	-
10	22,5	-	23,8
12	-	17,4	15,1
14	12,5	11,6	12,4

14. Урожай зеленой массы райграса однолетнего, т/га

Сорта	Повторность		
	1	2	3
Яхромский (стандарт)	32,0	34,5	-
Московский 74	-	30,0	28,0
Варпе	30,7	29,6	28,6
Изорский	35,7	-	37,8

ПРИМЕР МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ТРЕМЯ ПОТЕРЯННЫМИ ДАННЫМИ.

Данные выпали во втором варианте четвертого повторения, в четвертом варианте второго и четвертого повторения.

Ход решения:

1. Урожай кочанов капусты, т/га

Варианты	Повторность				Число повторений
	1	2	3	4	
I	50,4	54,4	55,2	49,6	4
II	56,8	57,4	60,0	()	3
III	46,3	51,5	56,7	41,1	4
IV	32,9	()	40,1	()	2
V	38,4	34,5	36,1	35,4	4
Сумма повторений вариантов (I + III + V)	135,1	140,4	148,0	126,1	-
Средние вариантов (I, III, V)	45,03	46,80	49,33	42,03	

Ход решения следующий:

1. В таблицу 1 записываем суммы и средние повторений вариантов с полным набором данных (в примере варианты I, III, V).

Для первого повторения: $50,4 + 46,3 + 38,4 = 135,1$;

для второго повторения - $50,4 + 51,5 + 34,5 = 140,4$;

для третьего повторения - $55,2 + 56,7 + 36,1 = 148,0$;

для четвертого повторения - $49,6 + 41,1 + 35,4 = 126,1$.

Определяем средние повторений вариантов (I, III и V):

первое повторение $135,1 : 3 = 45,03$;

второе - $140,4 : 3 = 46,80$;

третье - $148,0 : 3 = 49,33$;

четвертое - $126,1 : 3 = 42,03$.

Полученные суммы записываем в таблицу 1.

2. Для определения теоретически ожидаемых результатов со-

ставляем вспомогательную таблицу 2, в которую вносим поделеночные урожаи вариантов с выпавшими данными и средние повторений для вариантов с полным набором данных (из таблицы 1 последняя строка).

3. Находим суммы средние вариантов:

для варианта П : $56,8 + 57,4 + 60,0 = 174,2: 3 = 58,07$;

для варианта ІУ $32,9 + 40,1 = 73,0: 2 = 36,50$.

Данные заносим в таблицу 2 (столбцы 6, 7, 8).

4. Находим суммы и средние вариантов с полным набором данных:

для варианта П : $45,03 + 46,80 + 49,33 = 141,16: 3 = 47,05$;

для варианта ІУ : $45,03 + 49,33 = 94,36: 2 = 47,18$. Данные заносим в таблицу 2.

5. На этом этапе определяем средний эффект:

Для варианта П сравниваем средние $58,07 - 47,05 = + 11,02 \approx + 11,0$;

для варианта ІУ сравниваем средние $36,50 - 47,18 = - 10,68$.

2. Вспомогательная таблица для восстановления выпавших данных

Вариант	Повторность				Суммы вариантов	Средние вариантов	
	1	2	3	4		П	ІУ
П	56,8	57,4	60,0	()	174,2	58,07	-
ІУ	32,9	()	40,1	()	73,0	-	36,5
Средние повторений вариантов (І, ІІ и V)	45,03	46,80	49,33	42,03	-	47,05	47,18
Эффекты вариантов	-	-	-	-	-	+ 11,02	- 10,68

Восстановленный урожай

П	-	-	-	53,0	-	-	
ІУ	-	36,1	-	31,4	-	-	

6. Находим потерянные урожайные данные. Предположим, если

бы делянка варианта II в четвертом повторении дала нормальный урожай, то он был бы на 11,02 т/га больше, чем средний урожай остальных вариантов в этом повторении: $42,03 + 11,02 = 53,05 \approx 53,0$ т/га.

Аналогичным образом восстанавливаем потерянные данные в IV варианте для второго повторения: $46,80 + (-10,68) = 36,11 \approx 36,1$ т/га; для четвертого повторения: $42,03 + (-10,68) = 31,35 \approx 31,4$ т/га.

Восстановленные данные II и IV вариантов заносим в расчетную таблицу 3, восстановленные данные заключаем в скобки и проводим математическую обработку опыта методом дисперсионного анализа, как и предыдущие задания.

3. Урожай кочанов капусты, т/га.

Вариант	Повторность				Сумма по вариантам (ΣV)	Средняя варианта (\bar{x})
	1	2	3	4		
I	50,4	54,4	55,2	48,6	209,6	52,4
II	56,8	57,4	60,0	(53,0)	227,2	56,8
III	46,3	51,5	56,7	41,1	195,6	48,9
IV (ст)	32,9	(36,1)	40,1	(31,4)	140,5	35,1
V	38,4	34,5	36,1	35,4	144,4	36,1

7. Определяем: общее число делянок в опыте

$$N = n \times l = 4 \times 5 = 20;$$

проверяем суммы по вариантам и повторениям, средние вариантов, среднюю опыта, равенство всех сумм: $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 224,8 + 233,9 + 248,8 + 210,5 = 209,6 + 227,2 + 195,6 + 140,5 + 144,4 = 917,3;$

$$x_0 = 917,3 : 20 = 45,86 \approx 45,9.$$

8. Корректирующий фактор: $C = (\Sigma X)^2 : N = 917,3^2 : 20 = 42071,96.$

9. Сумма квадратов:

общая $C_y = \sum X^2 - C = (50,4^2 + 54,4^2 + 55,2^2 + 49,6^2 + 56,8^2 + 57,4^2 + \dots + 40,1^2 + 31,4^2 + 38,4^2 + 34,5^2 + 36,1^2 + 35,4^2) - 42071,96 = 1765,57$;

повторений $C_p = \sum P^2 : l - C = (224,8^2 + 233,9^2 + 248,1^2 + 210,5^2) : 5 - 42071,96 = 149,49$;

вариантов $C_v = \sum V^2 : n - C = (209,6^2 + 227,2^2 + 195,6^2 + 140,5^2 + 144,4^2) : 4 - 42071,96 = 1581,18$;

остатка(ошибок) $C_z = C_y - C_p - C_v = 1765,57 - 149,99 - 1581,18 = 34,38$.

10. Составляем таблицу дисперсионного анализа и оцениваем существенность различий по F критерию.

4. Таблица дисперсионного анализа

Рассеяние	Сумма квадратов отклонений	Степени свободы	Средний квадрат (S^2)	Критерий F_{05}	
				F_{05} факт.	F_{05} табл.
Общее (C_y)	1765,57	19	-		
Повторений (C_p)	149,99	3	-		
Вариантов (C_v)	1581,18	4	395,30	108,86	3,26
Остатка (C_z)	34,38	12-3= 9*	3,82		

Примечание: Число степеней свободы остатка определяем $(n - 1)(l - 1) - 3 = (4 - 1)(5 - 1) - 3 = 9$; уменьшаем на три по числу потерянных данных в опыте.

Все остальные характеристики определяем, как в задании 2

Вывод из таблицы 4: $F_{\text{факт}} = 108,86 > F_{\text{табл } 05} = 3,26$, нулевая гипотеза (H_0) отвергается, следовательно, в опыте есть варианты, которые существенно отличаются от других.

11. Оцениваем существенность частных различий, находим:

$$а) \text{ среднюю ошибку опыта } S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2}{(n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5) : L}} =$$

$$\sqrt{\frac{3,82}{(4 + 3 + 4 + 2 + 4) : 5}} = 1,06 \text{ т/га};$$

б) ошибку разности:

для вариантов I, III, V

$$S_d^I = \sqrt{\frac{2 \times S_z^2}{n}} = \sqrt{2 \times 3,82 : 4} = 1,38 \text{ т/га};$$

для варианта II ($n = 3$)

$$S_d^{II} = \sqrt{\frac{S_z^2 \times (n_1 + n_2)}{n_1 \times n_2}} = \sqrt{3,82 \times (3 + 4) : (3 \times 4)} = 1,49 \text{ т/га};$$

для варианта IV ($n = 2$)

$$S_d^{III} = \sqrt{\frac{S_z^2 \times (n_3 + n_2)}{(n_3 \times n_2)}} = \sqrt{3,82 \times (2 + 4) : (2 \times 4)} = 1,69 \text{ т/га};$$

в) определяем наименьшие существенные различия ($НСР_{05}$) для 5% уровня значимости:

$$НСР_{05}^I = t_{05} \cdot S_d^I = 2,26 \times 1,38 = 3,12 \approx 3,1 \text{ т/га};$$

$$НСР_{05}^{II} = t_{05} \cdot S_d^{II} = 2,26 \times 1,49 = 3,37 \approx 3,4 \text{ т/га};$$

$$НСР_{05}^{III} = t_{05} \cdot S_d^{III} = 2,23 \times 1,69 = 3,82 \approx 3,8 \text{ т/га}.$$

5. Таблица урожая

Вариант	Средний урожай, т/га	Прибавка, т/га	НСР ₀₅	Группа
I	52,4	17,3	3,1	II
II	56,8	21,7	3,4	I
III	48,9	13,8	3,1	III
IV (ст)	35,1	-	3,8	IV
V	36,1	1,0	3,1	IV

Вывод: на первом месте по урожайности был вариант 2, так как разница урожая между первым и вторым вариантом составила $56,8 - 52,4 = 4,2$ т/га и она больше $НСР_{05} = 3,1$ и $3,4$ т/га. В третью группу поставлен третий

вариант, так как разница в урожае между первым и третьим вариантами составила $52,4 - 48,9 = 3,5$ т/га, что больше $НСР_{05} = 3,1$ т/га. Разница в урожае между пятым и четвертым вариантами составила $36,1 - 35,1 = 1$ т/га, что меньше $НСР_{05} = 3,8$ и $3,1$ т/га. Разница урожая между четвертым и пятым вариантами недостоверна и они попали в одну четвертую группу. Следовательно, наиболее оптимальным вариантом в опыте - второй вариант, он существенно отличается от других вариантов схемы опыта.

7. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОПЫТОВ С МНОГОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

При дисперсионном анализе данных опытов с многолетними культурами (травы, плодовые), не меняющими местоположения в течение ряда лет, главное внимание сосредотачивается на выводах, вытекающих из обработки данных за весь период опыта. При этом, обрабатывают данные за каждый год и суммарный урожай за весь период опыта.

Пример: Урожайность сена многолетних трав, ц/га

Годы	Варианты	Повторения, X				Суммы ΣV	Средние
		1	2	3	4		
1990	1 St	40,2	47,4	30,7	51,4	169,7	42,4
	2	41,4	46,7	32,2	50,7	171,0	42,8
	3	52,4	54,7	41,2	59,4	207,7	51,9
Сумма P		134,0	148,8	104,1	161,5	548,4	45,7
1991	1 St	31,2	36,4	28,1	34,7	130,4	32,6
	2	30,0	35,4	29,9	37,0	132,3	33,1
	3	40,2	48,8	34,7	54,4	178,1	44,5
Сумма P		101,4	120,6	92,7	126,1	440,8	36,7
В сумме за 2 года	1 St	71,4	83,8	58,8	86,1	300,1	37,5
	2	71,4	82,1	62,3	87,7	303,5	37,9
	3	92,6	103,5	75,9	113,8	385,8	48,2
Сумма P		235,4	269,4	197,0	287,6	989,4	41,2

Учет 1990 г: $N = l \times n = 12$

$C = (\Sigma X)^2 : N = 548,4^2 : 12 = 25061,88;$

$$C_y = \Sigma X^2 - C = 851,2; C_p = \Sigma P^2 : L - C = 610,29; C_v = \Sigma V^2 : n - C = 232,7;$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 8,2; S^2_v = 116,36; S^2_z = 1,37; F_\Phi = 84,93; F_{05} = 5,14;$$

Учет 1991 г:

$$N = l \times n = 12$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 16192,05; C_y = \Sigma X^2 - C = 677,15; C_p = \Sigma P^2 : L - C = 248,22;$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = 364,71; C_z = C_y - C_p - C_v = 64,21; S^2_v = 182,36; S^2_z =$$

$$10,70; F_\Phi = 17,04; F_{05} = 5,14;$$

Учет за два года:

$$N = l \times n = 12$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 81576,03; C_y = \Sigma X^2 - C = 2824,23; C_p = \Sigma P^2 : L - C = 1594,73$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = 1177,44; C_z = C_y - C_p - C_v = 52,06; S^2_v = 588,72; S^2_z =$$

$$8,68; F_\Phi = 68,86; F_{05} = 5,14;$$

Для оценки существенности частных различий вычисляем:

А) Учет 1990 г, $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2_z}{n}} = 0,585$ ц/га; $HCP_{05} = t_{05} \times 1,41 S_{\bar{x}} = 2,18 \times 1,41$
 $\times 0,585 = 1,80$ ц/га

Б) Учет 1991 г, $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2_z}{n}} = 1,64$ ц/га; $HCP_{05} = t_{05} \times 1,41 S_{\bar{x}} = 2,18 \times 1,41 \times$
 $1,64 = 5,03$ ц/га

В) В сумме за 2 года, $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S^2_z}{n}} = 1,47$ ц/га; $HCP_{05} = t_{05} \times 1,41 S_{\bar{x}} = 2,18 \times$
 $1,41 \times 1,47 = 4,53$ ц/га

Урожайность сена многолетних трав, ц/га

Варианты	Урожайность, ц/га	Разность с кон- тролем	НСР ₀₅	Группа
Учет 1990 г				
1 St	42.4	St	1,80	2
2	42.8	+ 0,4	1,80	2
3	51.9	+ 9,5	1,80	1
Учет 1991 г				
1 St	32.6	St	5,03	2
2	33.1	+ 0,5	5,03	2
3	44.5	+ 11,9	5,03	1
В сумме за 2 года				
1 St	37.5	St	4,53	2
2	37.9	+ 0,4	4,53	2
3	48.2	+ 10,7	4,53	1

Выводы: Вариант 3 дает существенную прибавку урожая и по годам, и в среднем за два года.

8. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ МНОГОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Доспехов Б.А., с. 256-260

Статистическую обработку многофакторного опыта в начале ведут, как и однофакторного: определяют общее варьирование, варьирование вариантов, повторений, остатка (ошибок). При обработке многофакторного опыта определяют главные эффекты изучаемых факторов, эффекты их взаимодействия и проверяют гипотезу о существенности действия и взаимодействия факторов по критерию Фишера (F).

Задание: уяснить сущность метода обработки многофакторного опыта, освоить технику дисперсионного анализа данных, составить итоговую таблицу и сделать вывод.

ЗАДАНИЯ

1. Урожай картофеля, т/га

Удобрение (А)	Обработка почвы (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	Перепашка	18	25	27	21
	Перепашка + гребни	21	23	24	22
	Рыхление 18-22 см	21	16	22	22
	Рыхление 10-12 см	14	18	19	17
N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	Перепашка	26	25	32	29
	Перепашка + гребни	29	36	36	33
	Рыхление 18-22 см	19	23	18	25
	Рыхление 10-12 см	32	25	34	31

2. Урожай картофеля, т/га

Удобрения (А)	Сорт (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	Тулунский	20,0	18,0	22,5	17,1
	Невский	22,9	23,8	25,1	21,9
	Гранат	26,2	27,3	24,9	25,2
N ₆₀ P ₆₀ K ₆₀	Тулунский	28,1	29,3	26,3	26,3
	Невский	33,9	34,2	35,1	28,5
	Гранат	38,3	36,2	36,9	37,2

3. Урожай картофеля, т/га

Сорт (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Пушкинец	Без удобрений	19,0	14,0	19,0	18,0
	Навоз + NPK	28,0	30	32,0	26,0
Бородянский розовый	Без удобрений	16,0	14,0	18,0	17,0
	Навоз + NPK	26,0	25,0	24,0	25,0

4. Урожай пшеницы, ц/га

Севооборот (А)	Удобрение (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	Без удобрений	7,5	9,4	8,6	9,0
	NPK	9,8	11,0	11,9	12,5
Севооборот	Без удобрений	12,5	14,0	14,5	13,9
	NPK	22,6	24,3	27,5	25,9

5. Урожай зеленой массы кукурузы, т/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	Без удобрений	12,3	11,2	14,3	13,5
	NPK	18,1	17,2	16,3	19,1
Севооборот	Без удобрений	15,3	15,6	11,3	12,5
	NPK	22,3	24,1	23,5	26,2

6. Урожай зеленой массы кукурузы, т/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторности			
		1	2	3	4
Бессменно	Без удобрений	13,3	12,2	15,3	14,5
	NPK	18,1	17,2	16,3	19,1
Севооборот	Без удобрений	15,3	15,6	11,3	12,5
	NPK	23,3	25,1	24,5	27,2

7. Урожай картофеля, т/га

Удобрения (А)	Способ посадки	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	70 x 35 см	16,2	18,1	16,8	17,3
	70 x 50 см	16,2	17,3	18,4	17,2
Навоз + NPK	70 x 35 см	28,3	24,6	22,8	25,3
	70 x 50 см	30,2	31,5	27,3	26,4

8. Урожай пшеницы, ц/га

Орошение (А)	Дозы азота (В)	Повторности		
		1	2	3
Без оро- шения	0	19,3	21,3	16,9
	N45	19,3	16,9	19,3
	N60	22,1	23,3	20,3
Орошение	0	32,1	29,3	25,6
	N45	39,1	37,4	38,1
	N60	41,2	39,2	37,9

9. Урожай ячменя, ц/га

Орошение (А)	Дозы азота (В)	Повторности		
		1	2	3
Без оро- шения	0	18,3	20,3	15,9
	N45	19,3	16,9	19,3
	N60	21,1	22,3	21,3
Орошение	0	32,1	29,3	25,6
	N45	39,1	37,4	38,1
	N60	40,2	38,2	36,9

10. Урожай пшеницы, ц/га

Обработка почвы (А)	Дозы фосфора, кг/га д.в.	Повторность		
		1	2	3
Отвальная	0	23,1	21,6	25,3
	45	27,3	24,3	27,1
	60	30,1	29,2	32,1
Безотвальная	0	26,1	23,2	25,1
	45	29,1	30,1	33,0
	60	30,3	30,2	28,1

11. Урожай овса, ц/га

Обработка почвы (А)	Дозы фосфора, кг/га д.в.	Повторность		
		1	2	3
Отвальная	0	22,1	20,6	24,3
	45	27,5	24,5	27,9
	60	30,5	29,6	32,1
Безотвальная	0	26,1	23,2	25,1
	45	29,1	30,1	33,0
	60	33,3	31,2	27,1

12. Урожай ячменя, ц/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	0	8,5	10,4	9,6	10,0
	НРК	10,8	12,0	12,6	13,5
Севооборот	0	13,5	14,0	15,5	14,9
	НРК	22,5	25,1	28,3	26,3

13. Урожай ячменя, ц/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	0	18,5	20,4	19,6	20,0
	НРК	20,8	22,0	22,6	23,5
Севооборот	0	23,5	24,0	25,5	24,9
	НРК	32,5	35,1	38,3	36,0

14. Урожай овса, ц/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	0	10,5	12,4	11,6	12,0
	НРК	12,8	14,0	14,6	15,5
Севооборот	0	15,5	16,0	17,5	16,9
	НРК	24,5	27,1	30,3	28,3

15. Урожай зеленой массы кукурузы, т/га

Удобрение (А)	Способ посева (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	70 х 70 см	21,2	22,3	23,5	22,1
	70 х 30 см	27,1	26,2	29,3	26,1
НРК + Навоз	70 х 70 см	42,1	36,2	40,1	41,2
	70 х 30 см	57,3	59,1	54,3	56,1

16. Урожай брюквы, т/га

Удобрение (А)	Способ посева (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	70 х 70 см	21,2	23,3	24,5	23,1
	70 х 30 см	26,3	26,2	28,3	27,1
НРК + Навоз	70 х 70 см	43,1	38,2	41,1	40,2
	70 х 30 см	56,8	58,2	54,3	57,1

17. Урожай пшеницы ц/га

Удобрение (А)	Сорт (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	Тулунская 12	15,2	16,5	17,1	16,9
	Бурятская 79	14,9	15,8	16,0	16,5
	Селенга	16,5	18,1	17,4	19,1
НРК	Тулунская 12	17,4	18,2	19,4	18,5
	Бурятская 79	16,5	18,3	19,2	18,1
	Селенга	18,9	20,5	21,3	22,3

18. Урожай овса, ц/га

Обработка почвы (А)	Удобрения (В)	Повторность		
		1	2	3
Отвальная вспашка	Фон (РК)	14,5	15,7	16,5
	N60 + фон	20,4	21,0	21,5
	N90 + фон	23,5	24,4	25,8
Плоскорезная обработка	РК + фон	16,3	17,7	18,5
	N60 + фон	22,5	23,4	25,6
	N90 + фон	24,1	26,3	25,9

19. Урожай ячменя, ц/га

Обработка почвы (А)	Удобрения (В)	Повторность		
		1	2	3
Отвальная вспашка	РК+ фон	15,5	16,7	17,5
	N60 + фон	23,4	20,0	21,5
	N90 + фон	22,5	24,4	25,8
Плоскорезная обработка	РК + фон	19,3	17,7	18,5
	N60 + фон	23,5	24,4	25,6
	N90 + фон	25,1	26,3	25,9

20. Урожай сена многолетних трав, ц/га

Орошение	Доза азота	Повторность		
		1	2	3
Без полива	0	20,0	21,0	24,2
	60	32,1	31,4	36,2
	90	28,3	30,1	34,2
Полив	0	42,1	44,3	46,1
	60	58,1	56,3	55,1
	90	60,1	56,1	60,1

21. Урожай картофеля, т/га

Сорт (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Невский	0	18,3	16,2	19,3	17,8
	Навоз + NPK	28,1	29,3	31,5	30,2
Гранат	0	15,3	13,9	17,2	16,5
	Навоз + NPK	30,1	33,1	27,5	26,1

22. Урожай картофеля, т/га

Сорт (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Пушкинец	0	19,4	18,2	20,3	17,8
	Навоз + NPK	28,1	29,3	31,5	30,2
Бородянский розовый	0	15,3	13,9	17,2	16,5
	Навоз + NPK	30,1	33,1	27,5	26,1

23. Урожай ячменя, ц/га

Севооборот (А)	Удобрения (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Бессменно	0	18,5	19,4	19,6	20,0
	NPK	24,8	22,0	22,6	23,5
Севооборот	0	23,5	24,0	25,5	24,9
	NPK	26,5	25,1	28,3	26,3

24. Урожай ячменя, ц/га

Обработка почвы (А)	Удобрения (В)	Повторность		
		1	2	3
Отвальная вспашка	PK+ фон	16,5	17,7	18,5
	N60 + фон	24,4	21,0	22,5
	N90 + фон	23,5	25,4	26,8
Плоскорезная обработка	PK + фон	19,3	17,7	18,5
	N60 + фон	23,5	24,4	25,6
	N90 + фон	25,1	26,3	25,9

25. Урожай пшеницы ц/га

Удобрение (А)	Сорт (В)	Повторность			
		1	2	3	4
Без удобрений	Тулунская 12	17,2	18,5	19,1	16,9
	Бурятская 79	15,9	17,8	16,0	17,5
	Селенга	16,5	18,1	17,4	19,1
NPK	Тулунская 12	19,4	20,2	21,4	19,5
	Бурятская 79	18,5	19,3	20,2	19,1
	Селенга	18,9	20,5	21,3	22,3

**Пример дисперсионного анализа двухфакторного опыта,
проведенного методом расщепленных делянок.**

Условие.

В опыте с пшеницей на делянках первого порядка ($S = 500 \text{ м}^2$) изучалось действие обработки почвы (1 - отвальная зяблевая вспашка; 2 - плоскорезная обработка - фактор А.

На делянках второго порядка ($S = 125 \text{ м}^2$) доза азотного удобрения на фоне $P_{60}K_{45}$ (0 - без азота; 1 - 60; 2 - 90; 3 - 120 кг/га азота в д. в.) - фактор В.

Техника расчета следующая.

Составляем таблицу исходных данных (урожаев).

Урожай пшеницы, ц/га

Обработка почвы (А)	Удобрения (В)	Повторность				Сумма (ΣV)	Средние \bar{x}_v
		1	2	3	4		
Отвальная зяблевая вспашка	N_0	21,0	19,0	23,0	25,0	88,0	22,0
	N_{60}	25,0	22,0	25,0	28,0	100,0	25,0
	N_{90}	28,0	27,0	30,0	30,0	115,0	28,8
	N_{120}	30,0	34,0	29,0	30,0	123,0	30,8
Плоскорезная обработка	N_0	24,0	21,0	27,0	23,0	95,0	23,0
	N_{60}	27,0	28,0	31,0	27,0	113,0	28,2
	N_{90}	28,0	30,0	33,0	35,0	126,0	31,5
	N_{120}	33,0	35,0	36,0	31,0	135,0	33,8
Суммы (ΣP)		216,0	216,0	234,0	229,0	$\Sigma X = 895,0$	$\bar{X}_0 = 27,9$

Статистическую обработку двухфакторного опыта с двумя градациями фактора А ($I_A = 2$) и четырех градациях фактора В ($I_B = 4$), поставленного методом расщепленных делянок в четырех повторениях ($n = 4$), проводят следующим образом:

1) в таблице 1 урожаев определяем суммы и средние, правильность вычислений проверяем по соотношению:

$$\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 216,0 + 216,0 + 234,0 + 229,0 = 88,0 + 100 + 123,0 + 95,0 + 113,0 + 126,0 + 135,0 = \mathbf{895,0};$$

2) вычисляем общее число наблюдений $N = l_A \times l_B \times n = 2 \times 4 \times 4 = \mathbf{32};$

3) корректирующий фактор: $C = (\Sigma X)^2 : N = 895^2 : 32 = \mathbf{25032};$

4) суммы квадратов отклонений:

общую: $C_y = \Sigma X^2 - C = (21^2 + 19^2 + 23^2 + 25^2 + 25^2 + 22^2 + \dots + 33^2 + 35^2 + 36^2 + 31^2) - 25032 = \mathbf{599,0};$

при $\nu_y = l_A \times l_B \times n - 1 = 2 \times 4 \times 4 - 1 = 32 - 1 = 31$ степенях свободы общей дисперсии

повторений: $C_p = \Sigma P^2 : (l_A \times l_B) - C = (216^2 + 216^2 + 234^2 + 239^2) : (2 \times 4) - 25032 = \mathbf{31,6};$

при $\nu_p = n - 1 = 4 - 1 = 3$ степенях свободы повторений;

вариантов: $C_v = \Sigma V^2 : n - C = (88^2 + 100^2 + 115^2 + 123^2 + 95^2 + 113^2 + 126^2 + 135^2) : 4 - 25032 = \mathbf{466,3};$

остатка (ошибок): $C_z = C_y - C_p - C_v = 599,0 - 31,6 - 466,3 = \mathbf{101,1}$

5) Определяем суммы квадратов для факторов А, В и взаимодействие АВ, для этого составляем вспомогательную таблицу 2, заносим в нее суммы по вариантам, находим суммы и средние по факторам А и В.

2. Таблица для определения главных эффектов и взаимодействия

Обработка (А)	Удобрения (В)				Суммы А	Средние (\bar{x})
	1	2	3	4		
1	88,0	100,0	115,0	123,0	426,0	$A_1 = 26,6$
2	95,0	113,0	126,0	185,0	469,0	$A_2 = 29,3$
Сумма ΣV	183,0	213,0	241,0	258,0	$\Sigma X = 895$	-
Средние	$B_0 = 22,9$	$B_1 = 26,6$	$B_2 = 30,1$	$B_3 = 32,3$	-	$x_0 = 27,9$

Средние по факторам А и В находим следующим образом:

$$A_1 = \Sigma A_1 : (l_B \times n) = 426,0 : 16 = 26,6;$$

$$A_2 = \Sigma A_2 : (l_B \times n) = 469,0 : 16 = 29,3;$$

$$B_0 = \Sigma B_0 : (l_A \times n) = 183,0 : 8 = 30,1;$$

$$B_1 = \Sigma B_1 : (l_A \times n) = 213,0 : 8 = 26,6;$$

$$B_2 = \Sigma B_2 : (l_A \times n) = 241,0 : 8 = 30,1;$$

$$B_3 = \Sigma B_3 : (l_A \times n) = 258,0 : 8 = 32,3.$$

Дисперсионный анализ данных таблицы 2 дает возможность определить общее варьирование факторов А и В, а также взаимодействие факторов АВ

Сумма квадратов вариантов $C_{A+B+AB} = \Sigma V^2 : n - C = (88^2 + 100^2 + 115^2 + \dots + 135^2) : 4 - 25032 = 466,3$.

Обработка: $C_A = \Sigma A^2 : (l_B \times n) - C = (426^2 + 469^2) : (4 \times 4) - 25032 = 57,8$,

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы.

Удобрения: $C_B = \Sigma B^2 : (l_A \times n) - C = (183^2 + 213^2 + 241^2 + 258^2) : (2 \times 4) - 25032 = 405,6$,

при $(l_B - 1) = (4 - 1) = 3$ степенях свободы.

Взаимодействие: $C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 466,3 - 57,8 - 405,8 = 2,7$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(4 - 1) = 3$ степенях свободы.

б) Неравноточность сравнения результатов опыта, связанная с расположением вариантов при методе расщепленных делянок, требует расщепления ошибки опыта: на ошибку вариантов, размещенных на делянках более крупного - первого порядка; на ошибку делянок более мелкого - второго порядка.

для определения ошибок необходимо разложить сумму квадратов остатка Cz следующим образом : $Cz = Cz_1 + Cz_2$.

Для определения ошибок 1 и 2 составляем таблицу 3, в которую записываем суммы урожаев по делянкам первого порядка (обработка почвы).

Для 1 варианта первой повторности сумма равна (табл. 1) : $21 + 25 +$

$$28 + 30 = 104;$$

$$\text{для второго повторения } 19 + 22 + 27 + 34 = 102;$$

$$\text{для третьего: } 23 + 25 + 30 + 29 = 107;$$

$$\text{для четвертого: } 25 + 28 + 30 + 30 = 113.$$

$$\text{Для второго варианта первой повторности: } 24 + 27 + 28 + 33 = 112;$$

$$\text{для второй } 21 + 28 + 30 + 35 = 114;$$

$$\text{для третьей } 27 + 31 + 33 + 36 = 127;$$

$$\text{для четвертой: } 23 + 27 + 35 + 31 = 116.$$

Данные заносим в таблицу 3.

3. Суммы урожаев по делянкам первого порядка для определения ошибки

Обработка почвы (А)	Повторность				Сумма (А)
	1	2	3	4	
1	104	102	107	113	426
II	112	114	127	116	469
Сумма ΣP	216	216	234	229	$\Sigma X = 895$

Данные таблицы 3 дают возможность определить сумму квадратов отклонений C_{y1} , включающую варьирование фактора А, варьирование повторений Р и случайное варьирование для делянок первого порядка. Вычитая из C_y значения C_A и C_P , которые определены ранее, находят сумму квадратов для ошибки 1:

$$C_{y1} = (104^2 + 102^2 + 107^2 + 113^2 + 112^2 + 114^2 + 127^2 + 116^2) : l_B - C = 100563 : 4 - 25031 = \mathbf{108,8};$$

$$C_{z1} = C_{y1} - C_A - C_P = 108,8 - 57,8 - 31,6 = \mathbf{19,4};$$

$$\text{при } (l_A - 1)(n - 1) = (2 - 1)(4 - 1) = 3 \text{ степенях свободы};$$

$$C_{zII} = C_z - C_{z1} = 101,1 - 19,4 = \mathbf{81,7};$$

$$\text{при } (N - 1) - (n - 1) - (l_A - 1) - (l_A - 1)(n - 1) - (l_B - 1) - (l_A - 1)(l_B - 1) = 31 - 3 - 1 - 3 - 3 - 3 = 18 \text{ степенях свободы.}$$

7) Результаты статистического анализа заносим в таблицу 4 дисперсионного анализа, определяем существенность действия и взаимодействия факторов по F-критерию.

4. Таблица дисперсионного анализа

Рассеяние	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат (Дисперсия)	Критерий F	
				F _ф	F _{05табл}
Общее	599,0	31	-	-	-
Повторений	31,6	3	-	-	-
Обработка (А)	57,8	1	57,80	8,93	10,13
Ошибка 1	19,4	3	6,47	-	-
Удобрений (В)	405,8	3	135,27	29,80	3,16
Взаимодействие (АВ)	2,7	3	0,90	0,20	3,16
Ошибка 2	81,7	18	4,54	-	-

Дисперсию видов варьирования определяем следующим образом:

$$S^2_A = C_A : (l_A - 1) = 57,8 : 1 = 57,8;$$

$$S^2_B = C_B : (l_B - 1) = 405,8 : 3 = 135,27;$$

$$S^2_{AB} = C_{AB} : (l_A - 1)(l_B - 1) = 2,7 : 3 = 0,9;$$

$$S^2_{Z1} = Cz1 : (l_A - 1)(n - 1) = 19,4 : 3 = 6,47;$$

$$S^2_{Z2} = CzII : \nu_{ZII} = 81,7 : 18 = 4,54.$$

Критерий Фишера:

$$F_A = S^2_A : S^2_{Z1} = 57,8 : 6,47 = 8,93;$$

$$F_B = S^2_B : S^2_{Z2} = 135,27 : 4,54 = 29,80;$$

$$F_{AB} = S^2_{AB} : S^2_{Z2} = 0,90 : 4,54 = 0,20.$$

Табличное значение F₀₅ находим в таблице приложения 2.

Для обработки (фактор А) при одной степени свободы большей дис-

персии и трех степенях меньшей дисперсии это значение равно 10,13.

Для удобрений (фактор В) и взаимодействие (фактор АВ) при трех степенях свободы большей дисперсии и восемнадцати степенях свободы меньшей дисперсии при 5% уровне значимости $F_{05} = 3,16$.

Вывод. Из изучаемых факторов в опыте эффективно действие удобрений ($F_B = 29,80 > F_{05} = 3,16$);

не оказали существенного влияния на урожай обработка почвы и взаимодействие ($F_A = 8,93$ и $F_{AB} = 0,20 < F_{05} = 10,13$;

8) На этом этапе математической результатов опыта дается оценка частным различиям по НСР:

$$\text{а) деланки первого порядка : } S^1_x = \sqrt{\frac{S^2_{z1}}{n}} = \sqrt{\frac{6.47}{4}} = \mathbf{1,27} \text{ ц/га;}$$

$$S^1d = 1,41 \times S^1_x = 1,41 \times 1,27 = \mathbf{1,79} \text{ ц/га;}$$

$$\text{НСР}^1_{05} = t_{05} \times S^1d = 3,18 \times 1,79 = \mathbf{5,69} \text{ ц/га;}$$

значение $t_{05} = 3,18$ берем из таблицы 1 приложения для трех степеней свободы ошибки 1;

б) деланки второго порядка (удобрения):

$$S^2_x = \sqrt{\frac{S^2_{z11}}{n}} = \sqrt{\frac{4.54}{4}} = \mathbf{1,06} \text{ ц/га;}$$

$$S^2d = 1,41 \times S^2_x = 1,41 \times 1,06 = \mathbf{1,49} \text{ ц/га;}$$

$$\text{НСР}^2_{05} = t_{05} \times S^2d = 2,10 \times 1,49 = \mathbf{3,14} \text{ ц/га,}$$

где значение $t_{05} = 2,10$ при 18 степенях свободы ошибки 2.

9) Оцениваем достоверность главных эффектов:

а) для обработки почвы (А) :

$$S^3d = \sqrt{\frac{2S^2_{z1}}{n \times l_B}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.47}{4 \times 4}} = \mathbf{0,89} \text{ ц/га;}$$

$$\text{НСР}^3_{05} = t_{05} \times S^3d = 3,18 \times 0,89 = \mathbf{2,86} \text{ ц/га,}$$

где $t_{05} = 3,18$ при трех степенях свободы ошибки 1 (приложение 1);

б) для удобрений (В):

$$Sd_4 = \sqrt{\frac{2S_{Z11}^2}{n \times l_A}} = \sqrt{\frac{2 \times 4.54}{4 \times 2}} = 1,06 \text{ ц/га};$$

$$НСР_{05}^4 = t_{05} \times Sd = 3,18 \times 1,06 = 3,37 \text{ ц/га},$$

при 18 степенях свободы ошибки 2 (приложение 1).

5. Влияние обработки почвы и удобрений на урожайность пшеницы

Обработка почвы (А)	Удобрения (В)				Средние фактор А
	Р ₆₀ К ₆₀	Н ₆₀ РК	Н ₉₀ РК	Н ₁₂₀ РК	
Отвальная вспашка	22,0	25,0	28,8	30,8	26,6=A ₁
Безотвальная вспашка	23,8	28,2	31,5	33,8	29,3=A ₂
Средние по фактору (В)	22,9=B ₀	26,6=B ₁	30,1=B ₂	32,3=B ₃	

$$НСР_{05}^1 = 5,69 \text{ ц/га}; \quad НС_{05}^2 = 3,14 \text{ ц/га}; \quad НСР_{05}^3 = 2,86 \text{ ц/га}; \quad НСР_{05}^4 = 2,24 \text{ ц/га}.$$

НСР₀₅¹ = 5,69 ц/га оценивает значимость разностей между частными средними для делянок первого порядка (фактор А) - эффект обработки почвы при разных уровнях питания (А₂В₀ - А₁В₀ = 23,8 - 22,0 = 1,8 ц/га; А₂В₁ - А₁В₁ = 28,2 - 25,0 = 3,2 ц/га; А₂В₂ - А₁В₂ = 31,5 - 28,8 = 2,7 ц/га; А₂В₃ - А₁В₃ = 33,8 - 30,8 = 3,0 ц/га. Все полученные разности несущественны ($d < НСР_{05}^1$). Для фактора А (обработка почвы) критерий Фишера $F_{\text{факт}} = 8,93 < F_{\text{табл. } 05} = 10,13$ (см. таблицу 4).

НСР₀₅² = 3,14 ц/га оценивает достоверность разностей между частными средними по делянкам второго порядка и взаимодействия - эффект от удобрений на фоне отвальной и безотвальной обработки (А₁В₁ - А₁В₀ = 25,0 - 22,0 = 3 ц/га; А₁В₂ - А₁В₀ = 28,8 - 22,0 = 6,8 ц/га; А₁В₃ - А₁В₀ = 30,8 - 22,0 = 8,8 ц/га; А₂В₁ - А₂В₀ = 28,2 - 23,8 = 4,4 ц/га; А₂В₂ - А₂В₀ = 31,5 - 23,8 = 7,7 ц/га;

А₂В₃ - А₂В₀ = 33,8 - 23,8 = 10,0 ц/га. Большинство полученных приба-

вок урожая достоверны, так как $d = (6,8; 8,8; 4,4; 7,7; 10,0 \text{ ц/га})$ больше $НСР_{05} = 3,14 \text{ ц/га}$.

$НСР_{05}^3 = 2,86 \text{ ц/га}$ оценивает достоверность среднего (главного) эффекта обработки почвы (А) независимо от дозы удобрений $(A_2 - A_1) = 29,3 - 26,6 = 2,7 \text{ ц/га}$ недостоверно: $d < НСР_{05}$.

$НСР_{05}^4 = 2,24 \text{ ц/га}$ оценивает значимость среднего (главного) эффекта минеральных удобрений независимо от фона обработки почвы $(B_1 - B_0 = 26,6 - 22,9 = 3,7 \text{ ц/га}; B_2 - B_0 = 30,1 - 22,9 = 7,2 \text{ ц/га}; B_3 - B_0 = 32,3 - 22,9 = 9,4 \text{ ц/га}; B_2 - B_1 = 30,1 - 26,6 = 3,5 \text{ ц/га}$ и т. д. Прибавки урожая всех вариантов достоверны: $d = (3,7; 7,2; 9,4; 3,5; \text{ и т.д.}) > НСР_{05} = 2,24 \text{ ц/га}$.

Выводы:

1. Обработки почвы (отвальная и безотвальная) по эффективности примерно одинаковы, так как критерий Фишера $F_{05 \text{ факт}} = 8,93 < F_{05 \text{ табл}} = 10,13$, нулевая гипотеза принимается ($H_0 : d = 0$)
2. Все дозы минеральных удобрений на фонах отвальной и безотвальной обработок почвы существенно повышают урожайность пшеницы. Прибавки урожая (d) больше $НСР_{05} = 3,14 \text{ ц/га}$.
3. Взаимодействие между обработками почвы и удобрениями в опыте отсутствует, так как $F_{05 \text{ факт}} = 0,20 < F_{05 \text{ табл}} = 3,16$. Нулевая гипотеза принимается.
4. Лучшими вариантами в опыте были варианты $N_{90}P_{60}K_{60}$ и $N_{120}P_{60}K_{60}$ как на фоне отвальной, так и безотвальной обработок почвы, прибавки урожая (d) 7,7 и 10 ц/га достоверны ($НСР_{05} = 3,14$) и существенно превышают все остальные прибавки от внесения минеральных удобрений, но разница урожая между этими вариантами незначительна ($33,8 - 31,5 = 2,3 \text{ ц/га} < НСР_{05}^2 = 3,14 \text{ ц/га}$). Следовательно, по эффективности оба варианта равноценны.

9. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И УЧЕТОВ В ОПЫТАХ

Количественные показатели, которые подчиняются закону нормального распределения, характеризующие растения и почву статистически обрабатывают по схеме дисперсионного анализа с учетом структуры эксперимента.

Однако результаты таких переменных, как количество вредителей и сорняков на учетной площадке, бальная оценка состояния посевов, фитопатологические данные пораженности культур часто не подчиняются нормальному закону, о чем свидетельствуют большие различия между вариантами. Такие исходные данные рекомендуется трансформировать, чтобы уменьшить пределы варьирования, устранить неоднородность дисперсий по выборкам и провести сравнение результатов более точно.

Применяют следующие преобразования:

- 1) логарифмические, когда каждое значение X трансформируется в $\lg X$ или в $\lg(X+1)$
- 2) трансформация данных подсчета численности путем извлечения квадратного корня из X , т.е. \sqrt{X} или $\sqrt{X+1}$
- 3) трансформация X в «угол-арксинус $\sqrt{\text{процент}}$ », когда наблюдаемые величины выражены в процентах, например пораженность растений болезнями и вредителями

Преобразованные значения обрабатывают по схеме дисперсионного анализа и после оценки существенности частных различий переходят обратно к первоначальным единицам измерения.

Пример 1. Случай, когда результаты наблюдений и анализов подчиняются закону нормального распределения.

Содержание белка в зерне пшеницы, (г/100г)

Варианты	Повторения			Суммы	Средние
	1	2	3		
1 St	15,8	17,2	17,4	50,4	16,8
2	14,8	15,8	15,2	45,8	15,3
3	14,6	15,2	15,4	45,2	15,1
Суммы P	45,2	48,2	48,0	$\Sigma X=141,4$	$\bar{X}=15,71$

Дисперсионный анализ проводим по схеме, принятой для опытов, проведенных методом рендомизированных повторений.

1. Находим сумму P, V, общую сумму X и проверяем правильность расчетов по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X$

2. Рассчитываем: Общее число наблюдений $N = l \times n = 3 \times 3 = 9$

Корректирующий фактор $C = (\Sigma X)^2 : N = 2221,55$;

Суммы квадратов: $C_y = \Sigma X^2 - C = 7,77$; $C_p = \Sigma P^2 : L - C = 1,87$;

$C_v = \Sigma V^2 : n - C = 5,4$; $C_z = C_y - C_p - C_v = 0,5$;

3. Оцениваем существенность различий в опыте по критерию Фишера F:

Таблица дисперсионного анализа

Виды варьирования	Суммы квадратов	Степени свободы	Средний квадрат	F_{Φ}	F_{05}
Общее	7,77	8			
Повторений	1,87	2			
Вариантов	5,4	2	2,7	27,7	6,94
Остаточная	0,5	4	0,124		

4. Для оценки существенности частных различий находим:

$$\text{Ошибку средней арифметической } S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = 0,20 \text{ г/100 г}$$

$$\text{Ошибку разности } S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = 0,29 \text{ г/100г}$$

$$HCP_{05} = t_{05} \times S_d = 2,78 \times 0,29 = 0,8 \text{ г/100г}$$

Содержание белка в зерне пшеницы, г/100 г

Варианты	Содержание белка в зерне, г/100 г	Разность между вариантами	НСР ₀₅	Группа
1 St	16,8	St	0,8	1
2	15,3	- 1,5	0,8	2
3	15,1	- 1,7	0,8	2

Вывод: В стандарте (контрольном варианте) содержание белка в зерне пшеницы существенно выше, чем в испытываемых вариантах.

Пример 2. Случай, когда количественные показатели не подчиняются закону нормального распределения.

Количество сорняков в посевах овса, шт/м²

Варианты	Значения X по повторениям				Сумма ΣV	Средние \bar{X}
	1	2	3	4		
1	438	442	319	380	1579	394,8
2	538	422	377	315	1652	413,0
3	61	77	157	52	347	86,8
4	7	31	87	66	191	47,8
Сумма ΣP	1044	972	940	813	$\Sigma X = 3769$	235,4

Преобразуем исходные даты : $X_1 = \sqrt{X}$

Таблица преобразованных дат

Варианты	Значения X_1 по повторениям				Сумма ΣV_1	Средние \bar{X}_1	Средняя засоренность
	1	2	3	4			
1	20,93	21,02	17,86	19,49	79,30	19,82	393
2	23,19	20,54	19,42	17,75	80,90	20,22	409
3	7,81	8,77	12,53	7,21	36,32	9,08	82**
4	2,65	5,57	9,33	8,12	25,67	6,42	41**
Сумма ΣP_1	54,58	55,90	59,14	52,57	$\Sigma X_1 = 222,19$	13,9	193

После преобразования исходных дат, подсчета сумм по повторениям, вариантам, общей суммы ΣX_1 и проверки правильности расчетов определяем:

Общее число наблюдений $N = l \times n = 4 \times 4 = 12$

Корректирующий фактор $C = (\Sigma X_1)^2 : N = 3085,5$;

Суммы квадратов:

Общая $C_y = \Sigma X_1^2 - C = 683,01$; Повторений $C_p = \Sigma P_1^2 : L - C = 5,71$;

Вариантов $C_v = \Sigma V_1^2 : n - C = 617,3$; Остатка $C_z = C_y - C_p - C_v = 60,0$;

Таблица дисперсионного анализа

Виды варьирования	Суммы квадратов	Степени свободы	Средний квадрат S^2	F_Φ	F_{05}
Общее	683,01	15			
Повторений	5,71	3			
Вариантов	617,3	3	205,8	30,85	3,86
Остаточная	60,0	9	6,67		

Для оценки существенности частных различий находим:

Ошибку средней арифметической $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = 1,29$ шт./м²

Ошибку разности $S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = 1,83$ шт./м²

$НСР_{05} = t_{05} \times S_d = 2,26 \times 1,83 = 4,14$ шт./м²

$НСР_{01} = t_{01} \times S_d = 3,25 \times 1,83 = 5,95$ шт./м²

Количество сорняков в посевах овса, шт/м²

Варианты	Средние преобразованные	Разница между вариантами	НСР ₀₅	НСР ₀₁	Группа
1 St	19,82	St	4,14	5,95	1
2	20,22	+ 0,4	4,14	5,95	1
3	9,08	- 10,74	4,14	5,95	2
4	6,42	- 13,40	4,14	5,95	2

Вывод: В вариантах 3 и 4 засоренность посевов овса существенно снизилась, а вариант 2 не отличается по засоренности от стандарта

10. ПЛАНИРОВАНИЕ ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Доспехов Б.А., 1985, с. 40-70; 72-91.

В данном задании студент должен самостоятельно запланировать тему своего будущего исследования. Выбрать название темы и составить план исследования может помочь научный руководитель НСО кафедры. Студент-заочник планирует однофакторный полевой опыт для конкретных условий ЗАО, ООО, фермерского и другого хозяйства.

Перед выполнением задания необходимо проработать следующие вопросы:

1. Методические требования, предъявляемые к полевому опыту.
2. Классификация полевых опытов и проводимых в условиях хозяйства.
3. Требования к планированию полевого опыта.
4. Основные элементы методики полевого опыта.
5. Требования к схематическому плану полевого опыта, техника разбивки и оформления полевого опыта.
6. Схема дисперсионного анализа результатов полевого опыта..
7. Методика взятия образцов почвы, растений и других объектов исследования в полевом опыте.

После выбора темы необходимо кратко её обосновать, определить задачу, выработать рабочую гипотезу, составить схему опыта, определить методику ее определения, начертить схематический план с указанием повторений, опытных делянок, защитных полос и других элементов опыта. Указать основные работы по закладке и проведению опыта, разработать программу сопутствующих наблюдений, способы уборки и учета урожая.

Порядок выполнения работы следующий:

1. Сформулировать тему исследования;
2. Сформулировать рабочую гипотезу;

3. Определить конкретные цель и задачи полевого опыта;
4. Объект исследования.
5. Разработать схему опыта;
6. Спланировать элементы методики полевого опыта (студент-заочник планирует полей опыт в условиях хозяйства). Описать планируемый опытный участок, учесть его особенности (склон, влияние различных второстепенных факторов). При планировании полевого опыта в теплице учесть различный микроклимат.
7. Начертить схематический план одной делянки и всего полевого опыта. Указать все размеры, размещение вариантов и повторений в эксперименте. Предусмотреть применение сельскохозяйственной техники.
8. Определить схему дисперсионного анализа для получения в опыте достоверных урожайных данных.
9. Написать список сопутствующих наблюдений в опыте. Разработать и описать подробную методику трех сопутствующих наблюдений, требующих взятия проб и выборок. Указать методику взятия образцов почвы, растений, семян и других объектов (сроки, делянки, место на делянке и другое).
10. Указать методику уборки урожая.

Пояснения к выполнению задания

Пояснения даем на конкретном примере.

Этот пример для выполнения задания не использовать.

Тема: Влияние норм высева на урожайность яровой пшеницы в условиях ЗАО "Железнодорожник" Усольского района.

Рабочая гипотеза - научное предвиденье. В нашем исследовании предполагаем, что оптимальная норма высева всхожих семян - 6,5-7,0 млн. зерен на 1 га.

Цель полевого опыта – установить влияние на урожайность и качество зерна следующих норм высева семян: 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0 7,5; 8,0 млн. шт. на 1 га.

- Задачи: 1) определить продуктивность пшеницы от норм высева;
- 2) определить структуру урожая;
 - 3) определить натуру, массу тысячи зерен;
 - 4) биохимический анализ зерна пшеницы;
 - 5) провести фенологические наблюдения.

Предварительно прочитать в учебнике Доспехов Б.А. с. 73-74.

Объектом исследования является районированный сорт пшеницы Тулунская 12.

Схема опыта:

- 1) норма высева 5,0 млн. на 1 га;
- 2) " " 5,5 млн. на 1 га;
- 3) " " 6,0 млн. на 1 га;
- 4) " " 6,5 млн. на 1 га;
- 5) " " 7,0 млн. на 1 га;
- 6) " " 7,5 млн. на 1 га;
- 7) " " 8,0 млн. на 1 га.

Элементы методики полевого опыта перечислены в учебнике (с. 40), необходимо их разработать для каждого конкретного случая.

В нашем примере вариантов 7.

Площадь, форму и направление делянок выбрать, руководствуясь конкретными условиями.

Размещение вариантов, повторений и делянок запланировать конкретными методами, при этом варианты - систематическим или рендомизированным методами (Доспехов Б. А. с. 52 - 71).

Схематический план размещения опыта показываем рендомизированным (случайным) методом.

Размеры опытной делянки показаны на рисунке 2.

Длина делянки 50 м, ширина 7,2 м, площадь опытной делянки 360 м².

Ширина боковых защиток 1 м, концевых защитных полос 2 м.

Площадь учетной части опытной делянки, соответственно, равна 46 м х 5,2 м = 239 м².

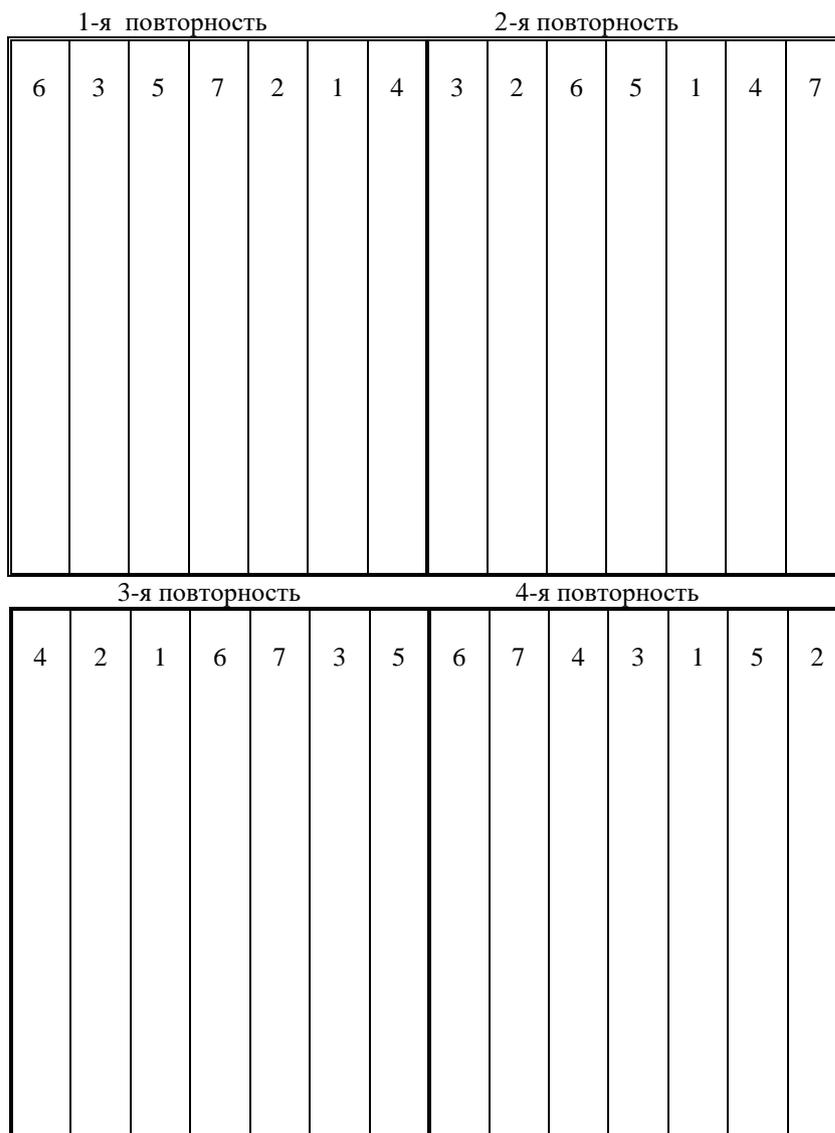


Рис. 1. Размещение полевого опыта с нормами высева пшеницы рендомизированным методом в два яруса.

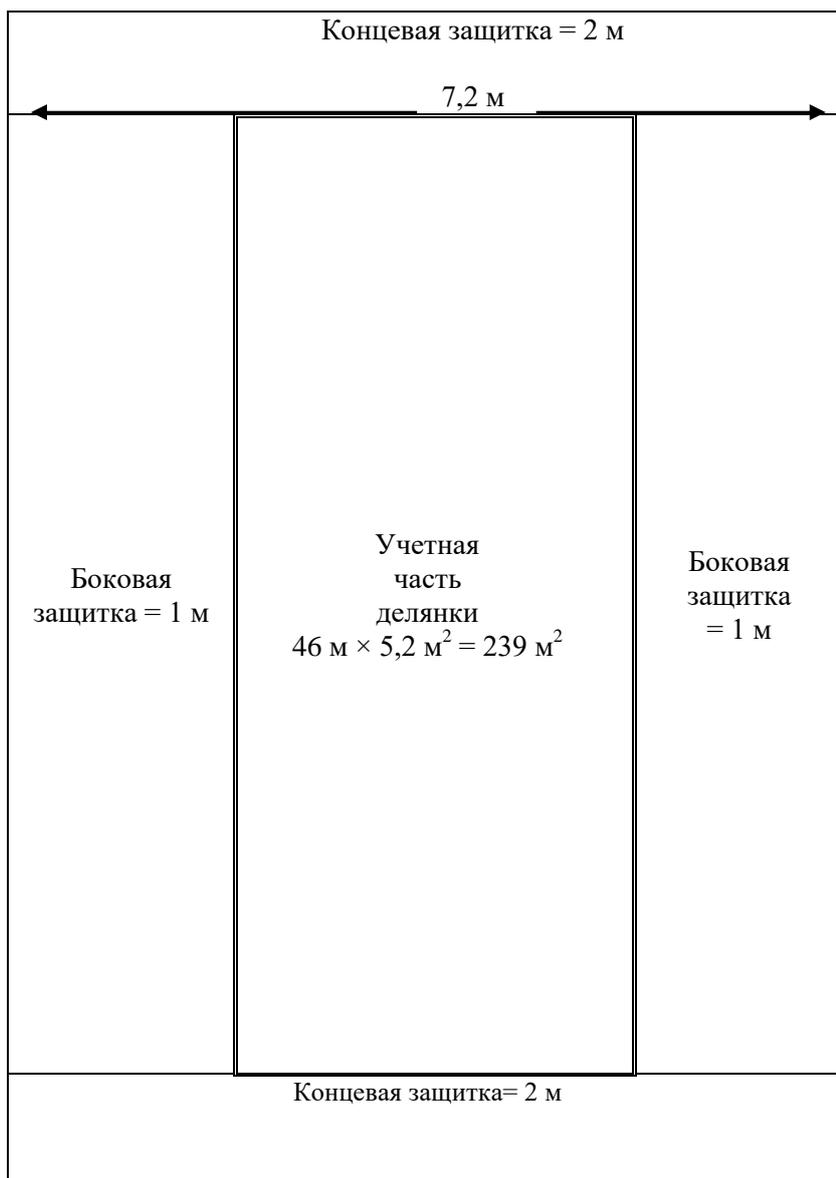


Рис. 2. Схема одной опытной делянки.

Программа сопутствующих наблюдений:

- 1) Фенологические наблюдения (дата посева, начало всходов, всходы, кущение, выход в трубку, колошение, цветение, молочная спелость, восковая спелость, полная спелость);
- 2) Полевая всхожесть по вариантам;
- 3) Структура урожая пшеницы (число растений на 1 м^2 , число колосных растений на 1 м^2 , коэффициент кустистости, длина колоса, число колосков в колосе, масса зерна с колоса, масса соломы с растения, отношение зерна к соломе, масса одного колоса);

4) Физические показатели качества зерна (натура зерна, масса 1000 семян, стекловидность, энергия прорастания, всхожесть, содержание белка, клейковины).

5) Следует подробно описать методику проведения двух сопутствующих наблюдений

План наблюдений и учетов в опыте

Перечень наблюдений и учетов	Сроки выполнения	Краткое описание методики

6) Указать планирующиеся методы уборки урожая (учитывая возможность выключек и уборку механизированную либо ручную).

Примеры размещения вариантов

А)

1	2	3	1	4	5	1	2	3	1	5	1	2	3	1	4	5	1	2	3	1	4	5	1	St
St			St			St			St		St													

Б)

1					2					3					4				
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

В)

1					2					3					4				
3	1	4	2	5	2	4	1	5	3	4	2	5	3	1	3	1	4	2	5

Рис. 3. Методы размещения пяти вариантов по делянкам четырех повторений полевого опыта:

А – стандартный; Б – систематический; В – рендомизированный.

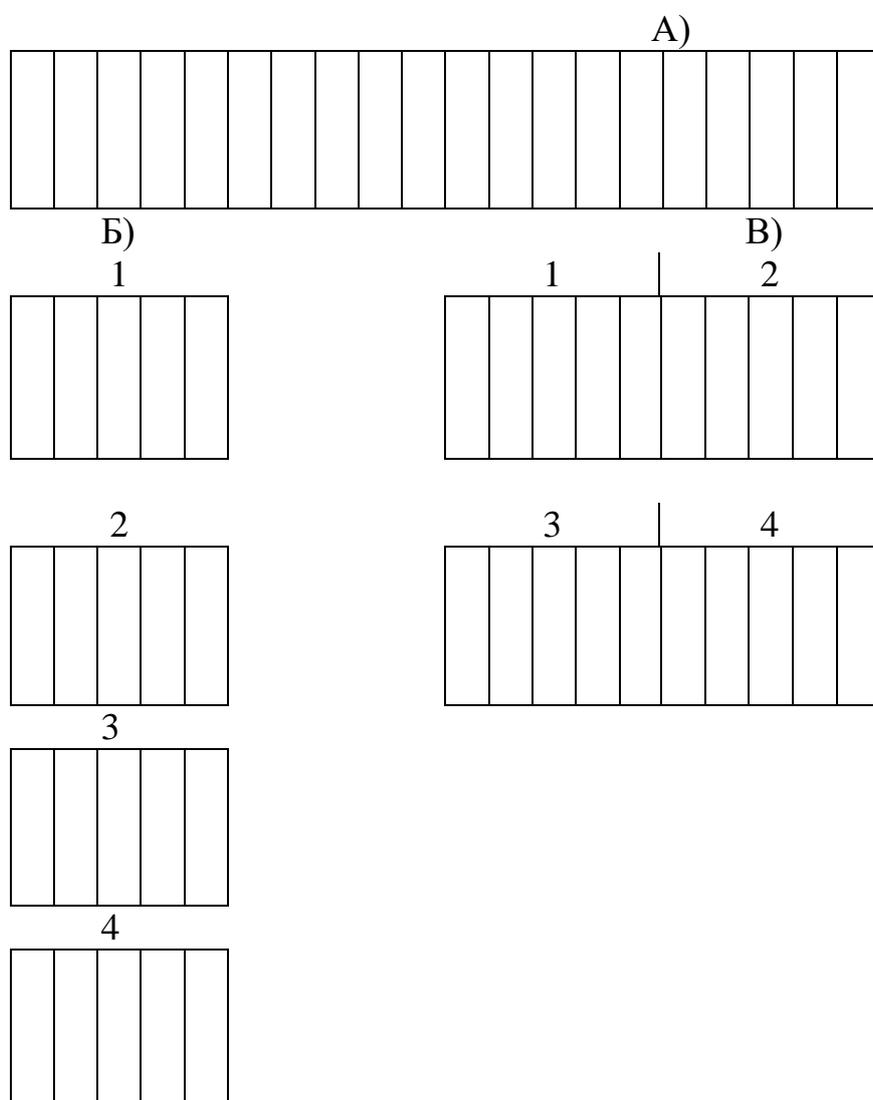


Рис.4. Способы сплошного размещения четырех повторений с пятью делянками

2	1	3	2
1	3	2	1
3	1	2	3

Рис.5. Схема размещения трех вариантов в четырёхкратной повторности методом полной рендомизации.

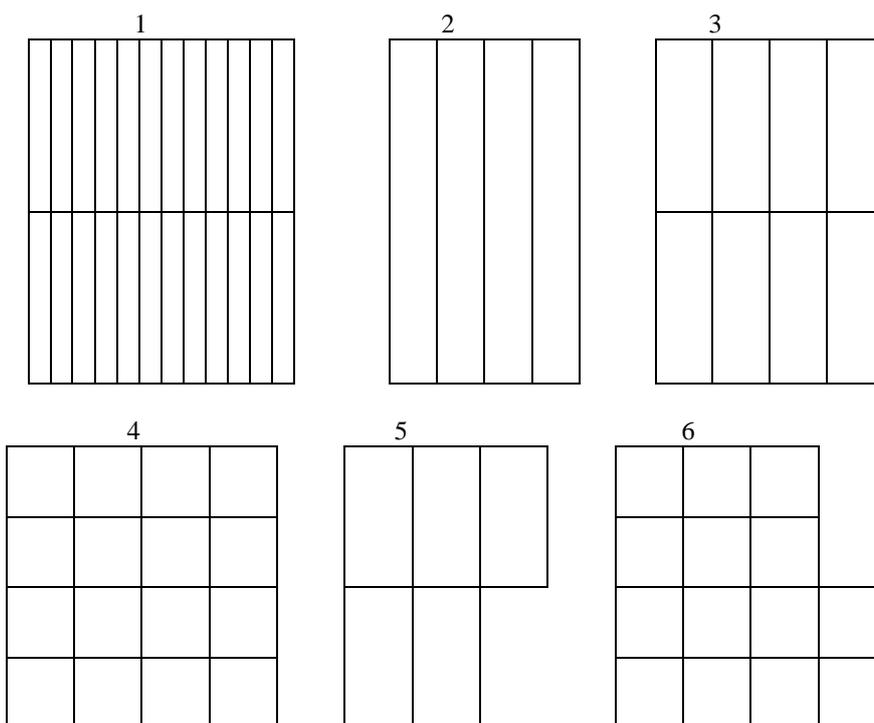


Рис.6. Расположение делянок различной формы в одном повторении:

1-2 – удлиненные и прямоугольные в один ярус; 3 – прямоугольные в два яруса; 4 – квадратные в четыре яруса; 5 – прямоугольные в два яруса, ступенчато; 6 – квадратные в четыре яруса, ступенчато

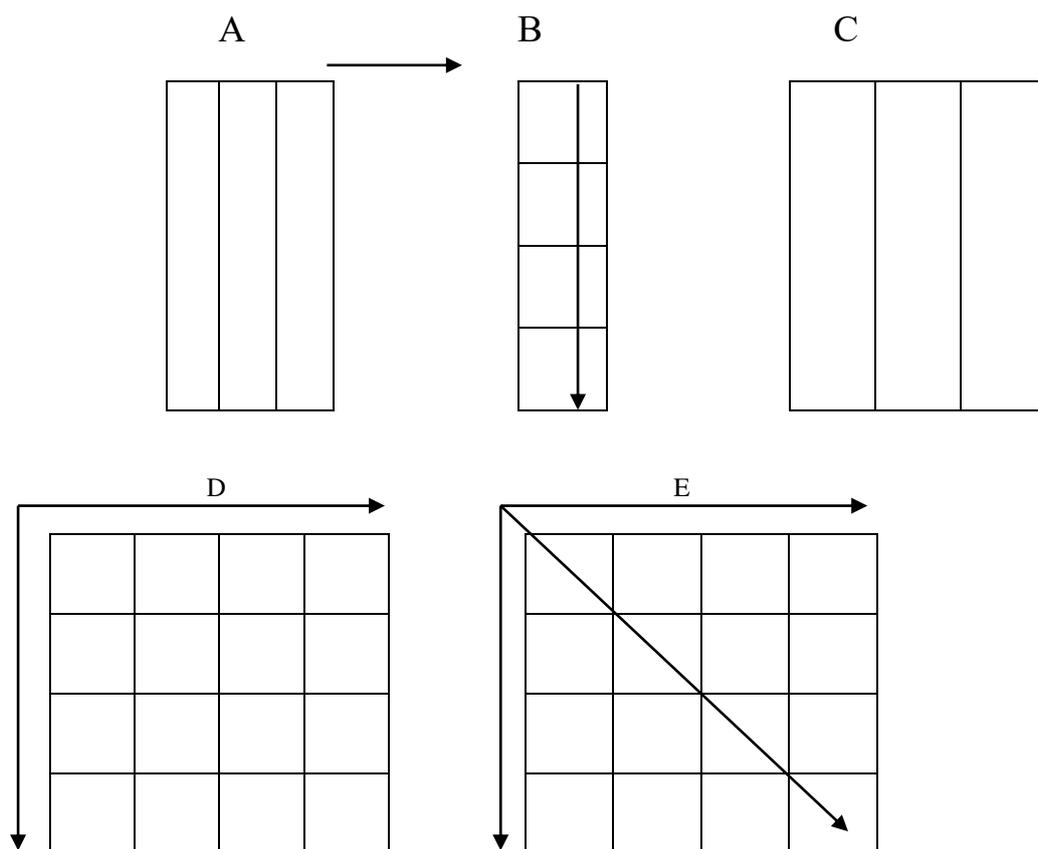


Рис.7. Ориентация делянок в зависимости от характера варьирования не изучаемых в опыте условий (стрелками-векторами указаны направления наибольшей изменчивости внешних факторов).

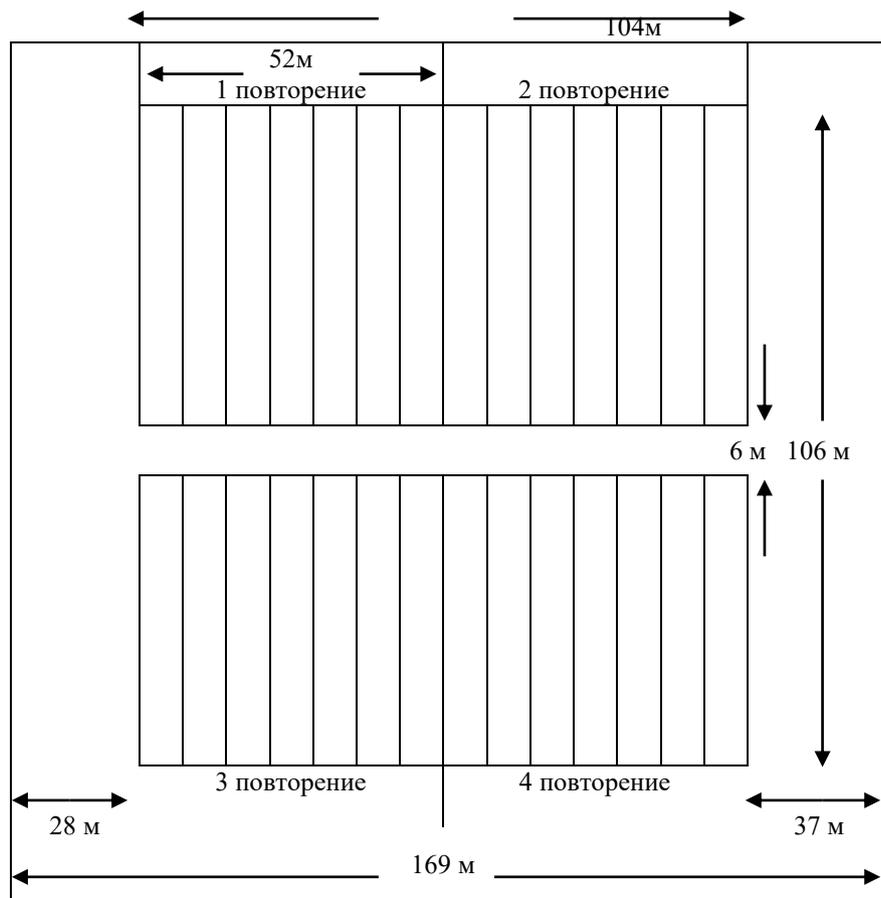


Рис.8. Схематический план полевого опыта.

11. Корреляция и регрессия

Доспехов Б.А., 1985, с. 268-300

В агрономических исследованиях редко возникают точные функциональные связи, когда каждому значению одной величины соответствует строго определенное значение другой величины. Здесь чаще встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака X соответствует не одно, а множество возможных значений признака Y , т. е. их распределение. Такие связи в отличие от функциональных называются стохастическими (вероятным) или корреляционными.

При изучении корреляционных связей возникают два основных вопроса - о тесноте связи и о форме связи. Для измерения тесноты и формы связи используют специальные статистические методы, называемые корреляцией и регрессией. По форме корреляция может быть линейной и криволинейной, по направлению прямой и обратной. Корреляцию и регрессию называют простой, если исследуется связь между двумя признаками, и множественной, когда изучаются зависимость между тремя и более признаками.

Под регрессией понимается изменение результативного признака Y (функции) при определенном изменении одного или нескольких факториальных (аргументов).

Связь между функцией и аргументом выражается уравнением регрессии или корреляционным уравнением.

При простой регрессии уравнение кратко обозначается $Y = f(x)$ и при множественной $Y = f(X, Z, V \dots)$. Для оценки тесноты (силы) связи используют коэффициенты корреляции (r) и корреляционное отношение (η). При корреляционном анализе прямолинейной зависимости определяют:

- 1) коэффициент корреляции (r);
- 2) стандартную ошибку коэффициента корреляции (S_r);

3) критерий существенности коэффициента корреляции (t_r).

Если связь между признаками криволинейная, тогда определяют:

- 1) корреляционное отношение (η);
- 2) ошибку корреляционного отношения (S_η);
- 3) критерий существенности корреляционного отношения (t_η).

В регрессионном анализе определяют:

- 1) коэффициенты регрессии b_{yx} или b_{xy} ;
- 2) ошибку коэффициента регрессии $S_{b_{yx}}$ или $S_{b_{xy}}$;
- 3) критерий существенности коэффициента регрессии (t_b).

Корреляцию представляют в виде линии регрессии.

ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Задания

Задание 1. Определить зависимость между количеством зерен в колосе в штуках (ряд X) и весом зерна с одного колоса (ряд Y) у гибридов яровой пшеницы.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	20	22	23	24	26	27	28	32
Y	0,75	0,81	0,68	0,94	0,94	0,89	1,09	1,10

Задание 2. Определить зависимость между количеством зерен в колосе в штуках (ряд X) и массой 1000 зерен в граммах (ряд Y) у яровой пшеницы.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	14	15	21	22	23	24	25	30
Y	35	37	32	37,1	37,5	42	42,7	33,0

Задание 3. Определить зависимость между размерами колоса в сантиметрах (ряд X) и количеством зерен в колосе в штуках (ряд Y) у пшеницы.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	5,2	5,8	6,0	7,2	7,3	7,5	7,6	7,9
Y	16	18	19	20	21	22	23	25

Задание 4. Определить зависимость урожая картофеля ц/га (ряд Y) от засоренности сорняками в млн. штук/га (ряд X).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0
Y	250	248	251	247	235	210	200	180	120

Задание 5. Определить зависимость между относительной влажностью в процентах (ряд X) и липкостью тяжелосуглинистой черноземной почвой в балах(ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	20	21	26	29	30	40	45	48	56	58
Y	0,3	0,6	1,1	1,2	1,6	1,7	1,9	2,5	3,3	4,2

Задание 6. Определить зависимость плотности пахотного слоя среднесуглинистого выщелоченного чернозема в г/см³ (ряд Y) от количества обработок почвы (ряд X).

Пары	1	2	3	4	5	6	7
X	0	1	2	3	4	5	6
Y	1,16	1,10	1,00	0,92	0,81	0,62	0,56

Задание 7. Определить зависимость между содержанием гумуса в процентах (ряд X) и подвижного фосфора в мг/100 г почвы (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	1,21	1,38	1,41	1,45	1,47	1,49	1,57	1,58
Y	25	22	25	25	24	27	30	34

Задание 8. Определить зависимость между суммой осадков по годам в мм (ряд X) и урожаем яровой пшеницы

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	260	280	290	300	309	340	360	390	400	420
Y	12,5	13,4	16,8	17,6	17,6	18,0	18,5	18,0	17,7	18,9

Задание 9. Определить зависимость между глубиной почвенного слоя в см (ряд X) и содержанием гумуса в процентах (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	до 15	до 25	до 35	до 50	до 65	до 85	до 105	до 130	до 150
Y	4,18	3,15	2,65	1,93	1,34	0,89	0,48	0,39	0,34

Задание 10. Определить зависимость между количеством сорняков в млн. штук на 1 га (ряд X) и урожаем зеленой массы кукурузы в ц/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	0,3	0,7	0,8	1,0	1,5	1,7	3,0	3,8	4,0	5,0
Y	300	301	280	250	200	200	150	89	80	60

Задание 11. Определить зависимость между устойчивостью к полеганию в баллах (ряд Y) и высотой растений пшеницы в сантиметрах (ряд X).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	45	50	55	60	70	75	80	90	115	120
Y	5	5	5	4	4	4	3	3	2	1

Задание 12. Определить зависимость между содержанием сахара в плодах томата в процентах (ряд У) и весом плода в граммах (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	16	41	66	91	116	141	166	170	191	216
У	1,3	1,7	2,1	2,5	2,9	3,3	3,7	3,6	4,1	4,5

Задание 13. Определить зависимость между весом в граммах (ряд Х) и диаметром стебля льна-долгунца в миллиметрах (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	0,16	0,19	0,23	0,28	0,31	0,32	0,34	0,35	0,36	0,37
У	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,2	1,4

Задание 14. Определить зависимость между количеством зерен в колосе в штуках (ряд Х) и размером колоса пшеницы в сантиметрах (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	18	19	22	27	25	28	28	27	29	32
У	4,8	5,3	6,0	6,1	6,2	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9

Задание 15. Определить зависимость между массой зерна с одного колоса в граммах (ряд Х) и урожайностью в ц/га пшеницы (ряд У)

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
У	12,0	13,5	16,0	16,9	23,0	32,0	37,0	42,0

Задание 16. Зависимость между размерами колоса в сантиметрах (ряд Х) и количеством зерен в колосе в штуках (ряд У) у пшеницы.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	5,6	5,8	6,0	7,2	7,3	7,5	7,6	7,9
У	17	18	19	20	21	22	23	25

Задание 17. Определить зависимость урожая картофеля ц/га (ряд У) от засоренности сорняками в млн. штук/га (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Х	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	1,0	1,5	2,0
У	282	275	251	247	235	210	200	180	120

Задание 18. Определить зависимость между относительной влажностью в процентах (ряд Х) и липкостью тяжелосуглинистой черноземной почвой в баллах (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	24	25	26	29	30	40	45	48	56	58
У	0,3	0,6	1,1	1,2	1,6	1,7	1,9	2,5	3,3	4,2

Задание 19. Определить зависимость плотности пахотного слоя среднесуглинистого выщелоченного чернозема в г/см³ (ряд У) от количества обработок почвы (ряд Х)

Пары	1	2	3	4	5	6	7
Х	0	1	2	3	4	5	6
У	1,18	1,10	1,00	0,92	0,81	0,62	0,56

Задание 20. Определить зависимость между содержанием гумуса в процентах (ряд Х) и подвижного фосфора в мг/100 г почвы (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	1,35	1,38	1,41	1,45	1,47	1,49	1,57	1,58
У	23	22	25	25	24	27	30	34

Задание 21. Определить зависимость между содержанием сахара в плодах томата в процентах (ряд У) и весом плода в граммах (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	35	41	66	91	116	141	166	170	191	216
У	1,2	1,7	2,1	2,5	2,9	3,3	3,7	3,6	4,1	4,5

Задание 22. Определить зависимость между количеством сорняков в млн. штук на 1 га (ряд Х) и урожаем зеленой массы кукурузы в ц/га (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	0,6	0,7	0,8	1,0	1,5	1,7	3,0	3,8	4,0	4,5
У	300	301	280	250	200	200	150	89	80	60

Задание 23. Определить зависимость между суммой осадков по годам в мм (ряд Х) и урожаем яровой пшеницы (ряд У)

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	270	280	290	300	309	340	360	390	400	420
У	12,5	13,4	16,8	17,6	17,6	18,0	18,5	18,0	17,7	18,9

Задание 24. Зависимость между устойчивостью к полеганию в баллах (ряд У) и высотой растений пшеницы в сантиметрах (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	47	50	55	60	70	75	80	90	115	120
У	5	5	5	4	4	3	3	3	2	1

Задание 25. Определить зависимость между массой зерна с одного колоса в граммах (ряд Х) и урожайностью в ц/га пшеницы (ряд У)

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
У	13,0	14,5	16,0	16,9	23,0	32,0	37,0	42,0

КРИВОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Задания

Задание 26. Определить зависимость между дозами калийных удобрений в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем яровой пшеницы (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140
Y	13,2	13,5	14,3	16,7	17,2	17,9	16,1	15,8	14,0	12,9

Задание 27. Определить зависимость между дозами азотных удобрений в кг д.в. на 1 га (ряд X) и урожаем ячменя (ряд Y) в ц/га.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	10	30	50	70	90	120	140	160	180
Y	10,0	11,2	13,5	15,6	18,1	16,7	15,9	12,3	11,1

Задание 28. Определить зависимость между дозами азотных удобрений в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем зеленой массы на пойменном пастбище в ц/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	0	30	60	90	120	150	180	210
Y	56	70	150	220	159	93	73	68

Задание 29. Определить зависимость между дозами удобрений (NPK) в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем картофеля в т/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7
X	30	60	90	120	150	180	210
Y	8	15	21	35	25	18	11

Задание 30. Определить зависимость урожайности ячменя в ц/га (ряд У) от норм высева в млн. штук на 1 га (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	3	4	5	6	7	8	9	10
У	10,2	11,0	13,5	17,5	18,1	15,3	12,2	9,1

Задание 31. Определить зависимость урожайности пшеницы в ц/га (ряд Х) от сроков посева (ряд У)

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	5.V.	10.V.	15.V.	20.V.	25.V.	30.V.	5.V1.	10.V1.
У	9,0	13,5	19,8	18,9	18,5	14,5	12,5	8,1

Задание 32. Определить зависимость между дозами азотных удобрений в кг д.в. на 1 га (ряд Х) и урожайностью картофеля в ц/га (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Х	0	40	60	80	100	120	140	160	180	200
У	91	110	145	180	220	250	215	155	120	111

Задание 33. Определить зависимость урожайности гороха в ц/га (ряд У) от рН почвенного раствора (ряд Х).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	3,6	4,0	5,0	6,0	6,5	7,0	7,4	7,8
У	9,8	10,0	12,5	14,0	20,5	16,3	13,0	11,0

Задание 34. Определить зависимость между количеством растений на 1 га в тыс. штук (ряд Х) и урожаем зеленой массы кукурузы в т/га (ряд У).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
Х	50	100	150	200	220	250	300	350
У	9,0	10,1	15,3	19,5	29,0	18,0	14,2	12,1

Задание 35. Определить зависимость между глубиной заделки семян в см (ряд X) и урожаем пшеницы в ц/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	9,5	12,1	17,3	22,5	23,1	14,3	8,9	6,4

Задание 36. Определить зависимость образования семян у яровой пшеницы в процентах (ряд Y) от среднесуточной температуры (ряд X).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	9	10	11	14	17	20	25	32
Y	3,5	4	5	15	47	16	8	2,5

Задание 37. Определить зависимость между дозами калийных удобрений в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем яровой пшеницы (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140
Y	12,2	14,1	14,3	16,7	17,2	17,9	16,1	15,8	14,0	12,9

Задание 38. Определить зависимость между дозами азотных удобрений в кг д.в. на 1 га (ряд X) и урожаем овса (ряд Y) в ц/га.

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	10	30	50	70	90	120	140	160	180
Y	11,0	12,2	13,5	15,6	18,1	16,7	15,9	12,3	11,1

Задание 39. Зависимость между дозами азотных удобрений в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем зеленой массы на пойменном пастбище в ц/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	0	30	60	90	120	150	180	210
Y	54	69	150	220	159	93	73	68

Задание 40. Определить зависимость между дозами удобрений (NPK) в кг д. в. на 1 га (ряд X) и урожаем картофеля в т/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7
X	30	60	90	120	150	180	210
Y	7	14	21	35	25	18	11

Задание 41. Определить зависимость урожайности ячменя в ц/га (ряд Y) от норм высева в млн. штук на 1 га (ряд X).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	9,5	12,0	13,5	17,5	18,1	15,3	12,2	9,1

Задание 42. Определить зависимость урожайности пшеницы в ц/га (ряд X) от сроков посева (ряд Y)

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8
X	5.Y.	10.Y.	15.Y.	20.Y.	25.Y.	30.Y.	5.Y1.	10.Y1
Y	8,7	12,5	19,8	18,9	18,5	14,5	12,5	8,1

Задание 43. Зависимость между дозами азотных удобрений в кг д.в. на 1 га (ряд X) и урожайностью картофеля в ц/га (ряд Y).

Пары	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	0	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Y	87	100	135	180	220	250	215	155	120	111

Пример корреляционного и регрессионного анализа

Прямолинейная корреляция и регрессия

Задание. Определить у яровой пшеницы зависимость между размерами колоса в см (ряд X) и количеством зерен в колосе в штуках (ряд Y).

1. Корреляция. Расчеты ведут в следующей последовательности.

Составляют расчетную таблицу и вычисляют показатели: \bar{x} , \bar{y} , S_x , S_y , r , t .

1. Определение коэффициента корреляции

Номер пары	Значение признака		X^2	y^2	XY
	X , см	Y , шт			
1	5,0	16	25,00	256	80,0
2	5,6	18	31,36	324	100,8
3	6,0	19	36,00	361	114,0
4	7,0	20	49,00	400	140,0
5	7,2	20	51,84	400	144,0
6	7,4	22	54,76	484	162,8
7	7,5	23	56,25	529	172,5
8	7,6	24	57,76	576	182,4
9	7,9	25	62,41	625	197,5
Суммы	$\Sigma X=61,2$	$\Sigma Y=187$	$\Sigma X^2=424,38$	$\Sigma Y^2=3955$	$\Sigma XY=1294$

$$n = 9;$$

$$а) \bar{x} = (\Sigma X) : n = 61,2 : 9 = 6,8 \text{ см};$$

$$б) \bar{y} = (\Sigma Y) : n = 187 : 9 = 20,8 \text{ шт.}$$

$$в) \Sigma(X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = (5,0^2 + 5,6^2 + 6^2 + 7^2 + 7,2^2 + 7,4^2 + 7,5^2 + 7,6^2 + 7,9^2) - 61,2^2 : 9 = 424,38 - (61,2)^2 : 9 = 8,22$$

$$г) \Sigma(Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = (16^2 + 18^2 + 19^2 + 20^2 + 20^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 + 25^2) - 187^2 : 9 = 3955,00 - (187)^2 : 9 = 69,56$$

$$д) \Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = \Sigma XY - (\Sigma X \times \Sigma Y) : n = 1294,0 - (61,2 \times 187) : 9 = 22,4$$

2. Определяем коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии:

$$r = [\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})] : \sqrt{\Sigma(X - \bar{x})^2 \Sigma(Y - \bar{y})^2}$$

е) $r = 22,4 : \sqrt{8,22 \times 69,56} = 22,4 : 23,91 = 0,94$ (корреляционная связь тесная).

Значение коэффициента корреляции лежит в пределах:

$$-1 < r < +1.$$

Считается, что при

$r = 0 - 0,3$ корреляционная зависимость между признаками слабая;
при $r = 0,4 - 0,7$ - средняя,
при $r > 0,7$ - сильная.

Степень сопряженности в вариации двух единиц измеряется коэффициентом детерминации:

$$d_{yx} = r^2;$$

ж) $d_{yx} = 0,94^2 = 0,88$. Значит, 88% изменчивости количества зерен в колосе зависит от размера колоса, а 12% обусловлено другими факторами.

Коэффициент регрессии:

$$b_{yx} = [\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})] : \Sigma(X - \bar{x})^2$$

з) $b_{yx} = 22,4 : 8,22 = 2,72;$

Уравнение регрессии: $Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x})$

и) $Y = 20,8 + 2,72(X - 6,8) = 2,72X + 2,30.$

3. Вычисляем ошибки, критерий значимости и доверительные интер-

валы: $Sr = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,94^2}{9-2}} = 0,13;$

$$Sb_{yx} = Sr \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{y})^2}{\Sigma(X - \bar{x})^2}} = 0,13 \times \sqrt{\frac{69,56}{8,22}} = 0,38 \text{ шт.};$$

$$Syx = Sr \times \sqrt{\Sigma(Y - \bar{y})^2} = 0,13 \times \sqrt{69,56} = 1,08 \text{ шт.}$$

$$t_r = \frac{r}{Sr} = 0,94 : 0,13 = 7,2$$

Число степеней свободы $\nu = n - 2 = 9 - 2 = 7; t_{05} = 2,37;$

По t-критерию ($t_r = 7,2 > t_{05} = 2,37$ - корреляция и регрессия значимы и, следовательно, нулевая гипотеза на 5 %-ном уровне отвергается.

$$r \pm t_{05} S_r = 0,94 \pm 2,37 \times 0,13 = 0,94 \pm 0,31 (0,63 \div 1,0) \text{ штук};$$

$$b_{yx} \pm t_{05} S_{b_{yx}} = 2,72 \pm 2,37 \times 0,38 = 2,72 \pm 0,90 (1,82 \div 3,62) \text{ штук}.$$

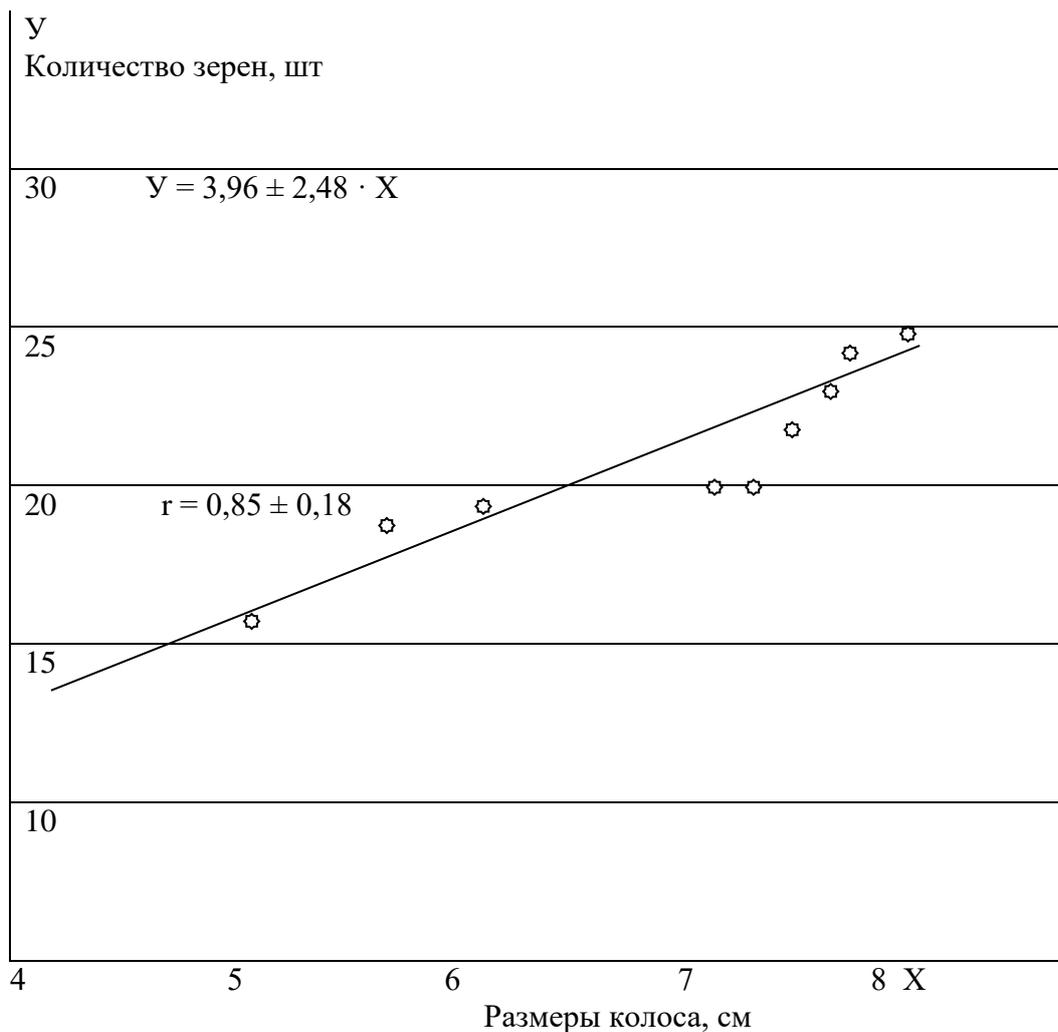


Рис. 9. Зависимость между размерами колоса и количеством зерен в колосе.

4. По уравнению регрессии рассчитывают усредненные теоретические значения Y для экстремальных величин X и строят теоретическую линию регрессии Y по X :

$$\text{при } x = 5,0 : Y = 2,72 \times 5 + 2,30 = 15,9 \text{ штук};$$

$$\text{при } x = 7,9 : Y = 2,72 \times 7,9 + 2,30 = 23,8 \text{ штук.}$$

Найденные точки ($x=5,0$; $y=15,9$) и ($x=7,9$; $y=23,8$) наносят на график и, соединяя их прямой, получают теоретическую линию регрессии Y по X . Она показывает, что увеличение длины колоса на 1 см количество зерен в нем увеличивается на 2,72 штуки. Из коэффициента детерминации ($d_{yx} = 0,94^2 = 0,88$) следует, что 88% изменений количества зерен в колосе связано с изменением размера колоса и только 12 % изменений с другими факторами. На графике целесообразно указать уравнение регрессии, коэффициент регрессии и корреляции, доверительную зону для истинной линии регрессии (рис. 9.)

КРИВОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

Криволинейная корреляция и регрессия устанавливаются по точечному графику и коэффициент корреляции непригоден в качестве меры связи. Он может указать на отсутствие сопряженности там, где налицо сильная криволинейная зависимость. Необходим новый показатель, который правильно измерял бы степень криволинейной зависимости. Таким показателем является корреляционное отношение, обозначаемое греческой буквой η (эта). Оно измеряет степень корреляции при любой ее форме.

Пример обработки криволинейной корреляции и регрессии.

По выборке ($n = 8$) определить корреляционное отношение η_{yx} между нормой высева и урожаем ячменя (табл.1).

1. Урожай ячменя (Y , ц/га) в зависимости от нормы высева (X , млн. се-

мян/га)

Номер пары	X, млн. шт./га	У, ц/га	Группа
1	3	10,0	1
2	4	11,0	
3	5	13,0	2
4	5	14,0	
5	6	15,0	3
6	7	18,0	
7	8	13,0	4
8	9	12,0	

Значения независимой переменной X располагают последовательно от меньшей величины к большей и разбивают весь ряд на 4-7 групп так, чтобы в каждой признака X было не менее двух наблюдений. Составляют вспомогательную таблицу и вычисляют необходимые суммы квадратов отклонений и средние. Подставляя итоговые данные в формулу, определяют индекс детерминации η^2_{yx} , корреляционное отношение (η_{yx}), ошибку (S_η), критерий существенности (t_η), доверительный интервал корреляционного отношения и проверяют нулевую гипотезу (H_0).

Расчет вспомогательных величин для определения корреляционного отношения

№	X	\bar{x}_y	n_x	У	\bar{y}_x	У- \bar{y}_x	(У- \bar{y}_x) ²	У- \bar{y}	(У- \bar{y}) ²
1	3	3,5	2	10	10,5	-0,50	0,25	-3,25	10,56
2	4			11		0,50	0,25	-2,25	5,06
3	5	5	2	13	13,5	0,50	0,25	-0,25	0,06
4	5			14		0,50	0,25	0,75	0,56
5	6	6,5	2	15	16,5	-1,5	2,25	1,75	3,06
6	7			18		1,5	2,25	4,75	22,56
7	8	8,5	2	13	12,5	0,50	0,25	-0,25	0,06
8	9			12		-0,50	0,25	-1,25	1,56
	$\Sigma X=47$	$\bar{x} = 5,87$	$n = 8$	$\Sigma Y=106$	$\bar{y} = 13,25$	$\Sigma(Y-\bar{y}_x)=0$	$\Sigma(Y-\bar{y}_x)^2=6$	$\Sigma(Y-\bar{y})=0$	$\Sigma(Y-\bar{y})^2 = 43,48$

1. Определяем индекс детерминации. Этот показатель определяет

процент вариации Y под влиянием фактора X :

$$\eta^2_{yx} = \frac{\sum(Y - \bar{y})^2 - \sum(Y - \bar{y}_x)^2}{\sum(Y - \bar{y})^2} = \frac{43,48 - 6}{43,48} = 0,86.$$

В данном примере индекс детерминации показал, что 86% урожая ячменя обусловлено нормой высева.

2. Корреляционное отношение при функциональной зависимости Y на X равно единице, если оно равно нулю, то показывает некоррелированность Y на X , а при промежуточном характере зависимости корреляционное отношение заключено в пределах от 0 до 1, чем ближе η_{yx} к единице, тем сильнее функциональная зависимость Y на X .

$$\eta_{yx} = \sqrt{\eta^2_{yx}} = \sqrt{0,86} = 0,93$$

Найденное корреляционное отношение (η_{yx}) свидетельствует о тесной взаимосвязи между нормой высева и урожаем ячменя.

3. Ошибка корреляционного отношения:

$$S\eta = \sqrt{\frac{1 - \eta^2_{yx}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,86}{8 - 2}} = 0,15.$$

4. Критерий существенности корреляционного отношения:

$$t_\eta = \frac{\eta_{yx}}{S_\eta} = \frac{0,93}{0,15} = 6,2$$

Теоретическое значение критерия t_{05} для 5 % уровня значимости находят по таблице приложения 1.

Число степеней свободы принимают равным : $n - 2 = 8 - 2 = 6$.

При шести степенях свободы t_{05} равно - 2,45.

Нулевая гипотеза ($H_0 : d = 0$) отвергается, так как $t_\eta = 6,2 > t_{05} = 2,45$.

$$\eta_{yx} \pm t_{05} \times S\eta = 0,93 \pm 2,45 \times 0,15 = 0,93 \pm 0,37.$$

Точки с координатами, соответствующими групповым средним \bar{y}_x и \bar{x}_y (3,5 и 10,5; 5,0 и 13,5; 6,5 и 16,5; 8,5 и 12,5.) наносят на график и соединяют плавной линией. Это и будет линия регрессии Y по X.

На график последовательно наносят, отмечая кружками, все фактические наблюдения и указывают значение корреляционного отношения.

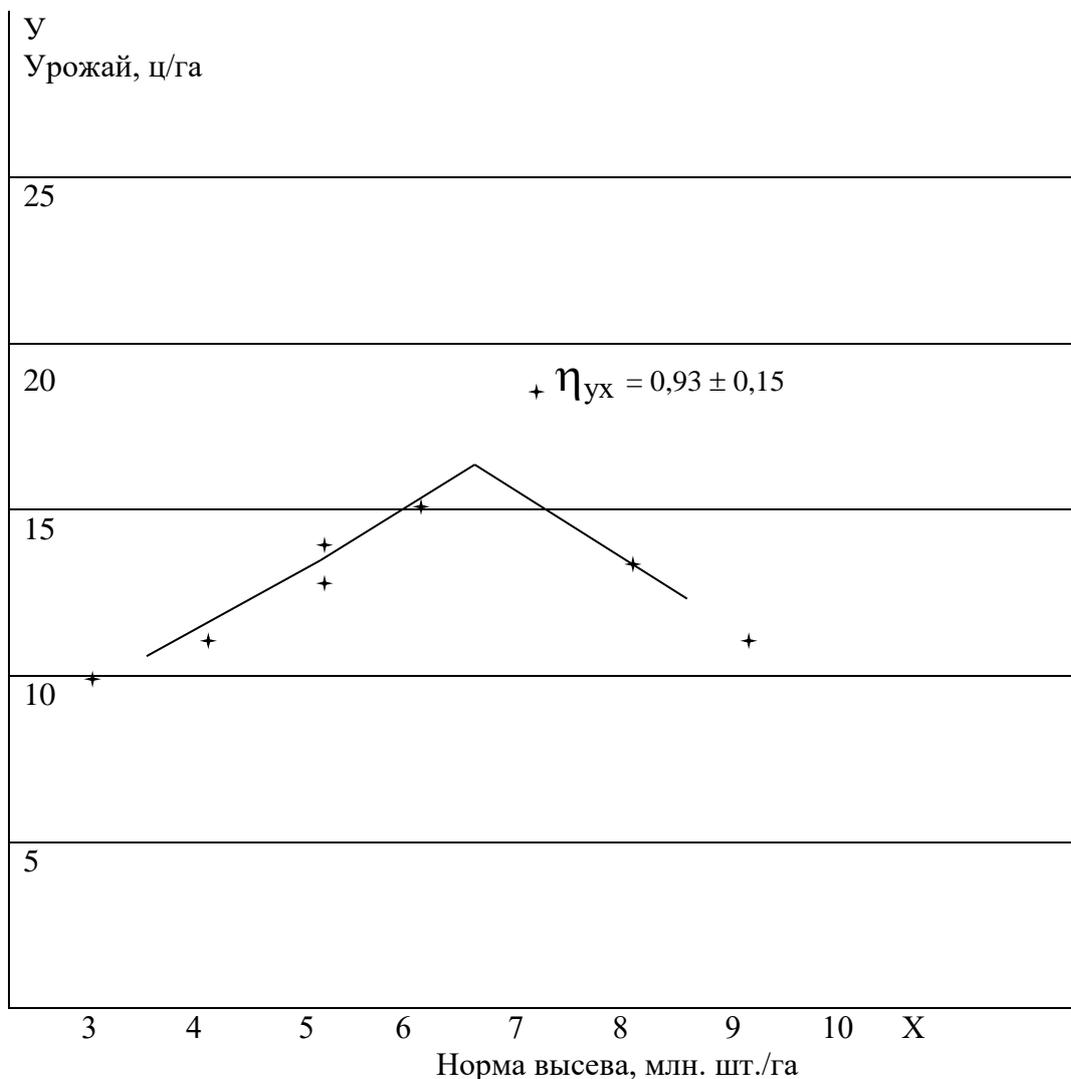


Рис.10. Урожай ячменя в зависимости от нормы высева

Она показывает, что урожайность ячменя возрастает с увеличением нормы высева до 7 млн. семян на 1 га, а затем снижается.

Краткий указатель терминов

Асимметричное или скошенное распределение – распределение, отличающееся от нормального увеличением частот правой или левой части вариационной кривой.

Блок – часть повторения, компактная группа нескольких делянок опыта; в зарубежной литературе термин применяется как для обозначения обычных повторений, так и собственно блоков – неполных повторений.

Вариабельность (изменчивость) – свойство условных единиц – растений, урожаев на параллельных делянках полевого опыта и т.п. отличаться друг от друга даже в однородных совокупностях.

Вариационный ряд - ряд данных, в которых указаны значения варьирующего признака в порядке возрастания или убывания и соответствующие им численности объектов – частоты.

Вариант опыта – изучаемое растение, сорт, условия возделывания, агротехнический прием или их сочетание.

Вероятность – мера объективной возможности события, отношение числа благоприятных случаев к общему числу всех возможных случаев. Обозначается вероятность буквой P .

Выключка – часть учетной делянки, исключенной из учета вследствие случайных повреждений или ошибок, допущенных при проведении опыта.

Дактиль-метод – стандартное размещение вариантов, при котором контрольный вариант (стандарт) размещается через два опытных.

Делянка опытная – элементарная единица полевого опыта, часть площади опыта, имеющая размер и форму и предназначенная для размещения отдельного варианта.

Делянка учетная – часть площади опытной делянки, предназначенная для учета урожая (без боковых и концевых защиток и выключек)

Дисперсионный анализ – метод анализа результатов эксперимента, заключающийся в разложении общей изменчивости результативного при-

знака, например урожая, на части-компоненты, соответствующие повторениям, вариантам, ошибкам случайного порядка и т.д. Значимость действия и взаимодействия изучаемых факторов оценивают по F-критерию и $НСР_{05}$.

Дисперсия выборочная – показатель вариации, изменчивости изучаемого признака.

Достоверность опыта – правильно спланированные и реализованные схема и методика проведения опыта, соответствие их поставленным перед исследователем задачам, правильный выбор объекта, условий проведения опыта и метода статистической обработки данных.

Дробный учет – учет урожая рекогносцировочного посева одинаковыми делянками.

Защитная полоса, защитка - краевые части делянок, которые не подвергаются учету и служат для исключения влияния растений соседних вариантов, для предохранения учетной части делянки от случайных повреждений, для разворота машин и орудий.

Значимость (существенность) – мера объективной возможности (риск) сделать ошибочное заключение при оценке результатов опыта.

Изменчивость – вариабельность, вариация, колеблемость индивидуальных значений признаков X около среднего значения x . Основной мерой изменчивости является дисперсия S^2 и стандартной отклонение S .

Контроль (стандарт) – один или несколько вариантов, с которыми сравнивают опытные варианты.

Корректирующий фактор – поправка в дисперсионном анализе при расчете квадратов отклонений от условной и средней произвольного начала. Обозначается буквой C .

Корреляционный анализ – статистический метод определения тесноты и формы связи между признаками.

Корреляция – взаимосвязь между признаками, заключающаяся в том, что средняя величина значений одного признака меняется в зависимости от изменения другого признака.

Коэффициент вариации (изменчивости) - относительный показатель изменчивости признака, представляет отношение стандартного отклонения S к средней арифметической, выраженное в процентах. Обозначается буквой V .

Коэффициент детерминации - d_{yx} показывает процент (долю) тех изменений, которые в данном явлении зависят от изучаемого фактора; равняется квадрату коэффициента корреляции r^2 .

Коэффициент корреляции – статистический показатель тесноты (силы) связи между признаками. Обозначается буквой r .

Коэффициент регрессии - b_{yx} – число, показывающее, в каком направлении и на какую величину изменяется в среднем зависимая переменная y (результативный признак) при изменении независимой переменной X на единицу измерения.

Латинский квадрат – схема рендомизированного (случайного) размещения вариантов в полевом опыте, в котором делянки располагаются рядами и столбцами (4×4 , 5×5 , 6×6 и т.д.). В каждом ряду и столбце должен быть полный набор вариантов схемы (повторения) и, следовательно, в латинском квадрате число повторений равно числу вариантов, и общее число делянок равно квадрату числа вариантов.

Латинский прямоугольник – схема рендомизированного (случайного) размещения вариантов в полевом опыте. В основе лежит латинский квадрат, который определяет повторность опыта, число рядов и столбцов. Число вариантов должно быть кратным повторности ($4 \times 4 \times 3$), (повторность $n=4$, число вариантов $l=4 \times 3=12$).

Метод расщепленных (сложных) делянок – эксперимент, в котором делянки одного опыта используются как блоки другого. Делянки первого порядка расщепляются на делянки второго порядка, а последние на более мелкие делянки третьего порядка. Метод расщепленных делянок с рендомизированным размещением вариантов используют для закладки многофакторных опытов.

Метод рендомизированных (случайных) повторений – эксперимент, в котором варианты по делянкам размещены в случайном порядке по таблице случайных чисел или по жребию. Это наиболее распространенный метод размещения вариантов.

Методика полевого опыта – совокупность слагающих её элементов: число вариантов, площадь делянок, их форма и направление, повторность, система размещения вариантов, повторений и делянок на территории, метод учета урожая, организация опыта во времени, а также метод статистического анализа данных.

Наименьшая существенная разность (НСР) – величина, указывающая границу возможных случайных отклонений в эксперименте; это та минимальная разность в урожаях между средними, которая в данном опыте признается существенной при 5 %-ном ($НСР_{05}$) или 1 %-ном ($НСР_{01}$) уровне значимости.

Ошибка опыта, выборки – мера расхождения между результатами выборочного исследования и истинным значением измеряемой величины. При обработке результатов полевого опыта методом дисперсионного анализа определяется обобщенная ошибка средних, выражаемая в тех же единицах, что и изучаемый признак. Ошибка $S_{\bar{x}}$, выраженная в процентах от соответствующей средней, называется относительной ошибкой опыта или выборки ($S_{\bar{x}}\%$). В полевом опыте величина $S_{\bar{x}}\%$ (старое обозначение $m\%$ или P) часто без учета уровня урожайности используется в качестве показателя, характеризующего «точность опыта».

Повторение – часть площади опытного участка, включающего делянки с полным набором вариантов схемы опыта.

Повторность – число одноименных делянок каждого варианта в данном полевом опыте. Повторность опыта во времени – число лет испытания агротехнических приёмов или сортов.

Полевой опыт – исследование, осуществляемое в полевой обстановке на специально выделенном участке для оценки действия различных вариантов на урожай растений и его качество.

Рекогносцировочный посев (разведывательный) – сплошной посев одной культуры, предшествующий закладке полевого опыта и проводимый для выявления степени однородности (путем дробного учета урожая) почвенного плодородия на площади опыта.

Рендомизированное (случайное) размещение вариантов – такое расположение полевого опыта, когда порядок следования вариантов в каждом повторении определяется по жребию или таблице случайных чисел.

Систематическое размещение вариантов - такое расположение полевого опыта, когда порядок следования вариантов в каждом повторении подчиняется определенной системе (последовательно, в шахматном порядке).

Стандартное размещение вариантов - такое расположение полевого опыта, когда контрольные варианты (стандарты) располагаются через 1-2 опытных варианта.

Схема опыта – совокупность опытных и контрольных вариантов, объединенных общей идеей.

Типичность (репрезентативность) – соответствие условий проведения опыта почвенно-климатическим и агротехническим условиям сельскохозяйственного производства данной зоны.

Точность опыта (относительная ошибка) $S_{\bar{x}} \%$ - ошибка средней $S_{\bar{x}} \%$, выраженная в процентах от соответствующей средней (см. ошибка опыта).

Уравнительный посев – сплошной посев одной культуры для повышения плодородия почвы участка, выбранного для закладки опыта.

Учет урожая по пробным снопам – метод учета урожая, при котором взвешивают и учитывают общую массу урожая со всей площади каждой учетной делянки, а товарную часть (зерно, сено и т.п.) рассчитывают по данным учета с пробных снопов, отбираемых от общей массы урожая перед ее взвешиванием в поле.

Учёт урожая сплошной – метод учета урожая, при котором всю товарную часть продукции (зерно, клубни, волокно, сено и т.п.) взвешивают и учитывают со всей площади каждой учетной деланки полевого опыта.

Факториальный опыт (ПФЭ) – многофакторный опыт, схема которого включает все возможные сочетания факторов, что позволяет установить действие и взаимодействие изучаемых факторов.

Число степеней свободы – число свободно варьирующих величин. Обозначается буквой ν и в простейшем случае равно числу всех наблюдений минус единица ($n - 1$).

Шахматное размещение вариантов – разновидность систематического размещения, когда повторения в опыте располагаются в несколько ярусов и для более равномерного размещения вариантов по площади опыта расположение их в каждом ярусе сдвигается на частное от деления числа вариантов на число ярусов.

Ямб-метод – стандартное размещение вариантов, при котором опытный вариант чередуется со стандартом.

Значения критерия t на 5- и 1 % уровне значимости

Число степеней свободы ошибки	Уровень значимости	
	0,05	0,01
1	12,71	63,66
2	4,30	9,93
3	3,18	5,84
4	2,78	4,60
5	2,57	4,03
6	2,45	3,71
7	2,37	3,50
8	2,31	3,36
9	2,26	3,25
10	2,23	3,17
11	2,20	3,11
12	2,18	3,06
13	2,16	3,01
14	2,15	2,98
15	2,13	2,95
16	2,12	2,92
17	2,11	2,90
18	2,10	2,88
19	2,09	2,86
20	2,09	2,85
21	2,08	2,83
23	2,07	2,81
25	2,06	2,79

Значение критерия Fна 5 % уровне значимости (вероятность 95 %)	
Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя) (ошибки)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя) (вариантов)
	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 12 24 50
1	161 200 216 225 230 234 237 239 241 242 244 249 252
2	18,51 19,00 19,16 19,25 19,30 19,33 19,36 19,37 19,38 19,39 19,41 19,45 19,47
3	10,13 9,55 9,28 9,12 9,01 8,94 8,88 8,84 8,81 8,78 8,74 8,64 8,58
4	7,71 6,94 6,59 6,39 6,26 6,16 6,09 6,04 6,00 5,96 5,91 5,77 5,70
5	6,61 5,79 5,41 5,19 5,05 4,95 4,88 4,82 4,78 4,74 4,68 4,53 4,44
6	5,99 5,14 4,76 4,53 4,39 4,27 4,21 4,15 4,10 4,06 4,00 3,84 3,75
7	5,59 4,74 4,35 4,12 3,97 3,87 3,79 3,73 3,68 3,63 3,57 3,41 3,32
8	5,32 4,46 4,07 3,84 3,69 3,58 3,50 3,44 3,39 3,34 3,28 3,12 3,03
9	5,12 4,26 3,86 3,63 3,48 3,37 3,29 3,23 3,18 3,13 3,07 2,90 2,80
10	4,96 4,10 3,71 3,48 3,33 3,22 3,14 3,07 3,02 2,97 2,91 2,74 2,64
11	4,84 3,98 3,59 3,36 3,20 3,09 3,01 2,95 2,90 2,86 2,79 2,61 2,50
12	4,75 3,88 3,49 3,26 3,11 3,00 2,92 2,85 2,80 2,76 2,69 2,50 2,40
13	4,34 3,80 3,41 3,18 3,02 2,92 2,84 2,77 2,72 2,67 2,60 2,42 2,32
14	4,60 3,74 3,34 3,11 2,96 2,85 2,77 2,70 2,65 2,60 2,53 2,35 2,24
15	4,54 3,60 3,29 3,06 2,90 2,79 2,70 2,64 2,59 2,55 2,48 2,29 2,18
16	4,49 3,63 3,24 3,01 2,85 2,74 2,66 2,59 2,54 2,49 2,42 2,24 2,13
17	4,45 3,59 3,20 2,96 2,81 2,70 2,62 2,55 2,50 2,45 2,38 2,19 2,08
18	4,41 3,55 3,16 2,93 2,77 2,66 2,58 2,51 2,46 2,41 2,34 2,15 2,04

Значение критерия Fна 1 % уровне значимости (вероятность 99 %)

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя) (ошибки)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя) (вариантов)												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6106	6294	6302
2	98,48	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,42	99,46	99,48
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,05	26,60	26,35
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,37	13,93	13,69
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,89	9,47	9,24
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,31	7,09
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,47	6,07	5,85
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,67	5,28	5,06
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73	4,51
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,71	4,33	4,12
11	9,85	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,40	4,02	3,80
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,16	3,78	3,56
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,59	3,37
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,43	3,21
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,29	3,07
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,78	3,69	3,61	3,45	3,18	2,96
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,45	3,08	2,86
18	8,26	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,60	3,51	3,37	3,00	2,78

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев, И. П. Основы научных исследований в агрономии / И.П. Васильев, Р.Р. Усманов.– М.: Издательство МСХА, 1998.– 421 с.
2. Доспехов, Б. А. Методика полевого опыта. М., Агропромиздат, 1985. – 351 с.
3. Кирюшин, Б. Д. Учебное пособие. Методика научной агрономии. Часть 1, Введение в опытное дело и статистическую оценку.– М: МСХА, 2004.– 167 с.
4. Кирюшин, Б. Д. Учебное пособие. Методика научной агрономии. Часть 2, Постановка опытов и статистико-агрономическая оценка их результатов. – М: МСХА, 2005.– 199 с.
5. Литл, Т, Хилз, Ф. Сельскохозяйственное дело. Планирование и анализ. (Пер. с английского Б.Д. Кирюшина.– М: Колос, 1981.– 186 с.
6. Методика государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур. Выпуск первый / Под редакцией д. с.-х. н. М. А. Федина.– М., 1979.– 289 с.
7. Моисейченко, В. Ф. Основы научных исследований в агрономии / В. Ф. Моисейченко, М. Ф. Трифонова, А. Х. Заверюха и [др].– М.: Колос, 1996.– 336 с.
8. Основы научных исследований в агрономии: учеб. пособие для вузов / В. А. Рычков, С. П. Бурлов.– Иркут. гос. с.-х. акад., 2001. – 112 с.
9. Основы опытного дела в растениеводстве: учеб. пособие для вузов / под ред. В. Е. Ещенко, М. Ф. Трифоновой, 2009. – 268 с.
10. Пирс, С. Полевые опыты с плодовыми деревьями. М., Колос, 1989.– 284 с.