М. Ю. Бузунова

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Часть 1.

Механика. Механические колебания и волны. Молекулярная физика и термодинамика

Иркутск 2018

УДК 530.1 (076)
ББК 22.31

Печатается по решению научно-методического совета ФБОУ ВПО Иркутской государственной сельскохозяйственной академии протокол № 2 от 6 февраля 2018г.

Рецензенты: д.т.н., профессор кафедры ЭО и физики Иркутского ГАУ Кузнецов Б.Ф., к.т.н, , директор института энергетики ИрНИТУ Федчишин В.В..

Бузунова М. Ю.
Сборник задач по физике. Часть 1. Механика. Механические колебания и волны. Молекулярная физика и термодинамика: Учеб. пособие по дисциплине ФИЗИКА. - 2-е издание, переработанное и дополненное Иркутск: Иркутский ГАУ имени А.А. Ежевского, 2018. – 176с..

Учебное пособие содержит краткие теоретические сведения и задачи по разделам курса физики «Механика», «Механические колебания и волны» и «Молекулярная физика и термодинамика». В каждом разделе представлены условия задач и наглядные примеры решения задач с ответами. Представлены варианты контрольных работ. Предназначено для организации и проведения аудиторного и дистанционного обучения студентов базового уровня бакалавриата очной и заочной формы обучения по направлениям подготовки: 35.03.06 «Агроинженерия», 44.03.04 «Профессиональное обучение» , 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 06.03.01 «Биология», 35.03.01 «Лесное дело», 09.03.03 «Прикладная информатика», 36.03.02 «Зоотехния», 35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура», 35.03.03 «Агрохимия и агропочвоведение», 35.03.04 «Агрономия», а также для самостоятельной работы студентов очной и заочной формы обучения.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Значимая роль в изучении предмета «Физика» отводится практическим аудиторным и самостоятельным занятиям по решению задач, которые существенно дополняют и углубляют изучение курса, а также способствуют пониманию и закреплению пройденного теоретического материала.

Грамотное решение практического задания является важной и одной из основных составляющих при изучении предмета физики, выполняет разнообразные функции и помогает творчески подходить к осмыслению соответствующей темы. Кроме того решение задач способствует приобщению обучающихся к самостоятельной индивидуальной работе, расширяет кругозор знаний, полученных на лекциях и при чтении учебной литературы, помогает анализировать изучаемые процессы и явления, их особенности, учитывать границы их применимости, а также дает возможность применять полученные теоретические знания к решению практических вопросов, имеющих в том числе и познавательное значение.

Данное учебное пособие состоит из двух частей, которые включают более тысячи задач по всем основным разделам, соответствующим программе курса общей физики в вузе. В первой части пособия представлены задачи по курсу механики, гармонического колебательного движения, молекулярной физики и термодинамики. В начале каждого раздела пособия приводится краткое описание теоретических сведений, которые применяются для решения задач данной темы. Затем приведены примеры детального решения типовых задач, с целью ознакомления с методикой решения и оказания консультационной помощи студентам при самостоятельной работе. В каждом разделе представлена подборка условий задач для самостоятельного решения и ответы к ним..

Для более детального освоения и изучения предмета следует отметить необходимость использования учебной и справочной литературы , как основной так и дополнительной по курсу «Физика» [См.приложение 7].

Учебное пособие позволяет осуществлять индивидуализацию учебных заданий, позволяет выбрать индивидуальный вариант задания по предмету,как во время аудиторных занятий , так и при самостоятельной работе студентов. Учебное пособие может быть использовано студентами очной и заочной форм обучения, включая дистанционную, а также для самостоятельной работы студентов.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Решение любой задачи по физике требует знания основных законов и формул по рассматриваемой теме, а также умения анализировать задачу и грамотно применять полученные теоретические и практические сведения для ее решения . Студент должен проанализировать задачу, правильно выбрать физический закон с помощью которого можно описать процесс, предлагаемый в задании,и применить его для решения . Процесс решения дает возможность более глубоко и основательно овладеть изучаемым материалом, а знание теоретического материала является неотъемлемым условием в умении грамотно решать задачи по физике.

Физической задачей в учебной практике обычно называют небольшую проблему, которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений и математических действий.[1]

Физические задачи разнообразны по содержанию. Прочитав условие некоторых задач, можно не знать, с чего начать решение. Поэтому часто бывает полезно привлекать для решения данной задачи опыт прежних решений, проводить аналогии, делать упрощения и т.п.

Универсальный прием для решения любой физической задачи предложить невозможно. Физические задачи весьма разнообразны. Тем не менее, существуют некоторые общие правила или предписания алгоритмического типа, обеспечивающие определенную последовательность элементарных действий при решении задач. Последовательность этих действий такова, что она может быть успешно применена к решению широкого круга физических задач. [1]

Общие правила решения физической задачи:

1. Необходимо внимательно изучить условие задачи , выяснить смысл основных обозначений и терминов представленных в условии, посмотреть, в случае необходимости, решение аналогичных задач.

2. С учетом буквенных обозначений заданных в условии параметров , запишите краткое условие задачи

Вспомните основные законы и формулы, связывающие соответствующие параметры, проверьте, все ли они выражены в одной системе единиц.

3. По возможности, сделайте рисунок, чертеж или условную схему, поясняющие сущность задачи.

На рисунке целесообразно указать заданные и искомые величины в буквенном виде, введенном в условии.

4. Выразить все числовые значения заданных в условии физических параметров в системе единиц СИ.

5. Проанализируйте задачу, раскройте ее физический смысл. Определите , какие законы и соотношения могут быть использованы при решении данной задачи.

6. Примените подобранный вами физический закон и составьте уравнения, связывающие физические параметры, характеризующие рассматриваемое явление.

7. Решите составленные математические уравнения и найдите искомую величину, чтобы получить алгебраическое выражение из буквенных обозначений, заданных в условии величин, табличных значений и числовых коэффициентов.В случае громоздкого решения можно выполнить его частями ,поэтапно.

8. Сравните единицы измерения в обеих частях итогового уравнения в целях проверки правильности решения .

Для этого следует подставить единицы измерения всех величин в формулу решения в общем виде и произвести необходимый анализ.

В приложение указаны «Единицы некоторых физических величин в СИ».

Если полученная вами единица измерения не совпадет с единицей измерения искомой величины, следовательно задача решена неверно.

9. Подставьте в формулу решения в общем виде числовые значения величин ,проведите расчеты и получите числовое значение.

Числовые значения физических величин, которые используются при решении задач, всегда являются приближенными. Поэтому выполняемые при решении задач числовые расчёты следует проводить соблюдая правила действия с приближёнными числами. Смотри приложение «Вычисления с приближёнными числами».

Решение задачи всегда сопровождайте краткими, но исчерпывающими пояснениями.

В пособии приведены примеры решения основных типовых задач по каждому разделу курса физики, в целях более наглядного применения вышеуказанных рекомендаций для студентов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Перед выполнением контрольной работы студентам заочникам необходимо самостоятельно изучить соответствующий теоретический раздел , используя перечень основной и дополнительной литературы по предмету «Физика». (Смотри приложение). Студенты-заочники выполняют контрольные работы в соответствии с таблицами вариантов заданий , приведенными в учебном пособии.

Выбор варианта для контрольной работы производится на основании шифра направления подготовки студента по таблице. Необходимый номер варианта выбирается по **двум последним цифрам зачетной книжки.** При выполнении контрольной работы необходимо выполнять следующие правила:

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради. На титульном листе тетради студент должен указать номер контрольной работы, название дисциплины, фамилию и инициалы, направление подготовки и его шифр. Решение каждой задачи из соответствующего варианта необходимо оформлять с новой страницы. В конце работы следует привести список использованной литературы и расписаться.

2. Условия задач переписываются в тетрадь полностью, без сокращения.

Значения параметров в условии задачи , а также взятые из справочных таблиц, записываются отдельной строкой. Для каждого параметра вводится буквенное обозначение, все они должны соответствовать принятым в данном пособии обозначениям. При записи все численные величины переводятся в единицы системы СИ.

3. Для более наглядного представления решения задачи выполняется рисунок, схематический чертеж. В случае изменения состояния объекта или характера его движения, студент может сделать несколько последовательных рисунков. На схеме нужно представить физические величины, пользуясь условными графическими и буквенными обозначениями . Рисунки выполнять грамотно, соблюдая масштаб и правила технического черчения, используя при необходимости чертежные инструменты.

4. При оформлении решения задачи нужно представить краткие пояснениями, указать основные физические законы и формулы, на которых оно базируется. В решении также разъясняются все используемые буквенные обозначения и символы.

5. Решение задачи выполняется в *общем виде*, т. е. только в буквенных обозначениях. Все исходные формулы записывают ,затем выполняют нужные алгебраические преобразования в целях получения расчетной формулы для искомой величины .Обязательно приводится

вывод расчетной формулы , с пояснением используемых математических приемов.

6. Выполнить расчет искомых параметров, путем подстановки заданных числовых значений величин в расчетную формулу. При подстановке данных в формулу желательно представлять их в виде чисел, умноженных на 10 в необходимой степени. Все вычисления выполнять с соблюдением правил вычисления приближенных чисел.

7. Выполнить проверку единицы измерения искомой величины по расчетной формуле и тем самым подтвердить правильность решения задачи.

8. Сравнить полученный результат с ответом в задачнике и, если есть расхождения, выделить их.

В случае несоблюдения представленных правил оформления контрольной работы ,а также выполнения работы не по своему варианту, преподаватель может не зачесть соответствующую работу.

Если контрольная работа преподавателем не зачтена, то необходимые дополнения и исправления выполняются в той же тетради в конце работы. Выполненные контрольные работы студент выставляет в электронно-информационную среду (ЭИОС), используя логин и пароль для входа в личный кабинет.

Варианты контрольных работ для студентов заочной формы обучения направлений подготовки: 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», 21.03.02 «Землеустройство и кадастры», 44.03.04 «Професссиональное обучение», 35.03.06 «Агроинженерия»

Контрольная работа № 1

Вариант	Номера задач
00	1.22; 1.141; 1.238; 1.278; 1.331; 2.27; 2.71; 2.142; 1.465
01; 34; 67	1.46; 1.152; 1.239; 1.272; 1.318; 2.16; 2.55; 2.126; 1.440
02; 35; 68	1.17; 1.105; 1.210; 1.290; 1.335; 2.31; 2.61; 2.140; 1.449
03; 36; 69	1.18; 1.153; 1.222; 1.286; 1.336; 2.9; 2.62; 2.147; 1.468
04; 37; 70	1.60; 1.80; 1.188; 1.305; 1.321; 2.33; 2.57; 2.129; 1.390
05; 38; 71	1.14; 1.130; 1.223; 1.258; 1.333; 2.42; 2.104; 2.161; 1.441
06; 39; 72	1.45; 1.125; 1.203; 1.293; 1.375; 2.20; 2.46; 2.110; 1.427
07; 40; 73	1.49; 1.159; 1.237; 1.284; 1.346; 2.25; 2.83; 2.107; 1.406
08; 41; 74	1.18; 1.151; 1.199; 1.298; 1.337; 2.63; 2.113; 2.162; 1.393
09; 42; 75	1.60; 1.83; 1.218; 1.276; 1.316; 2.35; 2.60; 2.149; 1.418
10; 43; 76	1.47; 1.110; 1.236; 1.280; 1.354; 2.34; 2.69; 2.121; 1.448
11; 44; 77	1.48; 1.156; 1.215; 1.271; 1.380; 2.57; 2.143; 2.166; 1.416
12; 45; 78	1.16; 1.163; 1.216; 1.295; 1.351; 2.13; 2.67; 2.116; 1.458
13; 46; 79	1.58; 1.107; 1.200; 1.311; 1.339; 2.28; 2.58; 2.131; 1.422
14; 47; 80	1.15; 1.98; 1.182; 1.309; 1.326; 2.17; 2.85; 2.105; 1.396
15; 48; 81	1.31; 1.108; 1.231; 1.267; 1.342; 2.26; 2.54; 2.139; 1.436
16; 49; 82	1.38; 1.101; 1.201; 1.294; 1.346; 2.29; 2.44; 2.118; 1.471
17; 50; 83	1.51; 1.84; 1.220; 1.263; 1.341; 2.23; 2.68; 2.137; 1.433
18; 51; 84	1.19; 1.114; 1.184; 1.304; 1.315; 2.14; 2.59; 2.120; 1.397
19; 52; 85	1.12; 1.127; 1.229; 1.306; 1.340; 2.64; 2.154; 2.164; 1.477
20; 53; 86	1.27; 1.93; 1.196; 1.297; 1.377; 2.36; 2.86; 2.150; 1.402
21; 54; 87	1.59; 1.158; 1.204; 1.261; 1.334; 2.70; 2.127; 2.165; 1.479
22; 55; 88	1.43; 1.86; 1.225; 1.287; 1.327; 2.24; 2.45; 2.125; 1.437
23; 56; 89	1.28; 1.95; 1.198; 1.301; 1.343; 2.15; 2.74; 2.132; 1.403
24; 57; 90	1.54; 1.104; 2.228; 1.257; 1.338; 2.22; 2.43; 2.115; 1.447
25; 58; 91	1.41; 1.90; 1.226; 1.262; 1.345; 2.75; 2.141; 2.163; 1.404
26; 59; 92	1.42; 1.99; 1.207; 1.296; 1.314; 2.30; 2.65; 2.152; 1.462
27; 60; 93	1.33; 1.91; 1.227; 1.270; 1.323; 2.12; 2.70; 2.130; 1.454;
28; 61; 94	1.61; 1.92; 1.217; 1.260; 1.348; 2.87; 2.122; 2.167; 1.423
30; 63; 96	1.13; 1.77; 1.221; 1.259; 1.322; 2.18; 2.41; 2.134; 1.451
31; 64; 97	1.31; 1.139; 1.213; 1.288; 1.347; 2.32; 2.56; 2.124; 1.488
32; 65; 98	1.54; 1.100; 1.235; 1.299; 1.332; 2.47; 2.66; 2.128; 1.405
33; 66; 99	1.57 1.97; 1.211; 1.264; 1.378; 2.37; 2.153; 2.168; 1.415

Варианты контрольных работ для студентов заочной формы обучения направлений подготовки:36.03.02 «Зоотехния», 06.03.01 «Биология», 35.03.01 «Лесное дело», 35.03.08 «Водные биоресурсы и аквакультура», 35.03.03 «Агрохимия и агропочвоведение», 35.03.04 «Агрономия», 09.03.03 «Прикладная информатика».

Контрольная работа

Вариант	Номера задач
00	1.11; 1.269; 1.206; 2.95; 3.48; 3.205; 1.383; 4.37; 5.82
01; 34; 67	1.1; 1.293; 1.233; 2.44; 3.88; 3.240; 1.490; 4.125; 5.64
02; 35; 68	1.34; 1.249; 1.169; 2.102; 3.38; 3.239; 1.479; 4.83; 5.19
03; 36; 69	1.26; 1.257; 1.185; 2.55; 3.133; 3.257; 1.389; 4.113; 5.41
04; 37; 70	1.25; 1.142; 1.210; 2.79; 3.49; 3.236; 1.502; 4.130; 5.7
05; 38; 71	1.36; 1.306; 1.171; 2.177; 3.144; 3.278; 1.464; 4.129; 5.72
06; 39; 72	1.20; 1.253; 1.190; 2.56; 3.110; 3.272; 1.496; 4.42; 5.98
07; 40; 73	1.40; 1.274; 1.183; 2.176; 3.141; 3.244; 1.395; 4.86; 5.90
08; 41; 74	1.29; 1.270; 1.148; 2.109; 3.51; 3.284; 1.478; 4.8; 5.28
09; 42; 75	1.57; 1.79; 1.170; 2.59; 3.116; 3.275; 1.437; 4.120; 5.77
10; 43; 76	1.42; 1.128; 1.145; 2.22; 3.118; 3.276; 1.453; 4.146; 5.42
11; 44; 77	1.62; 1.72; 1.174; 2.128; 3.113; 3.263; 1.450; 4.87; 5.54
12; 45; 78	1.5; 1.255; 1.153; 2.142; 3.12; 3.277; 1.394; 4.11; 5.34
13; 46; 79	1.2; 1.272; 1.224; 2.20; 3.149; 3.249; 1.503; 4.90; 5.40
14; 47; 80	1.22; 1.259; 1.201; 2.163; 3.158; 3.268; 1.432; 4.110; 5.31
15; 48; 81	1.21; 1.247; 1.146; 2.115; 3.104; 3.246; 1.468; 4.47; 5.30
16; 49; 82	1.46; 1.84; 1.236; 2.71; 3.106; 3.219; 1.380; 4.93; 5.93
17; 50; 83	1.39; 1.93; 1.214; 2.97; 3.25; 3.274; 1.454; 4.56; 5.73
18; 51; 84	1.63; 1.123; 1.219; 2.167; 3.147; 3.281; 1.474; 4.121; 5.68
19; 52; 85	1.55; 1.92; 1.181; 2.130; 3.61; 3.223; 1.411; 4.26; 5.35
20; 53; 86	1.27; 1.275; 1.173; 2.35; 3.94; 3.286; 1.498; 4.98; 5.20
21; 54; 87	1. 7; 1.273; 1.187; 2.150; 3.115; 3.206; 1.499; 4.17; 5.37
22; 55; 88	1.45; 1.300; 1.202; 2.172; 3.30; 3.265; 1.482; 4.128; 5.17
23; 56; 89	1.48; 1.121; 1.150; 2.74; 3.67; 3.228; 1.505; 4.31; 5.15
24; 57; 90	1.32; 1.114; 1.229; 2.13; 3.92; 3.216; 1.497; 4.81; 5.21
25; 58; 91	1.37; 1.110; 1.147; 2.123; 3.139; 3.237; 1.487; 4.48; 5.22
26; 59; 92	1.58; 1.136; 1.213; 2.145; 3.35; 3.260; 1.501; 4.122; 5.95
27; 60; 93	1.50; 1.303; 1.149; 2.41; 3.80; 3.234; 1.481; 4.35; 5.12
28; 61; 94	1.9; 1.90; 1.202; 2.153; 3.9; 3.211; 1.415; 4.108; 5.36
29; 62; 95	1.44; 1.302; 1.235; 2.131; 3.124; 3.270; 1.488; 4.69; 5.66
30; 63; 96	1.31; 1.66; 1.154; 2.124; 3.150; 3.230; 1.493; 4.3; 5.23
31; 64; 97	1.17; 1.254; 1.193; 2.175; 3.143; 3.254; 1.397; 4.78; 5.33
32; 65; 98	1.13; 1.264; 1.199; 2.161; 3.103; 3.251 1.403; 4.103; 5.11
33; 66; 99	1.23; 1.262; 1.158; 2.15; 3.316 3.207; 1.393; 4.2; 5.24

МЕХАНИКА

Простейший вид движения, при котором тела изменяют свое расположение в пространстве и никаких других изменений в них не происходит, называется *механическим движением*.

Механика – раздел физики, в котором изучаются различные механические движения тел и причины, их вызывающие. Основоположниками механики являются итальянский ученый Г. Галилей (1564-1642), уточнил и окончательно сформулировал законы механики английский ученый И.Ньютон (1643-1727). Механика, основанная на законах Ньютона, называется *классической*. В ней рассматриваются движения макроскопических тел со скоростями, много меньшими, скорости света в вакууме.

Механика делится на кинематику, динамику и статику.

Механика является научной основой современной техники. Законы механики проверены многовековой деятельностью человека.[1-2]

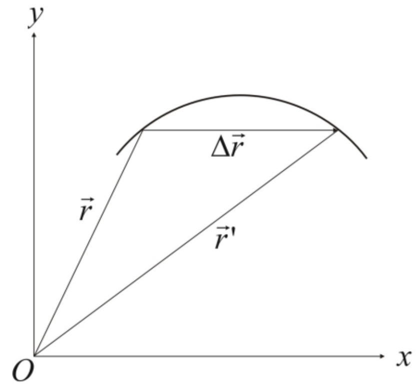
ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

Кинематика изучает различные виды механического движения тел без рассмотрения причин, вызывающих эти движения.

Механическое движение относительно, его характер зависит от выбора *системы отсчета*, которую определяют три составляющие: тело отсчета, система координат, способ отсчета времени.

Движение реальных тел часто имеет сложный характер. Но так как всякое движение представляет собой совокупность более простых движений, то целесообразно предварительно изучить более простые виды движения.

В классической механике в ряде случаев при описании движения тела пользуются понятием *материальной точки* – тела, формой и размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи. Положение материальной точки в пространстве характеризуется тремя координатами x, y, z или радиус-вектором $\vec{r}$. При движении материальной точки эти величины изменяются с течением времени, то есть материальная точка описывает в пространстве *траекторию*.



Направленный отрезок прямой $\Delta\vec{r}$, соединяющий начальное положение материальной точки на траектории с ее конечным положением называется *перемещением*.

Перемещение, совершаемое за единицу времени, называется *скоростью* тела. Быстроту изменения скорости характеризуют *ускорением*. Перемещение, скорость и ускорение – векторные величины.

По виду траектории движения можно разделить на *прямолинейные* и *криволинейные* движения.

Задача кинематики состоит в определении кинематических характеристик движения (координат, скоростей и ускорений тела) и получения уравнений зависимости этих величин от времени.

В общем случае мгновенная скорость криволинейного движения материальной точки

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}\ , \quad v = \frac{dS}{dt}\ ,$$

где $d\vec{r}$ - элементарное перемещение точки за промежуток времени dt; dS – путь, пройденный точкой за время dt.

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

и в случае прямолинейного движения

$$a = \frac{dv}{dt}.$$

Скорость в случае прямолинейного равномерного движения (a = 0)

$$v = \frac{S}{t} = const\,.$$

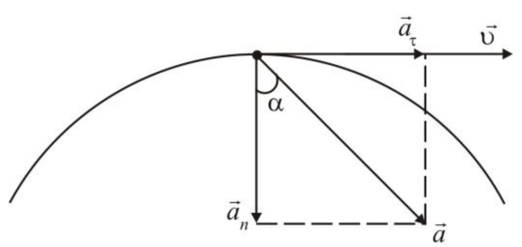
Здесь S – путь, пройденный телом за время t.

В случае прямолинейного равнопеременного движения ($\vec{a} = const$)

$$S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2},\ \ v = v_0 \pm at\,,$$

v_0 – начальная скорость.

Характеристикой быстроты неравномерного движения в целом служит *средняя скорость* прохождения пути - величина, равная отношению пройденного телом пути к времени, за которое этот путь пройден.



При криволинейном движении вектор скорости $\vec{v}$ в каждой точке траектории совпадает с направлением касательной к траектории в этой точке.

Мгновенное ускорение при криволинейном движении разлагается на две составляющие: тангенциальное (или касательное) ускорение $\vec{a}_\tau$ и нормальное (или центростремительное) ускорение $\vec{a}_n$, см. рис. Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине –

оно направлено по касательной к траектории и определяется выражением

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}.$$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению – оно направлено к центру кривизны траектории и определяется выражением

$$a_n = \frac{v^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории в соответствующей точке.

Полное ускорение точки при криволинейном движении $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, а его величина $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

При движении тела (материальной точки) по круговой траектории угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

где φ – угол, описываемый радиус-вектором при движении тела за время dt.

Между периодом обращения T и угловой скоростью существует зависимость, определяемая формулой

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где n – частота обращения.

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью v соотношением

$$v = \omega R.$$

Для характеристики переменного вращательного движения вводят угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Тангенциальное и нормальное ускорения тела при движении по круговой траектории могут быть выражены через угловую скорость и угловое ускорение следующим образом

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R.$$

Здесь R – радиус кривизны траектории.

При равнопеременном вращательном движении ($\varepsilon = const$) угол поворота и угловая скорость с течением времени изменяются согласно уравнениям

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}\ ,\ \ \omega = \omega_0 \pm \varepsilon\, t\ ,$$

где ω_0 - начальная угловая скорость.[1,2,4]

Примеры решения задач

Задача. Автомобиль проходит первую треть пути с некоторой скоростью, а оставшуюся часть пути со скоростью 50 км/ч. Определить скорость автомобиля на первом участке пути, если средняя скорость на всем пути составляет 37,5 км/ч.

Дано: v_2 = 50 км/ч; $v_{ср}$ = 37,5 км/ч; $S_1 = S/3$; $S_2 = 2S/3$.
Найти: v_1.

Решение: Весь путь S пройденный автомобилем разбиваем на два участка расстоянием S_1 и S_2, скорости и время движения на которых соответственно равны v_1, t_1 и v_2, t_2. Средняя скорость определяется как отношение всего пройденного пути к времени, за которое этот путь пройден:

$$v_{ср} = \frac{S}{t}.$$

Для каждого участка пути запишем уравнения равномерного движения:

$$S_1 = v_1 t_1\ ;\quad S_2 = v_2 t_2\,.$$

Согласно условию задачи:

$$S = S_1 + S_2\ ;\quad t = t_1 + t_2\ ;\ \ S_1 = S/3;\ \ S_2 = 2S/3\ .$$

Решив записанные уравнения совместно, получим решение задачи в общем виде:

$$v_1 = \frac{v_{ср}\, v_2}{3v_2 - 2\, v_{ср}}.$$

Подставим в уравнение общего решения числовые значения заданных величин и сделаем вычисления:

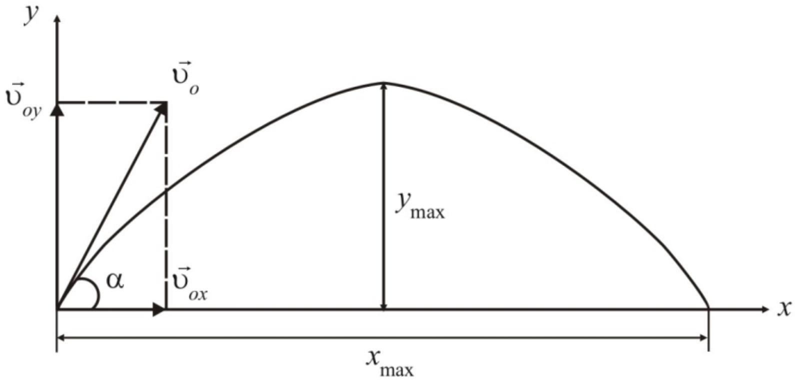
$$v_1 = \frac{37{,}5 \cdot 50}{3 \cdot 50 - 2 \cdot 37{,}5}\ \text{км/ч} = 25\ \text{км/ч}.$$

Задача. Камень брошен под углом 45° к линии горизонта. Определить наибольшую высоту подъема и дальность полета камня, если начальная скорость камня равна 20 м/с.

Дано: $\alpha = 45^\circ$; v_0 = 20 м/с; g = 9,81 м/с^2.
Найти: y_{max} ; x_{max} .

Решение: Сделаем рисунок, показывающий траекторию движения камня под действием силы тяжести. Выберем систему координат, совместив её начало с начальной точкой движения камня.

Траектория движения камня – криволинейная, расположенная в одной плоскости. Такое движение можно рассматривать как результат



сложения двух одновременных прямолинейных взаимно перпендикулярных движений: движения вдоль оси x – равномерное прямолинейное движение со скоростью $v_x = v_{0x}$ и ускорением $a_x = 0$; движение вдоль оси y – равнопеременное прямолинейное движение со скоростью $v_y = v_{0y} - a_y t$ и ускорением a_y.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно принять, что $a_y \equiv g$, т. е. ускорению свободного падения. [1]

Как видно из рисунка, составляющие начальной скорости в направлении координатных осей x и y имеют вид

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin\alpha .$$

Вертикальная составляющая скорости камня в момент времени t:

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt .$$

В наивысшей точке полета камня, которое он достигнет в момент времени $t = t_1$, вертикальная составляющая скорости камня $v_y = 0$, и последнее уравнение примет вид

$$v_0 \sin\alpha - g\, t_1 = 0.$$

Откуда

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} .$$

Наибольшая высота подъема определиться по уравнению равнозамедленного движения, записанного для момента времени $t = t_1$,

$$y_{\max} = v_{0y} - \frac{g\, t_1^2}{2} ,$$

подставив в которое выражения для v_{0y} и t_1, получим:

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} .$$

При отсутствии сил сопротивления время подъема камня до наибольшей высоты и время его движения с этой высоты до поверхности земли равны. Тогда полное время полета камня

$$t_{\max} = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Наибольшая дальность полета согласно уравнению равномерного движения равна

$$x_{\max} = v_{0x}\, t_{\max}$$

или, подставляя в эту формулу выражения для t_{max} и v_{0x}, получим

$$x_{\max} = \frac{v_0 \cos\alpha \; 2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$y_{\max} = \frac{20^2 \cdot \sin^2 45^\circ}{2\cdot 9{,}81}\ \text{м} = 10{,}2\ \text{м};$$

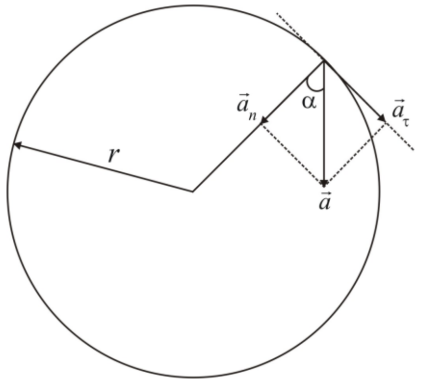
$$x_{\max} = \frac{20^2 \cdot \sin\left(2\cdot 45^\circ\right)}{9{,}81}\ \text{м} = 40{,}8\ \text{м}.$$

Задача. Колесо радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением $\varphi = 2 + 4t^3$, рад. Определить для точек на ободе колеса нормальное и тангенциальное ускорения в момент времени равный 3 с после начала движения и направление вектора полного ускорения относительно радиуса колеса в этот же момент времени.

Дано: $\varphi = 2 + 4t^3$, рад; r = 10 см = 10^{-1} м; t = 3 с.

Найти: a_n; a_τ; α.

Решение: Точки на ободе колеса движутся по круговой траектории. Выполним рисунок, изобразив на нём вектора полного, нормального и тангенциального ускорений.



Полное ускорение точки, движущейся по криволинейной траектории,

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где a_τ - тангенциальное ускорение, направленное по касательной к траектории, и численно равное

$$a_\tau = \varepsilon r;$$

a_n - нормальное ускорение, направленное к центру кривизны траектории, и численно равное

$$a_n = \omega^2 r \,.$$

Здесь ω и ε угловая скорость и угловое ускорение колеса, r - расстояние от точки колеса на его ободе до оси вращения.

Подставив выражения, определяющие a_τ и a_n , в формулу для полного ускорения, получим:

$$a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\,.$$

Угловые кинематические характеристики вращающегося колес найдем, продифференцировав кинематическое уравнение углового перемещения по времени:

угловая скорость вращающегося тела

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 12t^2;$$

угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 24t\,.$$

Тогда

$$a_\tau = 24t\,r, \quad a_n = \left(12t^2\right)^2 r\,,$$

$$a = r\sqrt{(24t)^2 + \left(12t^2\right)^4}\,.$$

Направление полного ускорения определим, если найдем угол α, см. рис.,

$$\cos\alpha = \frac{a_n}{a}\,.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$a_\tau = 24\cdot3\cdot10^{-1}\ \text{м/с} = 7{,}2\ \text{м/с}^2; \quad a_n = (12\cdot3^2)^2\cdot10^{-1}\ \text{м/с}^2 = 1166{,}4\ \text{м/с}^2;$$

$$a = 10^{-1}\sqrt{(24\cdot3)^2 + \left(12\cdot3^2\right)^4}\ \text{м/с}^2 = 1649{,}6\ \text{м/с}^2;$$

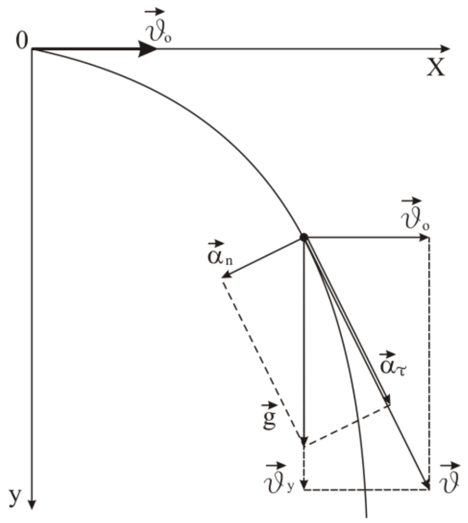
$$\cos\alpha = \frac{1166{,}4}{1649{,}6} = 0{,}707, \quad \alpha = \arccos 0{,}707 = 45^\circ.$$

Задача. Тело брошено горизонтально со скоростью 20м/с. Определить тангенциальное ускорение тела и радиус кривизны траектории через 2 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано: $v_0 = 20$ м/с; $t_1 = 2$ с; $g = 9{,}81$ м/с^2.
Найти: $a_{\tau1}$; R_1 .

Решение: Тело при движении, двигаясь по параболической траектории, одновременно совершает два простейших движения - равномерное движение со скоростью v_0 вдоль оси x и равноускоренное с ускорением свободного падения g вдоль оси y, см. рис.

Скорость тела в момент времени t определится векторным сложением горизонтальной и вертикальной скоростей



$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_y ,$$

откуда величина скорости определиться выражением

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} .$$

Здесь $v_y = g\,t$ - вертикальная составляющая скорости тела, приобретаемая им в момент времени t. Тогда

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} .$$

Тангенциальное ускорение тела можно найти как производную

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}\right)}{dt}$$

или после преобразований

$$a_\tau = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} .$$

Тело по траектории движется с ускорением свободного падения, которое является полным ускорением, связанным с тангенциальным a_τ и нормальным a_n ускорениями, соотношением

$$g^2 = a_\tau^2 + a_n^2 .$$

Отсюда

$$a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} .$$

Нормальное ускорение определяется через скорость тела v и радиус кривизны траектории R формулой

$$a_n = \frac{v^2}{R} .$$

Поэтому

$$R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{\sqrt{g^2 - a_\tau^2}}$$

или после подстановки и преобразований

$$R = \frac{\left(v_0^2 + g^2 t^2\right)^{\frac{3}{2}}}{v_0\, g} .$$

Определим a_n и R в момент времени $t = t_1$:

$$a_{\tau 1} = \frac{g^2 t_1}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t_1^2}}; \quad R_1 = \frac{\left(v_0^2 + g^2 t_1^2\right)^{\frac{3}{2}}}{v_0\, g}.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$a_{\tau 1} = \frac{9{,}81^2 \cdot 2}{\sqrt{20^2 + 9{,}81^2 \cdot 2^2}}\ \text{м/с}^2 = 6{,}86\ \text{м/с}^2;$$

$$R_1 = \frac{\left(20^2 + 9{,}81^2 \cdot 2^2\right)^{\frac{3}{2}}}{20 \cdot 9{,}81}\ \text{м} = 39 \cdot 10^3\ \text{м}.$$

ЗАДАЧИ

1.1. Автомобиль проходит 9 км со скоростью 36 км/ч, а следующие 27 км со скоростью 54 км/ч. Найти среднюю скорость движения автомобиля.

1.2. При равномерном движении двух тел навстречу друг другу расстояние между ними уменьшается на 16 м за каждые 10 с. Если тела, не меняя по величине скорости, двигаются в одном направлении, то расстояние между ними будет увеличиваться на 3 м каждые 5 с. Каковы скорости каждого из тел?

1.3. Первую половину времени своего полета самолет летит со скоростью 400 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 600 км/ч. Найти среднюю скорость самолета во время полета.

1.4. Автомобиль проходит первую треть пути с некоторой скоростью, а оставшуюся часть пути со скоростью 50 км/ч. Определить скорость на первом участке пути, если средняя скорость на всём пути равна 37,5 км/ч.

1.5. За первые 5 с после начала движения тело прошло равноускоренно путь в 50 м, после чего оно в течение 10 с двигалось равномерно. Найти среднюю скорость движения.

1.6. Поезд, при торможении двигаясь равнозамедленно, уменьшил свою скорость в течение минуты с 43,2 км/ч до 28,8 км/ч. Найти ускорение поезда и расстояние, пройденное им за это время.

1.7. Тело движется равноускоренно с начальной скоростью равной нулю. За 4 с оно прошло путь 16 м. Какой путь оно пройдет за 10 с? Чему равна скорость тела через 10 с после начала движения?

1.8. Тело стало двигаться равноускоренно и за десятую секунду движения прошло путь 50 м. Найти путь, пройденный телом за двенадцатую секунду движения.

1.9. Самолет при взлете проходит взлетную полосу за 15 с и в момент отрыва от земли имеет скорость 100 м/с. С каким ускорением двигался самолет и какова длина взлетной полосы?

1.10. Два мотоциклиста выезжают навстречу друг другу из пунктов, расположенных на расстоянии 300 м друг от друга. Первый мотоциклист поднимается в гору равнозамедленно с начальной скоростью 72 км/ч и ускорением 2м/с^2, второй – спускается с горы равноускоренно с начальной скоростью 36 км/ч и таким же по величине ускорением. Определить время движения и расстояние, пройденное первым мотоциклистом до встречи со вторым.

1.11. Из точек, расположенных на расстоянии 25 м, одновременно начинают двигаться два тела в одном направлении. Первое тело, имеющее начальную скорость 1 м/с и ускорение 1,16 м/с^2, догоняет второе тело, двигающееся с начальной скоростью 5 м/с и ускорением 0,2 м/с^2. Через сколько времени первое тело нагонит второе?

1.12. Тело движется с постоянной скоростью 3 м/с в течение 5 с. После чего начинает двигаться с ускорением 20 см/с^2. Определить, какова будет его скорость через 15 с после начала движения, и какой путь оно пройдет за это время?

1.13. Дано уравнение прямолинейного движения материальной точки $S = 3t^3 + t + 6$. Найти скорость и ускорение точки в момент времени равный 3 с, а также среднюю скорость за первые три секунды движения.

1.14. Кинематические уравнения движения двух точек имеют вид: $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$ и $x_2 = A_2 + B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $B_1 = 4$ м/с^2, $C_1 =$ $= -3$ м/с^3, $B_2 = -2$ м/с^2, $C_2 = 1$ м/с^3. Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.

1.15. Уравнение движения точки имеет вид $x = 6 + 3t + t^2$. Найти: зависимость скорости от времени; расстояние, пройденное телом; скорость и ускорение через 2 с после начала движения.

1.16. Зависимость пройденного телом пути S от времени t выражается уравнением $S = at - bt^2 + ct^3$, где $a = 2$ см/с, $b = 3$ см/с^2 и $c = 4$ см/с^3. Найти выражение для скорости и ускорения, а также определить путь, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения.

1.17. По заданному уравнению движения $S = a - bt + ct^2$, где $a = 6$ см, $b = 3$ см/с, $c = 2$ см/с^2, найти среднюю скорость тела в интервале времени от 1 до 4 с и среднее ускорение в этом же интервале.

1.18. Точка движется по прямолинейной траектории согласно уравнению $x = 6t - t^3/8$. Определить среднюю скорость движения точки на интервале времени от 1,5 с до 9 с.

1.19. Материальная точка движется прямолинейно. Кинематическое уравнение движения имеет вид $x = 3t + 0{,}06t^3$. Найти скорость и ускорение точки через 5 с после начала движения.

1.20. За время равное 45 с скорость автомобиля изменилась с 54 км/ч до 72 км/ч. Найти ускорение автомобиля и его скорость через 90 с после начала наблюдения, если считать движение автомобиля равноускоренным.

1.21. Автобус движется со скоростью 72 км/ч. После выключения двигателя он движется с ускорением 1 м/с^2 и затем останавливается. Через какое время после выключения двигателя остановится автобус? Какой путь он пройдет до остановки?

1.22. Скорость поезда, при торможении движущегося равнозамедленно, уменьшается в течении 90 с от 21 м/с до 9 м/с. Найти ускорение, с которым движется поезд, и расстояние, пройденное им за время торможения.

1.23. Поезд, отходя от станции, за 30 с увеличил свою скорость с 18 км/ч до 36 км/ч. Определить ускорение поезда за этот промежуток времени.

1.24. Автомобиль, имеющий скорость 36 км/ч, за одну минуту, увеличил ее до 72 км/ч. Какую скорость будет иметь автомобиль через 1,5 мин при неизменном ускорении движения?

1.25. Трактор при пахоте захватывает полосу шириной 1,8 м, развивая скорость 4,3 км/ч. Какую площадь может вспахать трактор за 8 ч непрерывной работы?

1.26. На Луне ускорение свободного падения в 6 раз меньше, чем на Земле. Предмет на поверхности Луны брошен вверх с начальной скоростью 30,5 м/с. Через какое время он достигнет максимальной высоты подъема и какова эта высота?

1.27. Аэростат поднимается равномерно со скоростью 5 м/с. Через 5 с после начала движения из него выпал предмет. Через какое время предмет упадет на землю?

1.28. С какой высоты упало тело, если в последние 2 с своего падения оно прошло путь, равный 98 м? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.29. Шарик падает с некоторой высоты из состояния покоя. Какова его скорость после прохождения расстояния 78,4 м?

1.30. С высоты 100 м над поверхностью Луны вертикально вниз брошено тело, начальная скорость которого 2 м/с. Через какой промежуток времени тело достигнет поверхности Луны? Ускорение свободного падения на Луне равно 1,6 м/с^2.

1.31. С крыши падают капли через промежутки времени величиной 0,2 с. На каком расстоянии друг от друга окажутся две капли следующие друг за другом через 0,8 с после начало падения первой капли?

1.32. Свободно падающее тело в момент удара о поверхность земли достигло скорости 39,2 м/с. С какой высоты тело упало и сколько времени продолжалось падение?

1.33. Тело бросили вертикально вверх и через 10 с оно упало на землю. Найти высоту подъема тела и его начальную скорость.

1.34. Камень брошен под углом 60° к горизонту со скоростью 30 м/с. На каком расстоянии и на какой высоте будет находиться камень через 4 с полета? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.35. Тело брошено под углом 30^{o} к горизонту. С какой скоростью было брошено тело и какова горизонтальная дальность его полета, если оно находилось в полете 2 с? Какова максимальная высота подъема тела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.36. Тело, брошенное под углом 60 ^{o} к горизонту, через 4 с после начало движения имело вертикальную составляющую скорости равную 9,8 м/с. Определить расстояние между местом бросания и местом падения тела.

1.37. Тело брошено горизонтально со скоростью 20 м/с. Вычислить тангенциальное ускорение через 2 с после начала падения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.38. Зависимость пути, пройденного материальной точкой по круговой траектории радиусом 2 м, от времени t выражается уравнением $S = At^2 + Bt$. Найти нормальное, тангенциальное и полное ускорения точки через 0,5 с после начала движения, если A = 3 м/с^2, B = 1 м/с.

1.39. Определить линейную и угловую скорости Земли при ее движении вокруг Солнца. Радиус орбиты, по которой движется Земля вокруг Солнца, равен $1{,}5 \cdot 10^{13}$ см.

1.40. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота зависит от времени как $\varphi = a\,t^2$, где a = 0,2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки на ободе колеса в момент времени равный 0,5 с от начала движения, если линейная скорость точки в этот момент равна 0,65 м/с.

1.41. Найти орбитальную скорость искусственного спутника Земли, если высота его орбиты 1200 км, а период обращения 105 мин. Чему равно центростремительное (нормальное) ускорение спутника?

1.42. Колесо вращается с угловым ускорением 2 рад/с^2. Через 1,5 с после начала движения полное ускорение точки на ободе колеса равно 13,6 см/с^2. Чему равен радиус колеса?

1.43. По дуге окружности радиусом 10 м движется материальная точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки рано 4 м/с^2. Вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол 60^{o}. Найти линейную скорость и тангенциальное ускорение точки.

1.44. Диск, вращаясь вокруг оси, проходящей через его середину, делает 180 оборотов в минуту. Определить линейную скорость вращения точек на внешней окружности диска и его радиус, если известно, что тоски, лежащие ближе к оси вращения на 8 см, имеют скорость 8 м/с.

1.45. Точка движется по окружности радиусом 10 см с постоянным тангенциальным ускорением. Чему равно тангенциальное ускорение точки, если к концу пятого оборота после начала движения скорость точки равна 79,2 см/с?

1.46. Материальная точка движется по окружности длиной 157 см с линейной скоростью 10 см/с. Полное ускорение точки 0,05 м/с^2. Чему равно ее тангенциальное ускорение? Найти угол между векторами полного и тангенциального ускорений.

1.47. Тело бросили с горы с горизонтально направленной скоростью величиной 5 м/с. Определить тангенциальное и нормальное ускорения тела, радиус кривизны траектории через 5 с движения.

1.48. Материальная точка начинает двигаться по круговой траектории радиусом 5 м с начальной скоростью 0,5 м/с так, что в каждый момент времени движения тангенциальное и нормальное ускорения равны по величине. Определить скорость точки через 8 секунд движения.

1.49. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Определить скорость, а также тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

1.50. Автомобиль, участвующий в гонках по шоссейному кольцу, прошел один круг дистанции за 15 мин. С какой угловой скоростью движется автомобиль по кольцу? Чему равна линейная скорость автомобиля, если радиус шоссейного кольца равен 5 км?

1.51. Закрепленный на горизонтальной оси шкив радиусом 20 см приводится во вращение грузом, подвешенным на нити, намотанной на шкив и постепенно сматывающейся с него. В начальный момент времени груз неподвижен, а затем стал опускаться с ускорением 2 см/с^2. Определить угловую скорость шкива в тот момент, когда груз опустился на 1 м, и величину полого ускорения точек обода шкива в этот момент времени.

1.52. Все ли точки окружности катящегося колеса имеют одинаковые линейные скорости относительно земли?

1.53. Уравнение вращения диска радиусом 1 м имеет вид $\varphi = 3 - 22t + 0{,}1t^3$, где φ - угол поворота диска; t - время поворота. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорения точек на ободе диска для момента времени 10 с после начала движения.

1.54. Колесо радиусом 10 см вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени задается уравнением $\varphi = a + b\,t^3$, где $a = 2$ рад и $b = 4$ рад/с^3. Найти для точек на ободе колеса: нормальное ускорение в момент времени $t = 2$ с; тангенциальное ускорение для этого же момента времени; значение угла φ, при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол 45°.

1.55. Скорость колесного трактора 5,4 км/ч. Определить диаметр колеса трактора, если угловая скорость вращения колес 2,5 рад/с.

1.56. Колесо паровой турбины с радиусом равным 80 см делает 1500 оборотов в минуту. Как велика угловая скорость колеса и линейная скорость точек, лежащих на его ободе?

1.57. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением $\varphi = A\,t^2$, где $A = 0{,}1$ рад/с^2. Определить полное ускорение точки на ободе диска к концу второй секунды после начала движения, если линейная скорость этой точки в этот момент времени равна 0,4 м/с.

1.58. Вал молотилки начал вращаться равноускоренно и приобрел угловую скорость, соответствующую частоте вращения 10 $с^{-1}$, сделав 25 оборотов. Определить угловое ускорение вала и продолжительность равноускоренного движения.

1.59. Коленчатый вал двигателя, вращаясь равнозамедленно, изменил за 40 с частоту вращения так, что стал совершать 720 оборотов в минуту вместо 1200 оборотов в минуту. Определить угловое ускорение вала и число оборотов, сделанных им за это время.

1.60. Вал молотилки вращается с постоянной угловой скоростью 18,9 рад/с. С некоторого момента времени вал тормозится, вращаясь равнозамедленно с угловым ускорением 6 рад/$с^2$. Через какое время вал остановится и сколько оборотов он сделает до полной остановки?

1.61. За 20 с равноускоренного вращения вала было зарегистрировано 100 полных оборотов вала. Определить угловое ускорение и угловую скорость, достигнутые валом в конце 20 секунды вращения. Какому числу оборотов в секунду соответствует достигнутая валом скорость?

1.62. Якорь электродвигателя для прокатных станов за 5 с делает 10 оборотов. Вычислите угловую скорость якоря и частоту вращения.

1.63. Рабочее колесо гидротурбины ГЭС делает 125 оборотов в минуту. Определить угловую скорость колеса и линейную скорость точек на его поверхности, если диаметр колеса равен 5,5 м.

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Динамика изучает движение тел с учетом причин, обуславливающих характер данного движения.

Механическое движение тел изменяется в результате их взаимодействия. Мерой такого взаимодействия является *сила*. Сила, как и любая векторная величина, считается заданной, если известны ее числовое значение, направление и точка приложения.

Чтобы определить характер движения тела в каждом конкретном случае, необходимо знать действующие на тело силы

В механических процессах действуют силы упругости, трения, тяготения.

Сила упругости возникает при упругой деформации тела. При небольших деформациях x сила упругости прямо пропорциональна деформации и направлена в сторону противоположную ей и внешней силе – *закон Гука*:

$$\vec{F}_У = -k\vec{x}\,.$$

Здесь k – коэффициент упругости, зависящий от свойств материала, формы и размеров деформируемого тела.

При растяжении (сжатии) тела одинакового сечения

$$k = \frac{E\,S}{l} \ ,$$

где E – модуль Юнга, характеризующий свойства материала; S - площадь поперечного сечения тела; l – длина тела до деформации.

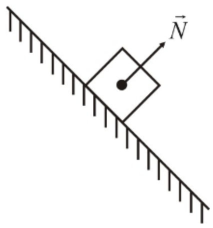
В ином написании закон Гука имеет вид

$$\sigma = E\,\varepsilon,$$

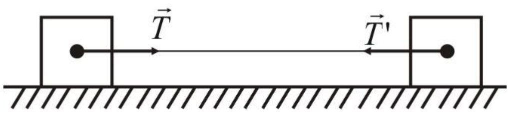
где $\varepsilon = x/l$ – относительная деформация; $\sigma = F/S$ - напряжение, возникающее в образце.

Формой проявления силы упругости являются нормальная реакция опоры, натяжение нитей (веревки, троса и т.п.), трение.

Нормальная реакция опоры $\vec{N}$ перпендикулярна поверхности соприкосновения тел, см. рис.

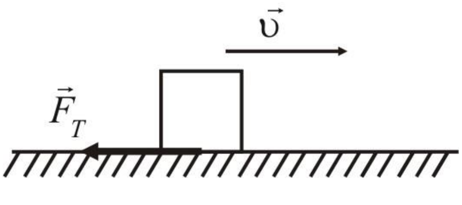


Натяжение тонкой нити $\vec{T}$ направлено вдоль нити, см. рис. Если тела связаны невесомой нитью, то натянутая нить действует с одинаковыми силами как на одно, так и на другое тело.



Сила трения обусловлена взаимодействием тела с поверхностью. Если между телом и поверхностью нет жидкой прослойки, то наблюдается сухое трение, которое характеризуется силой трения покоя.

Сила трения покоя равна по величине внешней силе, стремящейся сдвинуть тело вдоль поверхности соприкосновения тел, и направлена противоположно ей. Максимально возможное значение силы трения покоя, по достижению которого тело приходит в движение, называется силой трения скольжения.



Сила трения скольжения $\vec{F}_T$ действует на движущееся тело в направлении, противоположном его движению, по касательной к поверхностям соприкасающихся тел и определяется выражением

$$F_T = \mu N \ ,$$

где μ - коэффициент трения скольжения, постоянный для данной пары соприкасающихся поверхностей; N - сила нормальной реакции опоры.

Силы тяготения (гравитационные силы) определяются *законом всемирного тяготения Ньютона*, согласно которого две материальные точки массами m_1 и m_2 , находящиеся на расстоянии r друг от друга, притягиваются с силой

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}\ ,$$

где G - гравитационная постоянная: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Проявлением силы тяготения является сила тяжести.

Сила тяжести - сила, действующая на любое тело, находящееся вблизи земной поверхности (или поверхности планеты):

$$\vec{P} = m\vec{g}\ ,$$

где m - масса тела; $\vec{g}$ - ускорение свободного падения. Сила тяжести всегда приложена к центру масс тела и направлена к центру Земли.

Если на тело действует одновременно несколько сил, то их действие можно заменить действием одной силы $\vec{F}$, называемой *равнодействующей* данных сил:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\ .$$

Основная задача динамики состоит в том, чтобы найти закон движения тела, зная приложенные силы, или, наоборот, по известным законам движения определить равнодействующую сил, действующих на тело.

Основу динамики составляют законы, сформулированные И. Ньютоном.

Законы механики Ньютона выполняются только при условии, что движение рассматривается относительно *инерциальных систем отсчета*, т.е. систем, в которых тела при отсутствии сил не получают ускорения:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0\ ; \quad \vec{v} = const\,,\ \vec{a} = 0\ .$$

В этом состоит *первый закон Ньютона.*

Второй закон Ньютона определяется выражением

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}\ ,$$

или

$$\vec{F}\,dt = d\vec{p}\ ,$$

где $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ - равнодействующая n сил $\vec{F}_i$, действующих на тело; $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс тела; $\vec{F}dt$ - импульс силы.

При $m = const$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ - ускорение движения тела.

Согласно *третьему закону Ньютона* силы взаимодействия тел $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ равны по величине и противоположны по направлению

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Для замкнутой механической системы выполняется *закон сохранения импульса*:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{p}_i = const ,$$

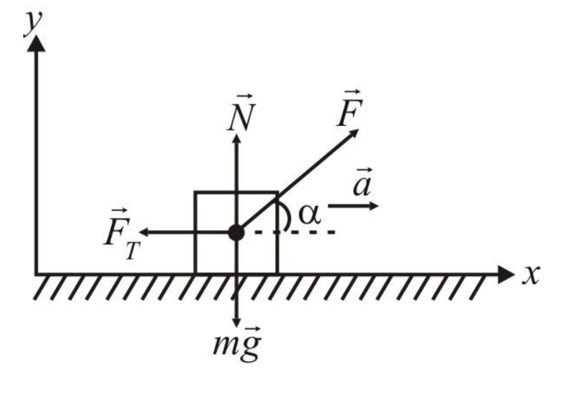
где n - число материальных точек (тел), входящих в механическую систему.[1,4]

Примеры решения задач

Задача. Груз массой 45 кг перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы величиной 294 Н, направленной пол углом 30° к горизонту. Коэффициент трения скольжения груза о плоскость составляет 0,1. Определить ускорение движения груза.

Дано: $F = 294$ Н; $m = 45$ кг; $\alpha = 30°$; $\mu = 0{,}1$; $g = 9{,}81$м/с^2.
Найти: a .

Решение. В соответствии с условием задачи выполним рисунок, на котором изобразим вектора действующих на груз сил. Это движущая груз сила $\vec{F}$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{mp}$. Вектор ускорения $\vec{a}$ направлен в направлении движения груза.



Запишем уравнение движения груза (второй закон Ньютона):

$$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a} .$$

Выберем систему координат так, чтобы одна ее ось совпадала с направлением вектора ускорения, а друга была перпендикулярна к ней, и найдем проекции выше записанного уравнения на координатные оси:

$$F\cos\alpha - F_{mp} = ma ,$$

$$F\sin\alpha + N - mg = 0 .$$

Решим два последних уравнения совместно. Для этого найдем из второго уравнения $N = mg - F\sin\alpha$ и, учтя, что

$$F_{тр} = \mu(mg - F\sin\alpha),$$

подставим последнее выражение в первое уравнение и найдем ускорение

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)}{m}.$$

Подставим в общее решение числовые значения и, выполнив расчет, получим:

$$a = \frac{294\cdot 0{,}866 - 0{,}1(45\cdot 9{,}81 - 294\cdot 0{,}5)}{45}\ \text{м/с}^2 = 5{,}9\ \text{м/с}^2.$$

Задача. Тело массой 1 кг движется по горизонтальной поверхности под действием горизонтально направленной силы, приложенной к прикрепленным к телу двум последовательно соединенными пружинам жесткостью 10 Н/м и 20 Н/м. Определить общее растяжение пружин, если тело движется с ускорением 0,9 м/с^2, а коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,12.

Дано: $m = 1$ кг; $k_1 = 10$ Н/м; $k_2 = 20$ Н/м; $\mu = 0{,}1$; $g = 9{,}81$ м/с^2.
Найти: x.

Решение. На тело при движении действует сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения со стороны пружины $\vec{F}_H$, сила трения скольжения $\vec{F}_T$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$. Уравнение движения тела массой m имеет вид

$$m\vec{a} = \vec{F}_H + \vec{F}_T + \vec{N} + m\vec{g}.$$

Спроектируем уравнение движения на оси системы координат x и y – направление оси x совпадает с направлением ускорения $\vec{a}$, а ось y перпендикулярна к этой оси и направлена в сторону, противоположную направлению силы тяжести:

$$ma = F_H - F_T,$$

$$0 = N - mg.$$

Из последнего уравнения определим $N = mg$ и, учтя, что сила трения $F_T = \mu N$, получим

$$F_T = \mu mg$$

и

$$ma = F_H - \mu mg.$$

Сила натяжения пружины, прикрепленной к телу, равна

$$F_H = m(a + \mu mg).$$

или согласно третьему закону Ньютона эта сила равна по величине силе упругости, возникающей при растяжении пружины на величину x_1 и определяемой по закону Гука выражением

$$F_H = k_1 x_1 ,$$

где k_1 - жесткость пружины.

Решая совместно два последних уравнения, определим растяжение первой пружины

$$x_1 = \frac{m(a + \mu mg)}{k_1} .$$

По третьему закону Ньютона силы взаимодействия пружин равны по величине, поэтому возникающая при растяжении второй пружины на величину x_2 сила упругости $F_У = k_2 x_2$ равна F_H, что позволяет определить растяжение второй пружины

$$x_2 = \frac{m(a + \mu mg)}{k_2} .$$

Тогда суммарное растяжение пружин равно

$$x = x_1 + x_2 = m(a + \mu g)\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) .$$

Подставим в формулу решения числовые значения и, выполнив вычисления, получим:

$$x = 1\cdot(0{,}9 + 0{,}12\cdot 9{,}81)\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20}\right) \text{ м} = 0{,}31 \text{ м}.$$

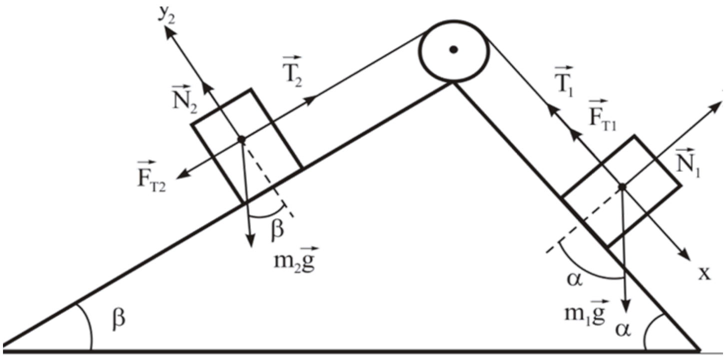
Задача. По клину, грани которого составляют углы 30° и 45° с горизонтом, движутся два бруска. Каждый массой 1 кг. Связывающая бруски нить перекинута через невесомый блок, укрепленный на вершине клина. Найти ускорение, с которым движутся бруски, и силу натяжения связывающей их нити, если коэффициент трения скольжения брусков о поверхность клина равен 0,1. Считать нить невесомой и нерастяжимой.

Дано: $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$; $m_1 = m_2 = 1$ кг; $\mu = 0{,}1$; $g = 9{,}81$ м/с^2.
Найти: a; T.

Решение: Согласно условию задачи выполним рисунок, изобразив на нём бруски и вектора действующих на них сил – силы тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$, силы натяжения нити $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, силы нормальной реакции опоры $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, силы трения скольжения $\vec{F}_{T1}$ и $\vec{F}_{T2}$.

Поскольку по условию задачи $\alpha > \beta$, то составляющая силы тяжести $m_1\vec{g}$ вдоль грани клина $m_1 g\sin\alpha$ больше аналогичной составляющей силы тяжести $m_2\vec{g}$, то есть $m_1 g\sin\alpha > m_2 g\sin\beta$, и изображённые на рисунке тела будут двигаться в направлении от тела массой m_2 к телу массой m_1 . Тогда вектора, действующих на бруски сил трения, надо изобразить на рисунке против направления движения.

Надо иметь в виду, что связанные нерастяжимой нитью бруски двигаются как единое целое и поэтому численные значения их ускорений $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ будут одинаковыми:



$$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a .$$

Силы натяжения нити $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$, действующие на бруски, являются силами действия и противодействия брусков друг на друга, которые по третьему закону Ньютона имеют одинаковую величину:

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = T .$$

Запишем уравнения движения брусков по граням клина:

$$m_1\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{T1} = m_1\vec{a}_1 ;$$
$$m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{T2} = m_2\vec{a}_2 .$$

Выберем систему координат так, чтобы одна из её осей совпадала с направлением движения брусков, а другая была перпендикулярна к этому направлению, см. рис. Спроектируем записанные выше уравнения движения на оси выбранной системы координат:

$$m_1 g\sin\alpha - T_1 - F_{T1} = m_1 a_1 ;$$
$$-m_1 g\cos\alpha + N_1 = 0 ;$$
$$-m_2 g\sin\beta + T_2 - F_{T2} = m_2 a_2 ;$$
$$-m_2 g\cos\beta + N_2 = 0 .$$

Так как сила трения скольжения пропорциональна нормальной реакции опоры

$$F_{T1} = \mu N_1 \quad \text{и} \quad F_{T2} = \mu N_2 ,$$

то, определив нормальные реакции опоры из 2-го и 4-го уравнений выше записанной системы уравнений, получим

$$F_{T1} = \mu m_1 g\cos\alpha \quad \text{и} \quad F_{T2} = \mu m_2 g\cos\beta .$$

Подставляя последние уравнение в 1-е и 3-е уравнения системы и учитывая равенства $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$, получим

$$m_1 g\sin\beta - T - \mu m_1 g\cos\beta = m_1 a ;$$
$$-m_2 g\sin\alpha + T - \mu m_2 g\cos\alpha = m_2 a ,$$

откуда после совместного решения уравнений находим:

$$a = \frac{(m_1 \sin\alpha - m_2 \sin\beta) - \mu(m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta)}{m_1 + m_2} g;$$

$$T = \frac{(\sin\alpha + \sin\beta) - \mu(\cos\alpha - \cos\beta)}{m_1 + m_2} m_1 m_2 g.$$

По условию задачи $m_2 = m_1$, поэтому

$$a = \frac{(\sin\alpha - \sin\beta) - \mu(\cos\alpha + \cos\beta)}{2} g;$$

$$T = \frac{(\sin\alpha + \sin\beta) - \mu(\cos\alpha - \cos\beta)}{2} m_1 g.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

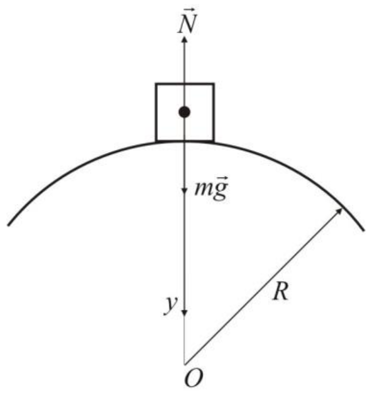
$$a = \frac{(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ) - 0{,}1 \cdot (\cos 45^\circ + \cos 30^\circ)}{2} 9{,}81 \text{м/с}^2 = 0{,}25 \text{ м/с}^2;$$

$$T = \frac{(\sin 45^\circ + \sin 30^\circ) - 0{,}1 \cdot (\cos 45^\circ - \cos 30^\circ)}{2} 1 \cdot 9{,}81 \text{Н} = 1{,}06 \text{ Н}.$$

Задача. Трактор массой 8 т проходит по мосту со скоростью 36 км/ч. Какова сила давления трактора на середину моста, если мост выпуклый и имеет радиус кривизны 200 м?

Дано: $m = 8$ т $= 8 \cdot 10^3$ кг; $v = 36$ км/ч $= 10$ м/с; $R = 200$ м; $g = 9{,}81$ м/ с^2.
Найти: F.

Решение. Движение по выпуклому мосту – это движение по части круговой траектории. На трактор действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, см. рис.



Запишем уравнение движения трактора:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Так как движение трактора происходит по круговой траектории, то ускорение $\vec{a}$ трактора – нормальное ускорение $\vec{a}_n$, направленное к центру криволинейной траектории движения. Выберем ось координат, совпадающую по направлению с вектором ускорения, и спроектируем на нее последнее уравнение:

$$mg - N = ma_n.$$

Выразим нормальное ускорение через скорость v движения трактора и радиус кривизны моста R: $a = a_n = v^2/R$, и найдем N:

$$N = mg - \frac{mv^2}{R}.$$

Выполним вычисление нормальной реакции

$$N = 8 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 - \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{200} \text{ Н} = 74 \text{ Н}.$$

На основании третьего закона Ньютона сила давления трактора на середину моста равна по величине силе нормальной реакции моста. Таким образом

$$F = N = 74 \text{ кН}.$$

Задача. Будет ли деформация стальной проволоки упругой, если проволока длиной 3 м и площадью поперечного сечения 1,2 мм^2 под действием растягивающей силы удлинится на 8 мм? Определить величину деформирующей силы. принять предел упругости стали равным $57{,}2 \cdot 10^7$ Н/м^2, а модуль Юнга $19{,}6 \cdot 10^{10}$ Н/м^2.

Дано: $l = 3$ м; $S = 1{,}2$ мм^2 $= 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ м^2; $\Delta l = 8$ мм $= 8 \cdot 10^{-3}$ м; $E = 19{,}6 \cdot 10^{10}$ Н/м^2; $\sigma_П = 57{,}2 \cdot 10^7$ Н/м^2.
Найти: σ; F.

Решение: Запишем закон Гука для деформации растяжения

$$\sigma = E\,\varepsilon,$$

где $\sigma = \dfrac{F}{S}$ - напряжение, возникающее в проволоке с площадью поперечного сечения S под действием силы F; $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$ - относительное удлинение; Δl - абсолютное удлинение проволоки первоначальной длины l; E - модуль Юнга. Тогда

$$\sigma = E\frac{\Delta l}{l} \quad \text{и} \quad F = \sigma S.$$

Подставим числовые значения и вычислим величины напряжения и деформирующей силы:

$$\sigma = 19{,}6 \cdot 10^{10} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-3}}{3} \text{ Н/м}^2 = 52{,}2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2;$$

$$F = 52{,}2 \cdot 10^7 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ Н} = 6{,}3 \cdot 10^2 \text{ Н}.$$

Деформация проволоки упругая, так как напряжение в проволоке при деформации меньше предела упругости $\sigma_П$.

Задача. Во сколько раз тело на Луне будет падать медленнее, чем на Земле, если радиус Луны примерно в 3,8 раза меньше радиуса Земли, а её масса в 81 раз меньше массы Земли? Сопротивление воздуха и вращение Земли и Луны не учитывать.

Дано: $R_З = 3{,}8\,R_Л$; $M_З = 81\,M_Л$.
Найти: $t_Л / t_З$.

Решение. Время свободного падения тела с некоторой высоты h можно определить из уравнения пути при равноускоренном движении без начальной скорости

$$h = \frac{gt^2}{2}\text{, откуда } t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\ .$$

Ускорение свободного падения определяется выражением

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}\ .$$

Для Земли

$$g_З = G\frac{M_З}{(R_З+h)^2}\ .$$

Для Луны

$$g_Л = G\frac{M_Л}{(R_Л+h)^2}\ .$$

Здесь $M_З$ и $M_Л$ - массы, $R_З$ и $R_Л$ - радиусы, $g_З$ и $g_Л$ - ускорения свободного падения для Земли и Луны соответственно.

Следовательно

$$t_Л = \sqrt{\frac{2h}{g_Л}} = \sqrt{\frac{2h}{G\dfrac{M_Л}{(R_Л+h)^2}}} = (R_Л + h)\sqrt{\frac{2h}{GM_Л}}\ ,$$

$$t_З = \sqrt{\frac{2h}{g_З}} = \sqrt{\frac{2h}{G\dfrac{81M_Л}{(3{,}8R_Л+h)^2}}} = \frac{3{,}8R_Л + h}{9}\sqrt{\frac{2h}{GM_Л}}\ .$$

Отсюда

$$\frac{t_Л}{t_З} = \frac{9(R_Л + h)}{3{,}8R_Л + h}\ .$$

Если высота падения мала по сравнению с радиусом Луны, $h<<R_Л$, то

$$\frac{t_Л}{t_З} = \frac{9}{3{,}8} \approx 2{,}4\ .$$

Задача. Человек массой 60 кг бежит со скоростью 6 м/с, догоняет тележку массой 20 кг, движущуюся со скоростью 2 м/с, и вскакивает на неё. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком?

Дано: $m_1 = 60$ кг; $m_2 = 20$ кг; $v_1 = 6$ м/с; $v_2 = 2$ м/с.
Найти: v.

Решение. Человек и тележка образуют замкнутую систему, так как силы тяжести и силы реакции направлены перпендикулярно к направлению движения тел и не изменяют их скорости.

На основании закона сохранения импульса запишем уравнение:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} .$$

Проектируя записанное уравнение на направление скоростей движения человека и тележки, получим:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v ,$$

откуда

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} .$$

Выполнив вычисления, найдем $v = 5$ м/с.

ЗАДАЧИ

1.64. Чему равна равнодействующая сил величиной 300 Н и 400 Н, действующих на тело под углом друг к другу равным: 0°; 30°; 60°; 90°; 180°? Как зависит величина равнодействующей от угла между силами её составляющими?

1.65. Найти равнодействующую трех сил F_1 = 6 Н, F_2 = 12 Н и F_3 = 8 Н, если силы F_1 и F_3 направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны, а сила F_2 перпендикулярно к ним?

1.66. Вертикальную силу величиной 80 Н разложили на две составляющие, одна из которых должна быть горизонтальной и равной 60 Н. Чему равна вторая составляющая силы?

1.67. Почему стоящему в движущемся автобусе человеку трудно сохранить прежнее положение, если автобус внезапно остановился?

1.68. Почему тяжелогруженый 60-тонный вагон, прицепленный к пассажирскому поезду делает ход поезда более плавным?

1.69. Можно ли поднять с земли тело, приложив к нему силу, равную силе тяжести?

1.70. Почему бомба, сброшенная с горизонтально летящего самолета, не падает вертикально?

1.71. Можно ли применять формулы свободного падения к движению человека, спускающегося на парашюте с самолета?

1.72. Два тела одинаковой массы движутся с ускорениями 5 м/с^2 и 15 м/с^2. Какая сила действует на второе тело, если на первое тело действует сила величиной 8 Н?

1.73. Под действием силы 920 Н скорость мотоцикла массой 230 кг возросла с 15 до 20 м/с. Сколько времени на это потребовалось?

1.74. Тело массой 1 кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного пути от времени определяется уравнением $S = a - bt + ct^2 - dt^3$, где $a = 2$ м, $b = 3$ м/с, $c = 5$ м/с^2 и $d = 1$м/с^3. Найти, какая сила действует на тело в конце первой секунды движения.

1.75. Снаряд массой 2 кг вылетает из ствола орудия со скоростью 1000 м/с. Найти силу давления пороховых газов, если длина ствола равна 3,5 м.

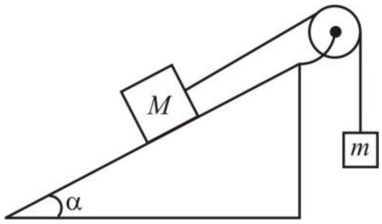
1.76. Веревка может выдержать нагрузку величиной 2400 Н. С каким максимальным ускорением можно поднимать за эту веревку вертикально вверх прикрепленный к ней груз массой 200 кг, чтобы веревка не разорвалась?

1.77. Брусок массой 2 кг скользит по поверхности стола под действием связанного с ним шнуром груза массой 8 кг и подвешенного на шнуре, перекинутом через неподвижный блок на краю стола. Определить силу натяжения шнура и ускорение, с которым они движутся. Трением пренебречь.

1.78. Человек массой 70 кг поднимается в лифте, движущимся с ускорением 1 м/с^2. Определить силу давления человека на пол кабины лифта.

1.79. Определить натяжение каната, к которому подвешена клеть подъемной машины. Клеть массой 300 кг движется вниз с ускорением 0,8 м/с^2.

1.80. Два тела связаны невесомой нитью, перекинутой через неподвижный блок, установленный на вершине наклонной плоскости. Найти ускорение, с которым двигаются эти тела, если масса скользящего тела 15 кг, а свисающего 10 кг. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол 30˚. Трение не учитывать.



1.81. Груз массой 50 кг равноускоренно поднимается с помощью каната вертикально вверх из состояния покоя в течение 2 с на высоту 10 м. Определить силу натяжения каната.

1.82. Человек массой 70 кг находится в лифте, движущимся равнозамедленно вертикально вниз с ускорением 1 м/с^2. Определить силу давления человека на пол кабины лифта.

1.83. Два тела, связанные нитью, движутся по горизонтальной поверхности под действием внешней силы величиной 100 Н, направленной горизонтально. Если силу приложить к телу массой 7 кг, то сила натяжения нити равна 30 Н. Чему будет равна сила натяжения нити, если внешнюю силу приложить к другому телу массой 3 кг. Считать, что в обоих случаях тела движутся в направлении приложенной силы. Трение не учитывать.

1.84. К концам нити, перекинутой через неподвижный блок, подвешены тела массами 200 г и 150 г. Определить, за какое время тела из состояния покоя пройдут расстояние 1 м.

1.85. Четыре бруска одинаковой массы связаны нитями и положены на горизонтальную поверхность. К первому бруску приложена горизонтально направленная сила величиной F, приводящая бруски в движение. Определить силы натяжения нитей, связывающих бруски. Силами трения между брусками и поверхностью пренебречь.

1.86. Шарик массой 500 г, подвешенный на нерастяжимой нити длиной 1 м, совершает колебания в вертикальной плоскости. Найти силу натяжения нити, когда она образует с вертикалью угол 60°. Скорость шарика в этот момент времени равна 1,5 м/с.

1.87. На наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м лежит груз массой 75 кг. Найти силу давления груза на плоскость. Трение не учитывать.

1.88. Чтобы определить коэффициент трения между деревянными поверхностями, брусок положили на доску и стали поднимать один конец доски до тех пор, пока брусок не начал по ней скользить. Это произошло при угле наклона доски 14°. Чему равен коэффициент рения?

1.89. К одному концу веревки, перекинутой через неподвижный блок, подвешен груз массой 10 кг. С какой силой надо тянуть вниз за другой конец веревки, чтобы груз поднимался с ускорением 1 м/с^2. Блок считать невесомым.

1.90. Тело массой 200 кг движется по горизонтальной поверхности с ускорением 80 см/с^2. Найти силу трения, если на тело действует горизонтально направленная сила величиной 200 Н?

1.91. Какой максимальной массы груз можно равномерно перемещать по горизонтальной поверхности горизонтально направленной силой величиной 750 Н, если коэффициент трения равен 0,03?

1.92. По горизонтальной поверхности равномерно движется тело под действием силы 20 Н, направленной под углом 60° к линии горизонта. Найти силу трения и коэффициент терния скольжения, если масса тела равна 30 кг.

1.93. Автомобиль массой 1500 кг движется по горизонтальной дороге со скоростью 20 м/с. После выключения двигателя он проходит до остановки 50 м. Найти силу трения и коэффициент трения.

1.94. Автомобиль равноускоренно движется в гору, которая образует угол 5° с горизонтом. Ускорение автомобиля 0,2 м/с^2, масса 1,5 т. Найти силу тяги двигателя автомобиля, если коэффициент трения равен 0,3.

1.95. Вагонетка начинает двигаться вниз по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30°. Определить скорость вагонетки через 5 с движения, если коэффициент трения равен 0,5.

1.96. Электропоезд в момент выключения двигателя имел скорость 8 м/с. Определить время движения до полной остановки, если коэффициент трения 0,005.

1.97. Лыжник массой 72 кг после спуска с горы имеет скорость 12 м/с. Закончив спуск и двигаясь по горизонтальной поверхности, он останавливается через 40 с. Определить силу, тормозящую движение лыжника, и коэффициент трения скольжения.

1.98. Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30° под действием силы тяги величиной 7 кН. Коэффициент трения между шинами автомобиля и поверхностью шоссе равен 0,1. Найти ускорение автомобиля.

1.99. Тело массой 50 кг прижимается к вертикальной стене силой 98 Н. Коэффициент трения между телом и стеной равен 0,3. Какая нужна сила, чтобы тело равномерно поднималась вверх?

1.100. Два связанных нитью тела массами 2 кг и 3 кг скользят по горизонтальной поверхности стола под действием горизонтально направленной силы с постоянной скоростью. Найти эту силу и силу натяжения нити, если коэффициент трения тел о плоскость равен 0,2.

1.101. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы массой 3 и 1,9 кг. Найти ускорение грузов и силу натяжения нити. Считать, что трение в блоке отсутствует. Массой блока и нити пренебречь.

1.102. Тело массой 2 кг лежит на наклонной плоскости длиной 1 м и высотой 60 см. Какую силу надо приложить параллельно наклонной плоскости, чтобы тело было неподвижно. Коэффициент трения равен 0,4.

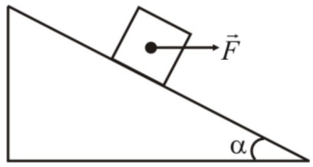
1.103. На тело массой 100 кг, находящееся на наклонной плоскости действует сила 1470 Н, параллельная основанию наклонной плоскости так, что тело поднимается по плоскости. Плоскость образует с горизонтом угол 40°. Найти: силу давления тела на плоскость; силу трения; ускорение, с которым поднимается тело.

1.104. Автомобиль массой 4 т останавливается при торможении за 5 с, пройдя при этом равнозамедленно расстояние 25 м. Найти начальную скорость автомобиля и силу торможения.

1.105. Сани массой 60 кг съезжают с горы с постоянной скоростью. Уклон горы составляет 40 м на каждые 100 м длины. Определить коэффициент трения саней о снег.

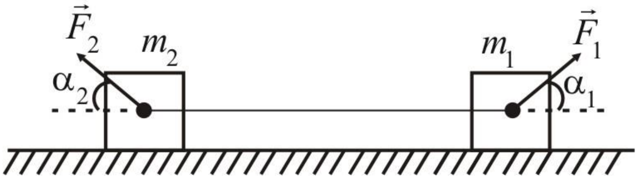
1.106. Определить массу прицепа, который трактор ведет с ускорением 0,2 м/с^2 . Сила сопротивления движению равна 1,5 кН, сила тяги на крюке трактора 1,6 кН.

1.107. На гладкой наклонной плоскости, образующей угол 30° с горизонтом находится тело массой 50 кг, на которое действует горизонтально направленная сила величиной 294 Н. Найти ускорение тела и силу, с которой тело действует на плоскость.



1.108. Человек везет связанных веревкой двое саней массой по 15 кг каждые, прикладывая силу 120 Н под углом 45° к горизонту. Найти ускорение движения саней и силу натяжения веревки, связывающей сани, если коэффициент трения полозьев о снег 0,02.

1.109. На два бруска, связанных нерастяжимой нитью действуют силы, стремящиеся перемещать бруски в противоположные стороны: на брусок массой m_1 действует сила F_1 под углом α_1 к горизонту; на брусок массой m_2 сила F_2 под углом α_2 к горизонту. Найти ускорение движения связанных брусков, если коэффициент трения брусков о горизонтальную поверхность равен μ.



1.110. Тело массой 600 г равномерно перемещают по горизонтальной поверхности с помощью пружины, которая при этом растянулась на 3 см. Найти коэффициент упругости пружины, если коэффициент трения равен 0,2.

1.111. Стальная лента длиной 5 м, шириной 60 мм и толщиной 5 мм удлинилась при растяжении на 0,4 мм. Определить растягивающую силу, если модуль Юнга для стали равен $2 \cdot 10^{-3}$ Н/мм^2.

1.112. К резиновому шнуру длиной 12 см подвесили груз массой 7 кг, в результате чего он удлинился на 123 мм. На сколько удлинится шнур, если к нему подвесить груз массой 5 кг?

1.113. Коэффициент упругости пружины равен 50 Н/м. Найти силу, которая действует на пружину, если пружина удлинилась на 4 см.

1.114. Тело массой 2 кг перемещают по горизонтальной поверхности с помощью прикрепленной к нему пружины, которая при этом растянулась на 2 см. Коэффициент упругости пружины 200 Н/м. Найти ускорение, с которым движется тело. Трение не учитывать.

1.115. Какими часами можно измерять время в искусственных спутниках: песочными; ходиками; пружинными?

1.116. Вокруг Земли вращается космическая станция. Одинакова ли сила тяжести, действующая на станцию в случаях, когда она находится на стартовой площадке и на орбите?

1.117. Космические корабли находятся на расстоянии 1 км друг от друга. Масса каждого корабля $5 \cdot 10^4$ т. Найти силу притяжения между ними.

1.118. Во сколько раз надо увеличить расстояние между телами, чтобы сила гравитационного притяжения уменьшилась в 4 раза?

1.119. Рассчитать силу притяжения между Землей и Луной, если масса Земли равна $6 \cdot 10^{27}$ кг, а масса Луны $7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг и расстояние между их центрами в среднем равно $3{,}8 \cdot 10^5$ км.

1.120. Космический корабль массой $3 \cdot 10^3$ кг удалился от центра Земли на расстояние 50 земных радиусов. С какой силой он притягивается к Земле? Какое ускорение сообщает эта сила кораблю? Принять средний радиус Земли равным $6{,}37 \cdot 10^6$ м, а массу – $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг.

1.121. С какой гравитационной силой притягиваются две молекулы массой 10^{-26} кг каждая, если они находятся на расстоянии 10^{-9} м?

1.122. Во сколько раз планета Плутон притягивается к Солнцу слабее, чем Земля, если Плутон удален от Солнца на расстояние в 40 раз больше, чем Земля? Массы Земли и Плутона приблизительно одинаковы.

1.123. С какой силой притягиваются друг к другу два одинаковых однородных шара массой 1 кг каждый, если их центры отстоят друг от друга на расстоянии 1 м?

1.124. Определить массу Солнца, зная, что средний радиус орбиты при движении Земли вокруг Солнца равен $149 \cdot 10^6$ км.

1.125. Какое нормальное ускорение должен иметь искусственный спутник на высоте, равной половине земного радиуса, чтобы он мог обращаться вокруг Земли по круговой траектории?

1.126. Считая орбиту Земли круговой, определить линейную скорость движения Земли вокруг Солнца.

1.127. Период обращения искусственного спутника Земли составляет 3 ч. Считая его орбиту круговой, определить, на какой высоте от поверхности Земли находится спутник.

1.128. Определить радиус круговой орбиты спутника, период обращения которого равен одним суткам. Радиус Земли принять равным 6400 км.

1.129. Сравнить ускорение свободного падения у поверхности Луны с ускорением свободного падения у поверхности Земли.

1.130. Центростремительное ускорение, с которым движется искусственный спутник Земли, равно 9,2 м/с^2. На какой высоте над поверхностью Земли движется спутник?

1.131. Период обращения спутника вокруг Луны равен $7{,}44 \cdot 10^3$ с. Масса Луны $7{,}3 \cdot 10^{22}$ кг, а её радиус – $1{,}7 \cdot 10^6$ м. Какова высота орбиты спутника над поверхностью планеты?

1.132. Определить продолжительность марсианского года, если Марс удален от Солнца в среднем на 228 миллионов километров. Масса Солнца $1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг.

1.133. На каком расстоянии от Солнца движется планета Меркурий, если ее период обращения вокруг Солнца равен 0,241 земного года?

1.134. Сравните силы, с которыми Солнце и Земля действуют на Луну.

1.135. Линейная скорость движения Земли вокруг Солнца 29,8 км/с, расстояние от Земли до Солнца $1{,}5 \cdot 10^8$ км. Определить массу Солнца. Орбиту Земли считать круговой.

1.136. Как велика сила взаимодействия двух космических кораблей массой 10 т, если они сблизились на расстоянии 100 м?

1.137. Определить силу взаимного притяжения двух соприкасающихся железных шаров диаметрами 20 см каждый, если плотность железа равна $7{,}85 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.138. Определить ускорение свободного падения на высоте 10 км и на высоте 600 км над поверхностью Земли.

1.139. Спутник вращается вокруг земли по круговой орбите радиусом 1700 км. Определить его линейную скорость и период обращения, если радиус Земли равен 6400 км.

1.140. Определить силу тяготения между Землей и Луной, приняв расстояние между ними равным $3{,}84 \cdot 10^8$ м. Массы Земли и Луны соответственно $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг и $7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг.

1.141. Определить линейную скорость искусственного спутника Земли на высоте 300 км, приняв орбиту спутника за круговую.

1.142. Два одинаковых однородных шара, соприкасаясь, притягиваются друг к другу. Как изменится сила притяжения, если увеличить массу шаров в n раз, а материал шаров останется неизменным?

1.143. Ускорение свободного падения на Луне равно 1,61 м/с^2, радиус Луны 1740 км. Определить массу Луны.

1.144. Вычислить, на какой высоте над поверхностью Земли сила тяжести уменьшится вдвое. Радиус Земли 6370 км.

1.145. Из орудия массой 3 т вылетает в горизонтальном направлении снаряд массой 15 кг со скоростью 650 м/с. Какую скорость получает орудие при отдаче?

1.146. Снаряд массой 20 кг, летящий горизонтально со скоростью 500 м/с, попадает в платформу с песком массой 10 т и застревает в нем. Определить скорость, которую получила платформа от толчка.

1.147. Ракета, масса которой вместе с зарядом 250 г, взлетает вертикально вверх и достигает высоты 150 м. Определить скорость истечения газов из ракеты, считая, что сгорание заряда происходит мгновенно. Масса заряда 50 г.

1.148. Человек массой 60 кг бежит со скоростью 6 м/с, догоняет тележку массой 20 кг, движущуюся со скоростью 2 м/с, и вскакивает на неё. С какой скоростью станет двигаться тележка?

1.149. Ракета массой 3 т летит со скорость 200 м/с. От неё отделяется ступень массой 1 т, при этом скорость головной части возрастает на 20 м/с. Определить, с какой скоростью будет двигаться отделившаяся часть ракеты.

1.150. Охотник стреляет с легкой надувной лодки, находящейся в покое. Какую скорость приобретает лодка в момент выстрела, если масса охотника с лодкой 70 кг, масса дроби 35 г, начальная скорость дроби 320 м/с? Ствол ружья во время выстрела направлен под углом 60 ^{o} к горизонту. Сопротивлением воды пренебречь.

1.151. С корабля массой 750 т произведен выстрел из орудия под углом 60 ^{o} к линии горизонта в сторону, противоположную направлению движения корабля. На какую величину изменится скорость корабля в результате выстрела, если снаряд массой 30 кг вылетает из орудия со скоростью 1 км/с относительно корабля?

1.152. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает груз массой 10 кг под углом 30^o к горизонту. Груз падает на расстоянии 2,2 м от точки бросания. Какова будет начальная скорость движения конькобежца, если масса его равна 64 кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

1.153. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составила 60% массы всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью 25 м/с. Чему равна скорость меньшего осколка?

1.154. Лодка стоит неподвижно в стоячей воде. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа лодки на корму. На какое расстояние переместится лодка, если масса человека 60 кг, масса лодки 120 кг, длина лодки 3 м? Сопротивлением воды пренебречь.

1.155. Молекула с массой $4{,}65\cdot10^{-26}$ кг, летящая со скоростью 600 м/с, ударяется о стенку сосуда под углом 60° и под таким же углом упруго отскакивает от нее. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

1.156. Мяч массой 150 г, движущийся со скоростью 6 м/с, ударяется о стенку так, что угол между вектором скорости до и после удара равен 60^o. Считая удар упругим, определить продолжительность удара, если известно, что сила удара равна 20 Н.

1.157. Шарик массой 100 г упал с высоты 2,5 м на горизонтальную плиту и отскочил от нее вследствие упругого удара без потери скорости. Определить среднюю силу, действующую на шарик при ударе, если продолжительность удара 0,1 с.

1.158. Граната, летящая горизонтально со скоростью 15 м/с разорвалась на два осколка массами 6 и 14 кг. Скорость большего осколка равна 24 м/с и направлена по направлению скорости первоначального движения гранаты. Найти величину и направление скорости меньшего осколка.

1.159. Бильярдный шар, движущийся со скоростью 10 м/с ударяется о покоящийся шар такой же массы. После удара шары разошлись так, что вектора их скоростей с направление скорости шара до удара составляют углы 45°. Определить скорости шаров после удара.

1.160. От двухступенчатой ракеты общей массой 1000 кг в момент достижения скорости 171 м/с отделилась вторая ступень, массой 400 кг. Скорость отделившейся ступени 185 м/с. С какой скоростью стала двигаться первая ступень ракеты после отделения второй ступени? Скорости ступеней определены относительно неподвижного наблюдателя.

1.161. В воздушно-реактивном двигателе самолета скорость воздуха на входе 200 м/с, а скорость на выходе 400 м/с. Определить реактивную силу, если в 1 с через двигатель проходит 20 кг газа.

1.162. Из ствола орудия диаметром 10 см со скоростью 600 м/с вылетает снаряд массой 8 кг. Среднее давление пороховых газов в стволе равно 1 МПа. Какое время двигался снаряд в стволе орудия?

1.163. Автомобиль, движущийся с неработающим двигателем, останавливается через 2 с торможения. С какой скоростью двигался автомобиль в момент начала торможения, если коэффициент трения между дорогой и покрышками колес равен 0,4?

РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

В данном разделе рассматриваются задачи на работу постоянной силы, задачи на работу переменной силы, задачи на расчет мощности и расчет энергии тела или системы тел.

Воздействия сил на тела, приводящие к изменению их скорости по величине за конечный промежуток времени, характеризуются *работой* A. Работа зависит как от силы $\vec{F}$, так и от перемещения $\Delta\vec{r}$ тела, на которое эта сила действует.

Работа постоянной силы, $\vec{F} = const$, определяется согласно уравнению

$$A = F S \cos\alpha ,$$

где S - величина перемещения; α - угол между направлением векторов силы и перемещения.

Если на тело действует несколько сил, каждая из которых совершает над ним работу, то вся произведенная работа равна алгебраической сумме отдельных работ:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i .$$

Работа переменной силы

$$A = \int_l F(r)\cos\alpha\, dr ,$$

где l - длина траектории, по которой движется тело под действием силы.

Скалярная величина, характеризующая быстроту совершения работы, называется *мощностью*:

$$N = \frac{A}{t} ,$$

где t - время, за которое совершается работа.

Мощность, развиваемая силой при движении тела,

$$N = F v \cos\alpha ,$$

где v - скорость движения тела под действием силы $\vec{F}$, составляющей с направлением скорости угол α.

В случае неравномерного движения определяют среднюю мощность как отношение работы ΔA к времени Δt её совершения

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

и мгновенную мощность

$$N = \frac{dA}{dt} .$$

Здесь dA - элементарная работа, совершенная силой $\vec{F}$ за время dt на малом перемещении dr.

Единой количественной мерой движения, не зависящей от форм этого движения, является *энергия*.

Механическая энергия – количественная характеристика механического состояния тела (механической системы). Механическое состояние данного тела определяется его скоростью и положением в пространстве.

Энергия, обусловленная движением тела – *кинетическая энергия*.

Кинетическая энергия материальной точки или тела m, движущегося поступательно со скоростью v, определяется выражением:

$$E_K = \frac{mv^2}{2} .$$

Энергия, обусловленная взаимным положением тел или частей одного тела – *потенциальная энергия*.

Формулы, определяющие потенциальную, энергию имеют различный вид в зависимости от характера действующих сил.

Потенциальная энергия взаимодействия тела, поднятого на высоту h над поверхностью земли, и Земли

$$E_P = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$E_P = \frac{kx^2}{2}.$$

Здесь m - масса тела, g - ускорение свободного падения, k - коэффициент упругости, x - величина деформации тела.

Полная механическая энергия системы тел равна сумме кинетической и потенциальной энергий всех тел входящих в механическую систему:

$$E = E_K + E_P.$$

Полная механическая энергия замкнутой механической системы, в которой действуют только потенциальные силы, остается постоянной – *закон сохранения механической энергии*

$$\sum_{i=1}^{n} E_i = const,$$

где E_i - полная механическая энергия i–го тела механической системы; n - число тел в системе.

В случае, когда на механическую систему (или тело) действуют внешние силы или когда в механической системе действуют не потенциальные силы (например, сила трения) полная механическая энергия системы не сохраняется. В этом случае выполняется закон изменения механической энергии, определяемый соотношением

$$A = \Delta E = E - E_0,$$

где A - работа внешних или не потенциальных сил, действующих на механическую систему; E и E_0 - конечная и начальная полные механические энергии системы; ΔE - изменение полной механической энергии системы.

Применение законов сохранения энергии и импульса к центральному соударению тел позволяет определить:

при неупругом ударе тел с массами m_1 и m_2, общую скорость движения этих тел после удара

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2};$$

при упругом центральном ударе скорости тел $\vec{v}_1'$ и $\vec{v}_2'$ после удара

$$\vec{v}_1' = \frac{(m_1 + m_2)\vec{v}_1 + 2m_1\vec{v}_2}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{v}_2' = \frac{(m_1 + m_2)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

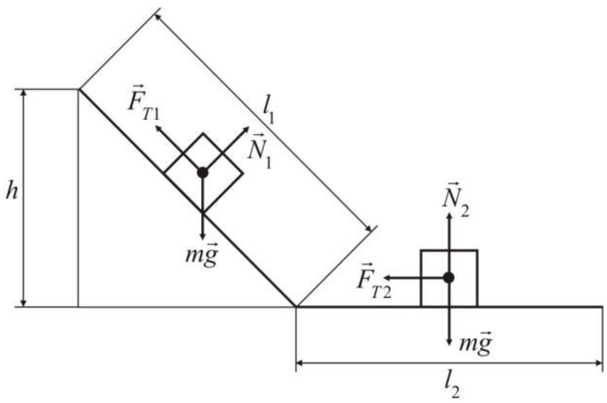
Здесь $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ - скорости тел до удара.[1-4]

Примеры решения задач

Задача. Брусок скользит сначала по наклонной плоскости длиной 45 см и высотой 8 см, а затем по горизонтальной плоскости, после чего останавливается. Какой путь пройдет брусок по горизонтальной плоскости, если коэффициент трения скольжения на всём пути движения остаётся неизменным и равным 0,03.

Дано: l_1 = 45 см = 0,45 м; h = 8 см = 0,08 м; μ = 0,03.
Найти: l_2.

Решение. Выполним рисунок, на котором изобразим вектора сил, действующих на брусок при его движении по наклонной и горизонтальной плоскостям. При движении по наклонной плоскости на брусок действуют: $m\vec{g}$ -сила тяжести; $\vec{N}_1$ - сила нормальной реакции наклонной плоскости; $\vec{F}_{T1}$ - сила трения, причем



$$F_{T1} = \mu N_1 = \mu mg\cos\alpha .$$

Здесь α – угол, который наклонная плоскость составляет горизонтальной поверхностью, а μ - коэффициент трения скольжении.

При движении по горизонтальной поверхности на брусок действуют: $m\vec{g}$ - сила тяжести; $\vec{N}_2$ - сила нормальной реакции горизонтальной поверхности; $\vec{F}_{T2}$ - сила трения, причем

$$F_{T2} = \mu N_2 = \mu mg .$$

Рассматривая «брусок-поверхность Земля» как замкнутую механическую систему, в которой действует не потенциальная сила - сила трения, запишем закон изменение механической энергии рассматриваемой системы:

$$E - E_0 = A ,$$

где E_0 и E - полная энергия механической системы в начальном и конечном состояниях; A - работа сил трения при перемещении бруска.

Если конечное положение бруска принять за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии, то так как в конечном состоянии брусок неподвижен, то E = 0. В начальном положении брусок тоже неподвижен, но он находится на расстоянии h от нулевого уровня отсчета потенциальной энергии, поэтому $E_0 = mgh$.

Работа сил трения

$$A = A_1 + A_2 \ ,$$

где $A_1 = F_{T1} l_1 \cos(\vec{F}_{T1}, \vec{l}_1) = -F_{T1} l_1 \cos 180^\circ = -F_{T1} l_1$, $A_2 = -F_{T2} l_2$.

Знак минус указывает, что силы трения препятствуют движению. Тогда

$$-mgh = -F_{T1} l_1 - F_{T2} l_2$$

или

$$mgh = \mu mg l_1 \cos\alpha + \mu ь n l_2 \ .$$

Отсюда

$$l_2 = \frac{h - \mu l_1 \cos\alpha}{\mu} \ .$$

Выразим $\cos\alpha$ через высоту h и длину l_1 наклонной плоскости: $\cos\alpha = \sqrt{l_1^2 - h^2} \big/ l_1$. Тогда

$$l_2 = \frac{l_1 h - \mu \sqrt{l_1^2 - h^2}}{\mu \ l_1} \ .$$

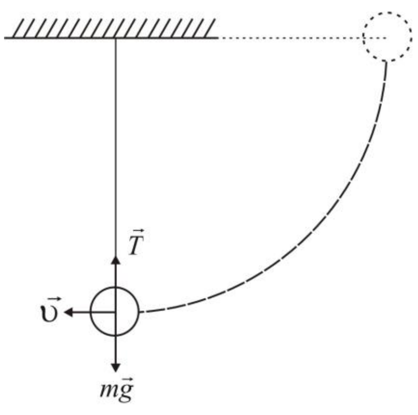
Подставим в формулу общего решения задачи числовые значения, заданные в условии, и выполним вычисления:

$$l_2 = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}08 - 0{,}03\sqrt{0{,}45^2 - 0{,}08^2}}{0{,}03 \cdot 0{,}45} \text{ м} = 1{,}68 \text{ м.}$$

Задача. Тело массой 3 кг подвешено на нити. Нить с телом отклонили от положения равновесия на угол 90° и отпустили. Найти силу натяжения нити в нижней точке траектории. Силы сопротивления среды и деформации нити не учитывать.

Дано: $m = 3$ кг; $g = 9{,}81 \text{м/с}^2$.
Найти: T .

Решение. Изобразим на рисунке силы, действующие на тело в нижней точке траектории его движения: $m\vec{g}$ - сила тяжести; $\vec{T}$ - сила натяжения нити.



Запишем уравнение движения тела

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

или в проекциях на направление вектора $\vec{T}$

$$T - mg = ma \ .$$

Тело движется по круговой траектории, поэтому $a \equiv a_n = \dfrac{v^2}{l}$. Тогда

$$T - mg = m\frac{v^2}{l},$$

где l - длина нити.

Для нахождения скорости тела v в нижней точке траектории воспользуемся законом сохранения механической энергии, который выполняется, так как неконсервативная сила $\vec{T}$, направленная все время перпендикулярно к направлению движения тела, работы не совершает. Принимая положение тела в нижней точке траектории за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии, полная энергия тела в этом положении определиться только его кинетической энергий $mv^2/2$, а полная энергия в начальном положении только его потенциальной энергией mgl. Тогда

$$mgl = \frac{mv^2}{2}, \text{ откуда } v^2 = 2gl.$$

Подставляя последнее выражение в уравнение движения, получим:

$$T - mg = m\frac{2gl}{l}.$$

Отсюда

$$T = 3mg.$$

Выполним вычисления:

$$T = 3 \cdot 3 \cdot 9{,}81 \text{ Н} = 88{,}2 \text{ Н}.$$

Задача. Подъемник элеватора поднимает груз массой 2 т. определить работу, совершенную в первые 5 с подъема, мощность, развиваемую подъемником за это время, если считать, что подъем производится с постоянным ускорением величиной 1 м/с^2. Трение не учитывать.

Дано: $m = 2$ т $= 2\cdot 10^3$ кг; $v_0 = 0$; $t = 5$ с; $a = 1$ м/с^2; $g = 9{,}81$м/с^2.
Найти: A; N.

Решение. Подъемник совершает работу, которую можно определить согласно формуле

$$A = FS\cos\alpha.$$

В процессе подъема энергия затрачивается на преодоление силы тяжести $m\vec{g}$ и сообщение грузу ускорения $\vec{a}$.

Уравнение движения груза согласно второго закона Ньютона имеет вид

$$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

где F - сила, сообщающая ускорение грузу.

В проекциях на направление ускорения уравнение движения имеет вид

$$F - mg = ma ,$$

откуда

$$F = m(g + a).$$

Перемещение груза S равно высоте подъема h, которую можно определить по формуле

$$h = \frac{a t^2}{2} .$$

Так как работу выполняет сила, направление которой совпадает с направлением движения груза, то $\cos\alpha = \cos 0° = 1$. В таком случае

$$A = F h = m(g + a)\frac{a t^2}{2} .$$

Мощность определяется по формуле

$$N = \frac{A}{t} .$$

В расчетные формулы подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$A = 2\cdot 10^3\cdot(9{,}81 + 1)\frac{1\cdot 5^2}{2}\ \text{Дж} = 2{,}7\cdot 10^5\ \text{Дж};$$

$$N = \frac{2{,}7\cdot 10^5}{5}\ \text{Вт} = 54\ \text{кВт}.$$

Задача. Сила величиной 6 Н растягивает пружину на 2 см. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 6 см?

Дано: $F_1 = 6$ Н; $x_1 = 2$ см $= 2\cdot 10^{-2}$ м; $x_2 = 6$ см $= 6\cdot 10^{-2}$ м.
Найти: A .

Решение. Работу переменной силы определим по формуле

$$A = \int_0^{x_2} F(x)\, dx .$$

Согласно закону Гука

$$F(x) = kx ,$$

где k - жесткость пружины. Тогда

$$A = \int_0^{x_2} k x\, dx .$$

Жесткость пружины можно определить, записав закон Гука для силы F_1:

$$F_1 = kx_1 \text{ , откуда } k = \frac{F_1}{x_1} .$$

Произведенная работа

$$A = \frac{F_1}{x_1} \int_0^{x_2} x\,dx = \frac{F_1 x_2^2}{2x_1} .$$

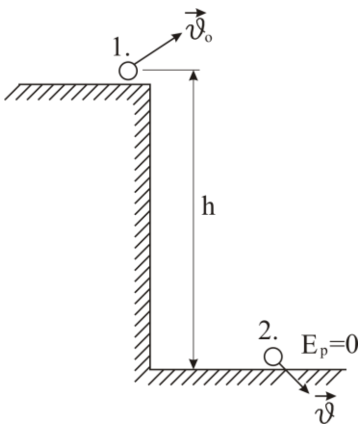
Подставим в записанную формулу общего решения задачи числовые значения и выполним вычисления:

$$A = \frac{6 \cdot 6^2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \text{ Дж} = 54 \text{ Дж.}$$

Задача. Камень брошен под углом к горизонту с высоты 6 м над горизонтальной площадкой со скоростью 10 м/с. С какой скоростью камень упадет на горизонтальную площадку?

Дано: $v_0 = 10$ м/с; $h = 6$ м; $g = 9{,}81$ м/с^2
Найти: v .

Решение: Систему «камень-Земля» будем рассматривать как замкнутую, в которой действует только потенциальная сила – сила тяжести. В такой системе выполняется закон сохранения механической энергии.



Изобразим на рисунке тела системы в начальном и конечном состояниях, обозначив эти состояния соответственно цифрами 1 и 2. Поверхность горизонтальной площадки примем за нулевой уровень отсчёта потенциальной энергии.

Полная механическая энергия системы в начальном состоянии определяется кинетической энергией камня $E_{K1} = \frac{mv_0^2}{2}$ и потенциальной энергией взаимодействия камня и Земли $E_{P1} = mgh$, то есть

$$E_1 = E_{K1} + E_{P1} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh ,$$

где v_0 - скорость бросания камня; m - масса камня; h - высота места бросания над горизонтальной площадкой; g - ускорение свободного падения.

В конечном состоянии системы потенциальная энергия за счёт выбора нулевого уровня отсчета потенциальной энергии равна нулю, $E_{P2} = 0$, а кинетическая энергия определиться скоростью v падения камня на горизонтальную площадку $E_{K2} = \frac{mv^2}{2}$. Полная механическая энергия системы в этом случае равна:

$$E_2 = E_{K2} + E_{P2} = \frac{mv^2}{2}.$$

На основании закона сохранения механической энергии $E_1 = E_2$ или

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда находим

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}.$$

Выполним числовой расчёт:

$$v = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 9.81 \cdot 6} \text{ м/с} = 14{,}7 \text{ м/с}.$$

Задача. Тележка, спустившись с горы высотой 30 м в ложбину, находящуюся на высоте 10 м над горизонтальной поверхностью, затем поднимается на вершину, расположенного холма высотой 20 м. Масса тележки 200 кг. Определить скорость тележки на вершине холма, если ее скорость на вершине норы была равна 4 м/с. Трением пренебречь.

Дано: m = 200 кг; h_1 = 30 м; h_2 = 20 м; h_0 = 10 м; v_1 = 4 м/с; g = 9,81 м/с^2.
Найти: v_2.

Решение. Поскольку трение отсутствует механическую систему тележка-Земля можно считать замкнутой консервативной системой, в которой выполняется закон сохранения механической энергии:

$$E = E_P + E_K = const.$$

В такой системе полная механическая энергия является функцией состояния системы и поэтому состояние системы в конечном положении, определяемой полной энергией системы в первоначальном положении и не зависит от ее состояния в промежуточном положении, то есть когда тележка находится в ложбине.

Полная механическая энергия системы в начальном положении (на вершине горы) равна

$$E_1 = mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2},$$

а в конечном положении (на вершине холма)

$$E_2 = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Здесь h_1 и h_2, v_1 и v_2 - высоты расположения тележки над нулевым уровнем отсчета потенциальной энергии и её скорости в начальном и конечном положениях соответственно.

Тогда в соответствии с законом сохранения механической энергии запишем

$$E_1 = E_2 \text{ , или } \quad mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2} .$$

Из последнего выражения определит скорость тележки на вершине холма

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2) + v_1^2} .$$

Подставим в формулу числовые значения и сделаем вычисления:

$$v_2 = \sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot(30 - 20) + 4^2} \text{ м/с} = 14{,}6 \text{ м/с}.$$

Задача. В течение 5 минут человек поднимает 75 коробок массой 20 кг каждая от пола до высоты 1,5 м. С какой средней мощностью работает человек?

Дано: t = 5 мин = 300 с; n = 75; m = 20 кг; h = 1,5 м; g = 9,81м/с^2.
Найти: N .

Решение. Работа, совершаемая при подъеме n коробок массой m каждая на высоту h, равна

$$A = nmgh.$$

Поэтому мощность N, с которой человек совершает работу в течение времени t, равна

$$N = \frac{A}{t} = \frac{nmgh}{t} .$$

Подставим в формулу числовые значения и сделаем вычисления:

$$N = \frac{75\cdot 20\cdot 9{,}81\cdot 1{,}5}{300} \text{ Вт} = 736{,}5 \text{ Вт}.$$

ЗАДАЧИ

1.164. Автомобиль, находящийся на горизонтальном участке дороги, трогает с места и набирает скорость. Производится ли при этом работа?

1.165. Из суммы, каких видов энергий состоит полная механическая энергия искусственного спутника Земли?

1.166. Когда сила, действующая на тело, не производит работы при перемещении тела?

1.167. Человек толкнул вагонетку. Вагонетка пришла в движение по горизонтальному пути. Совершил ли человек работу?

1.168. На тело действует сила $F = -6x^3$, где сила F выражена в ньютонах и x – в метрах. Какую работу надо совершить, чтобы переместить тело из точки x_1 = 1 м в точку x_2 = 2 м?

1.169. Человек везет сани по горизонтальной поверхности, натягивая веревку с силой 49 Н. Веревка образует с горизонтальным направлением угол 60°. Определить работу, совершаемую человеком на пути в 100 м.

1.170. Какова кинетическая энергия автомобиля массой 1150 кг, движущегося со скоростью 47 км/ч, если тормозной путь при этой скорости равен 11,6 м? Чему равна сила торможения?

1.171. Трактор движется по пахоте равномерно, развивая тяговое усилие 15 кН. Чему равна сила сопротивления движению? Какую работу произведет трактор на пути в 1 км?

1.172. Подъемный кран за время равное 6 ч поднимает строительный материал массой 3000 т на высоту 15 м. Определить мощность двигателя подъемного крана, если его коэффициент полезного действия равен 0,8.

1.173. Грузовая машина массой 6 т двигалась со скоростью 90 км/ч и под действием постоянной силы торможения остановилась через 20 с. Определить: работу торможения; величину тормозной силы; пробег машины до остановки после начала торможения.

1.174. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину, жесткость которой 29,4 Н/см, на 20 см, если известно, что сжимающая пружину сила пропорциональна сжатию пружины.

1.175. Груз массой 5 кг падает с некоторой высоты и достигает поверхности земли за 2,5 с. Найти работу силы тяжести.

1.176. Электромолоток делает 2400 ударов в минуту. Найти его мощность, если за каждый удар совершается 53 Дж работы.

1.177. Некоторая сила перемещает тело массой 0,5 т равномерно по горизонтальной поверхности на расстояние 430 м. Какую работу совершает сила, если при движении тела коэффициент трения равен 0,08? Чему равна работа силы тяжести при этом перемещении?

1.178. Какую потенциальную энергию имеет тело массой 0,2 кг, поднятое на высоту 18 м? Какую работу оно может совершить при падении на землю?

1.179. Как изменяется энергия тела при упругих деформациях?

1.180. Из пружинного пистолета выстрелили пулькой, масса которой 5 г. Жесткость пружины 1,2 кН/м. Пружина была сжата на 8 см. Определить скорость пульки при вылете из пистолета.

1.181. Сила в 6 Н растягивает пружину на 2 см. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 6 см?

1.182. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой 20 г поднялась на высоту 5 м. Определить жесткость пружины пистолета, если она была сжата на 10 см. Массой пружины пренебречь.

1.183. С какой скоростью вылетает из пружинного пистолета шарик массой 10 г, если пружина была сжата на 5 см? Известно, что для сжатия пружины на 2 см требуется сила величиной 4 Н.

1.184. Найти кинетическую энергию тела массой 10 кг, брошенного горизонтально со скоростью 20 м/с, через 3 с после броска.

1.185. Ленточный транспортер длиной 8 м и высотой 5 м подает в час 144 т зерна. Какова мощность двигателя, приводящего транспортер в движение? Трением пренебречь.

1.186. Высота плотины ГЭС 194 м. Через турбины ежесекундно проходит 3660 м^3 воды. Развиваемая при этом мощность $6{,}4\cdot10^6$ кВт. Определить коэффициент полезного действия турбин ГЭС.

1.187. Во время физической работы сердце сокращается до 150 раз в минуту. При каждом сокращении совершается работа, эквивалентная подъему груза массой 500 г на высоту 27 см. Определить мощность, развиваемую сердцем человека.

1.188. Мальчик перемещает санки массой 10 кг, прикладывая силу под углом 60° к направлению движения. Определить работу, совершаемую мальчиком на пути 20 м, если санки движутся с ускорением 0,5 м/с^2. Коэффициент трения санок о снег равен 0,1.

1.189. Какую мощность развивает двигатель вертолета, масса которого 7 т, при равномерном вертикальном подъеме на высоту 3 км со скоростью 20 м/с?

1.190. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять груз массой 5 кг на высоту 10 м с постоянным ускорением 2 м/с? Как изменится совершаемая работа при равномерном перемещении груза?

1.191. Насос с электроприводом мощностью 7 кВт за 12 мин наполняет водой бак вместимостью 40 м^3. Бак размещен на высоте 10 м. Определить КПД установки, если плотность воды 10^3 кг/м^3.

1.192. Определить мощность гидротурбины ГЭС, если на лопасти турбины с высоты 96 м падает 238 м^3 воды за 1 с. КПД турбины 93 %.

1.193. Автомобиль при движении развивает силу тяги 5 кН. Какая работа идет на увеличение скорости движения на пути 500 м, если сила сопротивления движению равна 280 Н?

1.194. Самолет взлетает со скоростью 25 м/с, которую он приобретает при движении по взлетной полосе длиной 100 м. Какую мощность развивает мотор самолета при взлете, если масса самолета 1 т и коэффициент трения 0,02? Движение самолета по полосе считать равноускоренным.

1.195. Электровоз толкает вагон массой 20 т. При этом буферная пружина вагона сжимается на 8 см. Найти, с каким ускорением движется вагон, если жесткость пружины $5\cdot10^4$ Н/м. Чему равна произведенная работа?

1.196. Камень массой 100 г, соскользнувший с наклонной плоскости высотой 3 м, приобрел в конце ее скорость 6 м/с. Найти работу силы трения.

1.197. Боек пневматического молота свободно падает с некоторой высоты. Одинаковую ли работу совершает сила тяжести за любые равные промежутки времени движения бойка?

1.198. Камень брошен с крыши дома высотой 20 м со скоростью 18 м/с. Определить работу по преодолению сопротивления воздуха, если известно, что к моменту удара о землю камень имеет скорость24 м/с. Масса камня равна 20 г.

1.199. Сила, равная 2 Н, действовала на тело в течение 4 с и сообщила ему кинетическую энергию в 6,4 Дж. Определить массу тела.

1.200. На тело, двигавшееся со скоростью 2 м/с, подействовала сила величиной 2 Н в направлении движения тела. Через 10 с после начала действия силы кинетическая энергия тела равна 100 Дж. Найти массу тела, принимая его за материальную точку.

1.201. Конькобежец, стоя на льду, бросил перед собой в горизонтальном направлении груз массой 5 кг и вследствие отдачи покатился в противоположную броску сторону со скоростью 1 м/с. Масса конькобежца 60 кг. Определить работу, совершенную конькобежцем при бросании груза.

1.202. Какой потенциальной энергией обладает тело массой 200 г, поднятое на высоту 15 м? Какую работу оно может совершить при падении на землю?

1.203. Тело бросили вертикально вверх с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивление воздуха, определить, на какой высоте скорость тела уменьшается вдвое.

1.204. Тело массой 2 кг, брошенное вертикально, поднималось 1,5 с. Определить работу, совершенную при бросании тела. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.205. Тело массой 100 кг упало на землю с высоты 75 м через 5 с после начала движения. Определить работу силы сопротивления, считая её постоянной.

1.206. Двигатель электровоза при его движении со скоростью 72 км/ч потребляет мощность 800 кВт. Коэффициент полезного действия двигателя электровоза 0,8. Определить силу тяги электровоза.

1.207. Человек стоит на неподвижной тележке и бросает горизонтально камень массой 8 кг со скоростью 5 м/с. Определить, какую работу при этом совершил человек, если масса тележки с человеком равна 160 кг?

1.208. Если автомобиль въезжает в гору при неизменной мощности двигателя, то он уменьшает скорость движения. Почему?

1.209. Двигатель подъемного крана имеет мощность 3,2 кВт. Он может поднимать груз равномерно со скоростью 4,8 м/с. Коэффициент полезного действия крана равен 78 %. Какой наибольший по массе груз может поднять кран при этих условиях?

1.210. Молот массой 5 кг, двигаясь со скоростью 4 м/с, ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне массой 90 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на ковку (т.е. деформацию) изделия.

1.211. Пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 300 м/с, попадает в подвешенный на шнуре деревянный брусок массой 6 кг и застревает в нем. Определить, на какую высоту поднимется брусок.

1.212. Когда расходуется меньше энергии при запуске искусственного спутника Земли - вдоль меридиана или вдоль экватора в сторону вращения Земли?

1.213. Определить кинетическую энергию искусственного спутника Земли массой 1,5 т, движущегося по круговой орбите на высоте 300 км от поверхности Земли. Радиус Земли принять равным 6400 км.

1.214. Сколько времени будет поднимать копну сена тракторный стогометатель на высоту 7 м, если развиваемая при этом мощность двигателя 7,36 кВт, а масса копны вместе с грабельной решеткой 900 кт?

1.215. Небольшое тело соскальзывает вниз по наклонному желобу, переходящему в вертикальную петлю, радиусом 0,2 м. С какой высоты должно начать свое движение тело, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке петли? Трением пренебречь.

1.216. Какова будет скорость ракеты на высоте, равной радиусу Земли, если ракета на поверхности Земли имела скорость 10 км/с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.217. На какую высоту над поверхностью Земли поднимется ракета, запущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты будет равна первой космической скорости?

1.218. Пуля массой 10 г летит со скорость 500 м/с и пробивает доску толщиной 2 см. При этом скорость пули уменьшается до 300 м/с. Чему равна средняя сила сопротивления при движении пули в доске?

1.219. Тело массой 50 г падает с высоты 20 м. Конечная скорость падения тела равна 10 м/с. Найти среднюю силу сопротивления воздуха.

1.220. Мяч бросили вертикально вниз с высоты 10 м. После удара о землю мяч поднялся на высоту 20 м. Найти начальную скорость мяча. Удар считать абсолютно упругим. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.221. При выстреле в горизонтальном направлении ствол орудия откатывается на 45 см. Определить среднее значение силы торможения, развивающейся в противооткатном устройстве орудия, если масса ствола 450 кг, масса снаряда 5 кг и начальная скорость его при выстреле 450 м/с.

1.222. С горы высотой 2 м и основанием 5 м съезжают санки, которые останавливаются, пройдя от основания горы горизонтально путь длиной 35 м. Определить коэффициент трения скольжения санок о снег.

1.223. Самолет массой 1 т на высоте 1200 м летит со скоростью 50 м/с. При выключенном двигателе самолет планирует и достигает земли со скоростью 25 м/с. Определить силу сопротивления воздуха при спуске, если длина траектории самолета при спуске равна 8 км.

1.224. Камень, падая с высоты 5 м, вдавливается в мягкий грунт на 2 см. Чему равна средняя сила удара, если масса камня 5 кг.

1.225. Тело падает с высоты 240 м и углубляется в песок на 0,2 м. Определить среднюю силу сопротивления почвы, если тело массой 1 кг начало падать со скоростью 14 м/с. Решить задачу двумя способами: с помощью законов Ньютона и на основании закона сохранения и изменения энергии.

1.226. Льдинка скользит по инерции вверх по наклонной плоскости. Определить, на какую высоту поднимается льдинка, если коэффициент трения равен 0,2, угол наклона плоскости 45^{o} и скорость льдинки в начале подъема 6 м/с.

1.227. На нити длиной 2 м весит ящик с песком массой 2 кг. Пуля, летящая горизонтально попадает в ящик и застревает в нем, при этом максимальное отклонение нити от вертикали составляет 30^{o}. Определить скорость пули, если масса пули 10 г. Размеры ящика много меньше длины нити.

1.228. Груз массой 700 кг падает с высоты 5 м для забивки сваи массой 300 кг. Найти среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая входит в грунт на глубину 4 см. Удар между грузом и сваей считать абсолютно неупругим.

1.229. Частица массой $6{,}5\cdot10^{-27}$ кг упруго соударяется с частицей массой $1{,}1\cdot10^{-25}$ кг, которая покоилась. После удара первая частица движется в направлении, противоположном первоначальному движению. Во сколько раз изменилась энергия первой частицы?

1.230. Метеорологическая ракета, масса которой без топлива 400 г, при сгорании топлива поднимается на высоту 125 м. Масса топлива 50 г. Определить скорость выхода газов из ракеты, считая, что сгорание топлива происходит мгновенно.

1.231. Орудие, масса ствола которого 450 кг стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда 5 кг, начальная скорость 450 м/с. При выстреле ствол откатывается на расстояние 45 см. Найти среднее значение силы торможения, которая возникает в противооткатном устройстве орудия.

1.232. Определите, когда покоящийся шар приобретает большую скорость при взаимодействии с другим таким же шаром – при упругом или неупругом центральном ударе.

1.233. Скорости двух центрально соударяющихся шаров равны 0,1 м/с и 0,05 м/с, их массы соответственно равны 4 и 3 кг. Определить скорости шаров после их неупругого соударения.

1.234. Скорости двух центрально соударяющихся шаров равны 0,1 м/с и 0,05 м/с, их массы соответственно равны 4 кг и 3 кг. Определить скорости шаров после удара при их упругом соударении.

1.235. Тело массой 2 кг движется со скоростью 3 м/с и нагоняет второе тело массой 3 кг, движущееся со скоростью 1 м/с. Найти скорости тел после столкновения, если: 1) удар был неупругий; 2) удар был упругий. Удар тел центральный.

1.236. Тело массой 3 кг движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.237. Шар массой 0,5 кг ударяется о неподвижное тело массой 1 кг. Удар центральный и неупругий. Определить какую долю энергии передал шар телу при ударе.

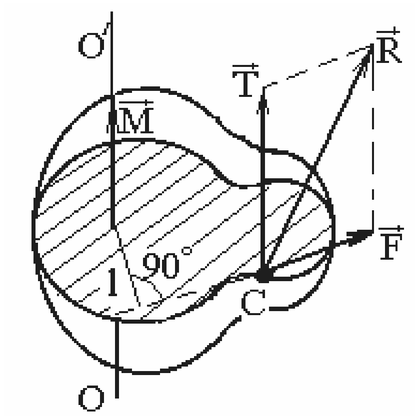
1.238. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10º.

1.239. Тело массой 10 кг висит на металлической проволоке длиной 5 м. Определить высоту, на которую можно отклонить тело от положения равновесия, чтобы при его последующих качаниях проволока не оборвалась. Разрыв проволоки наступает при силе натяжения величиной 200 Н.

ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Твердое тело кроме поступательного движения, когда все его точки двигаются по одинаковым траекториям, может совершать вращательное движение. Простейший вид вращательного движения – вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Силовое действие, на имеющее ось вращения тело, определяется моментом силы относительно оси вращения.



Момент силы относительно неподвижной оси вращения – вектор $\vec{M}$, параллельный оси вращения 00' и численно равный произведению проекции $\vec{F}$ силы $\vec{R}$, приложенной к телу, на плоскость, перпендикулярную к оси вращения, на ее плечо l:

$$M = Fl\,.$$

Плечо силы $\vec{F}$ - кратчайшее расстояние от линии действия силы до оси вращения. Составляющая $\vec{T}$ силы $\vec{R}$, параллельная закрепленной оси, не вызывает вращения тела - она стремится сдвинуть тело вдоль оси. Весь вращающий эффект силы $\vec{R}$, действующей на тело, определяется ее составляющей $\vec{F}$.[1,4]

Если твердое тело находится в покое (в равновесии), то для действующих на него сил выполняются два условия:

1. Векторная сумма всех сил, действующих на тело равна нулю

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0;$$

2. Векторная сумма моментов сил, действующих на тело, относительно любой оси вращения равна нулю

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}(\vec{F}_i) = 0.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела в общем случае имеет вид

$$\vec{M}dt = d(J\omega),$$

где $\vec{M}$ - результирующий момент сил, действующих на тело, относительно неподвижной оси вращения в течение времени dt; J - момент инерции тела относительно той же оси вращения; ω - угловая скорость; $J\vec{\omega}$ - момент импульса относительно оси вращения.

Если $J = const$, то

$$\vec{M} = J\frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение.

Момент импульса материальной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}\cdot m\vec{v}] \text{ или } \vec{L} = J\vec{\omega},$$

где $\vec{r}$ - расстояние от точки до оси, относительно которой определяется момент импульса; m - масса материальной точки; $\vec{v}$ - линейная скорость точки.

В замкнутой механической системе момент импульса системы есть величина постоянная

$$\sum_{i=1}^{n} J_i\vec{\omega}_i = const,$$

где n - число тел системы.

Для двух тел

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 = J_1'\vec{\omega}_1' + J_2'\vec{\omega}_2',$$

где J_1, J_2 и ω_1, ω_2 - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', J_2' и ω_1', ω_2' - те же величины после взаимодействия.

Момент инерции материальной точки массой m относительно оси вращения

$$J = mr^2,$$

где r - расстояние до оси вращения от материальной точки.

Момент инерции тела

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 ,$$

где r_i - расстояние от элемента тела массы m_i до оси вращения; n - число элементарных масс m_i, на которые разбивается твердое тело.

В интегральной форме

$$J = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV$$

где ρ - плотность тела; V - объем тела.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

- момент инерции однородного шара радиуса R относительно оси симметрии проходящей через его центр

$$J = \frac{2}{5} mR^2 ;$$

- момент инерции однородного стержня длиной l относительно оси проходящей через его середину перпендикулярно к его длине

$$J = \frac{1}{12} ml^2 .$$

- момент инерции сплошного цилиндра или диска радиусов R относительно оси симметрии

$$J = \frac{1}{2} mR^2 ;$$

Здесь m - масса цилиндра, шара, стержня соответственно.

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно какой-либо оси, то момент инерции относительно любой оси параллельной первой определяется по теореме Штейнера, определяемой формулой

$$J = J_0 + md^2 ,$$

где m - масса тела; d - расстояние между параллельными осями.

Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся относительно неподвижной оси тело

$$A = M\varphi ,$$

где φ - угол поворота тела.

Кинетическая энергия вращающегося тела

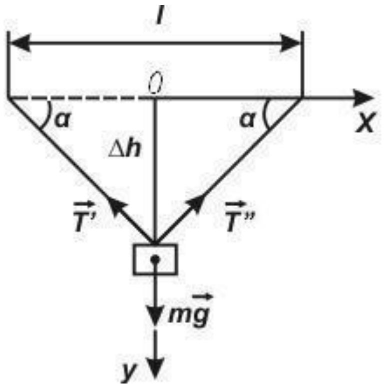
$$E_K = \frac{J\omega^2}{2} .$$

Примеры решения задач

Задача. В середине натянутого каната прикреплен груз массой 10 кг. Канат провис на 10 см. Длина каната 1 м. Определить, чему равна сила натяжения каната.

Дано: $m = 10$ кг; $\Delta h = 10$ см $= 0{,}1$ м; $l = 1$ м; $g = 9{,}81$ м/с^2.
Найти: T .

Решение. Силы, действующие на тело, изображены на рисунке: сила тяжести $m\vec{g}$ и две силы натяжения $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$.



Условия равновесия груза:

$$\vec{T}' + \vec{T}'' + m\vec{g} = 0,$$

или в проекциях на оси координат

$$-T'_x + T''_x = 0\ ,$$

$$T'_y + T''_y - mg = 0\ .$$

В силу симметрии

$$T' = T'' = T \quad \text{и} \quad T_y = T\sin\alpha\text{, откуда}$$

$$2T\sin\alpha = mg \quad \text{и тогда} \quad T = \frac{mg}{\sin\alpha}\ .$$

Зная Δh и l, определим $\sin\alpha$:

$$\sin\alpha = \frac{\Delta h}{\sqrt{\Delta h^2 + l^2/4}}\ .$$

Окончательно получим:

$$T = \frac{mg\sqrt{\Delta h^2 + l^2/4}}{2\Delta h}\ .$$

Из формулы, очевидно, что чем больше провисание каната, тем меньше сила натяжения каната.

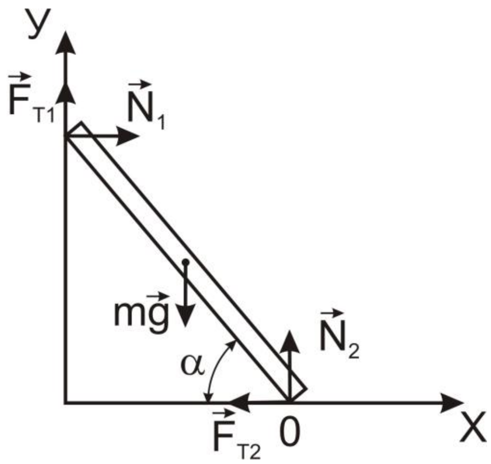
Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$T = \frac{10\cdot 9{,}81\cdot\sqrt{0{,}1^2 + 1^2/4}}{2\cdot 0{,}1}\ \text{Н} = 250\ \text{Н}.$$

Задача. Под каким наименьшим углом к горизонтальной поверхности может стоять прислоненная к вертикальной стене лестница, если коэффициент трения между лестницей, горизонтальной поверхностью и стеной равен 0,41.

Дано: μ = 0,41.
Найти: α .

Решение. На лестницу действует сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная в центре масс лестницы, силы нормальной реакции стены $\vec{N}_1$ и горизонтальной поверхности $\vec{N}_2$, силы трения $\vec{F}_{T1}$ и $\vec{F}_{T2}$, приложенные в точках соприкосновения лестницы с опорами.



Так как в задаче определяется минимальный угол α наклона лестницы к горизонтальной поверхности, то удерживающие лестницу в состоянии покоя силы трения должны быть максимально возможными, то есть равными силам трения скольжения. Таким образом,

$$F_{T1} = \mu N_1 , \quad F_{T2} = \mu N_2 .$$

Для равновесия лестницы необходимо, чтобы векторная сумма действующих на неё сил равнялась нулю и алгебраическая сумма действующих на неё моментов этих сил относительно любой оси, например О, равнялась нулю.

Запишем эти условия, предполагая, что длина лестница равна l:

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_{T1} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{T2} + m\vec{g} = 0;$$

$$N_1 l \sin\alpha + F_{T1} l \cos\alpha - mg\frac{l}{2}\cos\alpha = 0 .$$

Спроектируем векторное уравнение равновесия на оси системы координат

$$N_1 - F_{T2} = 0,$$

$$F_{T1} + N_2 - mg = 0 ,$$

преобразовав уравнение для моментов сил

$$2N_1 \sin\alpha + 2\mu N_1 \cos\alpha - mg\cos\alpha = 0$$

и учтя зависимость сил трения от величин нормальных реакций поверхностей, получим систему уравнений:

$$N_1 - \mu N_2 = 0 ;$$

$$\mu N_1 + N_2 - mg = 0 ;$$

$$2N_1 \sin\alpha + 2\mu N_1 \cos\alpha - mg\cos\alpha = 0 .$$

Выразим из первых двух уравнений системы силу реакции N_1 через силу тяжести

$$N_1 = \frac{\mu m g}{1+\mu^2}.$$

Тогда из третьего уравнения системы, использовав последнюю формулу, получим уравнение

$$2\mu \sin\alpha - 2\mu^2 \cos\alpha - (1+\mu^2)\cos\alpha = 0,$$

из которого окончательно найдем

$$tg\alpha = \frac{1-\mu^2}{2\mu}.$$

Подставим числовые значения, выполним вычисления и определим угол α:

$$tg\alpha = \frac{1-0{,}41^2}{2\cdot 0{,}41} \approx 1; \quad \alpha = 45°.$$

Задача. Маховик, обладающий моментом инерции 4 кг·м^2, вращается под действием постоянного тормозящего момента и уменьшает частоту вращения с 600 об/мин до 120 об/мин за две минуты. Вычислить: величину тормозящего момента; работу торможения; число оборотов маховика за время торможения.

Дано: J = 4 кг·м^2; n_0 = 600 мин$^{-1}$ = 10 с$^{-1}$; n = 120 мин$^{-1}$ = 2 с$^{-1}$; t = 2 мин = = 120 с.
Найти: M; A; N.

Решение. Так как момент сил, действующих на маховик $M = const$, то из основного уравнения динамики вращательного движения

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$$

следует, что маховик вращается равнозамедленно.

Из кинематического уравнения для угловой скорости равнозамедленного движения определим угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{t}.$$

Тогда

$$\vec{M} = J\frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{t}.$$

Здесь $\omega_0 = 2\pi n_0$ и $\omega = 2\pi n$ угловые скорости, а n_0 и n частоты вращения маховика в начале и конце действия тормозящего момента.

Спроектировав последнее уравнение на направление угловой скорости, учтя, что вектор тормозящего момента направлен противоположно вектору угловой скорости, и зависимость угловой скорости от частоты вращения получим

$$M = J\frac{2\pi(n_0 - n)}{t}.$$

Так как совершенная при торможении работа, затрачена на уменьшение кинетической энергии маховика, то

$$A = \frac{J\omega_0^2}{2} - \frac{J\omega^2}{2} = \pi J\left(\omega_0^2 - \omega^2\right).$$

За время торможения маховик совершил N полных оборотов и повернулся на угол φ, откуда

$$\varphi = 2\pi N.$$

Угол поворота маховика определим из формулы работы, совершенной постоянным вращающим моментом:

$$A = M\varphi,$$

откуда

$$N = \frac{A}{2\pi M}.$$

В полученные формулы подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$M = 4\cdot\frac{2\cdot 3{,}14(10^2 - 2^2)}{120}\ \text{Н·м} = 1{,}68\ \text{Н·м};$$

$$A = 3{,}14\cdot 4\,(10^2 - 2^2)\ \text{Дж} = 7600\ \text{Дж};$$

$$N = \frac{7600}{2\cdot 3{,}14\cdot 1{,}68} \approx 720\ \text{оборотов}.$$

Задача. Серебряная монета диаметром 26 мм катится по полу со скоростью 40 см/с. Вычислить кинетическую энергию движения монеты, если ее толщина 2 мм, а плотность серебра 10,4 г/см^3.

Дано: d = 26 мм = $26\cdot 10^{-3}$ м; r = 13 мм = $13\cdot 10^{-3}$ м; v = 40 см/с = 0,4 м/с; h = 2 мм = $2\cdot 10^{-3}$ м; ρ = 10,4 г/см^3 = $10{,}4\cdot 10^3$ кг/м^3.
Найти: E_K .

Решение. Так как качение монеты можно рассматривать как совокупность происходящих одновременно поступательного движения центра масс монеты и ее вращательного движения вокруг проходящей через центр масс оси, то она обладает как кинетической энергией поступательного движения $\frac{mv^2}{2}$, так и кинетической энергией вращательного движения $\frac{J\omega^2}{2}$.

Следовательно, полная кинетическая энергия движения монеты

$$E_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

Так как угловую скорость ω вращения монеты вокруг центра масс можно связать с линейной скоростью v движения центра масс уравнением $\omega = v/r$, а момент инерции монеты как диска относительно оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости, определяется выражением

$$J = \frac{mr^2}{2},$$

то формула для кинетической энергии, катящейся монеты, примет вид

$$E_K = \frac{mv^2}{2} + \frac{mr^2v^2}{2 \cdot 2r^2} = \frac{3}{4}mv^2.$$

Масса монеты

$$m = \pi r^2 h\rho,$$

отсюда

$$E_K = \frac{3}{4}\pi r^2 h\rho v^2.$$

Подставляя числовые значения и выполняя вычисления, получим:

$$E_K = \frac{3}{4} \cdot 3{,}14 \cdot 13^2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10{,}4 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4^2 \text{ Дж} = 1{,}32 \text{ мДж}.$$

Задача. Однородный шар катится без скольжения по плоскости, наклоненной под углом 30^o к горизонтальному основанию. Длина наклонной плоскости 98 см. За сколько времени шар скатится с наклонной плоскости?

Дано: l = 98 см = 098 м; α = 30°; g = 9,81 м/с^2.

Найти: t.

Решение: Согласно условию задачи начальная скорость шара равна нулю и поэтому скорость шара v, приобретаемую им у основания наклонной плоскости в результате прохождения по наклонной плоскости пути l, определится кинематическими уравнениями равноускоренного движения без начальной скорости

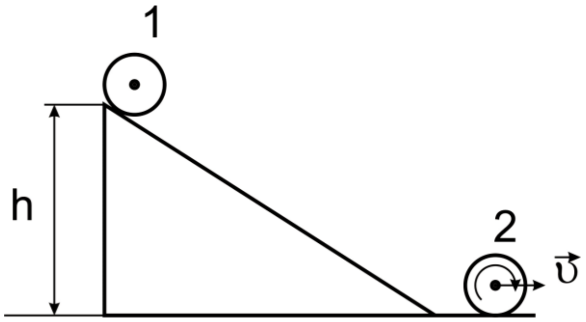
$$v = at,$$

$$l = \frac{at^2}{2},$$

исключив из которых ускорение шара a, определим выражения для времени его движения по наклонной плоскости:

$$t = \frac{2l}{v}.$$

Скорость шара у основания наклонной плоскости v определим, рассматривая замкнутую механическую систему «тело-наклонная плоскость-Земля». В этой системе действует потенциальная сила - сила тяжести и сила реакции опоры, направленная перпендикулярно к направлению движения тела и вследствие этого не совершающая работы. Поэтому в системе выполняется закон сохранения механической энергии.



Примем за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии основание наклонной плоскости.

Поскольку в механической системе тело- наклонная плоскость -Земля выполняется закон сохранения механической энергии потенциальная энергия тела mgh на вершине наклонной плоскости высотой h при скатывании с неё шара переходит в кинетическую энергию поступательного движения центра масс шара $\dfrac{mv^2}{2}$ и кинетическую энергию $\dfrac{J\omega^2}{2}$ вращательного движения шара вокруг проходящей через центр масс оси:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

Учитывая, что $h = l\sin\alpha$, см. рис., угловая скорость $\omega = \dfrac{v}{R}$, момент инерции шара относительно оси, проходящей через центр масс $J = \dfrac{2}{5}mR^2$, и подставляя эти соотношения в уравнение закона сохранения механической энергии после преобразований, получим

$$gl\sin\alpha = 0{,}7v^2,$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{gl\sin\alpha}{0{,}7}}.$$

Подставляя это выражение в формулу для времени, получим

$$t = \sqrt{\frac{2{,}8l}{g\sin\alpha}}.$$

Выполним вычисления:

$$t = \sqrt{\frac{2{,}8\cdot 0{,}98}{9{,}81\cdot\sin 30^\circ}}\ \text{c} = 0{,}75\ \text{c}.$$

Задача. Шар, прикрепленный к веревке длиной 4 м, движется в горизонтальной плоскости по круговой траектории с линейной скоростью 2 м/с. Во время движения шара длина веревки уменьшается до 2 м. С какой линейной скоростью будет двигаться шар? Во сколько раз изменится период вращения шара при уменьшении длины веревки?

Дано: $R_1 = 4$ м; $v_1 = 2$ м/с; $R_2 = 2$ м.
Найти: v_2; T_1/T_2 .

Решение. Примем вращающийся шар за механическую систему. Уменьшение длины веревки не создает какого-либо момента силы относительно оси вращения, поскольку приложенная сила направлена вдоль линии, соединяющей шар с центром вращения. Поэтому механическая система является замкнутой механической системой и в ней выполняется закон сохранения момента импульса.

Момент импульса системы

$$L = J\omega.$$

Если принять шар за материальную точку массой m, движущуюся по окружности радиусом R, то его момент инерции относительно центра окружности

$$J = mR^2.$$

Учтя связь между линейной v и угловой ω скоростями тела, движущегося по криволинейной траектории, найдем

$$\omega = v/R .$$

Тогда

$$L = mvR$$

и закон сохранения момента импульса определится уравнением

$$L_1 = L_2$$

или

$$mv_1R_1 = mv_2R_2 .$$

Здесь v_1, R_1 и v_2 , R_2 - линейная скорость и радиус окружности движения шара вначале и после изменения длины веревки. Отсюда

$$v_2 = v_1R_1/R_2$$

Так как период обращения тела с угловой скоростью его движения по траектории связан соотношением $\omega = 2\pi / R$, а линейная скорость $v = \omega R$, то $T = 2\pi R/v$. Тогда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi R_1/v_1}{2\pi R_2/v_2} = \frac{R_1 v_2}{R_2 v_1} .$$

Подставим в полученные формулы числовые значения и выполним вычисления:

$$v_2 = \frac{2\cdot 4}{2} \text{ м/с} = 4 \text{ м/с} ; \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{4\cdot 4}{2\cdot 2} = 4 \text{ раза.}$$

Задача. Вертикально стоящий на столе карандаш длиной 18 см падает на стол. С какой скоростью упадет на стол верхний конец карандаша?

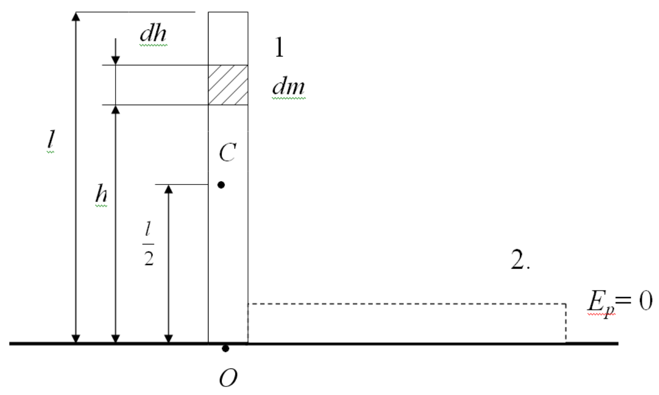
Дано: l = 18 см = 0,18 м; g = 9,81 м/с^2.
Найти: v .

Решение: Движение карандаша можно рассматривать как вращение вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку соприкосновения карандаша со столом. Замкнутая система карандаш-Земля является консервативной, поскольку на процесс движения карандаша влияет только консервативная сила тяжести. В такой системе выполняется закон сохранения механической энергии:

$$E_1 = E_2 .$$

Здесь:

$E_1 = E_{K1} + E_{P1}$ - полная механическая энергия системы в начальном состоянии; $E_{K1} = 0$ - кинетическая энергия карандаша в начальном положении (карандаш неподвижен); $E_{P1} = mg\dfrac{l}{2}$ - потенциальная энергия карандаша в начальном положении, определяется высотой $\dfrac{l}{2}$, на которой находится центр масс карандаша над поверхностью стола, принимаемой за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии; l - длина карандаша. (Положение центра масс однородного карандаша совпадает с его геометрическим центром).



Действительно, потенциальная энергия малого участка карандаша длиной dh и массой $dm = \dfrac{m}{l}dh$, находящегося на высоте h над нулевым уровнем отсчета потенциальной энергии равна $dE_P = dmgh$, тогда потенциальная энергия вертикально расположенного карандаша

$$E_{P1} = \int_0^l dE_P = \frac{m}{l} g \int_0^l h\,dh = mg\frac{l}{2},$$

то есть соответствует указанной выше энергии;

$E_2 = E_{K2} + E_{P2}$ - полная механическая энергия системы в конечном состоянии; $E_{P2} = 0$ - потенциальная энергия карандаша в конечном положении (равна нулю, так как центр масс карандаша находится на нулевом уровне отсчета потенциальной энергии); $E_{K2} = \dfrac{J\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения карандаша в конечном положении; ω - угловая скорость карандаша, с которой он падает на поверхность стола; J - момент инерции карандаша относительно оси вращения, совпадающей с концом карандаша.

Подставляя записанные соотношения в уравнение закона сохранения механической энергии, получим

$$mg\frac{l}{2} = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Момент инерции J рассчитывается на основании теоремы Штейнера

$$J = J_0 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2,$$

где $J_0 = \frac{1}{12}ml^2$ - момент инерции карандаша относительно перпендикулярной к нему оси проходящей через центр масс; m - масса карандаша; $\frac{l}{2}$ - расстояние от центра масс до оси вращения. В таком случае

$$J = \frac{1}{3}ml^2.$$

Тогда

$$mgl = \frac{1}{3}ml^2\omega^2,$$

откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{l}}.$$

Линейная скорость верхнего конца карандаша v, движущегося с угловой скоростью ω по окружности радиуса l, определиться выражением

$$v = \omega l,$$

или

$$v = \sqrt{3gl}.$$

Подставляя числовые данные условия задачи, получим

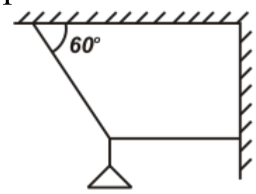
$$v = \sqrt{3\cdot 9{,}81\cdot 0{,}18}\ \text{м/с} = 5{,}3\ \text{м/с}.$$

ЗАДАЧИ

1.240. Однородный стержень с прикрепленным на одном конце грузом массой 1,2 т будет находиться в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть на расстоянии 1/5 длины стержня от груза. Чему равна масса стержня?

1.241. Стержень массой 30 кг, лежащий одним концом на опоре, находится в горизонтальном положении, удерживаемый тросом, прикрепленным к другому концу стержня и составляющим с ним угол 30º. К этому же концу стержня прикреплен груз массой 10 кг. Определить силу натяжения троса.

1.242. Определить силу натяжения двух шнуров, на которых подвешена люстра массой 100 кг, см. рис.



1.243. Балка массой 300 кг удерживается в горизонтальном положении тросом, прикрепленном на расстоянии 0,75 длины балки от одного её конца, и опорой, на которой лежит другой конец балки. Трос составляет с балкой угол 30 º. Чему равна сила натяжения троса?

1.244. Балка массой 300 кг и длиной 3 м опирается на вертикальную стену и горизонтальный пол так, что нижний её конец находится от стены на расстояние 1 м. С какой силой балка действует на вертикальную стену? Силой трения пренебречь.

1.245. Груз массой 100 г подвешен с помощью двух нитей так, что одна нить образует с вертикалью угол 45 º, а другая проходит горизонтально. Найти силы натяжения нитей.

1.246. Найти центр масс круглой однородной пластины радиусом 20 см с круглым вырезом радиусом 10 см, центр которого находится на середине радиуса пластины.

1.247. Однородная балка массой 40 кг лежит на двух опорах. На расстоянии 1/4 длины балки от одной из опор на балке лежит груз массой 100 кг. Найти силы давления балки на опоры.

1.248. Однородная балка массой 60 кг и длиной 4 м опирается одним концом на гладкий пол, а промежуточной точкой на выступ высотой 3 м, образуя с вертикалью угол 30º. Балка удерживается в таком положении веревкой, прикрепленной к ее нижнему концу и натянутой параллельной полу. Пренебрегая трением, определить натяжение веревки и реакции пола и выступа.

1.249. Диск, диаметр которого 50 см и масса 4 кг находится на наклонной плоскости, образующей с горизонтальной поверхностью угол 30º. Качение диска предотвращено трением и горизонтально расположенной веревкой, которая одним своим концом прикреплена к самой верхней точки диска, а другим концом к наклонной плоскости. Найти натяжение веревки и коэффициент трения.

1.250. Вычислить момент инерции тонкого обода радиусом 0,5 м относительно оси, проходящей через его центр. Масса обода 3 кг.

1.251. Определить момент инерции сплошного шара массой 10 кг и радиусом 0,1 м относительно оси, проходящей через центр масс шара.

1.252. Определить момент инерции вала массой 5 кг и радиусом 2 см относительно оси, совпадающей с осью симметрии.

1.253. Как изменится момент инерции свинцового цилиндра высотой 10 см относительно оси симметрии, если цилиндр сплющить в диск толщиной 5 мм?

1.254. Найти момент инерции земного шара относительно оси вращения, если принять средний радиус Земли равным 6400 км и среднюю плотность Земли равной $5{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.255. Молотильный барабан вращается с частотой 600 оборотов в минуту. Под действием постоянного тормозящего момента 10 Н·м барабан останавливается в течение 3 минут. Определить момент инерции барабана.

1.256. Как изменится угловое ускорение диска, к которому приложен постоянный вращающий момент, если при неизменной массе диска увеличить его радиус в два раза.

1.257. Однородный стержень длиной 1 м и массой 0,5 кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если вращающий момент равен $9{,}8 \cdot 10^{-2}$ Н·м?

1.258. Маховик в виде диска массой 50 кг и радиусом 0,2 м раскручен до частоты вращения 480 мин$^{-1}$ и предоставлен самому себе. Под влиянием трения маховик остановился. Найти момент силы трения, считая его постоянным, по следующим данным: 1) маховик остановился через 50 с; 2) маховик до полной остановки сделал 200 оборотов.

1.259. Маховик, массу которого 5 кг можно считать распределенной по ободу радиуса 20 см, свободно вращается вокруг горизонтальной оси проходящей через его центр с частотой 720 мин$^{-1}$. При торможении маховик останавливается через 20 с. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое делает маховик до полной остановки.

1.260. Маховик, обладающий моментом инерции 4 кг·м^2, вращается под действием постоянного тормозящего момента и уменьшает свою частоту вращения с 600 мин$^{-1}$ до 120 мин$^{-1}$ за 2 мин. Определить угловое ускорение маховика и тормозящий момент.

1.261. Диск диаметром 1,6 м и массой 490 кг при вращении делает 600 оборотов в минуту. К его цилиндрической поверхности прижимается тормозная колодка с силой 196 Н. Коэффициент трения колодки о поверхность диска равен 0,4. Сколько оборотов сделает диск до полной остановки?

1.262. Диск радиусом 30 см и массой 10 кг вращается с частотой 5 с$^{-1}$. Какой момент силы следует приложить, чтобы диск остановился за 10 с.

1.263. Молотильный барабан вращается с частотой 20 с$^{-1}$. Момент инерции барабана 30 кг·м^2. Определить момент силы, под действием которого барабан остановится за время равное 200 с.

1.264. Диск массой 5 кг вращается с частотой 5 с$^{-1}$. Определить работу, которую надо совершить, чтобы частота вращения диска увеличилась до 15 с$^{-1}$. Радиус диска равен 20 см.

1.265. Определить мощность электродвигателя, если его ротор вращается с частотой 25 оборотов в секунду, а момент сил равен 14 Н·м.

1.266. Снаряд массой 20 кг имеет вид цилиндра радиусом 5 см. Снаряд летит со скоростью 300 м/с и вращается вокруг оси с частотой 200 с$^{-1}$. Вычислить кинетическую энергию снаряда.

1.267. Снаряд массой 360 кг движется со скоростью 800 м/с, делая 5250 оборотов в минуту вокруг своей оси. Определить, какую часть от энергии поступательного движения составляет энергия вращательного движения. Момент инерции снаряда принять равным 4,9 кг·м^2.

1.268. Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить частоту вращения однородного диска радиусом 0,5 м относительно его оси с 200 до 400 оборотов в минуту. Масса диска 10 кг.

1.269. Медный шар радиусом 10 см вращается с частотой 2 с$^{-1}$ вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое? Плотность меди $8{,}93\cdot10^3$ кг/м^3.

1.270. Неподвижный маховик под действием постоянного вращающего момента за 10 с приобрел кинетическую энергию в $2\cdot10^4$ Дж. Определить, сколько оборотов совершил маховик за это время, если его момент инерции равен 400 кг·м^2.

1.271. Какую работу надо совершить, чтобы остановить однородный диск массой 1 кг, радиусом 0,2 м, если диск делает 1200 оборотов в минуту.

1.272. Стержень длиной 100 см и массой 1 кг вращается с угловым ускорение 0,8 рад/с^2 вокруг оси, проходящей через его середину перпендикулярно длине. Определить момент силы, вращающей стержень.

1.273. Диск диаметром 2 м и массой 196 кг катится по горизонтальной поверхности, причем скорость движения его центра масс равна 4 м/с. Найти полную кинетическую энергию диска.

1.274. Серебряная монета диаметром 26 мм катится по полу со скоростью 40 см/с. Вычислить кинетическую энергию движения монеты, если ее толщина 2 мм, а плотность серебра 10,4 г/см^3.

1.275. Однородный цилиндр катится без скольжения по плоскости, наклоненной под углом 30° к горизонту. За какое время он пройдет путь, равный длине наклонной плоскости в 98 см?

1.276. Маховик в виде сплошного диска массой 80 кг радиусом 50 см начал вращаться равноускоренно под действием вращающего момента

20 Н·м. Определить: угловое ускорение; кинетическую энергию, приобретенную маховиком за 10 с от начала вращения.

1.277. Определить вращающий момент на валу электродвигателя мощностью 20 кВт, если его ротор совершает 1440 оборотов в минуту.

1.278. Масса диска 0,5 кг, его диаметр 40 см. Диск вращается, делая 1500 оборотов в минуту. При торможении он останавливается в течение 20 с. Определить тормозящий момент.

1.279. Горизонтально расположенный стержень массой 0,8 кг и длиной 1,8 м может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. В конец стрежня попадает и застревает в нём пуля массой 3 г, летящая перпендикулярно оси и к стержню со скоростью 50 м/с. Определить угловую скорость, с которой начинает вращаться стержень.

1.280. Шар скатывается по наклонной плоскости длиной 7 м с углом наклона 30°. Определить скорость шара в конце наклонной плоскости. Трением пренебречь.

1.281. Цилиндр катится по горизонтальной плоскости. Какую часть составляет энергия вращательного движения от общей кинетической энергии цилиндра?

1.282. Шар и сплошной цилиндр имеют одинаковую массу равную 5 кг и катятся с одинаковой скоростью 10 м/с. Найти кинетическую энергию этих тел.

1.283. Шар катится по горизонтальной плоскости. Какую часть составляет энергия его поступательного движения от общей кинетической энергии шара?

1.284. Тонкостенная труба массой 2 кг и радиусом 5 см скатывается по наклонной плоскости длиной 2 м и углом наклона 30°. Определить момент инерции трубы относительно оси вращения, если скорость её поступательного движения в конце наклонной плоскости 2 м/с.

1.285. С наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 30°, скатывается шарик. Определить время его движения по наклонной плоскости, если центр масс шарика при скатывании понизился на 20 см.

1.286. В горизонтальной плоскости вращается вокруг вертикальной оси стержень длиной 0,5 м и массой 1 кг. Симметрично оси вращения, проходящей через середину стержня, на расстоянии 10 см от нее на стержне расположены два небольших груза массами 200 г. Угловая скорость вращения равна 2 рад/с. Чему будет равна угловая скорость, если грузы сдвинуть на концы стержня?

1.287. Платформа в виде диска, радиус которого 1 м и масса 200 кг, вращается по инерции около вертикальной оси, делая один оборот в секунду. На краю платформы стоит человек массой 50 кг. Сколько оборотов в секунду будет делать платформа, если человек перейдет на полметра ближе к центру?

1.288. Человек, стоящий на краю вращающейся горизонтальной платформы, переходит от края к центру. С какой скоростью начнет вращаться платформа, если масса ее 100 кг, масса человека 60 кг и она делала 10 об/мин. Считать платформу однородным диском, а человека точечной массой.

1.289. Два резиновых диска с шероховатой поверхность вращаются вокруг одной вертикальной оси в параллельных плоскостях. Один диск обладает моментом инерции J_1 и угловой скоростью ω_1, другой - J_2 и ω_2. Определить угловую скорость и изменение кинетической энергии двух дисков при падении верхнего диска и соединении его с нижним без проскальзывания.

1.290. Маховик в виде диска начинает вращаться с угловым ускорением 0,5 рад/с^2 и через 20 с его кинетическая энергия становится равной 500 Дж. Какой момент импульса приобретает диск через 15 мин после начала движения?

1.291. Какую работу надо произвести, чтобы увеличить частоту оборотов маховика, массу которого 0,5 т можно считать распределённой по ободу диаметром 1,5 м, от нуля до 120 оборотов в минуту? Трением пренебречь.

1.292. Маховик с моментом инерции 60 кг·м^2 начинает вращаться под действием момента силы 120 Н·м. Определить угловую скорость, которую маховик будет иметь через 5 с.

1.293. На вал в виде цилиндра массой 20 кг намотана нить, к концу которой прикреплен висящий груз массой 1 кг. Определить ускорение груза, опускающегося под действием силы тяжести. Трением пренебречь.

1.294. Под действием постоянного тормозящего момента маховик с моментом инерции 100 кг·м^2 за 10 с уменьшил частоту вращения с 220 до 100 оборотов в минуту. Определить тормозящий момент.

1.295. Тело из состояния покоя приводится во вращение вокруг горизонтальной оси с помощью движущегося под действием силы тяжести груза, соединенного со шнуром, предварительно намотанном на ось. Определить момент инерции тела, если груз массой 2 кг в течение 12 с опускается на 1 м. Радиус оси 8 мм. Силой трения пренебречь.

1.296. На барабан радиусом 0,5 м навита нить, к концу которой привязан груз массой 10 кг. Найти момент инерции барабана, если груз опускается с ускорением 2,04 м/с^2.

1.297. По окружности шкива, скрепленного с валом махового колеса, намотана нить, к концу которой прикреплена гиря массой 2 кг. Гиря, опускаясь под действием силы тяжести, приводит вал во вращательное движение. Определить момент инерции вращающейся системы, если гиря в течение 6 с опустилась на 1,5 м и вал, после прекращения действия силы, совершил до остановки 30 оборотов. Радиус шкива равен 5 см.

1.298. Через блок, укрепленный на горизонтальной оси, перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы величиной 300 г и 200 г. Масса блока 300 г. Блок считать однородным диском. Найти ускорение движения грузов.

1.299. Маховик и связанный с ним шкив радиусом 15 см имеют общую ось вращения. К шкиву по касательной к его боковой поверхности приложена постоянная сила, величиной 500 Н. Через какое время, первоначально находящийся в покое маховик достигнет частоты вращения 1 $с^{-1}$, если считать, что вся масса моховика величиной 100 кг расположена по его ободу на расстоянии 1 м от оси вращения? Массу шкива не учитывать.

1.300. Платформа в виде диска радиусом 1,5 м и массой 180 кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой 1/6 $с^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.301. Платформа в виде диска вращается по инерции вокруг вертикальной оси с угловой скоростью 0,5 рад/с. На краю платформы стоял человек. Когда он перешел в центр платформы угловая скорость платформы возросла до 1,5 рад/с. Масса человека 70 кг. Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.302. Сплошной цилиндр массой 2 кг и радиусом 30 см вращается с угловой скоростью 50 рад/с вокруг оси, совпадающей с одной из образующих цилиндрической поверхности. Найти импульс цилиндра, его момент импульса и кинетическую энергию.

1.303. Диск массой m и радиуса R первоначально вращается вокруг свой оси с угловой скоростью ω. Под действием внешних сил диск останавливается. Чему равна работа внешних сил?

1.304. Для сообщения маховику угловой скорости 10 рад/с была произведена работа 10 кДж. Какой момент импульса приобрел маховик?

1.305. По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой 1 кг. На какое расстояние должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом достигло частоты вращения 60 оборотов в минуту, если момент инерции колеса со шкивом равен 0,42 $кг \cdot м^2$, а радиус шкива 0,1 м.

1.306. Сплошной цилиндр массой 2 кг и диаметром 40 см вращается с частотой 3 $с^{-1}$. Ось вращения вертикальная и совпадает с одной из образующих цилиндра. Какую работу надо совершить, чтобы цилиндр начал вращаться с частотой 13 $с^{-1}$?

1.307. С наклонной плоскости, скатывается шар, диск и обруч. Найти линейные ускорения движения центров масс скатывающихся тел. Сравнить их с ускорением тела, соскальзывающего с этой плоскости, при отсутствии трения. Угол наклона плоскости равен 30°, начальная скорость всех тел равна нулю.

1.308. Сплошной однородный диск массой 250 г насажен на вал, радиус которого 2 мм. Диск подвешен на двух параллельных нитях, намотанных на вал с обеих сторон диска. Момент инерции диска вместе с валом относительно оси вала равен 2,49 $кг \cdot см^2$. Если отпустить диск, то он будет падать вниз под действием силы тяжести, а натяжение нитей приведет его во вращательное движение. Определить ускорение поступательного движения диска.

1.309. Стержень массой 1,5 кг и длиной 0,5 м вращается вокруг вертикальной оси проходящей через его середину перпендикулярно стержню. В конец стержня попадает пуля массой 10 г, летящая перпендикулярно к оси и к стержню, со скоростью 300 м/с. Определить угловую скорость стержня, когда пуля застрянет в нем.

1.310. Стержень длиной 2 м и массой 6 кг закреплен в вертикальном положении на горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. В другой конец стержня попадает горизонтально летящая со скоростью 1000 м/с пуля массой 10 г, и застревает в нём. На какой максимальный угол от вертикали отклонится стержень после попадания в него пули?

1.311. Стержень массой 1 кг закреплен на вертикальной оси, проходящей через конец стержня. В другой конец стержня попадает летящая горизонтально перпендикулярно к стержню со скоростью 500 м/с пуля массой 5 г, которая застревает в нем. Определить тормозящий момент, действующий на стержень, если он повернулся на угол 30°.

1.312. Однородный диск массой M и радиусом R может свободно вращаться вокруг оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости. Пуля массой m, имеющая скорость v в направлении, совпадающем с касательной к ободу диска, попадает в диск и застревает в нем. Найти угловую скорость вращения диска вместе с пулей.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

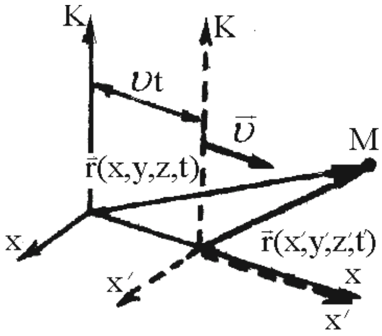
Движение тел можно определить только после выбора и по отношению к выбранному телу отсчета, в чем и состоит механический принцип относительности. Тело отсчета и другие движущиеся тела равноправны, то есть каждое из них можно считать или телом отсчета, или движущимся телом. Тело, находящееся в состоянии покоя относительно одних тел, двигается по отношению к другим телам. Механическое движение и покой относительно и не относительными быть не могут.

Система отсчета, в который выполняется первый закон Ньютона, называются инерциальными системами отсчета. Любая система отсчета, покоящаяся или движущаяся равномерно и прямолинейно относительно какой-либо инерциальной системы отсчета, сама является инерциальной.

Формулы, которые связывают движение материальной точки (тела) в двух инерциальных системах отсчета, движущихся одна относительно другой значительно меньшей скорости света, называются *преобразованиями Галилея*. При движении систем вдоль направления оси абсцисс они имеют вид:

$$x' = x - vt\,,\ y' = y\,,\ z' = z\,,\ t' = t\,.$$

Здесь x, y, z - координаты относительно системы *К*, x', y', z' - координаты относительно системы *К′*, t - время, измеренное в системе *К*, t' - время, измеренное в системе *К′*, $\vec{v}$ - скорость, с которой система *К′* движется относительно системы *К* в направлении осей x и x'.



Из преобразований Галилея следует, что в инерциальных системах отсчета скорость движения тела по отношению к различным инерциальным системам отсчета относительна и определяется из *классического закона сложения скоростей*:

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}\ ,$$

где $\vec{u}$ - абсолютная скорость (скорость движения тела в неподвижной системе отсчета); $\vec{u}'$ - относительная скорость (скорость движения тела в подвижной системе отсчета); $\vec{v}$ - переносная скорость (скорость движения подвижной системы отсчета относительно неподвижной).

При движении тела (материальной точки) со скоростью сравнимой со скоростью света в вакууме $c = 2{,}997 \cdot 10^8$ м/с законы классической механики заменяются более общими законами *специальной (частной) теории относительности*.

Соотношение между координатами и моментами времени какого-либо события, рассматриваемого в двух различных инерциальных системах отсчета $K(x, y, z, t)$ и $K'(x', y', z', t')$, движущихся одна относительно другой, определяется *преобразованиями Лоренца*:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},\ y' = y,\ z' = z,\ t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\ .$$

Преобразования записаны для случая, когда система отсчета K' движется с постоянной скоростью v в положительном направлении оси x системы отсчета *К*, причем оси x' и x совпадают, а оси y' и y, z' и z параллельны.

Преобразования Лоренца определяют неразрывную взаимосвязь пространственных и временных свойств мира.

Из преобразований Лоренца следует вывод о релятивистском замедлении времени.

Промежуток времени $\Delta t'$ между двумя событиями в системе K', движущейся со скоростью v относительно наблюдателя, связан с промежутком времени Δt между теми же событиями в неподвижной для наблюдателя системе K соотношением

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Интервал времени $\Delta t'$, определяемый по часам в движущейся системе K', называется *собственным временем*. Оно всегда меньше, чем соответствующий промежуток времени Δt в неподвижной системе.

Длина l тела, движущегося со скоростью v в направлении этой длины относительно неподвижной системы отсчета, связана с его длиной l_0 в движущейся системе отсчета соотношением

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2} .$$

Длина тела l_0, измеренная в системе отсчета, в которой тело неподвижно, называется *собственной длиной*. Во всех остальных системах отсчета длина тела уменьшается по сравнению с собственной длиной.

В специальной теории относительности справедлив *релятивистский закон сложения скоростей*

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} ,$$

где u' - скорость частицы относительно системы K'; v - скорость системы K' относительно системы K; u - скорость частицы в системе K.

Релятивистский импульс тела массой m, как и в механике Ньютона, пропорционален скорости $\vec{v}$:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Полная релятивистская энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, определяется выражением

$$E = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Величина $mc^2 = E_0$ называется *энергией покоя* тела.

Полная энергия тела включает энергию покоя и энергию движения - кинетической энергии E_K: $E = E_0 + E_K$.

Кинетическая энергия тела определяется как разность между полной энергией и энергией покоя:

$$E_K = E - E_0 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right).$$

Связь между полной энергией E, энергией покоя E_0 и импульсом частицы p имеет вид

$$E^2 = E_0^2 + (pc)^2 \ .$$

Изменение массы тела (или системы тел) на величину Δm соответствует изменению энергии тела (или системы тел)

$$\Delta E = c^2 \Delta m \ .$$

Формула устанавливает взаимосвязь энергии покоя тела и его массы и показывает, что масса и энергия покоя представлены в любом теле в пропорциональных количествах. Любое изменение энергии покоя тела сопровождается пропорциональным изменением его массы.[1,2,4]

Примеры решения задач

Задача. Сколько времени пассажир, сидящий у окна поезда, идущего со скорость 54 км/ч, будет видеть проходящий мимо него встречный поезд, скорость которого 36 км/ч, длина которого 150 м?

Дано: u = 54 км/ч = 15 м/с; v = 36 км/ч = 10 м/с; l = 150 м.
Найти: t .

Решение. Промежуток времени, в течение которого пассажир будет видеть встречный поезд, равен l/u', где l – длина поезда; u' - скорость пассажира относительно встречного поезда.

Рассмотрим движение пассажира относительно земли, принимаемой за неподвижную систему отсчета, и относительно встречного поезда, принимаемого за движущуюся систему отсчета. Согласно классическому закону сложения скоростей

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v} \ ,$$

где $\vec{u}$ - скорость пассажира относительно земли; $\vec{u}'$ - скорость пассажира относительно движущегося поезда; $\vec{v}$ - скорость встречного поезда относительно земли. Спроектировав записанное векторное равенство на направление скорости встречного поезда и выполнив преобразования, получим:

$$u' = u + v.$$

Тогда

$$t = \frac{l}{u + v} \ .$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$t = \frac{150}{15 + 10} \text{ с} = 6 \text{ с.}$$

Задача. Ракета движется относительно неподвижного наблюдателя со скоростью 0,6 скорости света в вакууме. Какое время пройдет по часам неподвижного наблюдателя, если по часам, движущимся вместе с ракетой, прошло 6 лет. Как изменится длина метровой линейки, расположенной в ракете по направлению её движения, для неподвижного наблюдателя?

Дано: $v = 0{,}6\,c$; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $t' = 6$ лет; $l_0 = 1$ м.
Найти: t; l.

Решение. Время, прошедшее по часам неподвижного наблюдателя, и длину линейки найдем по формулам:

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{t'}{\sqrt{1 - (0{,}6c)^2/c^2}} = \frac{t'}{\sqrt{1 - 0{,}6^2}} ;$$

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2} = l_0\sqrt{1 - (0{,}6c)^2/c^2} = l_0\sqrt{1 - 0{,}6^2} .$$

Подставим в формулы числовые значения и выполним вычисления:

$$t = \frac{6}{\sqrt{1 - 0{,}6^2}} \text{ лет} = 7{,}5 \text{ лет}; \quad l = 1\sqrt{1 - 0{,}6^2} \text{ м} = 08 \text{ м}.$$

Задача. Кинетическая энергия частицы равна её энергии покоя. С какой скоростью движется частица?

Дано: $E_K = E_0$; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.
Найти: v.

Решение. Кинетическая энергия частицы определяется выражением

$$E_K = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 ,$$

где $mc^2 = E_0$ - энергия покоя частицы; v - скорость движения частицы.

Согласно условия задачи $E_K = E_0$ и тогда

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2mc^2 ,$$

откуда

$$v = c\sqrt{\frac{3}{4}} .$$

Выполним вычисления:

$$v = c\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866\,c = 2{,}6 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Задача. Ускоритель сообщает электронам кинетическую энергию равную $4{,}08 \cdot 10^6$ эВ. Определить скорость электронов, если масса электрона равна $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Дано: $E_K = 4{,}08\cdot10^6$ эВ; $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг; $c = 3\cdot10^8$ м/с.
Найти: v .

Решение. Согласно теории относительности кинетическая энергия частицы равна

$$E_K = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2 \,.$$

Разделим обе части этого уравнения на $m\,c^2$:

$$\frac{E_K}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \,.$$

Для электрона $m\,c^2 = 9{,}1\cdot10^{-31}\cdot(3\cdot10^8)^2$ кг·м/с^2 = $8{,}1\cdot10^{-15}$ Дж = $0{,}51\cdot10^6$ эВ.

Вычислим левую часть последней формулы:

$$\frac{E_K}{mc^2} = \frac{4.08\cdot10^6\,эВ}{0{,}51\cdot10^6\,эВ} = 8\,.$$

Тогда

$$8 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \quad \text{или} \quad 9 = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \,.$$

После преобразований, получим:

$$v = \sqrt{\frac{80}{81}}\cdot c \approx 0{,}98c \,,$$

то есть скорость электронов близка к скорости света, но меньше ее.

Задача. Определить импульс и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью, равной 0,9 скорости света.

Дано: $v = 0{,}9$c; c = $3\cdot10^8$ м/с; $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг.
Найти: p; E_K .

Решение. Полная энергия электрона определяется выражением

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-0{,}9^2}} \,,$$

а кинетическая энергия

$$E_K = E - mc^2 \,.$$

Импульс электрона

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m^2c^4} \,.$$

Здесь m - масса электрона, а c - скорость света в вакууме.

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{\sqrt{1 - 0{,}9^2}} \text{ Дж} = 187{,}9 \cdot 10^{-15} \text{ Дж};$$

$$E_K = (187{,}9 \cdot 10^{-15} - 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot 10^{16}) \text{ Дж} = 106 \cdot 10^{-15} \text{ Дж};$$

$$p = \frac{1}{3 \cdot 10^8} \sqrt{\left(187{,}9 \cdot 10^{-15}\right)^2 - 9{,}1^2 \cdot 10^{-62} \cdot 3^2 \cdot 10^{32}} \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 185{,}9 \cdot 10^{-15} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

ЗАДАЧИ

1.313. Пассажир электрички заметил, что встречный состав, состоящий из электровоза и 10 вагонов, прошел мимо него в течение 10 с. Чему равна скорость электрички, если известно, что длина вагона 16,5 м, электровоза 20 м и расстояние между вагонами 1,5м? В момент встречи оба поезда шли с равными по величине скоростями.

1.314. Одинаково ли будет время проезда расстояния в 1 км на катере туда и обратно по реке со скоростью течения 2 км/ч и по озеру в стоячей воде, если скорость катера относительно воды в обоих случаях составляет 8 км/ч?

1.315. Катер движется по течению реки от места отплытия к месту назначения 3 ч, а обратно – 6 ч. Сколько времени потребовалось бы этому катеру, чтобы проплыть расстояние между местом отплытия и местом назначения по течению при выключенном моторе.

1.316. Корабль движется по экватору на восток со скоростью 30 км/ч. С юго-востока под углом 60° к экватору дует ветер со скоростью 15 км/ч. Найти скорость ветра относительно корабля и угол между экватором и направлением ветра в системе отсчета, связанной с кораблем.

1.317. Лодка движется относительно воды со скоростью в 2 раза меньшей скорости течения реки. Под каким углом к направлению течения лодка должна держать курс, чтобы её не снесло течением?

1.318. На высоте 5 км горизонтально летит самолет с постоянной скоростью 100 м/с. В момент времени, когда он находится над зенитной батареей, производится выстрел. Начальная скорость снаряда 500м/с. Под каким углом к горизонту нужно установить ствол орудия, чтобы снаряд и самолет достигли одновременно точки пересечения их траекторий?

1.319. Показать, что события, происходящие одновременно в различных точках в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в другой инерциальной системе отсчета.

1.320. В системе *K* некоторое событие произошло в точке с координатами (1,00; 1,00; 1,00) в момент времени равный 1,00 с. Определить координаты и время этого события в системе *K*′, движущейся относительно *K* в направлении совпадающих осей *x* и *x*′ со скоростью 0,80*c*.

1.321. Два тела движутся навстречу одно другому со скоростью $0{,}8c$ относительно неподвижного наблюдателя. На сколько отличаются скорости их движения относительно друг друга, вычисленные по классической и релятивистской формулам сложения скоростей?

1.322. Какую продольную скорость нужно сообщить стержню для того, чтобы его длина стала равной половине длины, которую он имеет в состоянии покоя.

1.323. Метровая линейка движется мимо наблюдателя со скоростью, составляющей 60 % скорости света. Какой покажется наблюдателю ее длина?

1.324. Двое одинаковых синхронизированных часов укреплены на концах стержня собственной длиной l_0. При каком значении l_0 разность показаний часов $\Delta t'$, определенная наблюдателем, движущимся параллельно стержню со скоростью 0,600 скорости света в вакууме, окажется равной: 1,000 мкс; 1,000 с?

1.325. Ионизированный атом, вылетев из ускорителя со скоростью 0,8с, испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя.

1.326. Какое расстояние пролетит пион до распада, если его скорость составляет 99 % скорости света в вакууме, а собственное время жизни равно 10^{-8} с? Какое расстояние пролетел бы пион, если бы не было релятивистского замедления времени?

1.327. Скорости двух реактивных самолетов, летящих навстречу друг к другу равны соответственно 2000 км/ч и 1000 км/ч. Чему равна скорость левого самолета, измеренная с борта правого самолета?

1.328. Элементарная частица – нейтрино движется со скоростью света. Наблюдатель движется со скоростью v по направлению к нейтрино. Какова скорость нейтрино с точки зрения движущегося наблюдателя?

1.329. Две одинаковые частицы движутся в некоторой системе отсчета К навстречу друг другу с одинаковой по величине скоростью v. Определить величину скорости v', с которой каждая из частиц движется относительно другой частицы.

1.330. Стержень длиной 1 м движется прямолинейно с неизменной скоростью так, что по измерению неподвижного наблюдателя его длина равна 0,8 м. С какой скоростью движется стержень относительно наблюдателя?

1.331. Определенная неподвижным наблюдателем длина космического корабля равна 90 м. Чему равна собственная длина корабля, если он движется относительно наблюдателя со скоростью 0,8с?

1.332. Собственное время жизни нестабильной элементарной частицы, называемой мюоном, 2,2 мкс. Определить время жизни мюона в системе отсчета, в которой он проходит до распада путь 30 км. Считая движение мюона прямолинейным и равномерным, найти скорость мюона.

1.333. Элементарные частицы, движущиеся со скоростью $2{,}85 \cdot 10^{8}$ м/с, имеют при этой скорости время жизни $2{,}50 \cdot 10^{8}$ с. Чему равно собственное время жизни частиц?

1.334. С какой скоростью должна лететь частица относительно системы отсчета *K* для того, чтобы промежуток собственного времени был в 10 раз меньше, отсчитанного по часам системы *K*?

1.335. Две ракеты движутся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями величиной $\frac{3}{4}c$ по отношению к неподвижному наблюдателю. Определить скорость сближения ракет.

1.336. Полная энергия частицы равна $10mc^2$. Чему равна ее скорость?

1.337. Если при взрыве 1 т тринитротолуола выделяется $4{,}18 \cdot 10^{9}$ Дж энергии, то, какое количество массы должно превратиться в энергию при взрыве бомбы мощностью в 1 Мт?

1.338. Кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя. С какой скоростью движется частица?

1.339. В ускорителе протоны разгоняются до энергии в 400 раз большей их энергии покоя. Какова скорость протонов? Чему равно отношение полной энергии к импульсу протона?

1.340. При столкновении электрона и позитрона они аннигилируют, превращаясь в два фотона. Определить энергию фотона и соответствующую ему длину волны. Масса позитрона равна $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

1.341. Вычислить кинетическую энергию и импульс протона, движущегося со скоростью $8{,}3 \cdot 10^{7}$ м/с. Масса протона $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

1.342. Протон движется со скоростью равной половине скорости света. Чему равна кинетическая энергия протона согласно классической механики и согласно релятивистской механики? Энергия покоя протона 938 МэВ.

1.343. Найти скорость протона, если его кинетическая энергия равна 1 МэВ.

1.344. Найти импульс *p* релятивистской частицы массой *m*, кинетическая энергия которой равна энергии покоя частицы mc^2.

1.345. Над первоначально покоящимся протоном силами электрического поля была совершена работа $1 \cdot 10^{-10}$ Дж. Найти импульс и скорость, которые приобрел в результате этого протон.

1.346. Определить импульс и кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью 0,9 скорости света. Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

1.347. Над частицей массой $0{,}911 \cdot 10^{-30}$ кг, двигавшейся первоначально со скоростью 0,1с, была совершена работа величиной $8{,}24 \cdot 10^{-14}$ Дж. Как изменились в результате этого скорость, импульс и кинетическая энергия частицы?

ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ ЖИДКОСТИ

Основная задача механики жидкостей состоит в определении распределения давлений и скоростей внутри жидкости.

Давление, производимое силой F, равномерно распределенной по площади S и действующей перпендикулярно этой площади, равно:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Давление, создаваемое покоящейся жидкостью, *называется гидростатическим.* Оно определяется выражением

$$p = \rho g h,$$

где h - высота столба однородной жидкости над поверхностью, на которой определяется давление; ρ - плотность жидкости.

Если над свободной поверхностью жидкости существует внешнее давление p_0, то давление жидкости на глубине h равно

$$p = p_0 + \rho g h.$$

Давление, оказываемое на жидкость в какой-нибудь ее точке (сила тяжести при этом не учитывается), передается этой жидкостью одинаково во всех направлениях – *закон Паскаля*. На этом законе основано действие гидравлического пресса и других гидравлических систем.

На погруженное в жидкость тело действует выталкивающая сила , определяемая *законом Архимеда*:

$$F_A = = \rho g V,$$

где V – объем вытесненный телом жидкости; ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения.

Для несжимаемой жидкости объемы жидкости, проходящие в единицу времени через площади двух поперечных сечений S_1 и S_2 некоторой трубки тока, будут одинаковы, т.е.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

- *уравнение неразрывности*. Здесь v_1 и v_2 скорости потока в сечениях S_1 и S_2.

При стационарном течении идеальной жидкости *выполняется уравнение Бернулли*:

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const,$$

где p - статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока; v - скорость движения жидкости через данной сечение; $\rho v^2/2$ - динамическое давление; $\rho g h$ - гидростатическое давление.

Для трубки тока, расположенной горизонтально

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = const .$$

Скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом широком сосуде определяется *формулой Торричелли*

$$v = \sqrt{2gh} ,$$

где h - расстояние, на котором находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде.

При относительном движении соседних слоев вязкой жидкости возникает *внутреннее трение*. Сила внутреннего терния определяется согласно выражению

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S ,$$

где η - вязкость (динамическая вязкость); $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ - градиент скорости; S - площадь соприкасающихся слоев.

Объем жидкости V, протекающей за время t через длинную трубку определяется *законом Пуазейля*, согласно которого

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8 l \eta},$$

где r - радиус трубки; l - длина трубки; Δp - разность давлений на концах трубки.

Сила сопротивление, испытываемая шариком радиусом R при ламинарном движении в вязкой жидкости с постоянной скоростью v , определяется *формулой Стокса*

$$F = 6\pi\eta R v .$$

Характер движения жидкости или тела в жидкости зависит от значения безразмерной величины – *числа Рейнольдса*

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v l}{\eta} ,$$

где ρ и η – плотность и вязкость жидкости; v – скорость потока жидкости или тела в жидкости; l - характерный линейный размер течения или тела, движущегося в жидкости. При малых значениях Re течение жидкости ламинарное, а при больших - турбулентное. Для каждого вида движения устанавливается *критическое число Рейнольдса* Re_K . Для движения жидкости по трубам, если за характерный размер принять диаметр трубы, Re_K имеет значение 2300. В случае движения в жидкости шара Re_K равно 0,5, если за характерный размер принять диаметр шара.

Все законы, сформулированные для жидкости справедливы и для газа.[1,2,4]

Примеры решения задач

Задача. Сплошной однородный шар плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей. Плотность верхней жидкости 0,8 г/см^3, нижней – 1 г/см^3, плотность материала шара 0,85 г/см^3. Определить, какая часть объема шара будет находиться в верхней жидкости?

Дано: ρ_1 = 0,8 г/см^3; ρ_2 = 1 г/см^3; ρ = 0,85 г/см^3.
Найти: V_1 / V .

Решение. Обозначим часть объема шара, находящуюся в верхней жидкости, через V_1 , в нижней – через V_2, тогда объем шара $V = V_1 + V_2$. На каждую из частей шара действуют силы тяжести $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$, а также силы Архимеда $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Так как шар находится в равновесии, то условие равенства нулю равнодействующей действующих на шар сил в проекциях на направления силы тяжести имеет вид:

$$m_1g + m_2 g - F_1 - F_2 = 0 .$$

Так как $m_1 g = \rho g V_1$, $m_2 g = \rho g V_2$, $F_1 = \rho_1 V_1 g$, $F_2 = \rho_2 g V_2$, то условие равновесия представим в виде

$$\rho\, g(V_1 + V_2) = \rho_1 V_1 g + \rho_2 g V_2 .$$

Отсюда получим

$$\rho g V = \rho_1 V_1 g + \rho_2 g(V - V_1)\, g$$

или

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1} .$$

В конечную формулу подставим заданные числовые значения и выполним вычисления:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{1 - 0{,}85}{1 - 0{,}8} = 0{,}75 .$$

Задача. Из отверстия в дне высокого сосуда вытекает вода. Сечение сосуда 75 см^2, сечение струи 5 мм^2. уровень воды в сосуде перемещается с постоянным ускорением. Определить величину этого ускорения.

Дано: S_1 = 75см^2 = $7{,}5\cdot10^{-3}$ м^2; S_2 = 5 мм^2 = $5\cdot10^{-6}$ см^2; $a = const$; g = 9,81 м/с^2.
Найти: a .

Решение. Запишем уравнение неразрывности жидкости

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 ,$$

где v_1 - скорость движения воды в сосуде; v_2 - скорость движения воды в струе непосредственно вблизи дна сосуда; S_1 S_2

Продифференцируем по времени уравнение неразрывности

$$S_1 \frac{dv_1}{dt} = S_2 \frac{dv_2}{dt} ,$$

или

$$S_1 a_1 = S_2 v_2 .$$

Вода при выходе из сосуда начинает свободно падать с ускорением a_2 равным ускорению свободного падения g, то есть $a_2 = g$ и

$$S_1 a_1 = S_2 g .$$

Тогда

$$a_1 = \frac{S_2}{S_1} g .$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления.

$$a_1 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{75 \cdot 10^{-4}} \cdot 9{,}81 \text{ м/с}^2 = 6{,}5 \text{ мм/с}^2.$$

Задача. Сколько времени потребуется для наполнения водой сосуда объемом 3 л из водопроводного крана, расположенного в помещении на первом этаже, если площадь выходного сечения крана равна 1 см^2 и он расположен на высоте 1,5 м от пола, а уровень воды водонапорной башни поддерживается на постоянной высоте, равной 60 м.

Дано: $V = 3$ л $= 3 \cdot 10^{-3}$ м^3; $S = 1$ см^2 $= 10^{-4}$ м^2; $h_1 = 60$ м; $h_2 = 1{,}5$ м.
Найти: Δt.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для свободной поверхности воды в баке и сечения выходного отверстия крана:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} .$$

Учитывая, что $p_1 \approx p_2$, так как эти давления определяются внешним, практически неизменным, давлением, получим:

$$g h_1 + \frac{v_1^2}{2} = g h_2 + \frac{v_2^2}{2} .$$

Так как площадь поперечного сечения отверстия крана много меньше площади свободной поверхности жидкости, то на основании уравнения неразрывности $v_1 << v_2$, $\frac{v_1^2}{2} << \frac{v_2^2}{2}$. Здесь v_1 - скорость течения жидкости на поверхности бака, v_2 - скорость течения жидкости на выходе водопроводного крана. Значит вторым слагаемым в левой части последнего уравнения можно пренебречь. Поэтому

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}\,.$$

Зная величину v_2 в сечении известной площади S можно найти объемный расход воды

$$Q = v_2 S\,.$$

Тогда промежуток времени Δt истечения объема жидкости из крана, или промежуток времени наполнения сосуда,

$$\Delta t = V/Q\,.$$

На основании приведенных выше соотношений, получим:

$$\Delta t = \frac{V}{S\sqrt{2g(h_1 - h_2)}}\,.$$

Выполним вычисления:

$$\Delta t = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (60 - 1{,}5)}}\ \text{с} \approx 1\ \text{с}.$$

ЗАДАЧИ

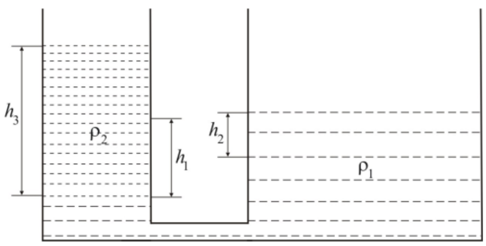
1.348. В цилиндрический сосуд налиты равные по массе количества воды и ртути. Общая высота столба жидкости в сосуде 143 см. Чему равно давление на дно сосуда? Плотность ртути 13,6 г/см^3.

1.349. До какой высоты надо налить воду в цилиндрический сосуд, чтобы силы давления воды на дно и стенки сосуда были одинаковыми? Радиус дна сосуда *R*.

1.350. Два рычага находятся в равновесии. На первом уравновешены два разных груза из одного материала, а на втором – два разных по массе, но одинаковых по объему груза. Нарушится ли равновесие рычагов, если грузы поместить в воду?

1.351. Определить массу груза, положенного на плоскую льдину, если она полностью погрузилась в воду. Толщина льдины 20 см, площадь 1 м^2, плотности воды и льда - 1 г/см^3 и 0,92 г/см^3. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

1.352. В сообщающихся сосудах находится жидкость плотностью ρ_1. Радиус одного сосуда в n раз больше другого. В узкий сосуд налита



жидкость плотностью ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) с длиной столба жидкости высотой h_3.

Как изменятся уровни первоначально налитой жидкости в сообщающихся сосудах?

1.353. В трех одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть. На сколько повысится уровень ртути в среднем сосуде, если в левый сосуд налить слой воды высотой 102 мм, а в правый – высотой 153 мм? Плотность ртути 13,6 г/см^3.

1.354. Льдина равномерной толщины плавает в воде так, что над водой остается ее часть толщиной 2 см. Найти массу льдины, если площадь ее 200 см^2. Плотность льда 0,92 г/см^3.

1.355. Определить плотность вещества, из которого сделано тело, если в воздухе оно весит mg , а в жидкости $m_1 g$. Плотность жидкости ρ_0 .

1.356. На стержне длиной l прикреплены на нитях два равных по размеру шара с радиусами R каждый. Правый шар опустили в сосуд с жидкостью плотностью ρ_0. Материал вещества левого шара имеет плотность ρ_1, правого ρ_2. Масса стержня m. В какой точке надо закрепить стержень, чтобы он находился в равновесии?

1.357. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость течения в широкой части трубы 20 см/с. Определить скорость течения воды в узкой части трубы, диаметр которой в 1,5 раза меньше диаметра широкой части трубы.

1.358. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью 2 м/с. Определить скорость течения нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы равна
50 мм рт.ст.? Плотность нефти $8{,}5\cdot10^2$ кг/м^3.

1.359. Пренебрегая вязкостью жидкости, определить скорость истечения жидкости из малого отверстия в стенке сосуда, если высота уровня жидкости над отверстием составляет 1,5 м.

1.360. Бак высотой 1,5 м наполнен до краев водой. На расстоянии 1 м от верхнего края бака образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии от бака попадает но пол струя, вытекающая из отверстия?

1.361. Скорость течения воды в горизонтальной трубе увеличивается с 20 см/с до 1 м/с. На сколько изменится при этом давление воды?

1.362. Цилиндрический сосуд высотой 0,5 м и радиуса 10 см наполнен доверху водой. В дне сосуда открывается отверстие радиусом 1 мм. Пренебрегая вязкостью воды, определить время, за которое вся вода вытечет из сосуда.

1.363. По трубе сечением S, изогнутой под прямым углом, течет вода со скоростью v . Плотность воды ρ. Чему равна сила бокового давления в месте закругления трубы?

1.364. В бочку заливается вода со скоростью 200 см^3/с. На дне бочки образовалось отверстие площадью поперечного сечения 0,8 см^2. Пренебрегая вязкостью воды, определить установившийся уровень воды в бочке.

1.365. Диаметр струи воды, вытекающей из крана, на протяжении длины струи h изменяется от R_1 до R_2. Какой объем V воды вытечет из крана за время t?

1.366. В сосуд заливается вода со скоростью 0,5 л/с. Пренебрегая вязкостью воды, определить диаметр отверстия в сосуде, при котором вода поддерживалась бы в нем на постоянном уровне равном 20 см.

1.367. По трубе радиуса 10 см, изогнутой под углом 120°, течет вода. Расход воды 0,1 м^3/с. Определить результирующую сил давления на стенку трубы.

1.368. В широкой части горизонтальной трубы скорость течения воды равна 0,5 м/с. Какова скорость течения воды в узкой части этой же трубы, диаметр которой в два раза меньше?

1.369. Для полива рассады используется шланг длиной 3 м и диаметром 6 см. Давление воды на концах шланга соответственно $1{,}013 \cdot 10^5$ Па и $1{,}4 \cdot 10^5$ Па. Определить, какой объем жидкости протекает через шланг за 15 с.

1.370. Площадь соприкосновения слоев текущей жидкости 10 см^2, вязкость жидкости 10^{-3} Па·с, а возникающая сила трения между слоями 0,1 мН. Определить градиент скорости.

1.371. Поток жидкости, текущей вдоль поверхности плоской пластины площадью 0,5 м^2, действует на пластины с силой 0,1 Н. Определить вязкость жидкости, если градиент ее скорости в месте нахождения пластины равен 1 с$^{-1}$.

1.372. В сосуд с маслом плотностью $9{,}7 \cdot 10^2$ кг/м^3 бросают свинцовые шарики диаметром 0,1 мм. Каков характер обтекания шарика маслом при его движении, если вязкость масла 1 Па·с?

1.373. Пуля в виде шарика диаметром 5 мм движется в воздухе со скоростью 300 м/с. Определить число Рейнольдса для этого движения, если плотность и вязкость воздуха соответственно равны $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ г/см^3 и $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

1.374. При какой максимальной скорости движения воды в трубе диаметром 2 см её течение будет ламинарным? Вязкость воды 1,1 мПа·с.

1.375. Стальной шарик радиусом 2 мм падает в жидкости с постоянной скоростью 0,2 м/с. Определить вязкость жидкости, если её плотность $1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3. Плотность стали $7{,}85 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.376. С каким ускорением движется в воздухе свинцовая пуля в виде сферы диаметром 5 мм, если её скорость равна 300 м/с, а коэффициент сопротивления равен 0,25. Плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность и вязкость воздуха соответственно 1,2 кг/м^3 и 18 мкПа·с.

1.377. Пузырьки воздуха диаметром 1 мм поднимаются со дна водоема глубиной 1 м с постоянной скоростью. Определить время подъема пузырька, пренебрегая его расширением при подъеме. Вязкость воды 1,1 мПа·с.

1.378. В сосуд, наполненный глицерином плотностью $1{,}23\cdot10^3$ кг/м^3 и вязкостью 0,98 Па·с, бросают алюминиевый шарик диаметром 6 мм. При какой скорости движение шарика станет равномерным? Плотность алюминия $2{,}69\cdot10^3$ кг/м^3.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебательное движение – процессы, которые обладают той или иной степенью повторяемости во времени.

Колебания называются *механическими*, если они характеризуются изменением только механических величин – смещения, скорости, ускорения, силы и т.п.

Наиболее простым видом колебаний являются *гармонические колебания* – процесс, при котором величины, характеризующие движение изменяются с течением времени по закону синуса или косинуса (гармоническому закону).

Гармонические колебания в колебательной системе происходят под воздействием только *квазиупругой силы*

$$\vec{F} = -k\vec{x}\ ,$$

где k - коэффициент квазиупругой силы, характеризующий упругие свойства колебательной системы; x - смещение.

Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)\ ,$$

где x – смещение; A – амплитуда колебаний – величина равная наибольшему (по модулю) значению изменяющейся величины x; $\omega t+\varphi_0$ - фаза гармонического колебания; φ_0 – начальная фаза; $\omega = 2\pi/T$ - циклическая частота; T – период колебаний: t - время.

Циклическая частота собственных колебаний колеблющейся системы определяется коэффициентом квазиупругой силы k и массой m системы:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}\ .$$

Период собственных колебаний:

математического маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$;

пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$;

физического маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{J}{mgd}}$.

Здесь l - длина маятника, k - упругость пружины, J - момент инерции маятника относительно оси колебаний, d - расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника, g - ускорение свободного падения.

Скорость и ускорение колеблющейся системы, совершающей гармонические колебания, определятся выражениями

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0), \quad a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0) ,$$

где $A\omega = v_{max}$ и $A\omega^2 = a_{max}$ - амплитудные значения скорости и ускорения.

Кинетическая энергия колеблющейся системы массой m:

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0) .$$

Потенциальная энергия

$$E_P = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0) .$$

Полная энергия

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{kA^2}{2} .$$

При сложении двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты, но отличающихся амплитудами и начальной фазой, амплитуда результирующего колебания A определяется по формуле

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) ,$$

где A_1 и A_2 – амплитуды составляющих колебаний; φ_1 и φ_2 - начальные фазы составляющих колебаний.

Начальная фаза результирующего колебания определяется по формуле

$$tg\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2} .$$

Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) .$$

В случае если начальные фазы φ_1 и φ_2 слагаемых взаимно перпендикулярных колебаний одинаковы, уравнение траектории примет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 ,$$

т. е. точка движется по эллипсу.

В реальных условиях на колеблющуюся систему всегда действуют силы препятствующие движению, в результате чего амплитуда с течением времени уменьшается - колебания затухают.[1,2]

Свободные затухающие колебания величины x описываются уравнением

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) .$$

Из уравнения следует, что колебания совершаются с амплитудой

$$A = A_0 e^{-\beta t} .$$

Здесь $\beta = \dfrac{r}{2m}$ - коэффициент затухания, r - коэффициент сопротивления среды, в случае механических колебаний.

Для характеристики быстроты затухания вводится *логарифмический декремент затухания* λ:

$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \beta T ,$$

где A_t и A_{t+T} - амплитуды двух следующих друг за другом колебаний.

Характеристикой резонансных свойств колеблющейся системы является *добротность* колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} .$$

Примеры решения задач

Задача. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению в единицах СИ $x = 0{,}1 \cos(15{,}7\, t + \pi/4)$. Найти амплитуду, частоту и период колебаний, а также фазу и смещение в момент времени $t = T/4$.

Дано: $x = 0{,}1 \cos(15{,}7\, t + \pi/4)$; $t = T/4$.
Найти: A; ν; T; φ; x .

Решение. Уравнение гармонических колебаний имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) .$$

Сопоставляя это уравнение с уравнением, приведенным в условии задачи, получим: амплитуда $A = 0{,}1$ м; фаза $\varphi = 15{,}7\, t + \pi/4$; циклическая частота $\omega = 15{,}7$ рад/с; начальная фаза $\varphi_0 = \pi/4$.

Так как $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то период колебаний T и частота ν определятся выражениями:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{15{,}7} = 0{,}4 \text{ с}; \;\; \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}4} \text{ с}^{-1} = 2{,}5 \text{ Гц}.$$

В момент времени $t = T/4$ фаза колебаний равна:

$$\varphi = 15{,}7 \cdot \frac{T}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi .$$

Для вычисления смещения колеблющейся точки в момент времени $t = T/4$ подставим заданное значение времени в уравнение гармонических колебаний:

$$x = 0{,}1\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}1\cos\frac{3}{4}\pi \text{ м} \approx 0{,}7 \text{ м}.$$

Задача. Материальная точка совершает колебания по закону

$$x = 2\sin\pi(t + 0{,}5), \text{ см}.$$

Определить амплитуду, период, начальную фазу колебаний, а также максимальную скорость и максимальное ускорение колеблющейся материальной точки.

Дано: $x = 2\sin\pi(t + 0{,}5)$, см

Найти: A; T; φ_0; v_{max}; a_{max}.

Решение: Сравнивая уравнение гармонических колебаний, записанное в общем виде

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

с заданным в условии задачи уравнением $x = 2\sin\pi(t + 0{,}5)$, заметим, что в условии задачи амплитуда $A = 2$ см. Фаза колебания равна;

$$\varphi = \pi(t + 0{,}5) = \pi t + 0{,}5\pi,$$

откуда следует, что циклическая частота $\omega = \pi$ рад/с, период $T = \frac{2\pi}{\omega} =$ $= 2$ с, начальная фаза $\varphi_0 = 0{,}5\,\pi$.

Зная амплитуду колебаний и циклическую частоту можно определить максимальную скорость и максимальное ускорение колеблющейся материальной точки из уравнений

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0),$$

положив в них $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$ и $\sin(\omega t + \varphi_0) = 1$,

$$v_{\max} = A\omega \quad \text{и} \quad a_{\max} = A\omega^2 .$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$v_{max} = 2\pi \text{ см/с}; \; a_{max} = 2\,\pi^2 \text{ см/с}^2.$$

Задача. К потолку подвешены два математических маятника. За одинаковое время один маятник совершил 10 колебаний, а другой 7 колебаний. Какова длина нити каждого маятника, если разность их длин равна 51 см.

Дано: $N_1 = 10$; $N_2 = 7$; $\Delta l = 51$ см $= 0{,}51$ м .
Найти: l_1 ; l_2 .

Решение. Периоды колебаний математических маятников определяются по формулам:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \quad \text{и} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}},$$

где l_1 и l_2 - длина нитей первого и второго маятника соответственно; g - ускорение свободного падения.

За промежуток времени t первый маятник совершит N_1 полных колебаний, а второй - N_2 колебаний, то есть

$$t = N_1 T_1 = N_2 T_2 .$$

Отсюда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{2\pi\sqrt{l_1/g}}{2\pi\sqrt{l_2/g}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}},$$

или

$$l_2 = l_1\frac{N_1}{N_2} .$$

Так как по условию $l_1 = l_2 - \Delta l$, то

$$l_2 = \left(l_2 - \Delta l\right)\frac{N_1}{N_2} .$$

Окончательно получим

$$l_2 = \frac{N_1^2\,\Delta l}{N_1^2 - N_2^2} .$$

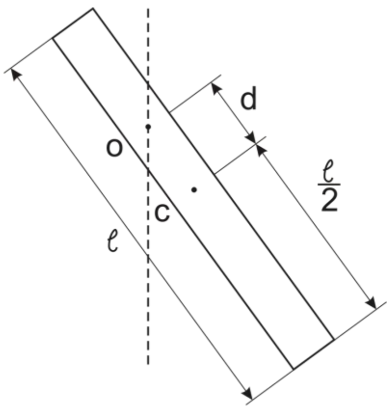
Выполним вычисления:

$$l_2 = \frac{10^2 \cdot 51 \cdot 10^{-2}}{10^2 - 7^2} \text{ м} = 1 \text{ м}; \quad l_1 = (1 - 0{,}51) \text{ м} = 0{,}49 \text{ м}.$$

Задача. Определить период колебаний однородного стержня длиной 30 см, совершающего малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии 10 см от его центра масс стержня.

Дано: $l = 30$ см = 0,3 м; $d = 10$ см 0,1 м; $g = 9{,}81$ м/с^2.
Найти: T.

Решение: Стержень является твёрдым телом, совершающим колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси. Поэтому стержень можно рассматривать как физический маятник, период колебаний которого определяется по формуле



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{m g d}}\,,$$

где J - момент инерции стержня относительно оси колебаний; d - расстояние между осью и центром масс маятника; m - масса стержня; g - ускорение свободного падения.

Согласно теореме Штейнера момент инерции стержня относительно оси колебаний

$$J = J_0 + md^2\,.$$

Если учесть, что $J_0 = \dfrac{1}{12}ml^2$ - момент инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс параллельно оси колебаний, то

$$J = \frac{1}{12}ml^2 + md^2 = \frac{m\left(l^2 + 12d^2\right)}{12}\,.$$

В таком случае период колебаний определиться выражением:

$$T = \pi\sqrt{\frac{l^2 + 12d^2}{3gd}}\,.$$

Подставив в формулу числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$T = 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}3^2 + 12\cdot 0{,}1^2}{3\cdot 9{,}81\cdot 0{,}1}}\ \text{с} = 0{,}8\ \text{с}\,.$$

Задача. Амплитуда затухающих колебаний в начальный момент времени равна 18 см. Через 15 с после начала движения она равна 6 см. В какой момент времени амплитуда будет равна 1,8 см?

Дано: $A_0 = 18$ см; $A_1 = 6$ см; $A_2 = 1{,}8$ см; $t_0 = 0$; $t_1 = 15$ с.
Найти: t_2.

Решение. Амплитуда затухающих колебаний в момент времени t определяется соотношением

$$A(t) = A_0\, e^{-\beta t}\,,$$

где A_0 - начальная амплитуда; β - коэффициент затухания.

Для определения t_2 запишем выражение амплитуды для этого момента времени

$$A_2 = A_0 e^{-\beta t_2} .$$

Преобразуем уравнение и решим его относительно t_2:

$$\frac{A_2}{A_0} = e^{-\beta t_2} \quad \text{или} \quad \ln\frac{A_0}{A_2} = \ln e^{\beta t_2} ,$$

откуда

$$t_2 = \frac{1}{\beta}\ln\frac{A_0}{A_2} .$$

В полученном выражении не известен коэффициент затухания. Для его определения запишем выражение для амплитуды в момент времени t_1:

$$A_1 = A_0 e^{-\beta t_1} .$$

Повторив выше приведенные преобразования, найдем

$$\beta = \frac{1}{t_1}\ln\frac{A_0}{A_1} .$$

Учтя последнюю формулу определим t_2:

$$t_2 = t_1\frac{\ln\frac{A_0}{A_2}}{\ln\frac{A_0}{A_1}} .$$

Выполним вычисления:

$$t_2 = 15\,\frac{\ln\frac{18}{1{,}8}}{\ln\frac{18}{6}}\ \text{с} = 31{,}4\ \text{с}.$$

Задача. Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления, которые происходят по законам

$$x_1 = A_1\cos\frac{2\pi}{T}\left(t + \tau_1\right),\ \ x_2 = A_2\cos\frac{2\pi}{T}\left(t + \tau_2\right),$$

где A_1 = 3 см; A_2 = 2 см; τ_1 = 1/6 с; τ_2 = 1/3 с; T = 2 с. Найти уравнение результирующего колебания точки.

Дано: A_1 = 3 см; A_2 = 2 см; τ_1 = 1/6 с; τ_2 = 1/3 с; T = 2 с.
Найти: $x = f(t)$.

Решение: Запишем в общем виде уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos\left(\omega t + \varphi\right)$$

и к этому виду приведем заданные в условии задачи уравнения:

$$x_1 = A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T} + \frac{2\pi}{T}\tau_1 \right);$$

$$x_2 = A_2 \cos\left(\frac{2\pi}{T} + \frac{2\pi}{T}\tau_2 \right).$$

Не трудно заметить, что гармонические колебания происходят с одинаковой циклической частотой

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T}\tau_1, \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{T}\tau_2.$$

Подставив данные задачи, найдем

$$\omega = \frac{2\pi}{2}\ \text{с}^{-1} = 3{,}14\ \text{с}^{-1};$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{2}\cdot\frac{1}{6}\,\text{рад} = 30°; \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{2}\cdot\frac{1}{3}\,\text{рад} = 60°.$$

Колебания по условию одинаково направлены и поэтому результирующее смещение точки определится алгебраической суммой смещений складываемых колебаний:

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = A\cos(\omega t + \varphi).$$

Результирующее колебание в данном случае является также гармоническим колебанием, происходящем вдоль того же направления, что и составляющие колебания с тем же периодом, но с амплитудой A и фазой $(\omega t + \varphi)$.

Амплитуда результирующего колебания A связана с амплитудами слагаемых колебаний соотношением:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

где $(\varphi_2 - \varphi_1)$ - разность фаз слагаемых колебаний, которая определяет величину и знак амплитуды результирующего колебания. Она определяется из равенства

$$\varphi = arctg\,\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

Подставим числовые значения, заданные в условии, и сделаем вычисления:

$$A = \sqrt{3^2 + 2^2 + 2\cdot3\cdot2\cos(60° - 30°)}\,\text{см} = 4{,}84\ \text{см};$$

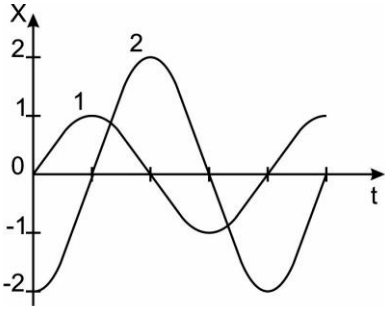
$$\varphi = arctg\frac{3\sin 30^\circ + 2\sin 60^\circ}{3\cos 30^\circ + 2\cos 60^\circ} = arctg\,0{,}898 = 42^\circ = 0{,}735 \text{ рад}.$$

Уравнение результирующего колебания после подстановки результатов расчётов имеет вид:

$$x = 4{,}84\cos(3{,}14\,t + 0{,}735), \text{ см}.$$

ЗАДАЧИ

1.379. Записать уравнение колебаний, соответствующее графику 2, см рисунок, если графику 1 соответствует уравнение $x = A\sin\omega t$.



1.380. За какую часть периода T тело, совершающее гармонические колебания, проходит весь путь от положения равновесия до наиболее удалённого от него расстояния? первую половину пути? вторую половину пути?

1.381. Точки совершают колебания вдоль оси x по закону $x = A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$. Построить графики зависимостей: смещения x, скорости v_x и ускорения a_x от времени.

1.382. Составить уравнение гармонического колебания, если амплитуда колебания 4 см, частота колебаний 50 Гц, а начальная фаза 30°.

1.383. Амплитуда колебания точки 5 мм, частота 70 Гц, начальная фаза равна нулю. Написать уравнение движения точки, определить период колебания и смещение точки для фазы 65°.

1.384. Точка совершает гармоническое колебание с периодом 24 с и начальной фазой равной нулю. Через какое время, считая от начала движения, величина смещения точки от положения равновесия будет равна половине амплитуды?

1.385. Найти смещение гармонически колеблющейся материальной точки в момент времени, когда фаза колебания равна 30º, если амплитуда колебаний 80 см.

1.386. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальные фазы колебаний равны: 1) 0; 2) π/2; 3) π; 4) 3π/2; 5) 2π.

Амплитуда колебания 5 см и период колебания 8 с. Начертить график колебаний во всех этих случаях.

1.387. Определить смешение гармонически колеблющейся точки с периодом колебаний T в моменты времени: 0; T/12; T/4; T/2. Амплитуда колебаний равна A, а начальная фаза равна нулю.

1.388. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = 8\sin(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2})$, где x выражено в метрах, t – в секундах. Найти амплитуду колебания, начальную фазу и частоту. Начертить график колебания.

1.389. За какое время от начала движения точка, совершающая колебательное движение в соответствии с уравнением $x = 7 \sin 0{,}5\pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

1.390. В начальный момент движения точка находится на расстоянии 3 см выше положения равновесия и двигается вертикально вверх. Найти начальную фазу, если амплитуда колебания равна 7 см.

1.391. Чему равна разность фаз двух гармонических колебаний: $x_1 = A \sin(2\pi\nu t + 45°)$; $x_2 = B \sin(2\pi\nu t - 2\pi/3)$.

1.392. Коленчатый вал двигателя внутреннего сгорания вращается с частотой 1500 об/мин. Ход поршня 20 см. Рассчитать амплитуду скорости и амплитуду ускорения поршня.

1.393. Материальная точка, совершая гармонические колебания, в некоторый момент времени имеет смещение величиной 0,4 см, скорость 0,5 м/с и ускорение 0,8 м/с^2. Определить амплитуду и период колебаний точки и фазу колебаний в рассматриваемый момент времени.

1.394. Точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0{,}1 \sin \pi t$. Определить скорость и ускорение точки через 1/6 секунды от начала колебаний.

1.395. Точка колеблется гармонически. Период колебаний 1 с, амплитуда равна 10 см. Какова скорость точки в момент времени, когда смещение равно 5 см?

1.396. Период колебаний материальной точки 2,4 с, амплитуда 5 см, начальная фаза равна нулю. Каковы смещение, скорость и ускорение колеблющейся точки через 0,4 с после начала колебаний? Колебания происходят по закону косинуса.

1.397. Материальная точка массой 10 г колеблется по закону $x = 0{,}5\sin(0{,}6t + 0{,}8)$ в единицах СИ. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

1.398. Найти максимальную скорость и максимальное ускорение колеблющейся точки, если амплитуда её колебаний 5 см, а период 4 с.

1.399. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия $x = 0$. Циклическая частота колебаний 4 рад/с. Определить, в какой момент времени после прохождения положения равновесия частица будет иметь координату x = 25 см и скорость v_x = 100 см/с.

1.400. Написать уравнение гармонического колебания, амплитуда которого 10 см, период 10 с, начальная фаза равна нулю. Найти смещение, скорость и ускорение колеблющегося тела через 12 с после начала колебаний.

1.401. Уравнение гармонического колебания в единицах СИ имеет вид $x = 0{,}1\sin(0{,}1\pi t + 0{,}5\pi)$. Найти максимальные скорость, ускорение и скорость через одну секунду после начала движения.

1.402. Тело совершает гармонические колебания. Через какую долю периода T после прохождения положения равновесия скорость тела станет равной половине максимальной скорости?

1.403. Материальная точка массой 100 г совершает гармонические колебания, уравнение которых в единицах СИ имеет вид $x = 0{,}2\ \sin 8\pi t$. Найти значение возвращающей силы в момент времени равный 0,1 с, а также полную энергию точки.

1.404. Материальная точка массой 5 г совершает гармонические колебания с частотой 0,5 Гц. Амплитуда колебаний 3см. Определить: скорость точки в момент времени, когда смещение равно 0,5 см; максимальную силу, действующую на точку; полную энергию колеблющейся точки.

1.405. Материальная точка массой 0,1 г колеблется согласно уравнению $x = 5\sin 20t$. Определить максимальные значения возвращающей силы и кинетической энергии точки.

1.406. Амплитуда гармонического колебания материальной точки 2 см. Полная энергия ее колебаний $3\cdot10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на эту точку действует сила величиной $2{,}25\cdot10^{-5}$ Н?

1.407. Тело совершает гармонические колебания так, что смещение изменяется по закону $x = 50\sin(\pi t/3)$, м. Определить максимальное значение силы, действующей на тело, и полную энергию колебательного движения тела, если его масса 2 кг.

1.408. К пружине подвешен груз. Зная, что максимальная кинетическая энергия колебания груза равна 1 Дж, найти коэффициент упругости пружины. Амплитуда колебаний 5 см.

1.409. Пружинный маятник состоит из тела массой m, подвешенного на двух, соединенных последовательно друг за другом пружинах жесткостью k_1 и k_2. Найти циклическую частоту колебаний пружинного маятника.

1.410. Тело массой m, закрепленное на двух пружинах жесткостью k_1 и k_2, находится в равновесии. Расположенные вертикально пружины вторыми своими концами прикреплены к опорам в точках, находящихся друг против друга. Определить собственную циклическую частоту колебательной системы.

1.411. Медный шарик, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить алюминиевый шарик того же радиуса? Плотность меди и алюминия соответственно равны $8,9 \cdot 10^3$ кг/м^3 и $2,7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.412. Груз массой 0,5 кг подвешен на пружине жесткостью 1250 Н/м. Найти частоту колебаний груза.

1.413. Как изменится энергия гармонических колебаний, если амплитуду колебаний увеличить в два раза, а частоту уменьшить в два раза.

1.414. Груз массой 400 г совершает колебания в горизонтальной плоскости на пружине жесткостью 250 Н/м. Амплитуда колебаний груза 15 см. Найти полную энергию колебаний и наибольшую скорость движения груза.

1.415. Найти кинетическую и потенциальную энергии груза, совершающего колебания на пружине жесткостью $6 \cdot 10^3$ Н/м в момент времени, когда фаза колебаний равна 30°. Амплитуда колебаний груза 8 см, масса груза 0,15 кг.

1.416. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний равен 0,5 с. После того, как на чашку весов положили еще добавочно гири, период вертикальных колебаний стал равен 0,6 с. На сколько удлинилась пружина от прибавления грузов?

1.417. Гиря, подвешенная к пружине, колеблется в вертикальном направлении с амплитудой 4 см. Определить полную энергию колебаний гири, если коэффициент упругости пружины равен 1 кН/м.

1.418. Шар массой 2 кг подвешен к двум соединенным последовательно пружинам, жесткостью 10^3 Н/м и $3 \cdot 10^3$ Н/м. Определить частоту колебаний шара.

1.419. Гиря, прикрепленная к пружине, совершает гармонические колебания. Полная энергия колебаний равна 0,2 Дж, а амплитуда 2 см. Найти коэффициент упругости пружины.

1.420. Определить период собственных колебаний ареометра, в виде трубки радиусом 5 мм и массой 50 г, погруженного в воду. Плотность воды 10^3 кг/м^3.

1.421. Два шара массами 60 г и 40 г соединены между собой пружиной жесткостью 10 Н/м. Определить период колебаний этой системы на гладкой горизонтальной поверхности. Массой пружины пренебречь.

1.422. Математический маятник длиной 1 м установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением 2,5 м/с^2. Определить период колебаний маятника.

1.423. Период колебаний математического маятника в ракете, летящей ускоренно вертикально вверх, стал в 2 раза меньше, чем на Земле. Найти ускорение ракеты.

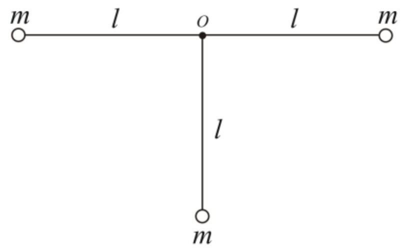
1.424. За одинаковое время один математический маятник совершил 10 колебаний, другой – 6 колебаний. Разность длин этих маятников равна 16 см. Найти длины маятников.

1.425. На какую максимальную высоту от положения равновесия может подняться подвешенная на нити колеблющаяся материальная точка массой 2 кг, если ее полная энергия равна 64 Дж?

1.426. Определить момент инерции тела массой 40 кг, совершающего колебания вокруг горизонтальной оси с периодом 3,14 с, если расстояние от точки подвеса до центра масс тела равно 1 м.

1.427. На концах тонкого стержня длиной 30 см укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на 10 см от одного из концов стержня. Определить приведенную длину и период колебаний такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

1.428. Система из трех грузов, соединенных стержнями длиной 30 см, см. рис., колеблется относительно горизонтальной оси проходящей через точку О перпендикулярно к плоскости чертежа. Найти период колебаний системы. Массами стержней пренебречь, грузы рассматривать как материальные точки.



1.429. Тонкий обруч, подвешенный на гвоздь, вбитый горизонтально в стену, колеблется в плоскости, параллельной стене. Радиус обруча 30 см. Вычислить период колебаний обруча.

1.430. Маятник состоит из невесомого стержня, на котором закреплены два одинаковых груза – один на расстоянии 30 см, а другой на расстоянии 15 см от горизонтальной оси вращения. Найти период колебаний маятника.

1.431. Определить период колебаний шара радиусом 6 см, если горизонтальная ось проходит сквозь точку, отстоящую от центра шара на расстоянии 0,3 радиуса шара.

1.432. При какой длине тонкого стержня, подвешенного на проходящей через один из его концов горизонтальной оси, его период колебаний будет равен 1 с?

1.433. Сплошной однородный диск радиусом 10 см колеблется около горизонтальной оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его край. Какой длины должен быть математический маятник, имеющий тот же период колебаний, что и диск?

1.434. Тело совершает колебания вокруг горизонтальной оси с периодом 0,5 с. Если к телу прикрепить грузик массой 0,05 кг на расстоянии 0,1 м ниже оси колебаний, то оно начнет колебаться с периодом 0,6 с. Найти момент инерции тела относительно оси колебаний.

1.435. Однородный стержень длиной 50 см совершает колебания в вертикальной плоскости около оси, проходящей через один из его концов. Найти период колебаний стержня.

1.436. Тонкий стержень длиной 50 см и массой 1 кг может колебаться около горизонтальной оси, проходящей через его конец. На сколько изменится частота колебаний стержня, если ось переместить параллельно самой себе на 10 см в сторону центра масс стержня?

1.437. Физический маятник представляет собой тонкий стержень длиной 60 см и массой 200 г. На нижнем конце стержня находится груз небольших размеров массой 500 г. Определить период колебаний маятника, если ось проходит через верхний конец стержня.

1.438. Физический маятник совершает колебания с частотой 15 рад/с. Если к нему прикрепить тело, которое можно считать материальной точкой массой 50 г на расстоянии 20 см от оси, то частота колебаний станет равной 10 рад/с. Определить момент инерции маятника относительно оси качания.

1.439. Невесомый стержень длиной 60 см колеблется около горизонтальной оси проходящей через его конец. На нем закреплены два груза одинаковой массы. Определить период колебаний стержня, если один груз закреплен на нижнем конце стержня, а другой выше на 10 см.

1.440. Однородный диск радиусом 1,4 м колеблется в вертикальной плоскости около горизонтальной оси. Ось перпендикулярна к диску и проходит через его край. Как изменится период колебания диска, если ось перенести к центру диска параллельно самой себе на расстояние ¼ радиуса от прежнего положения?

1.441. Два гармонических колебания с амплитудами 28 мм и 45 мм складываются в одно колебание с амплитудой 53 мм. Колебания происходят по одному направлению и имеют одинаковую частоту. Определить разность фаз, складываемых колебаний.

1.442. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, заданных уравнениями в единицах СИ: $x_1 = 2\,sin(5\pi t + \pi/2)$; $x_2 = 3\,sin(5\pi t + \pi/4)$.

1.443. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой 5 Гц и с равной начальной фазой 60°. Амплитуда одного из колебаний равна 5 см, другого – 10 см.

1.444. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = 2\,sin\,\omega t$ и $y = 2cos\,\omega t$. Найти траекторию движения точки.

1.445. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одного периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний 20 мм и 21 мм. Найти амплитуду результирующего колебания.

1.446. Точка участвует одновременно в двух колебаниях одного направления, которые происходят по законам $x_1 = A\cos\omega t$ и $x_2 = A\cos2\omega t$. Найти максимальную скорость точки.

1.447. Складываются два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковыми периодами, равными 8 с, и одинаковыми амплитудами, равными 0,02 м. Разность фаз колебаний $\pi/4$, начальная фаза одного из колебаний равна нулю. Написать уравнение результирующего колебания.

1.448. Материальная точка участвует одновременно в двух колебательных процессах, происходящих в одном направлении по гармоническому закону с одинаковой частотой, амплитудами 5 см и 10 см и сдвигом по фазе 60º. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебательного процесса.

1.449. Два одинаково направленных колебания с равными частотами имеют амплитуды 20 и 50 см. Второе колебание опережает первое по фазе на 30˚. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания, полученного от сложения этих колебаний, если начальная фаза первого колебания равна нулю.

1.450. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начала колебаний, амплитуда уменьшится в восемь раз?

1.451. Затухающие колебания происходят по закону $x = 10e^{-0,2t}\cos8\pi t$, см. Найти амплитуду после 10 полных колебаний.

1.452. Амплитуда колебаний математического маятника, имеющего длину 1 м, за 3 мин уменьшилась в 5 раз. Определить логарифмический декремент затухания.

1.453. Амплитуда первого колебания маятник равна 10 см, второго – 9 см. Определить логарифмический декремент затухания.

1.454. Логарифмический декремент затухания колебаний маятника равен 0,003. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза?

1.455. За время, в течение которого система совершает 100 колебаний, амплитуда уменьшается в 5 раз. Найти добротность колебательной системы.

1.456. За 1 с движения амплитуда свободных колебаний уменьшается в 2 раза. В течение, какого промежутка времени амплитуда уменьшится в 10 раз?

1.457. За время равное 16,1 с амплитуда колебаний уменьшается в 5 раз. Определить коэффициент затухания. За какое время амплитуда колебаний уменьшится в *e* раз?

1.458. За 100 с колебательная система совершает 100 колебаний, причем амплитуда колебаний уменьшается в 2,718 раз. Определить коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания, добротность колебательной системы.

1.459. Период гармонического колебания равен 4 с, а логарифмический декремент затухания 0,8. Написать уравнение колебательного движения. Время отсчитывать от наибольшего смещения точки, равного 20 см.

1.460. Логарифмический декремент затухания колебаний маятника равен 0,02. Определить, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний после 100 полных колебаний маятника.

1.461. Математический маятник совершает колебания в среде, для которой логарифмический декремент затухания равен 1,5. Каким будет логарифмический декремент затухания, если сопротивление среды возрастет в 2 раза?

1.462. К пружине подвесили груз, в результате чего пружина растянулась на 9,8 см. Определить период колебаний груза в среде, для которой логарифмический декремент затухания равен 3,1.

1.463. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 мин уменьшилась в 3 раза. Определить во сколько раз она уменьшится за 4 с.

1.464. Материальная точка совершает гармонические колебания с частотой 25 Гц. Найти коэффициент затухания, если в начальный момент времени скорость точки равна нулю, а ее смещение из положения равновесия в этот момент времени в 1,02 раза меньше амплитуды.

1.465. Определить логарифмический декремент колебательной системы с периодом 1 с, если за время равное 10 с амплитуда его колебаний уменьшается в *e* раз.

1.466. Найти добротность осциллятора, у которого амплитуда отклонения от равновесного состояния уменьшается в 2 раза через каждые 110 колебаний.

1.467. Определить амплитуду колебания, которая образуется при сложении колебаний одного направления, происходящих по законам (в единицах СИ) $x_1 = 3\cos(\omega t+\pi/3)$ и $x_2 = 8\sin(\omega t+\pi/6)$.

1.468. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний при резонансе, если при очень малой (по сравнения с собственной частотой) частоте вынужденных колебаний она равна 0,1 см, а логарифмический декремент затухания равен 0,01?

1.469. На пружине жесткостью 10^3 Н/м весит железный шарик массой 800 г. Со стороны переменного магнитного поля на шарик действует синусоидальная сила, амплитудное значение которой равно 2 Н. Добротность системы равна 30. Определить амплитуду вынужденных колебаний в случае, когда частота вынуждающей силы равна частоте собственных колебания.

1.470. Амплитуды отклонений вынужденных колебаний при частотах вынуждающей силы, равных 200 Гц и 300 Гц, равны между собой. Принимая, что амплитуда вынуждающей силы в обоих случаях одна и та же, найти частоту, соответствующую резонансу скорости.

1.471. Груз массой 50 г, подвешенный на нити длиной 20 см, совершает колебания в жидкости. Коэффициент сопротивления среды равен 0,02 кг/с. На груз действует вынуждающая сила $F = 0{,}1\cos\omega t$, Н. Определить: частоту вынуждающей силы, при которой амплитуда вынужденных колебаний максимальна; резонансную амплитуду.
1.472. Частота собственных колебаний системы 100 Гц, резонансная частота 99 Гц. Определить добротность колебательной системы.
1.473. Шарик массой 50 г подвешен на пружине жесткостью 20 Н/м. Под действием вертикально направленной вынуждающей силы, изменяющейся по гармоническому закону с циклической частотой 25 рад/с, шарик совершает установившиеся колебания с амплитудой 1,3 см. При этом смещение шарика отстает по фазе от вынуждающей силы на угол $3\pi/4$. Определить добротность колебательной системы и работу вынуждающей силы за время одного периода колебаний.

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Механические колебания возникают в любой упругой среде, когда происходит нарушение устойчивого равновесия частиц среды.

Процесс распространения механических колебаний в упругой среде называется *волновым движением* или *волной*.

Скорость v распространения волнового процесс зависит от плотности среды ρ, в которой возникают волны. В случае распространения продольных волн

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E - модуль Юнга.

В случае распространения поперечных волн

$$v = \sqrt{\frac{N}{\rho}},$$

где N - модуль сдвига.

Волновой процесс характеризуется параметрами: λ - длина волны; T – период; A – амплитуда колебаний; ν - частота; $v_ф$ - фазовая скорость. Связь между этими параметрами выражается формулами:

$$\lambda = v_ф T, \; v_ф = \lambda\nu, \; \nu = \frac{1}{T}.$$

Уравнение плоской волны позволяет определить смещение y любой точки, участвующей в волновом процессе в любой момент времени t. Оно имеет вид:

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = A\sin(\omega t - kx),$$

где $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число; x – расстояние, пройденное волной от источника колебаний до рассматриваемой точки.

Разность фаз двух колеблющихся точке, находящихся на расстояниях x_1 и x_2 от источника колебаний, равна

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi(x_2 - x_1)/\lambda .$$

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода волн Δ:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} .$$

Условия максимума и минимума амплитуды при интерференции волн

$$\Delta_{\max} = \pm 2n\frac{\lambda}{2}, \quad \Delta_{\min} = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{2},$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$

Уравнение стоячей волны

$$y = 2A\cos kx \cdot \sin\omega t,$$

где $A = 2A\cos kx$ - амплитуда стоячей волны.

Координаты пучностей и узлов стоячей волны

$$x_П = \pm n\frac{\lambda}{2}, \quad x_У = \pm\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2},$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$

Скорость распространения звуковых волн в газах

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

где R - молярная газовая постоянная; M - молярная масса; $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}$ - отношение молярных теплоемкостей при постоянном давлении и объеме; T - термодинамическая температура.

Эффект Доплера в акустике

$$\nu = \frac{(v \pm v_{пр})\nu_0}{v \pm v_{ист}},$$

где ν - частота звука, воспринимаемого движущимся приемником; ν_0 - частота звука, посылаемого источником; $v_{пр}$ - скорость движения приемника; $v_{ист}$ - скорость движения источника звука; v - скорость распространения звука. Верхний знак берется, если при движении источника или приемника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.[1,2,4]

Примеры решения задач

Задача. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью 15 м/с. Период колебания точек шнура 1,2 с, амплитуда колебания 2 см. Определить длину волны, фазу и смещение точки, отстоящей на 45 м от источника колебаний через 4 с.

Дано: v = 15 м/с; T = 1,2 с; A = 2 см = $2\cdot 10^{-2}$ м; x = 45 м; t = 4 с.
Найти: λ, φ, y.

Решение. Длина волны

$$\lambda = vT, \ \lambda = 15\cdot 1{,}2 \text{ м} = 18 \text{ м}.$$

Фаза и смещение любой точки шнура могут быть найдены из уравнения волны

$$y = A\sin\omega(t - x/v).$$

Фаза колебания равна аргументу синуса в уравнении волны:

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad \varphi = \frac{2\cdot 3{,}14}{1{,}2}\left(4 - \frac{45}{15}\right) \text{рад} \approx 5{,}24 \text{ рад}.$$

Смещение точки

$$y = A\sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad y = 2\cdot 10^{-2}\sin 5{,}24 \text{ м} = -1{,}73\cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Задача. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью 20 м/с. две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях 12 м и 15 м от источника волны колеблются с разностью фаз 0,75 π. Найти длину волны, написать уравнение волны и определить смещение указанных точек в момент времени 1,2 с, если амплитуда колебаний равна 0,1 м.

Дано: v = 20 м/с; x_1 = 12 м; x_2 = 15 м; $\Delta\varphi = 0{,}75\pi$; t = 1,2 с; A = 0,1 м.
Найти: λ; y_1; y_2.

Решение: Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, колеблются с разностью фаз, равной 2π. Точки, находящиеся друг от друга на произвольном расстоянии Δx, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \Delta x\cdot 2\pi/\lambda .$$

Если $\Delta x = (x_2 - x_1)$, то

$$\Delta\varphi = (x_2 - x_1)2\pi/\lambda .$$

Из последнего уравнения

$$\lambda = \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\Delta\varphi}.$$

Уравнение плоской волны в общем виде

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

где y - смещение любой из точек среды с координатой x в момент времени t; v - скорость распространения колебаний в среде.

Для того чтобы написать уравнение плоской волны, необходимо определить циклическую частоту ω. Так как $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период колебаний, связанный с длиной волны соотношением $\lambda = vT$, то

$$\omega = \frac{2\pi v}{\lambda}.$$

Уравнения для смещений точек с координатами x_1 и x_2 имеют вид:

$$y_1 = A\cos\omega\left(t - \frac{x_1}{v}\right); \quad y_2 = A\cos\omega\left(t - \frac{x_2}{v}\right).$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$\lambda = \frac{2\pi(15 - 12)}{0{,}75\pi}\text{ м} = 8\text{ м};$$

$$\omega = \frac{2\pi\cdot 20}{8}\text{ рад/с} = 5\pi\text{ рад/с};$$

$$y_1 = 0{,}1\cos 5\pi\left(1{,}2 - \frac{12}{20}\right)\text{м} = 0{,}1\cos 3\pi\text{, м} = \text{- }0{,}1\text{ м};$$

$$y_2 = 0{,}1\cos 5\pi\left(1{,}2 - \frac{15}{20}\right)\text{м} = 0{,}1\cos 2{,}25\pi\text{, м} = 0{,}071\text{ м}.$$

Задача. Два когерентных источника колеблются в одинаковых фазах с частотой 500 Гц. Скорость распространения волн равна 340 м/с. Каков результат интерференции волн в точке, расположенной от первого источника на расстоянии 30 м, а от второго источника – 65,7 м?

Дано: ν = 500 Гц; v = 340 м/с; l_1 = 30 м; l_2 = 65,7 м.
Найти: N .

Решение. Для установления результата интерференции волн в точке, определим число N полудлин волн $\frac{\lambda}{2}$, укладывающихся на расстоянии, равном разности хода волн:

$$\Delta = N\frac{\lambda}{2}.$$

Согласно условию задачи разность хода волн $\Delta = l_2 - l_1$, а $\lambda = v/\nu$, тогда

$$N = \frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{2(l_2 - l_1)\nu}{v}.$$

Выполним вычисления:

$$N = \frac{2\cdot(65{,}7 - 30)\cdot 500}{340} = 105.$$

Согласно условию интерференции волн, если разность хода волн равна нечетному числу полудлин волн, что и следует из решения задачи, то в рассматриваемой точке наблюдается максимальное ослабление колебаний.

ЗАДАЧИ

1.474. Источник совершает незатухающие колебания по закону $x = 0{,}5\sin 500\pi t$ в единицах СИ. Определить смещение точки, находящейся на расстоянии 60 см от источника колебаний, через 0,01 с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 м/с.

1.475. Определить разность фаз двух точек волны, отстоящих друг от друга на расстоянии 20 см, если волна распространяется со скоростью 2,4 м/с. Частота колебаний равна 3 Гц.

1.476. От источника колебаний распространяются волны вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний 10 см. Чему равно смещение точки, удаленной от источника на расстоянии ¾ длины волны, в тот момент, когда от начала колебаний источника прошло время, равное 0,9 периода.

1.477. Какую разность фаз будут иметь колебания двух точек среды, находящихся на расстоянии 10 м и 16 м от источника колебаний? Период колебаний 0,04 с, а скорость распространения колебаний 300 м/с.

1.478. Колебательный процесс распространяется вдоль прямой линии со скоростью 40 м/с. Частота колебаний равна 5 Гц. Определить разность фаз колебаний в радианах и градусах между источником и точкой, находящейся на расстоянии 3 м от источника.

1.479. Точка, находящаяся на расстоянии 4 см от источника колебаний, имеет в момент времени равный 1/6 периода колебаний источника смещение, равное половине амплитуды. Найти длину распространяющейся волны.

1.480. Волна, создаваемая катером, который прошел от берега на расстоянии 200 м, докатилась до берега через 90 с. Чему равна длина волны, распространяющейся от катера, если частота ударов волны о берег равна 0,5 Гц?

1.481. Скорость продольных волн в стальном стержне равна 5100 м/с. Определить модуль упругости у стали. Плотность стали $7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.

1.482. Найти скорость распространения звука в стали. Модуль Юнга для стали $21{,}6\cdot10^{10}$ Н/м^2, плотность стали $7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3.

1.483. Скорость распространения звука в керосине 1330 м/с. Плотность керосина 800 кг/м^3. Найти коэффициент сжатия керосина.

1.484. Зная, что средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа в условиях опыта была равна $4{,}61\cdot10^4$ см/с, определить скорость распространения звука в газе при этих условиях.

1.485. Скорость продольных волн в кислороде при нормальных условиях равна 317,2 м/с. Определить показатель адиабаты газа.

1.486. Найти отношение между скоростью продольных волн в газе и средней скоростью теплового движения молекул одноатомного газа.

1.487. Волна распространяется со скоростью 360 м/с, имея частоту 450 Гц. Чему равна разность фаз двух точек волны, отстоящих друг от друга на расстоянии 20 см?

1.488. Найти скорость распространения волны, если частота колебаний 500 Гц, а расстояние между точками волны, сдвиг фазы между которыми составляет $\pi/6$, равно 5 см.

1.489. В однородной среде распространяется плоская упругая волна, описываемая уравнением $y(x,t) = A\,e^{-\beta x}\cos(\omega t - kx)$. Положив длину волны равной 1м, а коэффициент затухания $\beta = 0{,}1$ м$^{-1}$, найти разность фаз в точках среды, для которых отношение амплитуд смещения частиц среды равно 1,01.

1.490. Разность хода двух интерферирующих волн рана $0{,}3\lambda$. Чему равна разность фаз колебаний?

1.491. Две волны распространяются по поверхности воды навстречу друг другу. Что наблюдается в точках встречи волн, если разность хода равна 8,4 м, а длина волн 70 см?

1.492. Разность хода двух когерентных волн в данной точке равна 10 м. Усиливается или ослабляется амплитуда колебаний в этой точке, если длина волны равна 4 м?

1.493. Длина волны 1,6 м. На каком расстоянии находятся ближайшие частицы, совершающие колебания в противоположных фазах?

1.494. Один камертон – источник звуковых волн – помещен перед ухом наблюдателя, а другой такой же – на расстоянии 47,5 см от первого камертона. При этом наблюдатель не слышит звука. Определить частоту колебаний камертона.

1.495. Расстояние между второй и шестой пучностями стоячей волны 20 см. Определить длину стоячей волны.

1.496. На шнуре длиной 3 м, один конец которого провязан к стене, а другой колеблется с частотой 5 Гц, возбуждаются стоячие волны. При этом между источником и стеной образуется шесть узлов. Найти скорость распространения волны в шнуре.

1.497. На нити образовалась стоячая волна, причем расстояние между точками, в которых колебания происходят с амплитудой 3 мм, равны 3 см и 7 см. Найти длину волны и амплитуду в середине пучности.

1.498. Волна распространяется от источника колебаний вдоль прямой линии. Смещение точки для момента времени $0{,}5T$ составляет 5 см. Точка удалена от источника колебаний на расстояние $\lambda/3$. Определить амплитуду колебаний.

1.499. Определить скорость упругих продольных волн в медном стержне. Считать модуль Юнга равным $1{,}12 \cdot 10^{11}$ Па.

1.500. Наблюдатель, находящейся на берегу озера, установил, что период колебания частиц воды равен 2 с, а расстояние между смежными гребнями волн 6 м. Определить скорость распространения этих волн.

1.501. Определить длину волны, если её фазовая скорость равна 1500 м/с, а частота колебаний 500 Гц.

1.502. Какой путь пройдет фаза волнового движения за 0,02 с, если частота колебаний равна 2 МГц, а длина волны 150 м.

1.503. Какова длина бегущей волны, если разность фаз колебаний точек, находящихся на расстоянии 0,025 м, составляет $\pi/4$?

1.504. Смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 4 см от источника колебаний, в момент времени равный $T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину бегущей волны.

1.505. Длина звуковой волны одной и той же частоты в воде в 4,25 раза, а в кирпиче в 10,7 раз больше, чем в воздухе. Определить скорость распространения звука в воде и кирпиче.

1.506. Для определения глубины моря пользуются эхолотом. Определить глубину моря, если ответный звуковой сигнал был услышан через 1,6 с, а скорость звука в воде 1500 м/с.

1.507. Неподвижный приемник при приближении источника звука, излучающего волны с частотой 360 Гц, регистрирует звуковые колебания с частотой 400 Гц. Принимая температуру воздуха равной 290 К, его молярную массу 0,029 кг/моль, определить скорость движения источника звука.

1.508. Электропоезд проходит со скоростью 72 км/ч мимо неподвижного приемника и дает гудок, частота которого 300 Гц. Принимая скорость звука равной 340 м/с, определить скачок частоты, воспринимаемой приемником.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика и термодинамика изучают закономерности тепловых явлений. Эти разделы отличаются различными метолами при изучении природы тепловых явлений и физических свойств тел. Молекулярная физика изучает тепловые явления, физические свойства тел и веществ на основе их молекулярного строения, взаимодействия и движения большой совокупности частиц. В основе термодинамики лежат фундаментальные законы, установленные на основании обобщения опытных фактов. С помощью этих законов изучают особенности тепловых явлений и свойства тел, находящихся в различных агрегатных состояниях, без учета их внутреннего строения.

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Молекулярная физика изучает тепловые явления, физические свойства тел и веществ на основе их молекулярного строения, взаимодействия и движения большой совокупности частиц.

Состояние любой термодинамической системы характеризуется совокупностью физических величин.

Параметры, связанные с индивидуальными характеристиками частиц, называются микроскопическими параметрами (масса частицы, её скорость, энергия и т.д.). Параметры, характеризующие термодинамическую систему в целом, называются макроскопическими параметрами (объем, давление, температура и т.д.) – *параметры состояния*.

Уравнение, определяющее связь параметров состояния (давления, объема, температуры и др.) называется *уравнением состояния*.

Изопроцессы – процессы, при которых один из параметров термодинамической системы не изменяется.

Газовые законы, устанавливающие взаимосвязь параметров состояния для определенной массы газа в изопроцессах, приведены ниже.

Закон Бойля-Мариотта

$$pV = const \quad \text{при} \quad T = const, \;\; m = const.$$

Закон Гей-Люссака:

$$\frac{V}{T} = const \quad \text{при} \quad p = const\,, \;\; m = const.$$

Закон Шарля:

$$\frac{p}{T} = const \quad \text{при} \quad V = const, \;, \;\; m = const.$$

Объединенный газовый закон:

$$\frac{pV}{T} = const \quad \text{при} \quad , \ m = const.$$

Здесь p – давление, V - объем, T – термодинамическая температура.

Закон Дальтона для давления смеси n идеальных газов:

$$p = \sum_{i-1}^{n} p_i \ ,$$

где p_i - парциальное давление i-го компонента смеси.

Уравнение состояния идеального газа – *уравнению Менделеева-Клапейрона*

$$pV = \frac{m}{M} RT \ ,$$

где p, V, T, m – соответственно давление, объем, температура и масса газа; R = 8,31 Дж/(К·моль) – молярная газовая постоянная; $\frac{m}{M}$ - число молей газа; M - молярная масса.

Состояние газа часто определяется *нормальными условиями* - стандартными физическими условиями, определяемыми давлением p_0 = = 101 325 Па (760 мм рт. ст.) и абсолютной температурой T_0 =273,15 К (t_0 = 0 °С). При нормальных условиях 1 моль идеального газа занимает объем $V_0 = 22{,}41 \cdot 10^{-3}$ м^3.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа имеет вид

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} n \overline{E} = nkT \ ,$$

где n - число молекул в единице объема; m_0 - масса одной молекулы; $\overline{v^2}$ - средний квадрат скорости молекул; $\overline{E}$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Средняя кинетическая энергия движения молекулы равна

$$\overline{E} = \frac{i}{2} kT \ ,$$

где i - число степеней свободы, т.е. число независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве (для одноатомных газов i = 3, двухатомных i = 5, трех- и многоатомных i = 6, без учета колебательных степеней свободы).

В среднем на каждую степень свободы движения в среднем приходится одинаковая энергия, равная

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} kT \ .$$

Внутренняя энергия идеального газа определяется выражением

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT .$$

Закон Максвелла для распределения молекул по скоростям:

$$f(v) = \frac{dN}{N\,dv} = \frac{4v^2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{M}{2RT}\right)^{3/2} e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} ,$$

где $f(v)$ - функция распределения молекул идеального газа по скоростям; v - скорость молекулы; $\frac{dN}{N}$ - доля молекул из общего числа молекул данного газа, обладающая скоростью в интервале от v до $v + dv$ при температуре T.

Распределение Максвелла позволяет определить характерные скорости молекул:

наиболее вероятная скорость $v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$;

средняя квадратичная скорость $v_{KB} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

средняя арифметическая скорость $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\pi M}}$

Здесь m_0 - масс одной молекулы газа, M – молярная масса газа.

Барометрическая формула определяет закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} ,$$

где p - давление газа на высоте h ; p_0 - давление на высоте $h = 0$; g - ускорение свободного падения; M – молярная масса газа. Эта формула приближенная, так как температуру T нельзя считать одинаковой для больших разностей высот.

Среднее число соударений молекулы газа за единицу времени

$$z = \sqrt{2}\pi d^2 n\bar{v} ,$$

где $\bar{v}$ - средняя арифметическая скорость; d - эффективный диаметр молекул; n - число молекул в единице объема.

Средняя длина свободного пробега молекулы газа

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} .$$

Масса вещества переносимая за время Δt при диффузии

$$m = -D\,\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t\ ,$$

где $\dfrac{\Delta\rho}{\Delta x}$ - градиент плотности в направлении перпендикулярном к площадке ΔS; $D = \dfrac{1}{3}\bar{v}\lambda$ - коэффициент диффузии.

Сила внутреннего трения, действующая между слоями газа, определяется по формуле

$$F = \eta\,\frac{\Delta v}{\Delta x}\Delta S\ ,$$

где $\eta = \dfrac{1}{3}\rho\bar{v}\lambda$ - вязкость; $\dfrac{\Delta v}{\Delta x}$ - градиент скорости упорядоченного движения молекул газа в направлении перпендикулярном к площадке ΔS; ρ - плотность газа.

Количество теплоты, перенесенное за время Δt в результате теплопроводности

$$Q = -\chi\,\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t\ ,$$

где $\dfrac{\Delta v}{\Delta x}$ - градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS; $\chi = \dfrac{1}{3}\rho\bar{v}\lambda\, c_V$ - коэффициент теплопроводности; c_V - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; ρ - плотность газа.[1,2,4]

Примеры решения задач

Задача. В закрытом сосуде вместимостью 1 л содержится 12 кг кислорода. Найти давление кислорода при 15 °С, если плотность кислорода при нормальных условиях равна 1,43 кг/м^3.

Дано: V = 1 л = 10^{-3} м^3; m = 12 кг; $p_0 = 1{,}01\cdot10^5$ Па; T = 15 °С = 288 К; T_0 = 273 К; ρ_0 = 1,43 кг/м^3.
Найти: p_1 .

Решение. Сравним состояние кислорода массой m, характеризуемое параметрами состояния p_1, V_1, T_1, с его состоянием при нормальных условиях, определяемое параметрами p_0, V_0, T_0, воспользовавшись уравнением объединенного газового закона:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_0}{T_0} .$$

Поскольку $V_0 = m/\rho_0$, где ρ_0 - плотность кислорода при нормальных условиях, то

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 m}{T_0 \rho_0} ,$$

откуда

$$p_1 = \frac{p_0 m T_1}{V_1 T_0 \rho_0} .$$

Выполним вычисления:

$$p_1 = \frac{1{,}01\cdot10^5\cdot12\cdot288}{10^{-3}\cdot273\cdot1{,}43} \text{ Па} = 8{,}95\cdot10^8 \text{ Па.}$$

Задача. Воздух, содержащийся в резиновом шаре, при температуре 20 ºС и давлении 750 мм рт. ст. имеет объем 2,5 л. При опускании шара в воду, температура которой 5 ºС, давление воздуха увеличилось до $2\cdot10^5$ Па. На сколько изменился объем воздуха в шаре?

Дано: T_1 = 20 º = 293 К; p_1 = 750 мм рт. ст. = $9{,}77\cdot10^4$ Па; V_1 = 2,5 л = = $2{,}5\cdot10^{-3}$ м^3; T_2 = 5 ºС = 278 К; $p_2 = 2\cdot10^5$ Па.
Найти: ΔV.

Решение: До опускания шара в воду состояние воздуха в шаре характеризуется параметрами T_1, p_1, V_1, а после опускания - T_2, p_2, V_2. Сравним состояния воздуха в шаре, воспользовавшись уравнением объединенного газового закона

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} ,$$

из которого определим объем воздуха в шаре при его погружении в воду:

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} .$$

Изменение объема воздуха в шаре при переходе из первого состояния во второе равно

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

или после подстановки выражения для V_2, получим

$$\Delta V = \left(1 - \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}\right) V_1 .$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$\Delta V = \left(1 - \frac{9{,}77\cdot 10^4 \cdot 278}{2\cdot 10^5 \cdot 293}\right) 2{,}5\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 = 1{,}3\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3.$$

Задача. Баллон наполнен водородом при температуре –120 ºС. При нагревании газа до температуры 128 ºС часть газа была удалена так, что его масса уменьшилась на 3 кг, а давление увеличилось вдвое, и стала равным 2,5 атм. Определить объем баллона.

Дано: T_1 = -120 ºС = 153 К; T_2 = 128 ºС = 401 К; Δm = 3 кг; $p_2 = 2p_1$; p_2 =2,5 атм = $2{,}5\cdot 10^5$ Па; $M = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль; R = 8,31 Дж/(моль·К).
Найти: V.

Решение: Задачу решаем по уравнению Меделеева-Клапейрона. Запишем уравнения, связывающие давление p_1, температуру T_1 и массу m_1 газа в начальном состоянии с давление p_2, температурой T_2 и массой m_2 газа в конечном состоянии:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} R T_1;$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2.$$

Здесь V. - объём баллона; M - молярная масса газа, R - молярная газовая постоянная.

Решая эти уравнения совместно и учтя, что $m_2 = m_1 - \Delta m$, где Δm – масса удалённого из баллона газа, и $p_2 = 2p_1$, находим начальную массу газа в баллоне:

$$m_1 = \frac{\Delta m\, T_2}{T_2 - 2T_1}.$$

Для нахождения объема баллона воспользуемся первым из записанных уравнений:

$$V = \frac{m_1 T_1 R}{p_1 M}$$

или

$$V = \frac{2\Delta m T_1 T_2 R}{p_2 \left(T_2 - 2T_1\right) M}.$$

Подставляя данные, приведённые в условии задачи, получим:

$$V = \frac{2\cdot 3\cdot 153\cdot 401\cdot 8{,}31}{2{,}5\cdot 10^5 \cdot (401 - 2\cdot 153)\cdot 2\cdot 10^{-3}}\ \text{м}^3 = 64{,}4\ \text{м}^3.$$

Задача. Какой объём занимает смесь 1 кг кислорода и 2 кг гелия при нормальных условиях? Какова молекулярная масса смеси?

Дано: $m_1 = 1$ кг; $m_2 = 2$ кг; $M_1 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль; $M_2 = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль; $p = 1{,}01\cdot10^5$ Па; $T = 273$ К; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).
Найти: V; M.

Решение: Обозначим m_1 и M_1 - масса и молярная масса кислорода, а m_2 и M_2 - масса и молярная масса гелия.

Для смеси газов справедлив закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 ,$$

где p_1 и p_2 - парциальные давления газов, определяемые из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_1 = \frac{m_1}{V M} RT ;$$

$$p_2 = \frac{m_2}{V M} RT ,$$

где T - температура; V - объём сосуда, в котором смешаны газы; R - молярная газовая постоянная. Тогда

$$p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{V},$$

$$V = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)\frac{RT}{p},$$

Молекулярная масса M смеси определим с помощью математических преобразований из уравнения Менделеева-Клапейрона для смеси газов

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

и двух выше записанных уравнений с учётом равенства $m = m_1 + m_2$, выражением

$$M = \frac{(m_1 + m_2) M_1 M_2}{m_1 M_2 + m_2 M_1} .$$

Произведем вычисления:

$$V = \left(\frac{1}{32\cdot10^{-3}} + \frac{2}{4\cdot10^{-3}}\right)\frac{8{,}31\cdot273}{1{,}01\cdot10^5}\ \text{м}^3 = 12\ \text{м}^3 ;$$

$$M = \frac{(1 + 2)\cdot32\cdot10^{-3}\cdot4\cdot10^{-3}}{1\cdot4\cdot10^{-3} + 2\cdot32\cdot10^{-3}}\ \text{кг/моль} = 5{,}64\cdot10^{-3}\ \text{кг/моль} .$$

Задача. Кислород массой 2 кг заключен в баллоне при нормальных условиях. Определить количество кислорода в баллоне, его концентрацию, число молекул составляющих газ, массу одной молекулы и расстояние между молекулами. Чему равна внутренняя энергия кислорода, заключенного в баллоне?

Дано: $m = 2$ кг; $T = 0$ ºС $= 273$ К; $p = 91{,}01\cdot10^5$ Па; $i = 5$; М $= 32\cdot10^{-3}$ кг/моль; $N_A = 6{,}023\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$; $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).
Найти: ν ; n ; N ; m_0 ; d_0 ; U .

Решение: Из уравнения состояния газа, устанавливающего связь между его давлением p, концентрацией n и температурой T

$$p = nkT ,$$

определим концентрацию молекул

$$n = \frac{p}{kT} ,$$

где k - постоянная Больцмана.

Зная массу газа m и молярную массу M можно рассчитать количество газа в баллоне,

$$\nu = \frac{m}{M} .$$

Так как в моле любого вещества содержится одинаковое число молекул, равное числу Авогадро N_A, то составляющее его число молекул равно

$$N = \nu N_A = \frac{m N_A}{M} ,$$

а масса одной молекулы

$$m_0 = \frac{M}{N_A} .$$

Если молекулы газа в среднем находятся друг от друга на одинаковом расстоянии d_0 , то можно считать, что каждая молекула занимает кубический объем $V_0 = d_0^3$, а все N молекул газа займут объем баллона $V = V_0 N$. Записав уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT ,$$

с учётом соотношения между молярной газовой постоянной и постоянными Больцмана и Авогадро $R = k N_A$, соотношение между объёмами преобразуем к виду:

$$p d_0^3 \nu N_A = \nu N_A kT .$$

Откуда

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}} .$$

Считая кислород идеальным газом, можно определить его внутреннюю энергию, как кинетическую энергию всех молекул газа. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа определяется формулой:

$$\overline{E} = \frac{i}{2} kT ,$$

где i - число степеней свободы, которое для двухатомной молекулы (кислород - O_2) равно 5. Поэтому внутренняя энергия всей массы газа может быть найдена как произведение кинетической энергии одной молекулы $\overline{E}$ на число N всех молекул:

$$U = \overline{E}\, N = \frac{i}{2} kT \, \frac{m N_A}{M} ,$$

или после преобразований

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT .$$

Подставляя в формулы числовые значения величин и проводя вычисления, получаем:

$$\nu = \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ моль} = 62{,}5 \text{ моль};$$

$$n = \frac{1{,}01 \cdot 10^{5}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} \text{ м}^{-3} = 2{,}68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3};$$

$$m_0 = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{6{,}023 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 5{,}31 \cdot 10^{-26} \text{ кг};$$

$$U = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 273 \text{ Дж} = 3{,}54 \cdot 10^{5} \text{ Дж}.$$

Задача. Определить отношение числа молекул газа, скорости которых отличаются от наиболее вероятной скорости не более чем на 0,5 м/с при некоторой температуре, к числу молекул этого же газа в том же интервале скоростей, но только при вдвое большей температуре.

Дано: $\Delta v_1 = \Delta v_2 = 0{,}5$ м/с; $T_2 = 2T_1$.

Найти: $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2}$.

Решение: Число молекул газа ΔN, скорости которых находятся в интервале скоростей от v_B до $v_B + \Delta v$ определяется выражением

$$\Delta N = f(v_B)\Delta v ,$$

где $f\left(v_B\right) = 4\pi N\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v_B^2\, e^{-\frac{m_0 v_B^2}{2kT}}$ - распределение Максвелла, записанное для наиболее вероятной скорости v_B, которая через массу молекулы m_0 и температуру газа T определяется выражением

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}\,.$$

Здесь N – число молекул газа, k – постоянная Больцмана, e – основание натурального логарифма.

Тогда

$$\Delta N = 4\pi N\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}\right)^2 e^{-\frac{m_0\left(\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}\right)^2}{2kT}}\,\Delta v$$

или после математических преобразований

$$\Delta N = \frac{4N}{e}\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}\;\Delta v\,.$$

Воспользовавшись последней формулой, запишем уравнения, определяющие число частиц ΔN_1 и ΔN_2 при температурах газа T_1 и T_2 в интервалах скоростей Δv_1 и Δv_2 от наиболее вероятной скорости:

$$\Delta N_1 = \frac{4N}{e}\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT_1}}\;\Delta v_1\,.$$

$$\Delta N_2 = \frac{4N}{e}\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT_2}}\;\Delta v_2\,.$$

Определим отношение двух последних уравнений:

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\,\frac{\Delta v_1}{\Delta v_2}\,,$$

или, учтя заданные в условии соотношения между интервалами скоростей и температурами, определим искомое отношение числа молекул

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \sqrt{2} = 1{,}41\,.$$

Задача. Определить среднюю длину свободного пробега молекул и число столкновений за 1 с, происходящих между всеми молекулами азота в сосуде объемом 4 л, находящегося при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы азота равен $3{,}1\cdot10^{-10}$ м.

Дано: $V = 4$ л $= 4\cdot10^{-3}$ м^3; $p = 1{,}01\cdot10^5$ Па; $T = 273$ К; $d = 3{,}1\cdot10^{-10}$ м; $M = 28$ кг/кмоль; $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К; $R = 8{,}31\cdot10^3$ Дж/(кмоль·К).
Найти: λ; Z.

Решение. Среднюю длину свободного пробега молекул азота λ можно определить, если известна концентрация n молекул в объеме и эффективный диаметр молекулы d:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\, d^2 n}.$$

Концентрацию молекул найдем из основного уравнения молекулярно-кинетической теории

$$p = nkT,$$

где p и T – давление и температура газа, соответствующие нормальным условиям; k - постоянная Больцмана. Тогда формула для определения λ примет вид

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\, d^2 p}.$$

Если в объеме V содержится N молекул азота и каждая из них испытывает $\bar{z}$ столкновений за секунду, то общее число столкновений всех молекул за это время равно

$$Z = \frac{1}{2}\bar{z}\, N.$$

Коэффициент ½ учитывает, что в каждом столкновении одновременно участвуют две молекулы.

Так как в моле любого газа содержится N_A молекул (постоянная Авогадро), то число молекул в объеме V равно $N = \nu N_A$. Число молей $\nu = m/M = pV/RT$ находим из уравнения Менделеева-Клапейрона. Здесь R – молярная газовая постоянная. Тогда

$$Z = \frac{\bar{z}\, N_A\, pV}{2RT}.$$

Число соударений одной молекулы за секунду $\bar{z}$ получим, если ее среднюю арифметическую скорость $\bar{v}$ разделим на среднюю длину свободного пробега λ:

$$\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\lambda}.$$

Средняя арифметическая скорость молекул газа при максвелловском распределении по скоростям равна

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где M – молярная масса газа.

Воспользовавшись выше записанными соотношениями, общее число столкновений между всеми молекулами в единицу времени определим соотношением

$$Z = \frac{2\pi\, d^2 p^2 V}{k^2 T^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi\, M}} \; .$$

Подставив числовые значения и выполнив вычисления, рассчитаем значения λ и Z:

$$\lambda = \frac{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 273}{\sqrt{2}\cdot 3{,}14\cdot 3{,}1^2\cdot 10^{-20}\cdot 1{,}01\cdot 10^5}\ \text{м} = 8{,}8\cdot 10^{-8}\ \text{м};$$

$$Z = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 3{,}1^2\cdot 10^{-20}\cdot 1{,}01^2\cdot 10^{10}\cdot 4\cdot 10^{-3}}{1{,}38^2\cdot 10^{-46}\cdot 273^2} \sqrt{\frac{8{,}31\cdot 10^3\cdot 273}{3{,}14\cdot 28}}\ \text{с}^{-1} = 2{,}8\cdot 10^{32}\ \text{с}^{-1}.$$

Задача. Определить коэффициент диффузии, коэффициент теплопроводности и вязкость азота, находящегося при температуре 27 ºС и давлении 740 мм рт.ст., если эффективный диаметр молекулы азота равен $3{,}1\cdot 10^{-10}$ м.

Дано: T = 27 ºС = 300 К; p = 740 мм рт. ст. = $9{,}83\cdot 10^4$ Па; i = 5; M = = $28\cdot 10^{-3}$ кг/моль; d = $3{,}1\cdot 10^{-10}$ м; k = $1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К; R = 8,31 Дж/(моль·К).
Найти: D; χ; η .

Решение: Коэффициент диффузии D на основе молекулярно-кинетической теории идеального газа определяется выражением

$$D = \frac{1}{3}\bar{v}\,\lambda\,,$$

где $\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$ - средняя арифметическая скорость молекул газа; T - температура газа; M - молярная масса газа; R - молярная газовая постоянная; $\lambda = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,\pi\, d^2 n}$ - средняя длина свободного пробега; d - эффективный диаметр молекулы; n - концентрация молекул.

Входящую в выражение для средней длины свободного пробега концентрацию молекул найдем из основного уравнения молекулярно-кинетической теории

$$p = nkT\,,$$

Отсюда следует, что

$$n = \frac{p}{kT}\,,$$

где p и T – давление и температура газа; k - постоянная Больцмана. Тогда

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi d^2 p}$$

и коэффициент диффузии определиться выражением

$$D = \frac{2kT}{3\pi\, d^2 p}\sqrt{\frac{RT}{\pi M}}\ .$$

Вязкость η может быть выражена через коэффициент диффузии соотношением

$$\eta = D\rho\ ,$$

где ρ – плотность газа.

Плотность газа определим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}\ .$$

Уравнение для вязкости примет вид

$$\eta = D\frac{pM}{RT}\ .$$

Коэффициент теплопроводности χ может быть выражен через вязкость уравнением

$$\chi = \eta c_V\ .$$

Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме c_V через число степеней свободы i определяется выражением

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}\ .$$

Подставляя выражение для c_V в формулу для χ, получим

$$\chi = \eta\frac{iR}{2M}\ .$$

Подставим числовые значения величин в выведенные формулы и выполним вычисления:

$$D = \frac{1{,}38\cdot10^{-23}\cdot300}{3\cdot3{,}14\cdot3{,}1^2\cdot10^{-20}\cdot9{,}83\cdot10^4}\sqrt{\frac{8{,}31\cdot300}{3{,}14\cdot28\cdot10^{-3}}}\ \text{м}^2/\text{с} = 7{,}83\cdot10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с};$$

$$\eta = 7{,}83\cdot10^{-6}\ \frac{9{,}83\cdot10^4\cdot28\cdot10^{-3}}{8{,}31\cdot300}\ \text{Па}\cdot\text{с} = 8{,}64\cdot10^{-6}\ \text{Па}\cdot\text{с};$$

$$\chi = 8{,}64\cdot10^{-6}\,\frac{5\cdot8{,}31}{2\cdot28\cdot10^{-3}} = 6{,}41\cdot10^{-3}\ .$$

ЗАДАЧИ

2.1. Определить массу одной молекулы кислорода.

2.2. Вычислить массу одной молекулы сернистого газа SO_2, число молекул и количество вещества в 1 кг этого газа при нормальных условиях.

2.3. Как меняется давление газа при увеличении разряжения в сосуде?

2.4. За 10 суток из сосуда испарилось 100 г воды. Какое количество молекул в среднем вылетало с поверхности воды за одну секунду?

2.5. Газ при давлении 745 мм рт. ст. и при температуре 20 °С имеет объём 164 см^3. Каков объём той же массы газа при нормальных условиях?

2.6. Определить массу кислорода, заключённого в баллоне ёмкостью 10 л, если при температуре -13 °С манометр на баллоне показывает давление 900 Н/см^2.

2.7. Определить концентрацию идеального газа при температуре 300 К и давлении 1 мПа.

2.8. Определить давление идеального газа имеющего концентрацию молекул 10^{19} м$^{-3}$, если температура газа 3 К.

2.9. В баллоне находилось 10 кг азота при давлении 100 атм. Какое количество азота взяли из баллона, если окончательное давление стало равно 25 атм? Температуру считать постоянной.

2.10. Определить число молекул воздуха в единице объема при нормальных условиях.

2.11. Сколько электронов заключается в 1 л кислорода при давлении 10 атм и температуре 200 ˚С?

2.12. Определить объем баллона, в котором находится кислород массой 4,3 кг под давлением 15,2 МПа при температуре 27 ˚С.

2.13. Определить внутреннюю энергию всех молекул идеального газа, имеющего объем 20 м^3, при давлении $5\cdot10^5$ Па.

2.14. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул воздуха при нормальных условиях. Концентрация молекул воздуха при нормальных условиях $2{,}7\cdot10^{25}$ м$^{-3}$.

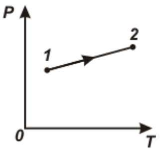
2.15. Найти суммарную кинетическую энергию теплового движения всех молекул кислорода, находящихся при давлении 2 атм в объеме величиной 5,5 л.

2.16. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекулы кислорода. Если кислород находится под давлением $3{,}01\cdot10^5$ Па и имеет плотность 2 кг/м^3.

2.17. При каком давлении внутренняя энергия всех молекул идеального газа в объеме 2 м^3 составляет 450 кДж?

2.18. В 1 $см^3$ газа содержится $1{,}45\cdot10^{12}$ молекул, средняя кинетическая энергия которых при поступательном движении равна $1{,}242\cdot10^{-20}$ Дж. Определить давление, оказываемое газом на стенки сосуда.

2.19. При нагревании газа получена зависимость давления от абсолютной температуры, см. рис. Определить, сжимался или расширялся газ во время нагревания.



2.20. При расширении гелия объемом 10^{-2} $м^3$, имеющего температуру 10^3 К, давление уменьшается от 1 МПа до 0,25 МПа. Считая процесс адиабатическим, вычислить объем и температуру газа после расширения.

2.21. Какое давление производят пары ртути в баллоне ртутной лампы объемом $3\cdot10^{-5}$ $м^3$ при 300 К, если в ней содержится 10^{18} молекул?

2.22. Газ сжат изотермически от объема 8 л до объема 6 л. Давление при этом возросло на $4\cdot10^3$ $Н/м^2$. Каким было первоначальное давление?

2.23. При изготовлении газонаполненных электроламп их наполняют инертным газом при температуре 150 ˚С. Под каким давлением должен находится наполняющий лампы газ, чтобы при температуре 300 ˚С, которая устанавливается в лампе при её горении, давление газа не превышало 10^5 Па?

2.24. Газ, занимающий при температуре 127 ˚С и давлении 10^5 Па объем 2 л, изотермически сжимают, затем изобарически охлаждают до температуры -73 ˚С, после чего изотермически изменяют объем до значения 1 л. Найти конечное давление.

2.25. Газ при давлении 8 атм и температуре 12 °С занимает объём 855 л. Каково будет давление, если эта же масса газа при температуре 47 °С займёт объём 800 л?

2.26. Узкую запаянную с одного конца трубку длиной 45 см погружают вертикально открытым концом на глубину 40 см в сосуд с ртутью. Какой будет высота столба ртути в трубке, если атмосферное давление равно $1{,}01\cdot10^5$ Па. Плотность ртути $13{,}6\cdot10^3$ $кг/м^3$.

2.27. Как велико атмосферное давление, если при длине ртутного столбика 12,5 см в тонкой трубке, запаянной с одного конца, длина отделенного от атмосферы ртутью столбика воздуха при расположении трубки открытым концом вниз -7 см, а при расположении открытым концом вверх – 5 см. Плотность ртути $13{,}6\cdot10^3$ $кг/м^3$.

2.28. Внутри закрытого с обеих сторон цилиндра свободно перемещается поршень. С обеих сторон поршня находится одинаковый газ, масса которого с одной стороны поршня от массы газа с другой отличается в 2 раза. Какую часть объема цилиндра будет занимать большая масса газа?

2.29. Открытая с обоих концов стеклянная трубка длиной 40 см вертикально наполовину погружена в воду. Если верхний конец трубки закрыть и поднять ее так, чтобы её нижний конец касался поверхности воды, то высота столбика воды в трубке окажется равной 16 см. Чему равно атмосферное давление во время опыта? Плотность воды 10^3 кг/м^3.

2.30. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра находится поршень, который может свободно двигаться в цилиндре. С одной стороны поршня находится 3 г водорода, с другой – 17 г азота. Какую часть объема цилиндра занимает водород?

2.31. Мерный стакан высотой 34 см содержащий воздух под нормальным давлением опускают открытым концом в воду так, что его дно находится на уровне поверхности воды. На какую высоту зайдет вода в стакан?

2.32. При адиабатном расширении гелия, взятого при 0 ºС, объем газа увеличился в 2 раза. Определить температуру газа после расширения.

2.33. Два сосуда, содержащие по одному киломолю различных газов, соединили трубкой. Первоначальное давление в сосудах 0,3 МПа и 0,7 МПа. Какое давление установится после соединения сосудов?

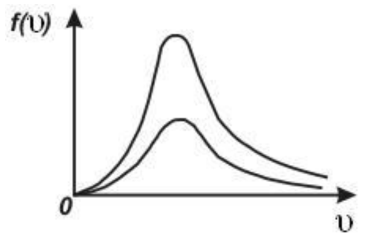
2.34. Определить плотность смеси из 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7 ºС и давлении 700 мм рт.ст.

2.35. Кислород массой 64 г смешан с 84 г азота. Определить молекулярную массу газовой смеси.

2.36. В сосуде объемом 10 л находится смесь кислорода и углекислого газа. Температура смеси 27 ºС, давление $3 \cdot 10^5$ Па, масса 40 г. Рассчитать массу каждого из газов смеси.

2.37. Плотность газа, состоящего из смеси гелия и аргона, при давлении 152 кН/м^2 и температуре 300 К равна 2,0 кг/м^3. Сколько атомов гелия содержится в 1 см^3 газовой смеси.

2.38. Все ординаты распределений Максвелла на одной кривой в два раза больше, чем соответствующие им ординаты на другой кривой, см. рис. Чем отличаются функции распределения молекул по скоростям, изображаемые этими кривыми?



2.39. Опыт Штерна, по определению скорости атомов серебра, проводился при температуре серебряной нити 1607 ºС. Цилиндр экспериментальной установки, радиусом 10 см, вращался с частотой 50 оборотов в секунду. Найти скорость атомов серебра, испаряющихся с нити, если след от них на вращающемся цилиндре смещен от следа на неподвижном на расстояние 4,8 мм. Сравнить результат расчета с значением средней квадратичной скорости, определяемой по распределению Максвелла.

2.40. Воспользовавшись распределением Максвелла, получите выражение для среднего числа dN молекул газа состоящего из N молекул, кинетические энергии которых заключены в интервале между E и $E+dE$.

2.41. Газ находится в равновесном состоянии. Какая часть молекул газа имеет скорости, отличающиеся от наиболее вероятной скорости не более чем на 1%?

2.42. Какая часть молекул кислорода при 0 °С обладает скоростями от 100 до 110 м/с?

2.43. Какая часть молекул азота при 150 °С обладает скоростями от 300 до 325 м/с?

2.44. Определить температуру водорода, для которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на 400 м/с.

2.45. При какой температуре скоростям молекул азота равным 300 м/с и 600 м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения Максвелла?

2.46. Определить температуру кислорода, при которой максимум кривой распределения молекул по скоростям соответствует скорости 420 м/с.

2.47. Какая часть молекул имеет величину скорости, находящуюся в интервале скоростей от $V_B/2$ до $2\,V_B$, где V_B – наиболее вероятная скорость молекул газа?

2.48. На какой высоте над уровнем моря плотность воздуха в два раза меньше его плотности на уровне моря, если ускорение свободного падения и температура воздуха, равная 0 ºС, не изменяются с высотой?

2.49. В поле земного тяготения находятся частицы пыли массой $8{,}5\cdot10^{-22}$ кг и объемом $5\cdot10^{-22}$ м^3. На какой высоте их концентрация уменьшится в 2 раза? Давление воздуха на поверхности земли 10^5 Па, температура 20 ºС.

2.50. Определить отношение давления воздуха на высоте 1 км к давлению на дне скважины глубиной 1 км. Воздух у поверхности Земли находится при нормальных условиях и его температура не зависит от высоты.

2.51. Сосуд емкостью 1 л содержит 1,5 г некоторого газа под давлением $2{,}53\cdot10^5$ Па. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

2.52. Определить среднюю квадратичную скорость молекул азота при нормальных условиях.

2.53. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул углекислого газа равна 400 м/с?

2.54. Найти среднюю квадратичную и среднюю арифметические скорости молекул азота при 27 ˚С.

2.55. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода равна такой же скорости молекул азота при температуре 100 ºС?

2.56. Сколько молекул содержится в 1 $см^3$ водорода, находящегося при давлении $1{,}013\cdot10^5$ Па и температуре 27 ˚С? Сколько соударений в секунду испытывает молекула, если её эффективный диаметр равен $2{,}3\cdot10^{-8}$ см?

2.57. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул азота равна 1 мм, если при нормальном давлении она составляет $6\cdot10^{-6}$ см?

2.58. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при температуре 20 ˚С и давлении $1{,}5\cdot10^5$ Па. Эффективный диаметр молекул воздуха принять равным $0{,}3\cdot10^{-9}$ м.

2.59. Подсчитать количество столкновений, которое испытывает за 1 с молекула аргона при температуре 290 К и давлении 0,1 мм рт. ст. Эффективный диаметр молекулы аргона равен $2{,}9\cdot10^{-10}$ м.

2.60. Баллон емкостью 10 л содержит водород массой 1 г. Определить среднюю длину свободного пробега молекулы.

2.61. Определить среднюю длину свободного пробега молекул гелия при нормальных условиях, если молекулы, двигаясь со средней скоростью 1380 м/с, испытывают $6{,}9\cdot10^9$ столкновений в секунду.

2.62. Найти среднюю продолжительность свободного пробега молекул кислорода при давлении 2 мм рт.ст. и температуре 27 ºС, если эффективный диаметр молекулы кислорода равен 0,29 нм.

2.63. Сколько столкновений происходит ежесекундно в 1 $см^3$ между молекулами кислорода, находящимися при нормальных условиях, если эффективный диаметр молекулы кислорода равен $3{,}1\cdot10^{-10}$ м?

2.64. Найти среднее число столкновений, испытываемых в течение 1 с молекулой кислорода при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $3{,}1\cdot10^{-10}$ м.

2.65. При температуре 0 ˚С и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна $9{,}5\cdot10^{-6}$ см. Чему будет равно число столкновений в 1 с молекул кислорода, если произвести разряжение в сосуде до 0,01 первоначального давления? Температура остается неизменной.

2.66. Найти число столкновений в 1 с молекул некоторого газа, если длина свободного пробега при этих условиях равна $5\cdot10^{-4}$ см и средняя квадратичная скорость 500 м/с.

2.67. Какое количество столкновений испытает за одну секунду молекула аргона, если давление газа $1{,}3\cdot10^{-3}$ Па, температура 290 К, а эффективный диаметр молекулы равен $2{,}9\cdot10^{-10}$ м?

2.68. Сколько столкновений между молекулами происходит за 1 с в 1 $см^3$ водорода, если плотность водорода $8{,}5\cdot10^{-2}$ $кг/м^3$ и температура 0 ˚С? Эффективный диаметр молекулы водорода $2{,}7\cdot10^{-10}$ м.

2.69. Найти диаметр молекулы кислорода, если коэффициент внутреннего трения при 0 °С равен $18{,}8\cdot10^{-5}$ Па·с.

2.70. Средняя длина свободного пробега атомов гелия при нормальных условиях 180 нм. Определить коэффициент диффузии гелия.

2.71. Рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул азота, коэффициент диффузии и вязкость при давлении 10^5 Па и температуре 17 ˚С. Эффективный диметр молекулы азота равен $3{,}7\cdot10^{-10}$ м.

2.72. Почему в горячей воде сахар растворяется быстрее, чем в холодной?

2.73. Из сырого дерева выточили два шара. Поверхность одного из них покрыли спиртовым лаком. Почему шар, поверхность которого не покрывали лаком, через некоторое время растрескался, а шар, покрытый лаком, остался целым?

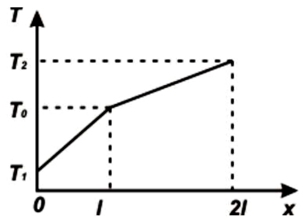
2.74. Найти вязкость азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии азота при этих условиях равен $1{,}42\cdot10^{-5}$ м^2/с.

2.75. Коэффициент диффузии кислорода при 0 ˚С равен 0,19 см^2/с. Определить длину свободного пробега молекулы кислорода.

2.76. Найти количество азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку 10 см^2 за 5 с, если градиент плотности азота в направлении, перпендикулярном площадке, $1{,}26\cdot10^{-3}$ г/см^2. Коэффициент диффузии 1,24 см^2/с.

2.77. Определить количество газа, продиффундировавшего за 12 часов через 10 см^2 почвы, если коэффициент диффузии равен 0,05 см^2/с, градиент плотности $4\cdot10^{-5}$ г/см^4.

2.78. Стена дома состоит из двух слоев с разной теплопроводностью. Изменение температуры по толщине стены показано на рисунке. Здесь T_1 и T_2 – температуры наружной и внутренней поверхностей стены. Какой слой стены, наружный или внутренний, обладает большей теплопроводностью?



2.79. Какое количество теплоты пройдет за 5 мин через заполненную водородом трубу длиной 1 м и площадью поперечного сечения 10^{-2} м^2, если разность температур на концах трубы составляет 10 К, а изменение температуры линейно по длине.

2.80. Наружная поверхность кирпичной стены толщиной 37 см имеет температуру - 15 ˚С, а внутренняя 20 ˚С. Определить количество теплоты, проходящей за сутки сквозь 1 м^2 стены. Коэффициент теплопроводности кирпича равен $69{,}7\cdot10^{-2}$ Дж/(м·с·К).

2.81. Определить, при каком градиенте плотности углекислого газа через каждый метр поверхности почвы продиффундирует в атмосферу в течение 1 ч масса газа равная 720 мг, если коэффициент диффузии равен 0,04 см^2/с.

2.82. Наружная поверхность стены имеет температуру -20 ˚С, внутренняя – температуру 20 ˚С. Толщина стены 40 см. Найти коэффициент теплопроводности материала стенки, если через каждый 1 м^2 ее поверхности за один час проходит $46 \cdot 10^4$ Дж тепла.

2.83. Коэффициент диффузии и вязкость водорода равны соответственно $1{,}4 \cdot 10^{-4}$ м^2/с и $8{,}4 \cdot 10^{-6}$ Па·с. Определить число молекул водорода в единице объема.

2.84. Эффективный диаметр молекулы аргона равен $2{,}7 \cdot 10^{-8}$ см. Определить вязкость для аргона при температуре 50˚С.

2.85. Теплопроводность гелия при 0 ºС и давлении $1{,}013 \cdot 10^5$ Па равна 0,143 Вт/(м·К). Определить коэффициент диффузии и вязкость гелия при этих условиях.

2.86. Коэффициент диффузии кислорода при 0 ºС и давлении $1{,}013 \cdot 10^5$ Па равен $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ м^2/с. Определить среднюю длину свободного пробега молекул кислорода при тех же условиях.

2.87. Вязкость углекислого газа при нормальных условиях равна $1{,}4 \cdot 10^{-2}$ кг/м·с. Вычислить длину свободного пробега молекул углекислого газа и коэффициент диффузии при нормальных условиях.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Термодинамика – изучает тепловые явления в газах, жидкостях, твердых телах на основе превращения тепловой формы движения материи в другие виды энергии.

Первый закон термодинамики или закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамической системе определяется выражением

$$Q = \Delta U + A\,,$$

то есть количество теплоты Q, сообщенной термодинамической системе, идет на изменение ее внутренней энергии ΔU и работу A, совершаемую системой против внешних сил.

Если термодинамическая система – идеальный газ, то:

при *изохорическом процессе* $V = 0$, $\Delta V = 0$, внешняя работа при этом $A = p\Delta V = 0$, следовательно

$$Q = \Delta U\,,$$

то есть количество теплоты, сообщенное системе, полностью идет на изменение ее внутренней энергии. С учетом формул для внутренней энергии и молярной теплоемкости получим

$$Q = \frac{m}{M} c_V \,\Delta V\ ;$$

при *изобарическом процессе* $p = const$ работа

$$A = p\Delta V = \frac{m}{M} R\,\Delta T\ ,$$

поэтому

$$Q = \frac{m}{M} c_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T$$

или, с учётом $c_p - c_V = R$,

$$Q = \frac{m}{M} c_p \Delta T ;$$

при *изотермическом процессе* $T = const$, $\Delta T = 0$, $\Delta U = 0$,

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} ,$$

следовательно

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} ,$$

то есть теплота, сообщенная газу, полностью идет на совершение газом работы против внешних сил;

при *адиабатическом процессе* $\Delta Q = 0$, $A = -\Delta U$, то есть работа совершается газом за счет изменения внутренней энергии:

$$A = -\frac{m}{M} c_V \Delta T = \frac{m}{M} c_V (T_1 - T_2)$$

или

$$A = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] ,$$

где T_1, T_2 и V_1 , V_2 - начальные и конечные температура и объем газа, соответственно.

При адиабатическом процессе давление, объем и температура газа связаны соотношениями

$pV^{\gamma} = const$, $TV^{\gamma - 1} = const$ - *уравнения Пуассона*.

Здесь γ - *показатель адиабаты*, определяемый отношением теплоемкости газа при постоянном давлении к его теплоемкости при постоянном объеме, определяется формулой

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i + 2}{i} ,$$

где i - число степеней свободы движения молекулы.

Молярная теплоемкость газа:

при постоянном объеме $c_V = \frac{i}{2} R$;

при постоянном давлении $c_p = c_V + R = \frac{i+2}{2} R$.

Связь между молярной c и удельной C теплоемкостями имеет вид:

$$C = \frac{c}{M} \ ,$$

где M - молярная масса газа.

Коэффициент полезного действия тепловой машины, совершающей циклический процесс, определяется отношением полезной работы A, совершенной за цикл, к количеству теплоты Q, полученной от нагревателя за то же время:

$$\eta = \frac{A}{Q} \ .$$

Термический коэффициент полезного действия тепловой машины, работающей по циклу Карно, определяется выражением

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \ ,$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2 определяется формулой

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T} \ ,$$

где символы 1 и 2 показывают пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.[1,2]

Примеры решения задач

Задача. Углекислый газ (CO_2), начальная температура которого 360 K, адиабатически сжимается так, что его объем уменьшается в 2 раза. Определить изменение внутренней энергии газа и совершённую при этом работу, если масса газа равна 20 г.

Дано: $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $T_1 = 360$ K; $V_1/V_2 = 2$; $m = 20$ г $= 2 \cdot 10^{-2}$ кг; $i = 6$; R = 8,31 Дж/(моль·K).
Найти: ΔU ; A .

Решение: Адиабатический процесс происходит без теплообмена с окружающей средой, то есть $\Delta Q = 0$. Тогда согласно первому закону термодинамики изменение внутренней энергии происходит за счёт работы внешних сил

$$\Delta U = -A,$$

на что указывает знак минус. Таким образом

$$|A| = |\Delta U| .$$

Изменение внутренней энергии зависит только от изменения температуры:

$$\Delta U = \frac{m}{M} c_V \left(T_2 - T_1 \right),$$

где m - масса газа; M - молярная масс газа; T_1 и T_2 - начальная и конечная температуры газа.

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме через число степеней свободы i определяется выражением

$$c_V = \frac{i}{2} R,$$

где R – молярная газовая постоянная. Так как молекулы углекислого газа – трёхатомные, то для него i = 6 и молярная теплоёмкость этого газа при постоянном объёме равна:

$$c_V = \frac{6}{2} R = 3R.$$

Из уравнения Пуассона

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

определяем температуру газа после сжатия:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Отношение теплоёмкостей $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V}$ находим, зная число степеней свободы: $\gamma = \dfrac{i+2}{i} = \dfrac{4}{3}$. Тогда

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

Следовательно, изменение внутренней энергии газа выразится формулой:

$$\Delta U = \frac{m}{M} 3RT_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right].$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$\Delta U = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{44 \cdot 10^{-3}} \cdot 3 \cdot 8{,}31 \cdot 360 \left(2^{\frac{1}{3}} - 1 \right) \text{Дж} = 1060 \text{ Дж}.$$

Задача. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, имеет мощность 6,5 кВт. Температура нагревателя 127 °С, температура холодильника -3 °С. Вычислить: КПД тепловой машины; количество теплоты, получаемого машиной в 1 с от нагревателя; количество теплоты, отдаваемого в 1 с холодильнику.

Дано: T_1 = 127 °С = 400 К; T_2 = -3 °С = 270 К; N = 6,5 кВт = $6{,}5\cdot 10^3$ Вт.
Найти: η ; Q_1/t ; Q_2/t .

Решение. КПД тепловой машины определяется выражением

$$\eta = \frac{A}{Q_1} ,$$

где $A = Q_1 - Q_2$ - работа, совершенная тепловой машиной за время t , а Q_1 и Q_2 - количество теплоты, полученное от нагревателя и отданное холодильнику за это время.

Мощность тепловой машины определяется работой, совершаемой за 1 с, то есть

$$N = \frac{A}{t} ,$$

откуда

$$Q_1 - Q_2 = Nt .$$

Учитывая приведенные соотношения, получим:

$$\eta = \frac{N}{Q_1/t} .$$

КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, определяется через температуры нагревателя T_1 и холодильника T_2:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} .$$

Тогда

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{N}{Q_1/t}$$

и найдем

$$\frac{Q_1}{t} = \frac{N T_1}{T_1 - T_2} .$$

Так как $Q_1 - Q_2 = Nt$, то

$$\frac{Q_2}{t} = \frac{Q_1}{t} - N .$$

Подставим числовые значения в полученные расчетные формулы и выполним вычисления:

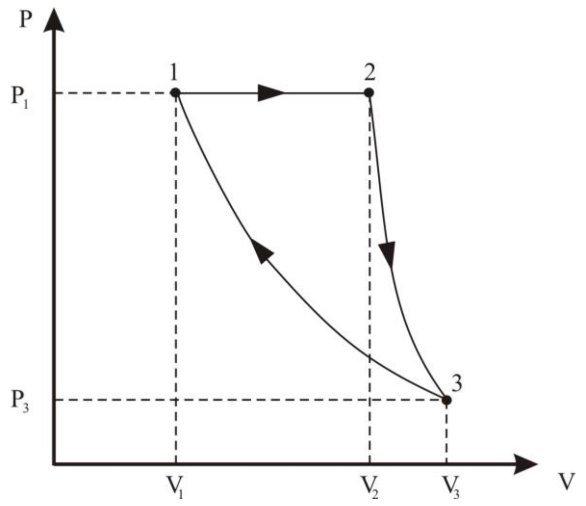
$$\eta = \frac{400 - 270}{400} = 0{,}325 = 32{,}5\%;$$

$$\frac{Q_1}{t} = \frac{6{,}5\cdot 10^3\cdot 400}{400 - 270}\ \text{Вт} = 20\ \text{кВт};\quad \frac{Q_2}{t} = (20 - 6{,}5)\ \text{кВт} = 13{,}5\ \text{кВт}.$$

Задача. Азот массой 50 г, находящийся при температуре 280 К, расширяется изобарически, а затем адиабатически так, что его давление уменьшается в 4 раза. После этого газ, сжимаясь изотермически, возвращается в первоначальное состояние. Определить работу, совершённую в этом циклическом процессе, и КПД цикла.

Дано: m = 50 г = 0,05 кг; T = 280 К; $p_1/p_3 = 4$; $M = 28\cdot 10^{-3}$ кг/моль; $i = 5$; γ = 1,4; R = 8,31 Дж/(моль·К).
Найти: A; η.

Решение: Изобразим p,V-диаграмму циклического процесса. На диаграмме переход 1-2 соответствует изобарическому процессу в газе, переход 2-3 - адиабатическому процессу, переход 3-1 - изотермическому процессу. Каждое из трёх состояний газа характеризуется давлением, объёмом и температурой: 1-е - p_1, V_1, T_1; 2-е - p_1, V_2, T_2; 3-е - p_3, V_3, T_1.



Работа, совершённая за цикл, равна сумме работ на каждом из участков циклического процесса:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31}.$$

При изобарическом и адиабатическом расширениях совершаются работы

$$A_{12} = p_1\left(V_2 - V_1\right)$$

и

$$A_{23} = \frac{m}{M}\frac{RT_2}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma - 1}\right],$$

а при изотермическом сжатии работа

$$A_{31} = \frac{m}{M} RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3}.$$

Здесь m и M - масса и молярная масса газа, R - молярная газовая постоянная, γ - показатель адиабаты, определяемый через число степеней свободы i выражением $\gamma = \dfrac{i+2}{i}$. Так как азот – двухатомный газа, то $i = 5$ и $\gamma = \dfrac{5+2}{5} = 1{,}4$.

Выразим, входящие в записанные выражения, параметры V_1, V_2, V_3, T_2 через заданные в условии параметры p_1, p_3, T_1. Для этого запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для 1-го и 3-го состояний газа

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1 \quad \text{и} \quad p_3 V_3 = \frac{m}{M} R T_1 ,$$

из которых определим объёмы

$$V_1 = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{p_1}, \quad V_3 = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{p_3}$$

и отношение этих объемов

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{p_3}{p_1}.$$

Соотношение между 2-м и 3-м состояниями газа в адиабатическом процессе установим с помощью уравнений Пуассона

$$p_1 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} \quad \text{и} \quad T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_3^{\gamma-1},$$

из которых определим

$$V_2 = V_3 \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{и} \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1}.$$

Воспользовавшись выше записанными выражениями для объемов газа V_2 и V_3, получим

$$V_2 = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{p_3}\left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad T_2 = T_1\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Учтя все записанные соотношения, запишем выражения для работ в виде

$$A_{12} = \frac{m}{M} R T_1 \left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right],$$

$$A_{23} = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right],$$

$$A_{31} = \frac{m}{M} R T_1 \ln\frac{p_3}{p_1}$$

и для работы цикла

$$A=\frac{m}{M}RT_1\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]+\frac{m}{M}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]-\frac{m}{M}RT_1\ln\frac{p_1}{p_3},$$

из которого, после математических преобразований, получим:

$$A=\frac{m}{M}RT_1\left\{\frac{\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]-\ln\frac{p_1}{p_3}\right\}.$$

Во время циклического процесса тепло Q_{12} газу сообщается только во время изобарического процесса, которое через изменение температуры газа (T_2-T_1) в этом процессе и молярную теплоемкость газа при постоянном давлении $c_p=\frac{i+2}{2}R$, определится выражением

$$Q_{12}=\frac{m}{M}c_P(T_2-T_1)=\frac{m}{M}\frac{i+2}{2}RT_1\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right].$$

Тогда КПД цикла $\eta=\frac{A}{Q_{12}}$ определяется выражением

$$\eta=\frac{\frac{\gamma}{\gamma-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]-\ln\frac{p_1}{p_3}}{\frac{i+2}{2}\left[\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right]}.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

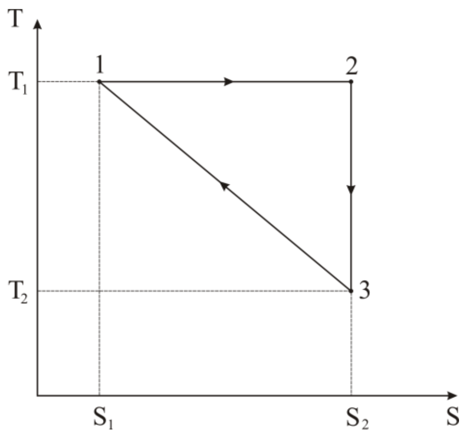
$$A=\frac{0{,}05}{28\cdot10^{-3}}\cdot8{,}31\cdot280\left[\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\left(4^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}-1\right)-\ln4\right]\text{Дж}=1{,}32\ \text{кДж};$$

$$\eta=\frac{\frac{1{,}4}{1{,}4-1}\left(4^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}-1\right)-\ln4}{\frac{5+2}{2}\left(4^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}-1\right)}=0{,}19.$$

Задача. Рабочее тело тепловой машины совершает цикл, изображенный на *T*,*S*-диаграмме, см. рисунок. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 300 К. Определить КПД цикла.

Дано: T_1 = 400 К; T_2 = 300 К.
Найти: η .

Решение: Нагревание рабочего тела в рассматриваемом цикле происходит при его переходе из состояния 1 в состояние 2 (процесс 1-2), так как при неизменной температуре T_1 энтропия рабочего тела увеличивается $S_1 < S_2$, что указывает на сообщение тепла $Q_{12} > 0$.



В процессе 2-3 энтропия постоянна и $\Delta S_{23} = 0$. Следовательно, рабочее тело совершает адиабатический процесс, при котором $Q_{23} = 0$.

Так как изменение энтропии рабочего тела за цикл равно нулю, то есть

$$\Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{31} = 0 ,$$

то $\Delta S_{31} = -\Delta S_{12}$. Таким образом, энтропия рабочего тела в процессе 3-1 уменьшается и рабочее тело отдает тепло холодильнику, то есть $Q_{32} < 0$.

КПД цикла – это отношение разности тепла, полученного рабочим телом от нагревателя и отданного им холодильнику, к теплу, полученному им от нагревателя:

$$\eta = \frac{Q_{12} - Q_{31}}{Q_{12}} .$$

Из *T*,*S*-диаграммы цикла видно, что в переходе рабочего тела из состояния 3 в состояние 1 наблюдается линейная зависимость между температурой *T* и энтропией *S*, то есть

$$T = -\kappa S ,$$

где κ - коэффициент пропорциональности.

Элементарное изменение энтропии *dS* при сообщении тепла *dQ* при температуре *T* определяется выражением

$$dS = \frac{dQ}{T} ,$$

что даёт возможность рассчитать количество тепла Q_{31}, отданное рабочим телом холодильнику:

$$Q_{31} = \int_{S_2}^{S_1} T\, dS = -\kappa \int_{S_2}^{S_1} S\, dS = -\frac{\kappa\left(S_1^2 - S_2^2\right)}{2} .$$

Так как $T_1 = -\kappa S_1$, $T_2 = -\kappa S_2$, то $S_1 = -\frac{T_1}{\kappa}$, $S_2 = -\frac{T_2}{\kappa}$ и

$$Q_{31} = \frac{T_1^2 - T_2^2}{2\kappa}.$$

Полученное рабочим телом при переходе из состояния 1 в состояние 2 тепло

$$Q_{12} = T_1 \int\limits_{S_1}^{S_2} dS = T_1 \left(S_2 - S_1 \right)$$

или

$$Q_{12} = T_1 \left[-\frac{T_2}{\kappa} - \left(-\frac{T_1}{\kappa} \right) \right] = \frac{T_1}{\kappa} \left(T_1 - T_2 \right).$$

Подставим записанные выражения для полученного и отданного рабочим телом тепла в формулу для КПД

$$\eta = \frac{\frac{T_1}{\kappa}\left(T_1 - T_2\right) - \frac{T_1^2 - T_2^2}{2\kappa}}{\frac{T_1}{\kappa}\left(T_1 - T_2\right)}$$

и после математических преобразований придем к выражению:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{2T_1}.$$

Выполним вычисления:

$$\eta = \frac{400 - 300}{2 \cdot 400} = 0{,}25.$$

Задача. Найти изменение энтропии при нагревании 500 г воды, имеющей температуру 20 °С с последующим её превращением в пар, если процесс происходит при нормальном атмосферном давлении.

Дано: m = 500 г = 0,5 кг; T_1 = 20 °С = 293 К; T_2 = 100 °С = 373 К; c = 4,18·10^3 Дж/(кг·К); q = 2,25·10^6 Дж/кг.
Найти: ΔS.

Решение. Изменение энтропии ΔS равно сумме изменений энтропии, происходящих на отдельных этапах процесса парообразования, то есть

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2.$$

На первом этапе происходит нагревание воды от начальной температуры T_1 до температуры кипения воды T_2 и

$$\Delta S_1 = \int\limits_1^2 \frac{dQ_1}{T}.$$

Так как $dQ_1 = cmdT$, где m и c – масса и удельная теплоемкость воды соответственно, то

$$\Delta S_1 = cm\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = cm\ln\frac{T_2}{T_1}.$$

На втором этапе при температуре кипения T_2 происходит превращение воды в пар. Для парообразования воде необходимо передать количество теплоты

$$Q_2 = q\,m,$$

где q - удельная теплота парообразования. Изменение энтропии

$$\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{q\,m}{T_2}.$$

Общее изменение энтропии системы

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = m\left(c\ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{q}{T_2}\right).$$

Выполним вычисления:

$$\Delta S = 0{,}5\left(4{,}8\cdot 10^3\cdot\ln\frac{373}{293} + \frac{2{,}25\cdot 10^6}{373}\right)\text{Дж/К} = 3{,}59\cdot 10^3\ \text{Дж/К}.$$

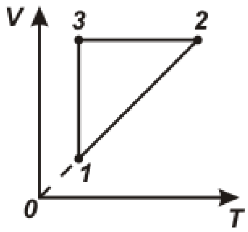
ЗАДАЧИ

2.88. Объясните, почему изотермическое расширение газа возможно только при подведении к нему некоторого количества тепла.

2.89. Газ, заключенный в цилиндр, расширяясь, совершил работу. Изменилась ли внутренняя энергия газа, если не было теплообмена с окружающей средой?

2.90. Какое повышение температуры идеального газа на одинаковую величину в двух процессах, изобарическом или изохорическом, требует большего количества теплоты?

2.91. Некоторое количество идеального газа совершает циклический процесс, изображенный на V,T-диаграмме, см. рис. Изобразите этот процесс на p,V-диаграмме и определите, на каких стадиях процесса газ получает тепло и на каких отдает.



2.92. Станет ли КПД тепловых машин равным 100%, если трение в частях машины свести к нулю?

2.93. Определить удельные теплоемкости c_v и c_p газообразной окиси углерода (CO). Молекулы считать жёсткими.

2.94. Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны 649 Дж/(кг·К) и 912 Дж/(кг·К).

Определить молекулярную массу газа и число степеней свободы его молекул.

2.95. Найти полную кинетическую энергию, а также кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы аммиака NH_3 при температуре 27 °С.

2.96. Определить молекулярную массу газа, если его удельная теплоёмкость при постоянном объёме 650 Дж/(кг·К), а удельная теплоёмкость при постоянном давлении 910 Дж/(кг·К). Чему равны молярные теплоёмкости этого газа при постоянном объёме и постоянном давлении?

2.97. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул, содержащихся в 1 г азота, и энергию вращательного движения молекул при температуре 300 К.

2.98. В сосуде содержится 0,05 кг водяных паров при температуре 400 К. Каковы полная кинетическая энергия молекул пара и кинетическая энергия вращательного движения молекул?

2.99. Из одного и того же состояния газ расширяется в одном случае изотермически, в другом – адиабатически до одного и того же конечного объема. В каком из этих процессов окончательное давление больше, и в каком процессе совершена большая работа?

2.100. При изотермическом расширении идеального газа совершена работа 20 Дж. Какое количество теплоты сообщено газу?

2.101. Температура воды массой 1 кг повышается на 1°С. Вычислить увеличение внутренней энергии, приходящейся на одну молекулу. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·К).

2.102. Определить начальную температуру 0,56 кг азота, если при изобарном нагревании до 370 К совершена работа 16,62 кДж на увеличение его объема.

2.103. Определить изменение внутренней энергии 10 кг аммиака при охлаждении от 358 до 273 К.

2.104. При температуре 280 К и давлении $4 \cdot 10^5$ Па газ занимает объем 0,1 м^3. Какая работа совершена над газом по увеличению его объема, если он нагрет до 420 К при постоянном давлении.

2.105. При изобарном нагревании некоторой массы кислорода на 200 К совершена работа 25 кДж по увеличению его объема. Определить массу кислорода.

2.106. Для трехатомного газа, имеющего удельную теплоёмкость при постоянном давлении равной 725 Дж/(кг·К), определить: молярную массу этого газа; отношение молярных теплоёмкостей при постоянном объеме и при постоянном давлении.

2.107. Моль идеального газа охлаждается изохорически, а затем изобарически приводится в состояние с температурой 300 К, равной первоначальной температуре газа. Для совершения указанных процессов газу было передано 1,5 кДж тепла. Во сколько раз конечное давление газа отличается от первоначального?

2.108. При адиабатном расширении двухатомного газа объем его увеличился в три раза. Определить работу расширения, если в начале газ имел объем $0{,}5$ м^3 и давление $2\cdot 10^6$ Н/м^2.

2.109. При изобарном расширении идеального двухатомного газа произведена работа в 10 Дж. Какое количество тепла было подведено к газу?

2.110. При адиабатическом расширении 1 кг азота совершил работу величиной 300 Дж. На сколько изменилась его внутренняя энергия и температура?

2.111. Объем 176 г углекислого газа при температуре 27˚С вследствие адиабатического сжатия уменьшился в 10 раз. Вычислить работу сжатия.

2.112. При изобарическом сжатии азота была совершена работа, равная 12 кДж. Определить количество теплоты и изменение внутренней энергии газа.

2.113. Насколько увеличится внутренняя энергия 100 г водорода при нагревании от 5 до 45 ˚С, если процесс нагревания происходит при постоянном давлении, и сколько тепла расходуется при этом на работу расширения газа?

2.114. При изобарическом нагревании аргон совершил работы 8 Дж. Какое количество теплоты было сообщено газу?

2.115. Кислород занимает объем 0,5 м^3 и находится под давлением 0,3 МПа. Газ нагревают сначала при постоянном давлении до объема 2 м^3, а затем при постоянном объеме до давления 0,5 МПа. Найти изменение внутренней энергии газа, количество теплоты, переданное газу и совершенную им работу.

2.116. Гелий занимает объем 2 м^3 при давлении 0,1 МПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления 0,3 МПа. Определить изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество полученной теплоты.

2.117. Углекислый газ массой 10 г нагрет от 20 до 30 ˚С при постоянном давлении. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

2.118. Азот массой 10 г расширяется изотермически при температуре -20 ˚С, изменяя давления от 202 до 101 кПа. Определить работу расширения, изменение внутренней энергии азота и количество сообщенной ему теплоты.

2.119. Азот массой 200 г нагревают на 100 К сначала изобарически, а затем изохорически. Какое количество теплоты потребуется для этого в том и другом случаях?

2.120. Сколько процентов из количества теплоты, подводимого к газу при изобарическом процессе, идет на увеличение внутренней энергии и сколько процентов на работу расширения? Рассмотреть случаи для газа: 1) одноатомного; 2) двухатомного; 3) многоатомного.

2.121. Некоторое количество идеального газа с трехатомными молекулами перешло адиабатически из состояния с температурой 280 К в состояние, характеризуемое температурой 320 К, давлением 2·105 Па, объёмом 50 л. Какую работу совершает при этом газ?

2.122. До какого значения поднимается температура 10 л идеального газа, взятого при 27 °С и давлении в одну атмосферу, при адиабатическом сжатии его до 1/10 доли первоначального объема? Чему будет равна совершенная работа, если показатель адиабаты газа равен 1,4?

2.123. В сосуде находится 20 г азота и 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии смеси газов при ее охлаждении на 28 К.

2.124. При расширении одноатомного газа от 0,2 до 0,5 м^3 его давление возросло от 404 до 808 кПа. Найти работу газа, количество подведенной к газу теплоты и изменение его внутренней энергии.

2.125. 200 г азота нагревается при постоянном давлении от 20 ˚С до 100 ˚С. Какое количество теплоты поглощается при этом? Каков прирост внутренней энергии газа? Какую внешнюю работы производит давление газа?

2.126. 1 кмоль газа изобарически нагревается от 20 ˚С до 600 ˚С, при этом газ поглощает $1{,}20 \cdot 10^7$ Дж тепла. Найти: число степеней свободы молекул газа; приращение внутренней энергии газа; работу газа.

2.127. Некоторая масса азота при давлении 10^5 Па занимала объем 5 л, а при давлении $3 \cdot 10^5$ Па – объем 2 л. Переход из начального состояния в конечное был выполнен в два этапа – сначала по изохоре, затем по изобаре. Определить: изменение внутренней энергии азота; количество теплоты, сообщенное азоту; работу, совершенную азотом.

2.128. Кислород массой 2 кг занимает объем 1 м^3 и находится под давлением $2{,}02 \cdot 10^5$ Па. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления $5{,}0 \cdot 10^5$ Па. Найти изменение внутренней энергии, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу. Построить график процесса.

2.129. Моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, состоящий из трех процессов – адиабатического расширения, изотермического сжатия и изохорического нагревания. Какая работа была совершена газом при адиабатическом увеличении объема, если при изохорическом нагревании газу было сообщено 10 кДж теплоты.

2.130. Цикл состоит из двух изотерм для температур 600 К и 300 К и двух изобар для давлений, отличающихся друг от друга в 4 раза. Определить КПД цикла, если рабочим веществом служит двухатомный идеальный газ.

2.131. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $73{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Температура нагревателя 100 ˚С, температура холодильника 0 ˚С. Найти: КПД тепловой машины;

количество теплоты, полученное машиной за один цикл от нагревателя; количество теплоты, отданное за один цикл холодильнику.

2.132. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя равна 197 ˚С, температура холодильника 9 ˚С. При изотермическом расширении газ совершает работу 100 Дж. Определить количество теплоты, которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

2.133. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 500 К. Определить КПД цикла и температуру холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

2.134. Нагреватель тепловой машины, работающей по циклу Карно, имеет температуру 197 ˚С. Определить температуру холодильника, если 3/4 теплоты, полученной от нагревателя, газ отдает холодильнику.

2.135. При совершении цикла Карно газ получил от нагревателя 19,77 кДж энергии и совершил 5,59 кДж работы. Во сколько раз температура нагревателя выше температуры холодильника?

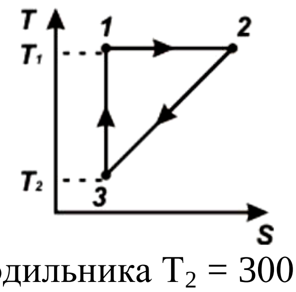
2.136. Газ совершает цикл Карно. Термодинамическая температура нагревателя в два раза выше термодинамической температуры холодильника. Определить КПД цикла.

2.137. Идеальная тепловая машина получает от нагревателя, температура которого 500 К, за один цикл 3360 Дж теплоты. Найти количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику, температура которого 400 К. Найти работу машины за один цикл.

2.138. В идеальной тепловой машине количество теплоты, полученное от нагревателя равно 6,3 кДж. 80% этой теплоты передается холодильнику. Найти КПД машины и работу за один цикл.

2.139. Цикл, совершаемый одноатомным идеальным газом, состоит из двух изохор и двух изобар. Определить КПД цикла, если известно, что наибольшее давление в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего в данном процессе.

2.140. Рабочее тело тепловой машины совершает циклический процесс, T,S-диаграмма которого приведена на рисунке. Температура нагревателя

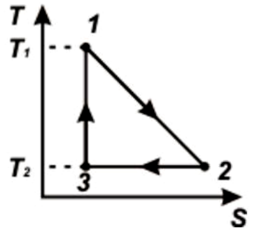


T_1 = 600 К, температура холодильника T_2 = 300 К. Определить КПД цикла.

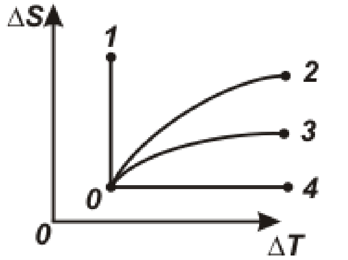
2.141. При давлении 10^5 Па 0,2 моля двухатомного газа занимают объем 10 л. Газ изобарически сжимается до объема 4 л, затем сжимается адиабатически, после чего газ изотермически расширяется до начального давления и объема. Определить совершенную за один цикл работу и КПД цикла.

2.142. Замкнутый цикл, совершаемый 0,3 кг азота, состоит из двух изохор с объемами 0,3 м^3 и 0,6 м^3 и двух изобар с давлениями 120 кПа и 66 кПа. Определить: количество теплоты, полученное от нагревателя за цикл; работу, совершенную газом за цикл; КПД цикла.

2.143. Газ совершает циклический процесс, T,S-диаграмма которого приведена на рисунке. Температура T_1 = 700 К, T_2 = 300 К. Определить КПД цикла.



2.144. Из начального состояния 0 газ переходит в состояния 1, 2, 3, 4 по различным изопроцессам, см. рисунок. Какой график зависимости изменения энтропии ΔS от изменения температуры ΔT какому изопроцессу соответствует?



2.145. Камень массой 10 кг упал с высоты 20 м на землю. Температура камня и окружающей среды 20 °С. Определить изменение энтропии системы камень-земля.

2.146. Один киломоль азота при 400 К и два киломоля кислорода при температуре 300 К смешивают при постоянном давлении, равном 10^5 Па. Определить изменение энтропии в этом процессе.

2.147. Найти приращение энтропии при расширении 2 г водорода от объема 1,5 л до 4,5 л, если процесс расширения происходит: при постоянном давлении; при постоянной температуре.

2.148. Определить изменение энтропии при нагревании 100 г воды от 0 °С до 100 °С и последующем превращении воды в пар той же температуры. Удельная теплоемкость воды 4,19·10^3 Дж/(К·кг), удельная теплота парообразования 2,25·10^6 Дж/кг.

2.149. Найти изменение энтропии при изобарическом нагревании одного киломоля азота от 0 до 120 °С.

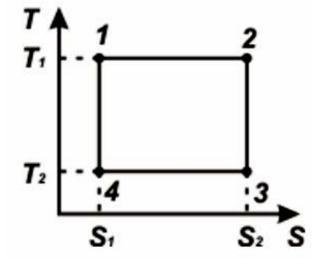
2.150. Найти изменение энтропии при изохорическом охлаждении двух киломолей кислорода от 500 до 250 К.

2.151. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении одного киломоля углекислого газа от объема 10 до 30 м^3.

2.152. При изотермическом расширении одного киломоля газа его давление уменьшается в 2 раза. Определить изменение энтропии.

2.153. Объем одного киломоля газа изобарически увеличивается в 4 раза, а затем его давление изохорически уменьшается в 4 раза. Определить изменение энтропии газа в результате осуществленных термодинамических процессов.

2.154. Для цикла изображенного на рисунке определить теплоту получаемую рабочим телом от нагревателя и отдаваемую им холодильнику, КПД цикла, если T_1 = 600 К, T_2 = 300 К, S_1 = 50 Дж/К, S_2 = 100 Дж/к.



2.155. При низких температурах теплопроводность С кристаллов с изменением температуры Т изменяется согласно уравнения $C = \alpha\, T^3$, где $\alpha = \mathrm{const}$. Найти энтропию кристалла как функцию температуры.

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ И ЖИДКОСТИ

При небольших давлениях и высоких температурах поведение газов хорошо описывается моделью идеального газа. При отклонении состояния газа от указанных условий необходимо пользоваться моделью реального газа.

Уравнение состояния реального газа, учитывающее собственные размеры молекул газа и силы взаимодействия между ними – *уравнение Ван-дер-Ваальса* - имеет вид

$$\left(p + \nu^2 \frac{a}{V^2}\right)(V - \nu b) = \nu RT ,$$

где a и b – поправки Ван-дер-Ваальса; V - объем занимаемый газом; ν - число молей газа.

Связь критических параметров газа – объема $V_к$, давления $p_к$ и температуры $T_к$ - с постоянными Ван-дер-Ваальса определяется следующими соотношениями:

$$V_к = 3b; \ p_к = \frac{a}{27b^2}; \ T_к = \frac{8a}{27Rb} .$$

Внутренняя энергия реального газа, учитывающая потенциальную энергию взаимодействия молекул газа, имеет вид

$$U = \nu\left(c_V T - \nu\frac{a}{V}\right),$$

где c_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Свободная энергия поверхности жидкости при равновесии должна быть минимальна, следовательно, поверхность жидкости стремиться сократиться.

Силы межмолекулярного взаимодействия в жидкости, стремящиеся сократить её поверхность, называются *силами поверхностного натяжения*.

Поверхностное натяжение равно силе F, действующей на единицу длины периметра смачивания длиной l

$$\alpha = \frac{F}{l},$$

или изменению свободной энергии ΔE поверхностной пленки жидкости, на единицу поверхности этой пленки площадью ΔS

$$\alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S}.$$

Давление p, создаваемое под изогнутой поверхностью жидкости в результате действия сил поверхностного натяжения, определяется *формулой Лапласа*

$$p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости.

В случае сферической поверхности жидкости радиуса R давление под этой поверхностью равно

$$p = \frac{2\alpha}{R}.$$

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho g R},$$

где ρ - плотность жидкости; g - ускорение свободного падения; R - радиус капилляра; θ - краевой угол.

При полном смачивании поверхности жидкостью краевой угол равен нулю, при полном несмачивании поверхности жидкостью краевой угол равен π .[1,2]

Примеры решения задач

Задача. Найти постоянные Ван-дер-Ваальса для углекислого газа, если для него критические температура и давление равны соответственно 300 К и 73 атм.

Дано: $T_K = 300$ К; $p_K = 73$ атм $= 73{,}73 \cdot 10^5$ Па; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).
Найти: a, b.

Решение. Связь постоянных Ван-дер-Ваальса a и b с критическими параметрами - объемом V_K, давлением p_K, температурой T_K - определяется соотношениями:

$$V_K = 3b\ , \quad p_K = \frac{a}{27b^2}\ , \quad T_K = \frac{8a}{27Rb}\ .$$

Решая совместно приведенные соотношения, получим

$$a = \frac{27T_K^2 R^2}{64\, p_K}\ , \quad b = \frac{T_K R}{8\, p_K}\ .$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$a = \frac{27 \cdot 300^2 \cdot 8{,}31^2}{64 \cdot 73{,}73 \cdot 10^5} \text{ м}^4\cdot\text{Н/моль}^2 = 3{,}6 \cdot 10^4 \text{ м}^4\cdot\text{Н/моль}^2;$$

$$b = \frac{300 \cdot 8{,}31}{8 \cdot 73{,}73 \cdot 10^5} \text{ м}^3\text{/моль} = 4{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3\text{/моль.}$$

Задача. Углекислый газ массой 2,2 кг находится при температуре 290 К в сосуде вместимостью 30 л. Определить давление газа, считая его газом Ван-дер-Ваальса. Поправки a и b принять равными соответственно 0,361 Н·м^4/моль^2 и $4{,}28 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль.

Дано: $m = 2{,}2$ кг; T – 290 К; $V = 30$л $= 3 \cdot 10^{-2}$ м^3; $a = 0{,}361$ Н·м^4/моль^2; $b = 4{,}28 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).
Найти: p.

Решение: По условию задачи газ рассматривается как реальный газ. В таком случае его давление определяется из уравнения Ван-дер-Ваальса

$$p = \frac{RT}{V_0 - b} - \frac{a}{V_0^2},$$

где V_0 - молярный объем газа. Если в сосуде содержится $\nu = \dfrac{m}{M}$ молей газа, то

$$V_0 = \frac{V}{\nu} = \frac{V\, M}{m}.$$

Учитывая, что молярная масса углекислого газа $M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, получим

$$V_0 = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{2,2} \text{ м}^3/\text{моль} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

При сравнении вычисленного значения V_0 с молярным объемом газа при нормальных условиях $V_н = 22,4 \cdot 10^{-3}$ м^3 /моль видим, что $V_0 < V_н$, то есть газ в действительности не является идеальным газом.

Подставляя числовые значения, вычислим давление газа:

$$p = \left(\frac{8,3 \cdot 290}{6 \cdot 10^{-4} - 4,28 \cdot 10^{-5}} - \frac{0,361}{36 \cdot 10^{-8}} \right) \text{Па} = 3,31 \text{ МПа}.$$

Задача. С какой наименьшей высоты должна упасть капля ртути радиусом 1 мм, чтобы она разбилась на 27 маленьких одинаковых капель? Поверхностное натяжение ртути 0,5 Н/м, плотность ртути $13,6 \cdot 10^3$ кг/м^3. Температура ртути не изменяется.

Дано: R = 1 мм = 10^{-3} м; σ = 0,5 Н/м; $\rho = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м^3; $n = 27$; g = 9,81 м/с^2.
Найти: h .

Решение: При образовании n капель полная площадь поверхности жидкости увеличивается на ΔS :

$$\Delta S = n S_м - S = n 4\pi r^2 - 4\pi R^2 ,$$

где $S = 4\pi R^2$ и $S_м = 4\pi r^2$ - площади поверхностей падающей и образующейся капель соответственно; R - радиус падающей капли; r - радиус образующейся маленькой капли; n - число капель, образующихся при разделении падающей капли.

Для увеличения площади поверхности должны быть совершена работа против сил поверхностного натяжения жидкости:

$$A = \sigma \Delta S = 4\pi\sigma \left(n r^2 - R^2 \right).$$

Эта работа равна увеличению потенциальной энергии поверхностного слоя жидкости, которая будет происходить за счёт уменьшения потенциальной энергии капли, обусловленной силой тяжести при её падении:

$$E_P = m g h ,$$

где g - ускорение свободного падения.

Таким образом, $A = E_P$ или

$$4\pi\sigma \left(n r^2 - R^2 \right) = m g h .$$

Масса капли равна $m = \rho V$, где объем падающей капли $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Этот объем капли при разделении на мелкие капли объемом $V_м = \frac{4}{3}\pi r^3$ не изменяется, поэтому $V = nV_м$ и

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = n\,\frac{4}{3}\pi r^3,$$

откуда

$$r = \frac{R}{n^{1/3}}.$$

Подставив последнее выражения и выражение для массы $m = \frac{4}{3}\pi \rho R^3$ в выше записанное равенство, получим:

$$4\pi\sigma\left[n\left(\frac{R}{n^{1/3}}\right)^2 - R^2\right] = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 g\,h.$$

Отсюда

$$h = \frac{3\sigma\left(n^{1/3} - 1\right)}{\rho g R}.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, получим:

$$h = \frac{3\cdot 0{,}5\left(27^{1/3} - 1\right)}{13{,}6\cdot 10^3\cdot 9{,}81\cdot 10^{-3}}\ \text{м} = 2{,}2\cdot 10^{-2}\ \text{м} = 2{,}2\ \text{см}.$$

Задача. Из капиллярной трубки диметром 0,4 мм по каплям вытекает жидкость. Масса 100 капель жидкости составляет 0,282 г. Определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Дано: d = 0,4 мм = $4\cdot 10^{-4}$ м; m = 0,282 г = $2{,}82\cdot 10^{-5}$ кг; N = 100; g = 9,81 м/с^2.
Найти: σ.

Решение: Капля отрывается от трубки в то момент, когда действующая на неё сила тяжести $m_к g$ равна по величине силе поверхностного натяжения F. Если принять радиус линии отрыва капли от трубки равным радиусу трубки r, то длина линии отрыва $l = 2\pi r$ и действующая на каплю сила поверхностного натяжения $F = \sigma l = 2\pi r\sigma$, где σ - коэффициент поверхностного натяжения. Тогда

$$F = m_к\, g \quad \text{или} \quad 2\pi r\sigma = m_к g.$$

Определив массу капли $m_к$ через массу m, равную массе N капель, $m_к = \dfrac{m}{N}$ и радиус трубки через её диаметр $r = \dfrac{d}{2}$, получим

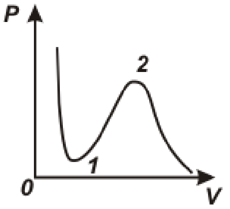
$$\sigma = \frac{m g}{\pi d N}.$$

Подставляя числовые значения, заданные в условии, и сделав вычисления, найдём

$$\sigma = \frac{2{,}82 \cdot 10^{-5} \cdot 9{,}81}{3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 100}$$

ЗАДАЧИ

2.156. Имеющийся на теоретической изотерме Ван-дер-Ваальса участок 1-2 практически неосуществим. В чем причина невозможности экспериментально наблюдать этот участок изотермы?



2.157. Каков физический смысл выражения $\left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)$?

2.158. В закрытом цилиндре в равных объемах находится вода и водяной пар, близкий к состоянию насыщения. Начертите график, показывающий, как изменяется давление в цилиндре при изотермическом сжатии содержимого цилиндра. Какому состоянию вещества соответствует каждый отрезок изотермы?

2.159. Какую температуру имеют 2 г азота, занимающего объем 820 см^3 при давлении 2 атм? Постоянные Ван-дер-Ваальса a и b для азота равны соответственно $1{,}34 \cdot 10^5$ м^4·Н/кмоль^2, 0,0384 м^3/кмоль. Газ рассматривать как: реальный; идеальный.

2.160. Критическая температура углекислоты равна 31 ˚С, критическое давление 73 атм. Определить критический объем моля углекислого газа.

2.161. Найти постоянные Ван-дер-Ваальса для азота, если критическая температура азота – 146 ˚С, критическое давление 33 атм.

2.162. Вычислить, пользуясь формулой Ван-дер-Ваальса, давление углекислого газа массой 1,1 кг, заключенного в баллон емкостью 20 л, при температуре 13 ˚С. Постоянные Ван-дер-Ваальса a = 0,36 м^4·Н/моль^2, b = 43 см^3/моль. Сравнить результат с давлением идеального газа при тех же условиях.

2.163. В баллоне емкостью 20 л находится 80 молей некоторого газа. При 14 °С давление газа равно 90 атм, при 63 °С давление равно 109 атм. Вычислить постоянные Ван-дер-Ваальса для этого газа.

2.164. Цилиндр объемом 10^{-3} м^3 содержит 0,04 кмоль водорода при температуре 400 К. Найти адиабатическое изменение объема при охлаждении газа до 300 К. Поправка Ван-дер-Ваальса $b = 2{,}2\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

2.165. Моль азота охлажден до температуры –100 °С. Определить давление, оказываемое газом на стенки сосуда, если объем занимаемый газом, равен 1 л. Постоянные Ван-дер-Ваальса $a = 0{,}135$ м^4·Н/моль^2, $b =$ = 38,6 см^3/моль.

2.166. Вычислить энергию, необходимую для нагревания кислорода от 300 до 400 К при постоянном объеме, равном 1 л. Начальное давление равно 107 Па. Расчет произвести для идеального газа и газа Ван-дер-Ваальса, если для кислорода $a = 0{,}136$ м^4·Н/моль^2, $b = 3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

2.167. Газ, количеством 0,25 кмоль, занимает объем 1 м^3. При расширении газа до объема 1,2 м^3 была совершена работа против сил межмолекулярного притяжения, равная 1,42 кДж. Определить поправку «а», входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

2.168. 1 моль кислорода (реальный газ), занимавший при 400 К объем 1 л, расширяется изотермически до удвоенного первоначального объема. Определить: работу при расширении; изменение внутренней энергии газа. Поправки a и b принять равными 0,136 Н·м^4/моль^2 и $3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль соответственно.

2.169. Почему при распиливании дерева пила нагревается до более высокой температуры, чем дерево?

2.170. Между рядами посевов стремятся чаще рыхлить почву, разрушая тем самым образующуюся корку. Почему этот вид работ часто называют «сухим поливом»?

2.171. Почему из флакона с очень узким отверстием трудно выливается вода?

2.172. Из капиллярной трубки по каплям вытекает глицерин. Диаметр шейки капли в момент отрыва 2 мм. Определить поверхностного натяжение глицерина, если масса 50 капель равна 1,91 г.

2.173. Из капилляра выпало 100 капель спирта массой 0,71 г. Определить диаметр шейки капли в момент отрыва, если поверхностное натяжение спирта равно $22{,}2\cdot10^{-3}$ Н/м.

2.174. Давление воздуха внутри мыльного пузыря на 226 Па больше атмосферного. Чему равен диаметр пузыря? Поверхностное натяжение мыльного раствора равно 0,043 Н/м.

2.175. Определить радиус капли спирта, вытекающей из узкой вертикальной трубки радиусом 1 мм. Считать, что в момент отрыва капля сферическая. Поверхностное натяжение спирта 22 мН/м, а его плотность 0,8 г/см^3.

2.176. Чему равно добавочное давление внутри мыльного пузыря с диаметром 0,8 см, если поверхностное натяжение мыльной воды $4 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

2.177. Найти поверхностное натяжение жидкости, если в капилляре диаметром 1 мм она поднимается на высоту 32,6 мм. Плотность жидкости 1 г/см^3. Краевой угол мениска равен нулю.

2.178. Каково давление в пузырьках воздуха, образующихся в воде на глубине 3,5 м? Диаметр пузырьков 3,66 мкм. Атмосферное давление равно 750 мм рт. ст. Поверхностное натяжение воды равно 72,58 мН/м.

2.179. Капля ртути объемом 22,5 мм^3 помещена между двумя расположенными горизонтально стеклянными пластинками. С какой силой нужно прижимать друг к другу пластинки, чтобы установить между ними зазор 3 мкм? Несмачивание ртутью пластин считать полным. Поверхностное натяжение ртути равно 478 мН/м.

2.180. В стеклянную трубку с внутренним диаметром 20 мм вставлена коаксиально стеклянная палочка диаметром 19 мм. Считая смачивание полным, определить высоту капиллярного поднятия воды в кольцевом зазоре между трубкой и палочкой. Поверхностное натяжение воды равно $72{,}58 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

ОТВЕТЫ

Механика

1.1. 48 км/ч
1.2. 1,1 м/с; 0,5 м/с
1.3. 500 м/с
1.4. 25 км/ч
1.5. 16,7 м/с
1.6. 0,07 м/с^2; 55 м
1.7. 100 м; 20 м/с
1.8. 60,5 м
1.9. 6,7 м/с^2; 750,4 м
1.10. 10 с; 100 м
1.11. 12,5 с
1.12. 5 м/с; 55 м
1.13. 82 м/с; 54 м/с^2; 30 м
1.14. 0,5 с
1.15. $v(t)=3+2t$;7 м/с; 2 м/с^2; 10 м
1.16. $v=\left(2-6t+12t^2\right)$, $a=\left(-6+24t\right)$; 0,24 м; 0,38 м/с; 0,42 м/с^2
1.17. 0,07 м/с; 0,04 м/с^2
1.18. 8,5 м/с
1.19. 7,5 м/с; 1,8 м/с^2
1.20. 0,1 м/с^2; 90 км/ч
1.21. 20 с
1.22. 0,13 м/с^2; 1363,5 м
1.23. 0,17 м/с^2
1.24. 25 м/с
1.25. $6{,}2\cdot10^4$ м^2
1.26. 15 с; 183 м
1.27. 2,7 с
1.28. 176,4 м
1.29. 39,2 м/с
1.30. 10 с
1.31. 1,4 м
1.32. 78,4 м; 4 с
1.33. 125 м; 50 м/с
1.34. 60 м; 24,4 м
1.35. 19,6 м/с; 34 м; 4,9 м
1.36. 279 м
1.37. 4,8 м/с^2
1.38. 10 м/с; 6 м/с^2; 8 м/с^2
1.39. 30км/ч; $2\cdot10^{-7}$ рад/с; 0,6 см/с^2
1.40. 0,7 м/с
1.41. $7{,}6\cdot10^3$ м/с; 7,6 м/с^2
1.42. 6,1 см
1.43. 6,3 м/с; 6,9 м/с^2
1.44. 4,5 м/с ; 0,23 м
1.45. 10 см/с^2
1.46. 0,03 м/с^2; 53°
1.47. 9,76 м/с^2; 0,99 м/с^2; 25,3 м
1.48. 2,5 м/с
1.49. 28 м/с; 6,8 м/с^2; 7 м/с^2
1.50. $7\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$; 35 м/с
1.51. 1 рад/с; 20,1 см/с^2
1.52. Нет. Точка колеса, соприкасающаяся с землей, имеет скорость равную нулю. Наибольшую скорость имеет самая верхняя точка колеса.
1.53. 6 м/с^2; 64 м/с^2; 64,3 м/с^2
1.54. 230 м/с^2; 4,8 м/с^2; 2,67 рад
1.55. 1,2 м
1.56. 50 рад/с; 125,6 м/с
1.57. 0,26 м/с^2
1.58. 12,56 рад/с^2; 5 с
1.59. 1,26 рад/с^2; 640 об
1.60. 3,15 с; 4,74 об
1.61. π рад/с^2; 62,8 рад/с; 10 об/с
1.62. 12,56 с$^{-1}$; 2 с$^{-1}$
1.63. 13,1 рад/с; 36 м/с
1.64. 700 Н; 675 Н; 606 Н; 500 Н; 100 Н
1.65. 10 Н
1.66. 100Н
1.67. Человек вследствие инерции продолжает двигаться в ту сторону, куда двигался автобус.
1.68. Увеличение массы поезда уменьшает ускорения, сообщае-

мые скоростью толчками электровоза, и делают ход поезда более спокойным.

1.69. Нет. Чтобы тело двигалось вверх, надо сообщить ему ускорение. Поэтому в начале действующая на тело сила должна быть больше силы тяжести.

1.70. Потому, что она имеет скорость в горизонтальном направлении и вследствие инерции удерживается в этом состоянии движения.

1.71. Нет. Движение в сопротивляющейся среде под действием силы тяжести не будет свободным падением.

1.72. 24 Н
1.73. 1,25 с
1.74. 4 Н
1.75. $2{,}9\cdot10^{5}$ Н
1.76. 2 м/с^2
1.77. 5,8 Н; 2,9 м/с^2
1.78. 760 Н
1.79. 2,7 кН
1.80. 0,98 м/с^2
1.81. 740 Н
1.82. 616 Н
1.83. 70 Н
1.84. 1,2 с
1.85. $3F/4$; $F/2$; $F/4$
1.86. 3,6 Н
1.87. 600 Н; 450 Н
1.88. 0,25
1.89. 108 Н
1.90. 140 Н
1.91. 2500 кг
1.92. 10 Н; 0,03
1.93. 6 кН; 0,41
1.94. 6 кН
1.95. 3,28 м/с
1.96. 16 с
1.97. 21,6 Н; 0,03
1.98. 1,2 м/с^2
1.99. 520 Н
1.100. 9,8 Н; 5,9 Н
1.101. 2,2 м/с^2; 23 Н
1.102. 5,4 Н
1.103. 1,7 кН; 170 Н; 3,3 м/с^2
1.104. 10 м/с; 8 кН
1.105. 0,46
1.106. 500 кг
1.107. 10 м/с; 277,3 Н
1.108. 2,6 м/с^2; 42 Н
1.109.
$$a=\frac{F_1\cos\alpha_1-F_2\cos\alpha_2-\mu\left[(m_1+m_2)g-F_1\sin\alpha_1-F_2\sin\alpha_2\right]}{m_1+m_2}$$

1.110. 39,2 Н/м
1.111. 4,8 кН
1.112. 2,1 мм
1.113. 2 Н
1.114. 2 м/с^2
1.115. Пружинными.

1.116. Неодинакова. На Земле сила тяжести больше. С увеличение расстояния от Земли сила притяжения уменьшается.

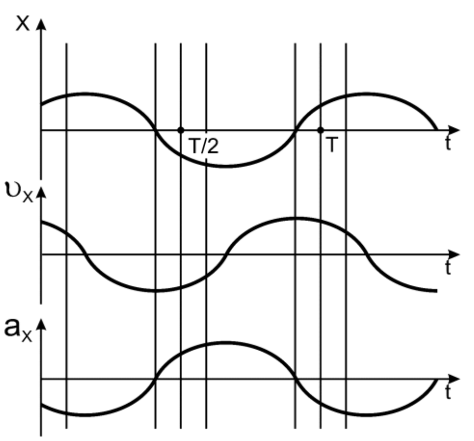
1.117. 167 мН
1.118. в 2 раза
1.119. $2\cdot10^{20}$ Н
1.120. 12 Н; 0,004 м/с^2
1.121. $6{,}67\cdot10^{-45}$ Н
1.122. в 1600 раз
1.123. $6{,}7\cdot10^{-11}$ Н
1.124. $1{,}97\cdot10^{30}$ кг
1.125. 4,4 м/с^2
1.126. 29,8 км/с
1.127. $4{,}19\cdot10^{6}$ м
1.128. 42400 км
1.129. 0,165
1.130. 207,8 км
1.131. 190 км
1.132. 1,88 земного года
1.133. 58,5 млн. км
1.134. Солнце в 2,1 раза сильнее, чем Земля.
1.135. $2\cdot10^{30}$ кг
1.136. 667 нН

1.137. 1,78 мкН
1.138. 8,19 м/с^2; 9,78 м/с^2
1.139. $7{,}0\cdot10^3$ м/с; 7080 с
1.140. $1{,}98\cdot10^{20}$ Н
1.141. $7{,}73\cdot10^3$ м/с
1.142. Увеличится в $n^{4/3}$ раза
1.143. $7{,}3\cdot10^{22}$ кг
1.144. 2638,5 км
1.145. 3,25 м/с
1.146. 1 м/с
1.147. 217 м/с
1.148. 5 м/с
1.149. 160 м/с
1.150. 0,08 м/с
1.151. 0,02 м/с
1.152. 0,675 м/с
1.153. – 12,5 м/с
1.154. 1 м
1.155. $2{,}8\cdot10^{-23}$ Н·с
1.156. 0,08 с
1.157. 14 Н
1.158. 6 м/с
1.159. 7,1 м/с; 7,1 м/с
1.160. 160 м/с
1.161. 4 кН
1.162. 0,6 с
1.163. 7,9 м/с
1.164. Да. Для изменения скорости (в данном случае для ее увеличения) на автомобиль должна действовать сила, которая совершает работу.
1.165. Из кинетической энергии спутника и потенциальной энергии его взаимодействия с Землей.
1.166. Когда сила направлена перпендикулярно перемещению.
1.167. Да. За счет этой работы вагонетке сообщена кинетическая энергия.
1.168. -220,73 Дж
1.169. 2450 Дж
1.170. $9{,}75\cdot10^5$ Дж; $8{,}4\cdot10^3$ Н
1.171. 15 кН; 15 МДж
1.172. 25,5 кВт
1.173. 1875 кДж; 7,5 кДж; 250 м
1.174. 58,8 Дж
1.175. 1,5 кДж
1.176. 200 Вт
1.177. $1{,}7\cdot10^5$ Дж; 0
1.178. 36 Дж
1.179. При деформации энергия тела увеличивается.
1.180. 39,2 м/с
1.181. 54 Дж
1.182. 196 Н/м
1.183. 7 м/с
1.184. 6,32 Дж
1.185. 2 кВт
1.186. 92 %
1.187. 3,38 Вт
1.188. 252,3 Дж
1.189. $2{,}1\cdot10^9$ Вт
1.190. 590 Дж; уменьшится на 100 Дж
1.191. 78 %
1.192. $2{,}4\cdot10^8$ Вт
1.193. 2,36 МДж
1.194. 83 кВт
1.195. 0,2 м/с^2; 400Дж
1.196. 1,2 Дж
1.197. Величины работы пропорциональны пройденным путям, поэтому работы за равные промежутки времени различны.
1.198. 3,5 Дж
1.199. 5 кг
1.200. 26,2 кг или 3,8 кг
1.201. 390 Дж
1.202. 30кДж; 30 кДж
1.203. 3,83 м
1.204. 6,12 км/с
1.205. На радиус Земли.
1.206. $2{,}25\cdot10^2$ Дж
1.207. 28,5 кДж
1.208. 22 кН
1.209. 105 Дж

1.210. При постоянной мощности двигателя увеличить силу тяги можно. Уменьшая скорость движения автомобиля.
1.211. 53 кг
1.212. 38 Дж
1.213. 1,28 см
1.214. При запуске вдоль экватора в сторону вращении Земли, так как скорость суточного вращения Земли складывается со скоростью сообщенной спутнику двигателем ракеты.
1.215. $4{,}6\cdot10^{10}$ Дж
1.216. 8,5 с
1.217. 0,5 м
1.218. $4\cdot10^{4}$ Н
1.219. 0,365 Н
1.220. 14 м/с
1.221. 12250 Н
1.222. 0,05
1.223. 1,6 кН
1.224. 12250 Н
1.225. 12240,2 Н
1.226. 1,54 м
1.227. 347 м/с
1.228. $6{,}11\cdot10^{5}$ Н
1.229. 0,79
1.230. 400 м/с
1.231. $12{,}5\cdot10^{3}$ Н
1.232. При упругом ударе.
1.233. 0,8 м/с или 0,4 м/с
1.234. 0,06 м/с; 0,11 м/с
1.235. 1,8 м/с; 0,6 м/с, 2,6 м/с
1.236. 12 Дж
1.237. 0,22
1.238. $\approx$ 570 м/с
1.239. 2,5 м
1.240. 0,8 т
1.241. 490 Н
1.242. $1{,}13\cdot10^{3}$ Н; $5{,}57\cdot10^{2}$ Н
1.243. 3,92 кН
1.244. 521,3 Н
1.245. 1,38 Н; 0,98 Н
1.246. 3,3 см
1.247. 980 Н; 490 Н
1.248. 513 Н; 173 Н; 150 Н
1.249. 10,7 Н; 0,16
1.250. 0,75 $кг\cdot м^2$
1.251. 0,04 $кг\cdot м^2$
1.252. 10^{-3} $кг\cdot м^2$
1.253. Увеличится в 20 раз.
1.254. $9{,}8\cdot10^{37}$ $кг\cdot м^2$
1.255. 28,6 $кг\cdot м^2$
1.256. Уменьшится в 4 раза.
1.257. 2,45 $с^{-2}$
1.258. -1 Н·м; -1 Н·м
1.259. 0,75 Н·м; 120 об
1.260. 0,42 $с^{-1}$; 1,68 Н·м
1.261. 785 оборотов
1.262. 1,4 Н·м
1.263. 18,8 Н·м
1.264. 800 Дж
1.265. 2198 Вт
1.266. 1,61 МДж
1.267. 0,64 %
1.268. 130,8 Дж
1.269. 34,13 Дж
1.270. 8 об
1.271. 157,8 Дж
1.272. 0,07 Н·м
1.273. 2352 Дж
1.274. 0,0013 Дж
1.275. 0,78 с
1.276. 2 $с^{-1}$; 2 кДж
1.277. 1300 Н·м
1.278. $7{,}85\cdot10^{-2}$ Н·м
1.279. 0,62 рад/с
1.280. 7 м/с
1.281. 1/3
1.282. 350 Дж; 375 Дж
1.283. 0,714
1.284. $1{,}95\cdot10^{-2}$ $кг\cdot м^2$
1.285. 0,47 с
1.286. 1,1 рад/с
1.287. 1,3 об/с
1.288. 22 об/мин

1.289. $\dfrac{J_1\omega_1+J_2\omega_2}{J_1+J_2}$; $-\dfrac{J_1J_2(\omega_1-\omega_2)}{2(J_1+J_2)}$
1.290. 4,5 кДж
1.291. 22,2 кДж
1.292. 10 рад/с
1.293. 0,98 м/с ^{2}
1.294. 125,6 Н·м
1.295. 0,09 кг·м ^{2}
1.296. 12 кг·м ^{2}
1.297. 0,5 кг·м ^{2}
1.298. 1,5 м/с ^{2}
1.299. 84 с
1.300. 1 м/с
1.301. 70 кг
1.302. 30 кг·м/с; 13,5 кг·м ^{2}/с; 337,5 Дж
1.303. $-mR^2\omega^2/4$
1.304. $2\cdot10^3$ кг·м^2/с
1.305. 0,865 м
1.306. 3029 Дж
1.307. 3,5 м/с^2; 3,27 м/с^2; 2,45 м/с^2. 4,9 м/с^2.
1.308. $4\cdot10^{-3}$ м/с
1.309. 24 рад/с
1.310. 54 $^{\circ}$
1.311. 18 Н·м
1.312. $2mv/R(M+m)$
1.313. 36,72 км/ч
1.314. Для движения по реке потребуется времени в 1,07 раза больше, чем по озеру.
1.315. 12 ч
1.316. 40 км/ч; 19°
1.317. 120°
1.318. 78,5°
1.319. Для доказательства относительности одновременности следует воспользоваться преобразованиями Лоренца.
1.320. x'=-4,0·10^8м, y'=z'= = 1,00 м, t'= 1,66 с
1.321. 0,625c
1.322. 0,866c
1.323. 80 см
1.324. 400 м; $4\cdot10^{88}$ м
1.325. с
1.326. 21 м; 3 м
1.327. 2999,9999 км/с
1.328. с
1.329. $v' = 2v\big/(1+v^2/c^2)$
1.330. 0,45с
1.331. 150 м
1.332. 100 мкс; 0,99976с
1.333. $7{,}81\cdot10^{-9}$ с
1.334. 0,995с
1.335. 0,96с
1.336. 0,995с
1.337. $4{,}6\cdot10^{-5}$ г
1.338. 0,866с
1.339. 0,999997с; 1,000003с
1.340. 0,5 МэВ; $2{,}4\cdot10^{-12}$ м
1.341. $6{,}1010^{-22}$ Дж; $1{,}4410^{-9}$ кг·м/с
1.342. 117 МэВ; 145 МэВ
1.343. 13,8 Мм/с; 263 Мм/с
1.344. $p = mc\sqrt{3}$
1.345. $0{,}67\cdot10^{-18}$ кг·м/с; 0,8 с
1.346. $5{,}6\cdot10^{-22}$ кг·м/с; $1{,}0610^{-13}$ Дж
1.347. 0,77с; $4{,}5\cdot10^{-22}$ кг·м/с; $8{,}24\cdot10^{-14}$ Дж
1.348. $2{,}6\cdot10^6$ Па
1.349. R
1.350. При опускании грузов первого рычага в воду моменты сил Архимеда, действующих на рычаг слева и справа, одинаковы, поэтому равновесие не нарушится. На втором рычаге моменты сил Архимеда будут различны, равновесие нарушится – перетянет более тяжелый груз.
1.351. 16 кг
1.352. $\dfrac{\rho_2 h_3}{\rho_1(n^2+1)}$; $\dfrac{\rho_2 n^2 h_3}{\rho_1(n^2+1)}$
1.353. 6,25 мм

1.354. 4,6 кг
1.355. $\rho_0 mg/(mg-m_1 g)$
1.356. $\frac{2}{3}\pi l R^3 \frac{\rho_0+\rho_1-\rho_2}{m-4\pi R^3(\rho_0-\rho_1-\rho_2)/3}$
1.357. 0,45 м/с
1.358. 4,33 м/с
1.359. 5,42 м/с
1.360. 1,4 м
1.361. 480 Па
1.362. 53 мм
1.363. $\sqrt{2}v^2\rho S$
1.364. 31,9 см
1.365. $V=\frac{\pi R_1^2}{4}\cdot\frac{2gh}{(R_1/R_2)^4-1}t$
1.366. 1,8 см
1.367. 318 Н
1.368. 2 м/с
1.369. 63,6 м^3
1.370. 100 с$^{-1}$
1.371. 0,2 Па·с
1.372. Ламинарный.
1.373. 10^5
1.374. 12,7 см/с
1.375. 2,9 мПа·с
1.376. 720 м/с^2
1.377. 3,3 с
1.378. 2,9 см/с
1.379. $x=2A\sin(\omega t-\frac{\pi}{2})$, так как периоды колебаний на графиках 1 и 2 одинаковы, амплитуда колебаний 2 в два раза больше амплитуды колебаний 1 и колебания 2 отстают на четверть периода $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ от колебаний 1.



1.380. T/4 ; T/12 ; T/6
1.381. См. графики на этой стр.
1.382. $x=4\sin(314t+\pi/6)$, см
1.383. 1,4·10^{-2}с; *x=5cos140πt; 2.1мм*
1.384. 2с
1.385. 0,4 м
1.386. 1) $x=5\sin\frac{\pi}{4}t$;

2) $x=5\sin\left(\frac{\pi}{4}t+\frac{\pi}{2}\right)$;

3) $x=5\sin\left(\frac{\pi}{4}t+\pi\right)$;

4) $x=5\sin\left(\frac{\pi}{4}t+\frac{3\pi}{2}\right)$;

5) $x=5\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$

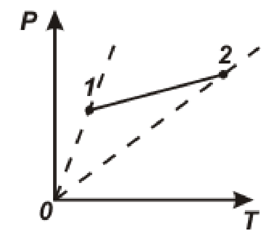
1.387. 0; A/2; A; 0
1.388. 8 м; 90º; 0,77 рад/с
1.389. 1 с
1.390. 25°24′
1.391. 11π/12
1.392. 15,7 м/с; 2,46·10^{-3} м/с^2
1.393. 4 см; 1,4 с; π/12 рад
1.394. 0,272 м/с; -0,492 м/с^2
1.395. 54,4 см/с
1.396. 2,5 см; 0,11 м/с; -0,17 м/с^2
1.397. 1,8·10^{-4} Н; 4,5 мкДж
1.398. 7,85·10^{-2} м/с; 12,3·10^{-2} м/с^2
1.399. 0,2 с
1.400. 0,095 м; 1,95·10^{-2} м/с; -3,73·10^{-2} м/с^2
1.401. 3,14 см/с; 9,85 мм/с^2; 9,7 мм/с
1.402. T/6
1.403. 29,7 Н; 1,26 Дж
1.404. 8,2см/с; 1,49 м·Н; 22,1 мкДж

1.405. 2 мН; 50мкДж
1.406. $-1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м
1.407. 109 Н; 2,7 кДж
1.408. 800 Н/м
1.409. $\sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}}$
1.410. $\sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$
1.411. 1,8
1.412. 8 Гц
1.413. Не изменится.
1.414. 2,8 Дж; 3,8 м/с
1.415. 4,8 Дж; 14,4 Дж
1.416. $2{,}75 \cdot 10^{-2}$ м
1.417. 0,8 Дж
1.418. 19,4 рад/с
1.419. 10^3 Н/м
1.420. 3,6 с
1.421. 9,04 с
1.422. 1,8 с
1.423. 3g
1.424. 9 см; 25 см
1.425. 30,2 м
1.426. 98,8 кг·м^2
1.427. 50 см; 1,42 м
1.428. 1,9 с
1.429. 1,55 с
1.430. 1,74 с
1.431. 0,63 с
1.432. 0,373 м
1.433. 15 см
1.434. $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ кг·м^2
1.435. 1,16 с
1.436. 0,5 Гц
1.437. 1,2 с
1.438. $8 \cdot 10^{-4}$ кг·м^2
1.439. 1,49 с
1.440. 1,03
1.441. 90°
1.442. 4,6 м; 62°47′
1.443. $x = 11{,}2 \sin(10\pi t + \pi/3)$
1.444. $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ - уравнение окружности радиусом в см
1.445. 29 мм
1.446. 2,73А·ω
1.447. $x = 3{,}7 \cdot 10^{-2} \sin(0{,}785t + 0{,}392)$
1.448. 13 см; 41°
1.449. 0,68 м; 0,38 рад
1.450. 15 мин
1.451. 0,06 м
1.452. 0,011
1.453. 0,106
1.454. 231
1.455. 195
1.456. 3,3 с
1.457. 0,1 с$^{-1}$; 10 с
1.458. 0,01 с$^{-1}$; 0,01; 314
1.459. $x = 20\, e^{-0.2t} \sin(0{,}5\pi t + \pi/2)$
1.460. 7,4 раза
1.461. 3,3
1.462. 0,7 с
1.463. в 81 раз
1.464. 5 с$^{-1}$
1.465. 0,1
1.466. $5 \cdot 10^2$
1.467. 7 м
1.468. 31 см
1.469. 60 мм
1.470. 245 Гц
1.471. 7 с$^{-1}$; 71,4 см
1.472. 4
1.473. 0,35; 6 мДж
1.474. x = 0
1.475. 1,57 рад
1.476. 8,09 см
1.477. Точки колеблются в противоположных фазах, т.е. разность фаз равна π
1.478. 2,355 рад ≈ 135°
1.479. 0,48 м
1.480. 4,44 м
1.481. $2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2
1.482. 5257 м/с
1.483. $7{,}1 \cdot 10^{-10}$ м^2/Н

1.484. 315 м/с
1.485. 1,42
1.486. 1,236
1.487. $\pi/2$
1.488. 300 м/с
1.489. 0,63 рад
1.490. 108°
1.491. Разность хода равна 24 полудлин волн. Так как разность хода равна четному числу полудлин волн, то в точке встречи волн происходит максимальное усиление колебаний.
1.492. Разность хода равна $5\lambda/2$. Так как разность хода двух когерентных волн равна нечетному числу полудлин волн, то имеет место максимальное ослабление колебаний.
1.493. 0,8 м
1.494. 348 Гц
1.495. 0,1 м
1.496. 5,45 м/с
1.497. 20 см; 6,6 мм
1.498. 5,8 см
1.499. 3,5 км/с
1.500. 3 м/с
1.501. 3 м
1.502. 6000 км
1.503. 0,125 м
1.504. 0,48 м
1.505. 1450 м/с; 3600 м/с
1.506. 1200 м
1.507. 34,1 м
1.508. 34,5 Гц

Молекулярная физика и термодинамика

2.1. $5{,}3\cdot10^{-26}$ кг
2.2. $1{,}06\cdot10^{-25}$ кг; $9{,}4\cdot10^{24}$; 15,6 моль
2.3. Уменьшается, так как при разряжении уменьшается концентрация молекул и, следовательно, уменьшается число ударов о стенки сосуда в единицу времени, которые и определяют давление в сосуде.
2.4. $4\cdot10^{18}$
2.5. 150 см^3
2.6. 1,32 кг
2.7. $2{,}42\cdot10^{17}$ м$^{-3}$
2.8. 414 Па
2.9. 7,5 кг
2.10. $2{,}69\cdot10^{25}$ м$^{-3}$
2.11. $49{,}5\cdot10^{23}$
2.12. 0,22 м^3
2.13. 15 МДж
2.14. $5{,}6\cdot10^{-21}$ Дж
2.15. 2,75 кДж
2.16. $1{,}2\cdot10^{-20}\cdot10^{5}$ Дж
2.17. $1{,}5\cdot10^{5}$ Па
2.18. 0,012 Па
2.19. Газ расширялся. Для нахождения ответа следует провести на чертеже изохоры, прохо-



дящие через начальную и конечную точки 1 и 2 , см. рис. Точка 2 лежит на изохоре, идущей под меньшим углом к оси абсцисс, чем изохора, проходящая через точку 1. Следовательно, в точке 2 газ занимал больший объем, чем в точке 1.
2.20. $2{,}3\cdot10^{-2}$ м^3; 574 К
2.21. 138 Па

2.22. $1{,}2\cdot10^4$ Н/м^2
2.23. $7{,}4\cdot10^4$ Па
2.24. 10^5 Па
2.25. $9{,}72\cdot10^5$ Па
2.26. 13 см
2.27. $9{,}9\cdot10^4$ Па
2.28. 2/3 объема цилиндра
2.29. 9,6 кПа
2.30. 0,71
2.31. 1,1 см
2.32. 172 К
2.33. $4{,}2\cdot10^5$ Па
2.34. 0,36 кг/м^3
2.35. 29,5 кг/кмоль
2.36. 5,5 г; 34,5 г
2.37. $4\cdot10^{15}$ м$^{-3}$
2.38. Числом молекул. Площадь, ограниченная кривой распределения и осью абсцисс пропорциональна общему числу молекул, составляющих газ. Из условия следует, что общее число молекул распределения 2 в два раза больше числа молекул распределения 1.
2.39. 660 м/с
2.40. $dN = 2\pi\, N(\pi kT)^{-3/2}\sqrt{E}\exp\left(-\dfrac{E}{kT}\right)dE$
2.41. 0,166
2.42. 0,4 %
2.43. 2,8 %
2.44. 380 К
2.45. 330 К
2.46. 340 К
2.47. 0,87
2.48. 5,5 км
2.49. 1,1 м
2.50. 0,78
2.51. 710 м/с
2.52. 493 м/с
2.53. 282,4 К
2.54. 667 м/с; 615 м/с
2.55. 426 К
2.56. $2{,}45\cdot10^{19}$
2.57. 6,08 Па
2.58. $6{,}76\cdot10^{-8}$ м
2.59. $4{,}9\cdot10^4$ с$^{-1}$
2.60. 1,55 нм
2.61. $2\cdot10^{-7}\cdot10^{-5}$ м
2.62. $9{,}3\cdot10^{-8}$ с
2.63. $6\cdot10^{34}$ с$^{-1}\cdot$м$^{-3}$
2.64. $3{,}7\cdot10^9$ с$^{-1}$
2.65. $4{,}5\cdot10^7$ с$^{-1}$
2.66. $9{,}2\cdot10^7$ с$^{-1}$
2.67. $5\cdot10^4$ с$^{-1}$
2.68. $2\cdot10^{29}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$
2.69. $3\cdot10^{-10}$ м
2.70. $7{,}23\cdot10^{-5}$ м^2/с
2.71. $6{,}5\cdot10^{-8}$ м; $1\cdot10^{-5}$ м^2/с; $1{,}2\cdot10^{-5}$ кг/м$\cdot$с
2.72. С увеличением температуры возрастает скорость диффузии.
2.73. Через пленку лака, покрывающего шар, пары воды диффундируют медленнее. Вследствие этого дерево «просыхает» равномерно по всей толще. Однородность его сохраняется, и шар не растрескивается.
2.74. $1{,}77\cdot10^{-5}$ кг/м$\cdot$с
2.75. $5{,}98\cdot10^{-2}$ кг/м^3
2.76. $8{,}95\cdot10^{-5}$ кг
2.77. $8{,}64\cdot10^{-4}$ кг
2.78. Внутренний слой. Количество теплоты ΔQ, перенесенное через площадку ΔS, перпендикулярную к оси x, за время Δt определяется уравнением теплопроводности: $\Delta Q = -\chi \dfrac{dT}{dx}\Delta S\,\Delta t$, где χ– коэффициент теплопроводности; $\dfrac{dT}{dx}$ - градиент температуры. В силу непрерывности теплового потока через одинаковые площадки за одно и то же время наружном ΔQ_H и внутреннем ΔQ_B

слоях стены должно пройти одинаковое количество теплоты, то есть $\Delta Q_H = \Delta Q_B$. Тогда $\chi_H \left(\frac{dT}{dx}\right)_H = \chi_B \left(\frac{dT}{dx}\right)_B$. Из графика на рисунке следует, что температура внутри каждого слоя стены изменяется по линейному закону. Поэтому

$\left(\frac{dT}{dx}\right)_H = \frac{T_0 - T_1}{l}$, $\left(\frac{dT}{dx}\right)_B = \frac{T_2 - T_0}{2l}$. Значит $\chi_H \frac{T_0 - T_1}{L} = \chi_b \frac{T_2 - T_0}{2l}$. Из графика: $\frac{T_0 - T_1}{L} > \frac{T_2 - T_0}{2l}$. Поэтому $\chi_B > \chi_H$.

2.79. 5,9 Дж

2.80. $5{,}69 \cdot 10^6$ Дж

2.81. 0,05 кг/м^4

2.82. 1,28 Вт/(м·К)

2.83. $2 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$

2.84. $2{,}85 \cdot 10^{-5}$ км·с

2.85. $2{,}6 \cdot 10^{-4}$ м^2/с; $4{,}6 \cdot 10^{-5}$ Па·с

2.86. $1{,}3 \cdot 10^{-7}$ м

2.87. $5{,}9 \cdot 10^{-6}$ см; $7{,}1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с

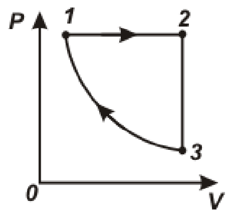
2.88. Чтобы температура в процессе расширения не менялась, необходимо подводить к газу такое количество тепла, которое эквивалентно работе расширения газа.

2.89. Изменится. Внутренняя энергия газа уменьшилась, так как работа при расширении газ совершил за счет своей внутренней энергии.

2.90. Изобарическое. На основании первого закона термодинамики для изобарического нагревания на ΔT требуется количество теплоты $Q_1 = \nu \frac{i}{2} R\Delta T + p\Delta V$, а для изохорического нагревания $Q_1 = \nu \frac{i}{2} R\Delta T$. Так как при изобарическом нагревании часть тепла расходуется на совершение работы $p\Delta V$, то $Q_1 > Q_2$.

2.91. Для решения воспользуйтесь формулой объединенного газового закона: pV/T = const.

В процессе 1-2 тепло поглощает-



ся, а на участках 2-3 и 3-1 выделяется.

2.92. Нет. Низкий КПД тепловых машин связан не столько с трением в механизмах, сколько с необходимостью отводить большое количество теплоты в холодильник для совершения циклического процесса.

2.93. $7{,}42 \cdot 10^2$ Дж/кг·К; $1{,}04 \cdot 10^3$ Дж/кг·К

2.94. 32 кг/кмоль; 5

2.95. $1{,}24 \cdot 10^{-20}$ Дж; $6{,}2 \cdot 10^{-21}$ Дж

2.96. 32 кг/кмоль; 20,8 Дж/(моль·К); 29,1 Дж/(моль·К)

2.97. $2{,}23 \cdot 10^2$ Дж; 89 Дж

2.98. 27,2 кДж; 13,85 кДж

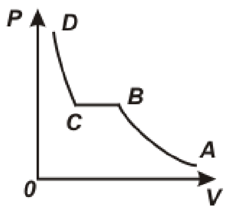
2.99. Давление и работа больше при изотермическом процессе. При адиабатическом процессе уменьшение давления связано не только с увеличением объема, как при изотермическом, так и с уменьшением температуры. Поэтому на p,V-диаграмме адиабата идет круче, чем изотерма, и площадь под ней и осью абсцисс, пропорциональная совершенной работе, меньше, чем под изотермой.

2.100. 20 Дж
2.101. $1{,}26 \cdot 10^{-22}$ Дж
2.102. 270 К
2.103. 1,247 МДж
2.104. 20 кДж
2.105. 0,481 кг
2.106. 46 кг/кмоль; 1,33
2.107. Уменьшается в 2,5 раза.
2.108. 0,25 МДж
2.109. 35 Дж
2.110. 300 Дж; 0,4 К
2.111. $34{,}5 \cdot 10^{9}$ Дж
2.112. – 42 кДж; - 30 кДж
2.113. $4{,}19 \cdot 10^{4}$ Дж; $16{,}76 \cdot 10^{3}$ Дж
2.114. 20 Дж
2.115. 2,125 МДж; 2,575 МДж; 0,45 МДж
2.116. 0,4 МДж; 0; 0,4 МДж
2.117. 18,8 Дж; 83 Дж
2.118. 520 Дж; 0; 520 Дж
2.119. 21 Дж
2.120. 1) 60%, 40%; 2) 71,4%, 28,6%; 3) 75%, 25%
2.121. -3,8 кДж
2.122. 3800 Дж; 753,6 К
2.123. 1 кДж
2.124. 180 кДж; 660 кДж; 480 кДж
2.125. $1{,}66 \cdot 10^{4}$ Дж; $1{,}18 \cdot 10^{4}$ Дж; $4{,}8 \cdot 10^{3}$ Дж
2.126. 3; $7{,}2 \cdot 10^{6}$ Дж; $4{,}8 \cdot 10^{6}$ Дж
2.127. 250 Дж; - 650 Дж; - 900 Дж
2.128. 3,03 мДж; 0,404 мДж; 3,41 мДж
2.129. 10 кДж
2.130. 0,225
2.131. 27 %; 20,2 мДж; -55,3 мДж
2.132. 60 Дж
2.133. 325 К; 35%
2.134. 352 К
2.135. 1,5 раза
2.136. 0,52
2.137. 2688 Дж; 672 Дж
2.138. 20%; 1,26 кДж
2.139. 0,4
2.140. 0,25
2.141. 1,1 кДж; 0,34
2.142. 171 кДж; 18 кДж; 0,1
2.143. 0,4
2.144. Переход 0-1 - изотермическому процессу, так как при T = const (прямая параллельна оси ординат). Переход 0-4 - адиабатический процесс, так как изменение энтропии равно нулю. Переход 0-2 соответствует большему изменению энтропии, чем переход 0-3, для нагревания до одной и той же температуры. Больше теплоты для нагревания необходимо для изобарического процесса, чем для изохорического, т.к. часть тепла превращается в работу. Поэтому можно предположить, что переход 0-2 соответствует изобарическому процессу, а переход 0-3 – изохорический переход.
2.145. 6,7 Дж/К
2.146. 8 кДж/К
2.147. 31 Дж/К; 9,1 Дж/К
2.148. 737 Дж/К
2.149. 78 Дж/К
2.150. 0,4 МДж/К
2.151. 700 Дж/К
2.152. 5750 Дж/К
2.153. 11,5 кДж/К
2.154. 30 кДж; 15 кДж; 0,5
2.155. $S(T) = \alpha T^3/3$
2.156. Уравнение Ван-дер-Ваальса предполагает полную однородность вещества, то есть одинаковую плотность в любых сколь угодно малых объемах. Переход вещества из состояния 1 в состояние 2 сопровождается уве-

личением давления при возрастании объема, то есть плотность вещества при больших давлениях оказывается меньше, что невозможно для однородного вещества. В результате вещество разделяется на две фазы с большой и малой плотностью, причем давление в них должно быть одинаковым. Большая плотность равна плотности жидкости, а меньшая – плотности и ее насыщенного пара. Поэтому переход на экспериментальной изотерме соответствует фазовому переходу при неизменном давлении.

2.157. $p + \frac{a}{V^2}$ - давление, которое имело бы место, если бы все молекулы газа находились в объеме $V - b$ и не притягивались друг к другу.

2.158. Отрезок AB соответствует



ненасыщенному пару, BC – насыщенному пару, СД – жидкости.

2.159. 280 K в обоих случаях. Таким образом, при малых давлениях газ ведет себя как идеальный.

2.160. 128 $см^3$

2.161. 39,4 $см^3$/моль;
$1{,}39\cdot10^6$ атм·$см^6$/$моль^2$

2.162. $25{,}9\cdot10^5$Па;
$29{,}9\cdot10^5$Па

2.163. 0,134 Па·$м^6$/$моль^2$; $4\cdot10^{-5}$ $м^3$/моль

2.164. $9\cdot10^{-3}$ $м^3$

2.165. $1{,}36\cdot10^6$ Па

2.166. 8,2 кДж; 9 кДж

2.167. 0,136 Н·$м^4$/$моль^2$

2.168. 2,29 кДж; 68 Дж

2.169. Теплоемкость пилы меньше, чем дерева.

2.170. Слежавшаяся почва содержит капилляры, по которым влага поднимается на поверхность и испаряется - рыхление разрушает капилляры.

2.171. При малом диаметре отверстия велика кривизна мениска, в результате чего возникает большое лапласово давление, которое и препятствует вытеканию воды.

2.172. $6{,}07\cdot10^{-2}$ Н/м

2.173. 10^{-3} м

2.174. $1{,}52\cdot10^{-3}$ м

2.175. 1,61 мм

2.176. 40 Па

2.177. $8\cdot10^{-2}$ Н/м

2.178. $2{,}22\cdot10^2$ Па

2.179. 2,4 кН

2.180. 3 см

ПРИЛОЖЕНИЯ

1.Основные физические постоянные (округленные значения)

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/ (кг · с^2)
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_e = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн / м
Масса изотопа ^1_1H	$m_H = 1{,}6736 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса нейтрона	$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса протона	$m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса электрона	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Молярная газовая постоянная	M = 8,31 Дж / (моль · К)
Постоянная (число) Авогадро	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж / К
Постоянная Вина	$b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	$R_\infty = 1{,}097 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{8}$ Вт / (м^2 · К^4)
Постоянная Фарадея	$F = 9{,}65 \cdot 10^{4}$ Кл / моль
Скорость света в вакууме	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м / с
Ускорение свободного падения (стандартное)	$g = 9{,}81$ м / с^2
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф / м
Элементарный заряд	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл

2.Единицы некоторых физических величин в СИ

Физическая величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	Определение через основные единицы СИ
Длина	метр	м	**Основная единица** Метр равен расстоянию, проходимому в вакууме плоской электромагнитной волной за 1/299792456 долей секунды.
Время	секунда	с	**Основная единица** Секунда равна 919263177 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.
Масса	килограмм	кг	**Основная единица** Килограмм равен массе международного прототипа килограмма.

Физическая величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	Определение через основные единицы СИ
Скорость	метр в секунду	м/с	
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	$с^{-1}$
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	$рад/с^2$	$с^{-2}$
Частота	герц	Гц	$с^{-1}$
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	
Сила	ньютон	Н	$кг \cdot м \cdot с^{-2}$
Давление	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Импульс	килограмм-метр в секунду	$кг \cdot м /с$	
Момент силы	ньютон-метр	$Н \cdot м$	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Момент импульса	килограмм-метр в квадрате в секунду	$кг \cdot м^2 /с$	
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	$кг \cdot м^2$	
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность	ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3}$
Термодинамическая температура	кельвин	К	**Основная единица** Кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.
Количество вещества	моль	моль	**Основная единица** Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.
Молярная масса	килограмм на моль	кг/моль	
Теплоемкость, энтропия	джоуль на кельвин	Дж/К	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$
Молярная теплоемкость	джоуль на моль-кельвин	Дж/(моль·К)	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot К^{-1} \cdot моль^{-1}$
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	$м^2 \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$

3.Внесистемные единицы

Физическая величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	Размер единицы в СИ
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Давление	атмосфера физическая	атм	$1{,}01\cdot10^{5}$ Па = = 760 мм рт. ст.
	миллиметр ртутного столба	мм рт.ст.	133,322 Па
Масса	грамм	г	10^{-3} кг
	тонна	т	10^{3} кг
Мощность	лошадиная сила	л.с.	735,32 Вт
Объем	литр	л	10^{-3} м ^{3}
Плоский угол	градус	…°	$1{,}745329\cdot10^{-2}$ рад
	минута	…′	$2{,}908882\cdot10^{-4}$ рад
	секунда	…′′	$4{,}848137\cdot10^{-6}$ рад
Площадь	гектар	га	10^{4} м ^{2}
Температура	градус Цельсия	°C	определяется выражением $t = T - T_0$,где T – температура Кельвина, T_0 = 273,15 К

4.Приставки для образования кратных и дольных единиц

Приставка	Обозначение	Значение
тера	Т	10^{12} = 1 000 000 000 000
гига	Г	10^{9} = 1 000 000 000
мега	М	10^{6} = 1 000 000
кило	к	10^{3} = 1 000
гекто	г	10^{2} = 100
дека	да	10^{1} = 10
деци	д	10^{-1} = 0,1
санти	с	10^{-2} = 0,01
милли	м	10^{-3} = 0,001
микро	мк	10^{-6} = 0,000 001
нано	н	10^{-9} = 0,000 000 001
пико	п	10^{-12} = 0,000 000 000 001
фемто	ф	10^{-15} = 0,000 000 000 000 001
атто	а	10^{-18} = 0,000 000 000 000 000 001

Приставки рекомендуется выбирать таким образом, чтобы числовые значения величин находились в пределах от 0,1 до 1000.

5.Буквы греческого алфавита

Α α	альфа	Ι ι	йота	Ρ ρ	ро
Β β	бета	Κ κ	каппа	Σ σ	сигма
Γ γ	гамма	Λ λ	лямбда	Τ τ	тау
Δ δ	дельта	Μ μ	мю	Υ υ	ипсилон
Ε ε	эпсилон	Ν ν	ню	Φ φ	фи
Ζ ζ	дзета	Ξ ξ	кси	Χ χ	хи
Η η	эта	Ο ο	омикрон	Ψ ψ	пси
Θ θ	тета	Π π	пи	Ω ω	омега

6. Вычисления с приближенными числами

При записи значения приближенной величины считают, что погрешность определяющего ее величину числа не превосходит одной единицы последней значащей цифры.

Значащими цифрами числа называют все его цифры в десятичном написании числа, начиная с первой ненулевой (считая слева направо). Например, в числе 0,0040800 первые три нуля не являются значащими числами. Все остальные цифры, включающие и последующие три нуля – значащие.

Таким образом, все значащие цифры числа кроме последней надо считать верными, а последнюю сомнительной.

При решении задач с приближенными данными нужно в результатах промежуточных действий сохранять на одну цифру больше – *запасная цифра*, чем требуют правила округления результатов отдельных действий. Причем при подсчете значащих цифр в промежуточных результатах запасные цифры во внимание не принимаются. В окончательном результате запасная цифра отбрасывается по правилам округления.

Правила округления числа

1. Если первая отбрасываемая цифра меньше 5, то предыдущая цифра остается без изменения.

2. Если первая отбрасываемая цифра больше 5, то предыдущая цифра увеличивается на единицу.

3. Если первая отбрасываемая цифра равна 5, то округление делают так, чтобы последняя цифра оставалась четной.

Округление результата отдельного арифметического действия

1. При сложении и вычитании приближенных чисел в полученном результате нужно отбрасывать по правилам округления цифры тех разрядов справа, в которых нет значащих цифр хотя бы в одном из данных приближенных чисел.

2. При умножении и делении приближенных чисел в полученном результате нужно сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное, данное с наименьшим количеством значащих цифр.

3. При возведении приближенного числа в степень нужно в результате сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень число.

4. При извлечении корня в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное приближенное число.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:

7.1.1. Основная литература:

1. Физика. Ч.2 Электричество и магнетизм,оптика и атомная физика. [Электронный учебник], 2014. - 124 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/243271
2. Физика.Ч.1 Механика,молекулярная физика и термодинамика. [Электронный учебник], 2014. - 129 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/243270
3. Ковалевский, Игорь Геннадьевич. Справочное пособие по курсу физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов высш. аграр. учеб. заведений. обучающихся по спец. и направлениям высш. проф. образования : допущено М-вом сел. хоз-ва Рос. Федерации / И. Г. Ковалевский, 2014. - 1 эл. опт.диск
4. Физика [Электронный учебник] , 2012. - 106 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/224515

7.1.2. Дополнительная литература:

1. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах:учебное пособие для втузов. Книга 1: Механика, 2003.-352 с.
2. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах:учебное пособие для втузов. Книга 2:Электромагнетизм. Волновая оптика. Квантовая физика, 2003.-438 с..
3. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах: учебное пособие для втузов. Книга 3: Статистическая физика. Строение вещества, 2003.-366 с.
4. Бузунова, Марина Юрьевна. Сборник задач по физике [Электронный ресурс] . Ч. 1. Молекулярная физика и термодинамика. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика. Основы физики атома и атомного ядра / М. Ю. Бузунова, И. Г. Ковалевский, 2009. - 1 эл. опт.диск
5. Вопросы и ответы по курсу физики : учеб.пособие по дисциплине "Физика" / Иркут. гос. с.-х. акад., 2011. - 159 с.
6. Вржащ, Евгений Эдуардович. Физика. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц [Электронный ресурс] : учеб.-метод. указ. / Е. Э. Вржащ, 2010. - 1 эл. опт.диск
7. Физика [Электронный ресурс] : рук.к лаб. работам / Иркут. гос. с.-х. акад.; сост. Л. Н. Макридина. Ч. 2 : Электромагнитные явления. Оптика, 2011. - 1 эл. опт.диск
8. Чакак, А. А. Физика. Краткий курс [Электронный ресурс] : учеб.пособие, 2011. - 541 с. ; 541 с. - Режим доступа:http://rucont.ru/efd/193416.

7.3. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах:учебное пособие для втузов. Книга 1: Механика, 2003.-352 с..
2. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах:учебное пособие для втузов. Книга 2 :Электромагнетизм. Волновая оптика. Квантовая физика, 2003.-438 с..
3. Бондарев, Борис Владимирович. Курс общей физики: в 3 книгах: учебное пособие для втузов. Книга 3: Статистическая физика. Строение вещества, 2003.-366 с..

4. Ковалевский, Игорь Геннадьевич. Справочное пособие по курсу физики [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов высш. аграр. учеб. заведений. обучающихся по спец. и направлениям высш. проф. образования : допущено М-вом сел. хоз-ва Рос. Федерации / И. Г. Ковалевский, 2014. - 1 эл. опт.диск
5. Физика [Электронный учебник] , 2012. - 106 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/224515
6. Физика. Ч.2 Электричество и магнетизм,оптика и атомная физика. [Электронный учебник] , 2014. - 124 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/243271
7. Физика.Ч.1 Механика,молекулярная физика и термодинамика. [Электронный учебник] , 2014. - 129 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/243270
8. Чакак, А. А. Физика. Краткий курс [Электронный ресурс] : учеб.пособие, 2011. - 541 с. ; 541 с. - Режим доступа:http://rucont.ru/efd/193416.
9. Бузунова, Марина Юрьевна. Сборник задач по физике [Электронный ресурс] . Ч. 1. Молекулярная физика и термодинамика. Ч. 2. Электричество и магнетизм. Оптика. Основы физики атома и атомного ядра / М. Ю. Бузунова, И. Г. Ковалевский, 2009. - 1 эл. опт.диск
10. Вопросы и ответы по курсу физики : учеб.пособие по дисциплине "Физика" / Иркут. гос. с.-х. акад., 2011. - 159 с.
11. Вржащ, Евгений Эдуардович. Физика. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц [Электронный ресурс] : учеб.-метод. указ. / Е. Э. Вржащ, 2010. - 1 эл. опт.диск
12. Физика [Электронный ресурс] : рук.к лаб. работам / Иркут. гос. с.-х. акад.; сост. Л. Н. Макридина. Ч. 2 : Электромагнитные явления. Оптика, 2011. - 1 эл. опт.диск
13. Бирюкова, Ирина Петровна. Физика [Электронный ресурс] : Учеб.пособие / И. П. Бирюкова. - Электрон.текстовые дан. - Москва : ВГЛТА (Воронежская государственная лесотехническая академия), 2013. - 113 с. - Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=39136
14. Физика. Разделы «Механика. Молекулярная физика. Термодинамика» (проведение эксперимента и компьютерного моделирования). Ч. 1 [Текст : Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие. - Электрон.текстовые дан. - Уфа : УГАЭС, 2010. - 140 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/143845
15. Согуренко, Александр Дмитриевич. Физика. Электричество и магнетизм [Текст :Электронный ресурс] / А. Д. Согуренко. - Электрон.текстовые дан. - Пенза : РИО ПГСХА, 2013. - 56 с. - Режим доступа:http://rucont.ru/efd/216513
16. Денисова, О. А. Физика. Разделы «Механика. Молекулярная физика. Термодинамика» (организация самостоятельной работы студентов). Ч. 1 [Текст] : учеб.-метод. пособие / О. А. Денисова. - Уфа : УГУЭС, 2014. - 133 с.- Режим доступа: http://rucont.ru/efd/314961
17. Физика: лабораторный практикум по физике с компьютерными моделями. [Текст] . - Оренбург : ФГБОУ ВПО Оренбургский государственный аграрный университет, 2015. - 64 с. ; нет. - Режим доступа:http://rucont.ru/efd/334955
18. Физика [Электронный учебник] , 2012. - 106 с. - Режим доступа: http://rucont.ru/efd/224515
19. Физика [Текст : Электронный ресурс] : словарь-справочник. - Электрон.текстовые дан. - Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2014. - 798 с. ; нет. - (Физика в технических университетах). - Режим доступа:http://rucont.ru/efd/266920

Помимо рекомендованной основной и дополнительной литературы, а также ресурсов Интернет, в процессе самостоятельной работы студенты могут пользоваться следующими методическими материалами:

1. Бузунова, Марина Юрьевна. Сборник задач по физике : учеб.пособие для вузов. Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика, 2009. - 172 с.
2. Бузунова, Марина Юрьевна. Сборник задач по физике : учеб.пособие для вузов. Ч.2 : Электричество и магнетизм. Оптика. Основы физики атома и атомного ядра, 2009. - 275 с.
3. Вржащ, Евгений Эдуардович. Физика: Электричество и магнетизм.; Учебное пособие для студентов с.х. вузов очн. и заочн. Форм обучения направления подготовки 35.03.06 «Агроинженерия (электрооборудование и электрооборудование в АПК)», 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» / Е.Э. Вржащ, Ю.Ю. Клибанова; Иркут.гос. аграр. ун-т им. А.А. Ежевского. – Иркутск: Изд-во ИрГАУ им. А.А. Ежевского, 2016. -139 с.; 21 см. – Библиогр.: с. 139

ЛИТЕРАТУРА

1.Бузунова М.Ю., Ковалевский И.Г. Сборник задач по физике : учеб.пособие для вузов. Ч. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика, 2009. - 172 с.
2.Трофимова Т.И. Курс физики.: учебн. пособие для вузов. - М.: Академия, 2010. – 557 с..
3. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физике. – СПб.: Лань, 2008. – 352 с.
4.Ковалевский И.Г. Справочное пособие по курсу физики. – Иркутск: ИрГСХА, 2014.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Бузунова Марина Юрьевна

Сборник задач по физике. Часть 1.

ФГБОУ ВО Иркутский ГАУ имени А.А.Ежевского , 664038,
Иркутская область, Иркутский район, пос. Молодёжный