

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Дмитриев Николай Николаевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 11.07.2023 06:53:20  
Уникальный программный ключ:  
f7c6227919e4cdbfb417b682991f8553b37cafb4

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Иркутский государственный сельскохозяйственный университет

Колледж автомобильного транспорта и агропромышленного сервиса

В.М. Набока

**Выполнение контрольной работы по физике**  
**Учебно-методическое пособие**

Иркутск  
2015

УДК .....

Б.....

Набока В.М.

Физика. Решение задач по курсу физики. Учебно-методическое пособие.

Иркутск: Изд-во  
ИрГСХА, 2014. - с.

Рекомендовано к печати предметно-цикловой комиссией Колледжа  
автомобильного транспорта и агропромышленного сервиса (протокол № \_\_\_  
от \_\_\_\_\_ 2015г.).

Рецензент:

Учебно-методическое пособие предназначено для проверки знаний по физике. В работе даны краткие теоретические сведения, требования к выполнению контрольной работы и правила выполнения.

Учебно-методическое пособие подготовлено на основе требований Федерального государственного образовательного стандарта и программы дисциплины, «Физика», предназначенных для специальностей 190631.51 – «Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта», 110809 – «Механизация сельского хозяйства», в качестве учебно-методического пособия к практическим занятиям и для самостоятельной работы.

© Набока В.М.

© Издательство ИрГСХУ, 2015

Учебное издание  
Набока Виктор Михайлович

**Выполнение контрольной работы по физике**

3 курс заочное отделение

Уровень СПО

**Учебно-методическое пособие**

Подготовка оригинала макета: Набока В.М.

Лицензия на издательскую деятельность

ЛР №070444 от 11.03.98г.

Подписано в печать ХХ.ХХ.ХХ. Формат 60х84/16

Усл.печ. л. \_\_\_\_ Тираж \_\_\_\_ экз.

Издательство Иркутского государственного  
сельскохозяйственного университета  
664038, Иркутская обл., Иркутский р-н,  
п. Молодежный

**Методические разработки**  
по выполнению  
**контрольной работы по физике**  
3 курс заочное отделение  
Уровень СПО

Иркутск 2015

## ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

**При выполнении контрольных работ надо строго придерживаться** указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не засчитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Контрольную работу следует выполнять в тетради чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия, имя, отчество студента, учебный номер (шифр), номер контрольной работы, название дисциплины; здесь же следует указать дату отсылки работы в университет и адрес студента. В конце работы следует указать используемую литературу.
3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Контрольные работы, содержащие не все задачи, а также содержание задачи не своего варианта, не засчитываются.
4. Решение задач надо располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номер задачи.
5. Перед решением каждой задачи надо выписывать полностью ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить данные конкретными из соответствующего номера.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
7. После получения прорецензированной работы, как не допущенной, так и допущенной к собеседованию, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочеты, а также выполнить все рекомендации. Если рецензент предлагает внести в решение задач те или иные исправления или дополнения и прислать их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок. При высылаемых исправлениях должна обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на нее. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается.
8. По каждой работе проводится собеседование, после чего выставляется зачет по контрольной работе.

Вариант контрольной работы содержит 6 заданий. Задачи контрольной работы должны выбираться студентами по двум последним цифрам его учебного номера (шифра) в соответствии с таблицей выбора вариантов. В 1 колонке в таблице по вертикали расположены номера вариантов, а напротив

последние цифры учебного номера студента, который должен будет выполнить этот вариант определяют номера задач контрольной работы, записанные в соответствующем варианте ниже.. Например, если личный шифр студента имеет две последние цифры 75, то он должен выполнить вариант 15.

<b>Номер варианта</b>	<b>Последние цифры учебного номера студента</b>		
	<b>01</b>	<b>35</b>	<b>69</b>
<b>Вариант 1</b>	<b>01</b>	<b>35</b>	<b>69</b>
<b>Вариант 2</b>	<b>02</b>	<b>36</b>	<b>70</b>
<b>Вариант 3</b>	<b>03</b>	<b>37</b>	<b>71</b>
<b>Вариант 4</b>	<b>04</b>	<b>38</b>	<b>72</b>
<b>Вариант 5</b>	<b>05</b>	<b>39</b>	<b>73</b>
<b>Вариант 6</b>	<b>06</b>	<b>40</b>	<b>74</b>
<b>Вариант 7</b>	<b>07</b>	<b>41</b>	<b>75</b>
<b>Вариант 8</b>	<b>08</b>	<b>42</b>	<b>76</b>
<b>Вариант 9</b>	<b>09</b>	<b>43</b>	<b>77</b>
<b>Вариант 10</b>	<b>10</b>	<b>44</b>	<b>78</b>
<b>Вариант 11</b>	<b>11</b>	<b>45</b>	<b>79</b>
<b>Вариант 12</b>	<b>12</b>	<b>46</b>	<b>80</b>
<b>Вариант 13</b>	<b>13</b>	<b>47</b>	<b>81</b>
<b>Вариант 14</b>	<b>14</b>	<b>48</b>	<b>82</b>
<b>Вариант 15</b>	<b>15</b>	<b>49</b>	<b>83</b>
<b>Вариант 16</b>	<b>16</b>	<b>50</b>	<b>84</b>
<b>Вариант 17</b>	<b>17</b>	<b>51</b>	<b>85</b>
<b>Вариант 18</b>	<b>18</b>	<b>52</b>	<b>86</b>

<b>Вариант 19</b>	<b>19</b>	<b>53</b>	<b>87</b>
<b>Вариант 20</b>	<b>20</b>	<b>54</b>	<b>88</b>
<b>Вариант 21</b>	<b>21</b>	<b>55</b>	<b>89</b>
<b>Вариант 22</b>	<b>22</b>	<b>56</b>	<b>90</b>
<b>Вариант 23</b>	<b>23</b>	<b>57</b>	<b>91</b>
<b>Вариант 24</b>	<b>24</b>	<b>58</b>	<b>92</b>
<b>Вариант 25</b>	<b>25</b>	<b>59</b>	<b>93</b>
<b>Вариант 26</b>	<b>26</b>	<b>60</b>	<b>94</b>
<b>Вариант 27</b>	<b>27</b>	<b>61</b>	<b>95</b>
<b>Вариант 28</b>	<b>28</b>	<b>62</b>	<b>96</b>
<b>Вариант 29</b>	<b>29</b>	<b>63</b>	<b>97</b>
<b>Вариант 30</b>	<b>30</b>	<b>64</b>	<b>98</b>
<b>Вариант 31</b>	<b>30</b>	<b>65</b>	<b>99</b>
<b>Вариант 32</b>	<b>32</b>	<b>66</b>	
<b>Вариант 33</b>	<b>33</b>	<b>67</b>	
<b>Вариант 34</b>	<b>34</b>	<b>68</b>	

## ПРИМЕРНАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Предложить единую схему решения задач невозможно. Однако можно рекомендовать определенную последовательность их решения.

Приступая к решению задач по какому-либо разделу, необходимо ознакомиться по учебной литературе и данному методическому пособию с конкретными физическими понятиями и соотношениями этого раздела. Разобрать приведенные в пособии примеры решения задач изучаемого раздела.

При решении задач целесообразно придерживаться следующей схемы:

1) по условию задачи представьте себе физическое явление, о котором идет речь. Сделайте краткую запись условия, выразив исходные данные в единицах СИ;

2) сделайте, где это необходимо, чертеж, схему или рисунок, поясняющий описанный в задаче процесс;

3) напишите уравнения или систему уравнений, отображающие физический процесс;

4) используя чертежи и условие задачи, преобразуйте уравнения так, чтобы в них входили лишь исходные данные и табличные величины;

5) решив задачу в общем виде, проверьте ответ по равенству размерностей величин, входящих в расчетную формулу;

6) осуществите вычисления и, получив числовой ответ, оцените его реальность.



# ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

## Основные формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центр масс твердого тела) вдоль оси  $x$

$$x = f(t),$$

где  $f(t)$  – некоторая функция времени.

Проекция средней скорости на ось  $x$

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Средняя скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta r}{\Delta t},$$

где  $\Delta r$  – изменение радиуса-вектора материальной точки за интервал времени  $\Delta t$ ;  $r(x, y, z)$ .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}.$$

Проекция среднего ускорения на ось  $x$

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}.$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности

$$\varphi = f(t), \quad r = R = \text{const},$$

где  $\varphi$  – угловой путь.

Модуль угловой скорости

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$$

Связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$v = \omega R, a_{\tau} = \varepsilon R, a_n = \omega^2 R,$$

где  $v$  – модуль линейной скорости;

$a_{\tau}$  и  $a_n$  - модули тангенциального и нормального ускорений;

$\omega$  - модуль угловой скорости;

$\varepsilon$  - модуль углового ускорения;

$R$  - радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}, \text{ или } a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным  $a$  и нормальным  $a_n$  ускорениями

$$\alpha = \arccos \frac{a_n}{a}.$$

Импульс материальной точки массой  $m$ , движущейся со скоростью  $v$

$$P = m v.$$

Второй закон Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}; \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \quad d\vec{p} = \vec{F}dt,$$

где  $\vec{F}$  – результирующая сила, действующая на материальную точку.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где  $k$  – коэффициент упругости;

$x$  – абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$P = mg;$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;

$m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;

$r$  – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

г) сила трения (скольжения)

$$F = fN,$$

где  $f$  – коэффициент трения;

$N$  – сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}, \text{ если } F = 0$$

или для взаимодействия двух тел ( $i = 2$ )

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2,$$

где  $v_1$  и  $v_2$  – скорости тел в момент времени, принятый за начальный;

$u_1$  и  $u_2$  – скорости тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = \frac{mv^2}{2}, \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины

$$\Pi = \frac{kx^2}{2},$$

где  $k$  – коэффициент упругости пружины;

$x$  – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная;

$m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел;

$r$  – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;

$h$  – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии  $h \ll R$ , где  $R$  – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии

$$E = T + \Pi = \text{const в изолированной системе тел.}$$

Работа  $A$ , совершаемая результирующей силой, является мерой изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси  $z$

$$M_z = I_z \varepsilon ,$$

где  $M_z$  – результирующий момент внешних сил относительно оси z, действующих на тело;

$\varepsilon$  - угловое ускорение;

$I_z$  – момент инерции тела относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой  $m$  относительно оси z, проходящей через центр масс:

а) стержня длиной  $l$  относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$I_z = \frac{ml^2}{12} ;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$I_z = mR^2 ,$$

где  $R$  - радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом  $R$  относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$I_z = \frac{mR^2}{2} ;$$

г) шара радиусом  $R$

$$I_z = \frac{2}{5} mR^2 .$$

Теорема Штейнера

$$I = I_0 + ml^2 ,$$

где  $I$  – момент инерции тел относительно любой оси;

$l$  - расстояние между осями;

$I_0$  – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной рассматриваемой оси;

$m$  - масса тела.

Проекция на ось  $z$  момента импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси  $z$

$$L_z = I_z \omega,$$

где  $\omega$  – угловая скорость тела.

Закон сохранения момента импульса систем тел, вращающихся вокруг неподвижной оси  $z$ ,

$$I_z \omega = \text{const}, \text{ если } \sum M_z = 0,$$

где  $I_z$  - момент инерции системы тел относительно оси  $z$ ;

$\omega$  - угловая скорость вращения тел системы вокруг оси  $z$ .

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси  $z$ ,

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2}, \text{ или } T = \frac{L_z^2}{2I_z}.$$

### Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид  $x = A + B t + C t^3$ , где  $A = 5$  м,  $B = 3$  м/с,  $C = 1$  м/с<sup>3</sup>. Найти координату  $x$ , скорость  $v_x$  и ускорение  $a_x$  точки в момент времени  $t=2$  с.

Дано: Решение.

$x = A + B t + C t^3$  Координату  $x$  найдем, подставив в уравнение

$A = 5$  м движения числовые значения коэффициентов

$B = 3$  м/с,  $A$ ,  $B$  и  $C$  и времени  $t$ :

$$C = 1 \text{ м/с}^3 \quad x = 5 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2^3 = 15 \text{ м}.$$

$t=2$  с Мгновенная скорость относительно оси  $x$  есть

первая производная от координаты по времени:

$$x = ? \quad v_x = ? \quad a_x = ? \quad v_x = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени  $t=2$  с

$$v_x = 3 + 3 \cdot 1 \cdot 2^2 = 15 \text{ м/с};$$

$$a_x = 6 \cdot 1 \cdot 2 = 12 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $x = 15$  м,  $v_x = 15$  м/с,  $a_x = 12$  м/с<sup>2</sup>

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону

$\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 10$  рад,  $B = 10$  рад/с,  $C = -3$  рад/с<sup>2</sup>. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии  $r = 0,2$  м от оси вращения, для момента времени  $t=3$  с.



Дано: Решение.

$$\varphi = A + Bt + Ct^2$$

$$A = 10 \text{ рад}$$

$$B = 10 \text{ рад/с}$$

$$C = -3 \text{ рад/с}^2$$

$$r = 0,2 \text{ м}$$

$$t=3 \text{ с}$$

$$a = ?$$

Рис. 1

Полное ускорение  $a$  точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения  $a_\tau$ , направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения  $a_n$ , направленного к центру кривизны траектории (рис. 1)

$$a = a_\tau + a_n.$$

Так как векторы  $a_{\tau}$  и  $a_n$  взаимно перпендикулярны, то модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}. \quad (1)$$

Модули тангенциального и нормального ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами

$$a_{\tau} = \varepsilon r, \quad a_n = \omega^2 r,$$

где  $\omega$  - модуль угловой скорости тела;

$\varepsilon$  - модуль его углового ускорения.

Подставляя выражения  $a_{\tau}$  и  $a_n$  в формулу (1), находим

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (2)$$

Угловую скорость  $\omega$  найдем, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct.$$

В момент времени  $t = 3$  с модуль угловой скорости

$$\omega = |10 + 2 \cdot (-3) \cdot 3| = -8 \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 2C = -6 \text{ рад/с}^2.$$

Подставляя выражения  $\omega$ ,  $\varepsilon$  и  $r$  в формулу (2), получаем

$$a = 0,2 \sqrt{(-6)^2 + (-8)^4} = 12,86 \text{ м/с}^2.$$

Ответ:  $a = 12,86 \text{ м/с}^2$

Пример 3. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой  $m = 30$  г поднялась на высоту  $h = 4$  м. Определить упругость пружины пистолета, если она была сжата на  $x = 10$  см. Массой пружины и силами трения пренебречь.

Дано: Решение.



$m = 30$  г Рассмотрим систему пружина-пуля. Так как на тела

$h = 4$  м системы действуют только консервативные силы, то для

$x = 10$  см решения задачи можно применить закон сохранения

$k = ?$  энергии в механике. Согласно ему полная механическая

энергия  $E_1$  системы в начальном состоянии (в данном случае перед выстрелом) равна полной энергии  $E_2$  в конечном состоянии (когда пуля поднялась на высоту  $h$ ), то есть

$$E_1 = E_2, \text{ или}$$

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2, (1)$$

где  $T_1, T_2, \Pi_1$  и  $\Pi_2$  – кинетические и потенциальные энергии системы в начальном и конечном состояниях.

Так как кинетические энергии пули в начальном и конечном состояниях равны нулю, то равенство (1) примет вид

$$\Pi_1 = \Pi_2. (2)$$

Примем потенциальную энергию пули в поле сил тяготения Земли, когда пуля покоится на сжатой пружине, равной нулю, а высоту подъема

пули будем отсчитывать от торца сжатой пружины. Тогда энергия системы в начальном состоянии будет равна потенциальной энергии сжатой пружины,

то есть  $\Pi_1 = \frac{kx^2}{2}$ , а в конечном состоянии – потенциальная энергия пули на высоте  $h$ , то есть  $\Pi_2 = mgh$ .

Подставив выражения  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в формулу (2), найдем

$$\frac{kx^2}{2} = mgh, \text{ откуда}$$

$$k = \frac{2mgh}{x^2}. (3)$$

Проверим, дает ли полученная формула единицу коэффициента упругости  $k$ . Для этого в правую часть формулы (3) вместо величин подставим их единицы (единицу какой-либо величины принято обозначать символом этой величины, заключенным в квадратные скобки):

$$\frac{[m] \cdot [g] \cdot [h]}{[x]^2} = \frac{1\text{кг} \cdot 1\text{м} \cdot \text{с}^{-2} \cdot 1\text{м}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}}{1\text{м}} = 1\text{Н} / \text{м}$$

Убедившись, что полученная единица является единицей  $k$  (1 Н/м), подставим в формулу (3) значения величин и произведем вычисления:

$$k = \frac{2 \cdot 0,03 \cdot 9,81 \cdot 4}{0,1^2} = 235,44\text{Н} / \text{м}$$

Ответ:  $k = 235,44$  Н/м

Пример 4. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу

$m = 80$  г (рис. 2) перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами  $m_1 = 200$  г и  $m_2 = 300$  г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.



Дано: Решение.

$m = 80$  г Рассмотрим силы,

$m_1 = 200$  г действующие на каждый

$m_2 = 300$  г груз и на блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести и сила

упругости (сила натяжения нити). Направим

ось  $x$  вертикально вниз и напишем для

каждого груза уравнение движения (второй

закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для

первого груза Рис. 2

$$m_1 g - T_1 = m_1 a ; (1)$$

для второго груза

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. (2)$$

Под действием моментов сил  $T_1'$  и  $T_2'$  относительно оси  $z$ , перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение  $\varepsilon$ . Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$T_2' r - T_1' r = I_z \varepsilon, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = a / r$ ;

$I_z = \frac{mr^2}{2}$  - момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси  $z$ .

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити,

$T_1' = T_1, T_2' = T_2$ . Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (3) вместо  $T_1'$  и  $T_2'$  выражения  $T_1$  и  $T_2$ , получив их предварительно из уравнений (1) и (2):

$$(m_2 g - m_2 a) r - (m_1 g + m_1 a) r = \frac{mr^2 a}{2r}.$$

После сокращения на  $r$  и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} \cdot g. \quad (4)$$

Формула (4) позволяет массы  $m_1, m_2$  и  $m$  выразить в граммах, как они даны в условии задачи, а ускорение в единицах СИ. После подстановки числовых значений в формулу (4) получим

$$a = \frac{300 - 200}{300 + 200 + \frac{80}{2}} \cdot 9,81 = 1,82 \text{ м/с}^2$$

Ответ:  $a = 1,82 \text{ м/с}^2$

## 2.1 МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

### Основные формулы

Количество вещества тела (системы) – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и так далее), содержащихся в теле или системе. Количество вещества выражается в молях. Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде 12 массой 0,012 кг.

$$\nu = N / N_A,$$

где  $N$  – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и так далее), составляющих тело (систему);

$N_A$  – постоянная Авогадро ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>).

Молярная масса вещества

$$M = m / \nu ,$$

где  $m$  – масса однородного тела (системы);

$\nu$  – количество вещества этого тела.

Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum n_i A_{r,i} ;$$

где  $n_i$  – число атомов  $i$ -го химического элемента, входящего в состав молекулы данного вещества;

$A_{r,i}$  - относительная атомная масса этого элемента. Относительные атомные массы приводятся в таблице Д.И.Менделеева (табл. 9 приложения).

Связь молярной массы  $M$  с относительной молекулярной массой вещества

$$M = M_r k ,$$

где  $k = 10^{-3}$  кг/моль.

Количество вещества смеси газов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = N_1 / N_A + N_2 / N_A + \dots + N_n / N_A ,$$

или

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n} ,$$

где  $\nu_i$ ,  $m_i$ ,  $M_i$  - соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса  $i$ -го компонента смеси.

Уравнение Менделеева – Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT,$$

где  $m$  – масса газа;

$M$  – молярная масса газа;

$R$  – молярная газовая постоянная;

$\nu$  – количество вещества;

$T$  – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева – Клапейрона для изо процессов:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс:  $T = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ )

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс:  $p = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ )

$$\frac{V}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (изохорный процесс:  $V = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ )

$$\frac{p}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) объединенный газовый закон ( $m = \text{const}$ )

$$\frac{pV}{T} = \text{const}, \text{ или } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

где  $p_1, V_1, T_1$  - давление, объем и температура газа в начальном состоянии ;  
 $p_2, V_2, T_2$  – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где  $p_i$  - парциальное давление компонентов смеси;

$n$  – число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси газов

$$M = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) / (v_1 + v_2 + \dots + v_n),$$

где  $m_i$  - масса  $i$ -го компонента смеси;

$$v_i = \frac{m_i}{M_i} - \text{количество вещества } i\text{-го компонента смеси};$$

$n$  – число компонентов смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \cdot \rho}{M},$$

где  $N$  – число молекул, содержащихся в данной системе;

$\rho$  – плотность вещества;

$V$  – объем системы.

Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle ,$$

где  $\langle \varepsilon_n \rangle$  - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$P = n k T .$$

Скорость молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \text{- средняя квадратичная;}$$

где  $m_1$  - масса одной молекулы.

Относительная скорость молекулы

$$u = v / v_B ,$$

где  $v$  – скорость данной молекулы.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме ( $c_v$ ) и постоянном давлении ( $c_p$ )

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M} , \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M} .$$

Связь между удельной  $c$  и молярной  $C$  теплоемкостями

$$c = C / M , \quad C = c M .$$

## Уравнение Майера

$$C_p - C_v = R.$$

## Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_v T.$$

## Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где  $Q$  – теплота, сообщенная системе (газу);

$\Delta U$  – изменение внутренней энергии системы;

$A$  – работа, совершенная системой против внешних сил.

## Работа расширения газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV \quad \text{- в общем случае;}$$

$$A = p(V_2 - V_1) \quad \text{- при изобарном процессе;}$$

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{- при изотермическом процессе;}$$

, .

## Термический к.п.д. цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  - теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика;

$Q_2$  - теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

## Термический к.п.д. цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$



где  $T_1$  и  $T_2$  - термодинамические температуры теплодатчика и теплоприемника.

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = \frac{F}{l}, \text{ или } \alpha = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

где  $F$  – сила поверхностного натяжения, действующая на контур  $l$ , ограничивающий поверхность жидкости;

$\Delta E$  – изменение свободной энергии поверхностной пленки жидкости, связанное с изменением площади  $\Delta S$  поверхности этой пленки.

### Примеры решения задач

Пример 1. Определить для серной кислоты 1) относительную молекулярную массу  $M_r$ ; 2) молярную массу  $M$ .

Дано: Решение.

$\text{H}_2\text{SO}_4$  1. Относительная молекулярная масса вещества равна

$M_r = ?$   $M = ?$  сумме относительных атомных масс всех элементов, атомы

которых входят в состав молекулы данного вещества, и определяется по формуле

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (1)$$

где  $n_i$  – число атомов  $i$ -го элемента, входящего в молекулу;

$A_{r,i}$  - относительная атомная масса  $i$ -го элемента.

Химическая формула серной кислоты имеет вид  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . Так как в состав молекулы серной кислоты входят атомы трех элементов, то стоящая в правой части равенства (1) сумма будет состоять из трех слагаемых и эта формула примет вид

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3}. \quad (2)$$

Из формулы серной кислоты далее следует, что  $n_1 = 2$  (два атома водорода),  $n_2 = 1$  (один атом серы) и  $n_3 = 4$  (четыре атома кислорода).

Значения относительных атомных масс водорода, серы и кислорода найдем в таблице И.Д.Менделеева или в таблице 9 приложения.

$$A_{r,1} = 1 ; A_{r,2} = 32 ; A_{r,3} = 16$$

Подставив значения  $n_i$  и  $A_{r,i}$  в формулу (2), найдем относительную молекулярную массу серной кислоты.

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Зная относительную молекулярную массу  $M_r$ , найдем молярную массу серной кислоты по формуле

$$M = M_r k, (3)$$

где  $k = 10^{-3}$  кг/моль.

Подставив в (3) значения величин, получим

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Ответ:  $M_r = 98$ ;  $M = 98 \cdot 10^{-3}$  кг/моль

Пример 2. Определить молярную массу  $M$  смеси кислорода массой  $m_1 = 50$  г и азота массой  $m_2 = 150$  г.

Дано: Решение.

$m_1 = 50$  г Молярная масса смеси  $M$  есть отношение массы смеси

$m_2 = 150$  г  $m$  к количеству вещества смеси  $\nu$

$$M_{\text{смеси}} = ? \quad M = m / \nu. (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси

$$m = m_1 + m_2.$$

Количество вещества смеси равно сумме количеств вещества компонентов

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = (m_1 / M_1) + (m_2 / M_2).$$

Подставив в формулу (1) выражения  $m$  и  $\nu$ , получим

$$M = \frac{m_1 + m_2}{(m_1 / M_1) + (m_2 / M_2)}. (2)$$

Применив метод, использованный в примере 1, найдем молярные массы кислорода  $M_1$  и азота  $M_2$ .

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим значения величин в (2) и произведем вычисления.

$$M = \frac{50 \cdot 10^{-3} + 150 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 150 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\text{Ответ: } M = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

Пример 3. Определить число  $N$  молекул, содержащихся в объеме  $V = 1 \text{ мм}^3$  воды, и массу  $m_1$  молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр  $d$  молекул.

Дано: Решение.

$V = 1 \text{ мм}^3$  Число  $N$  молекул, содержащихся в некоторой системе

$m_1 = ?$   $N = ?$   $d = ?$  массой  $m$ , равно произведению постоянной Авогадро

$N_A$  на количество вещества  $\nu$

$$N = \nu N_A.$$

Так как  $\nu = m / M$ , где  $M$  – молярная масса, то

$$N = \frac{m N_A}{M}.$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем  $V$ , получим

$$N = \rho V N_A / M.$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$  (табл. 9 приложения).

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул}.$$

Массу  $m_1$  одной молекулы можно найти по формуле

$$m_1 = M / N_A (1)$$

Подставив в (1) значения  $M$  и  $N_A$ , найдем массу молекулы воды.

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг} .$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка)  $V_1 = d^3$ , где  $d$  – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_1} . (2)$$

Объем  $V_1$  найдем, разделив молярный объем  $V_m$  на число молекул в моле, то есть на  $N_A$ .

$$V_1 = V_m / N_A . (3)$$

Подставим выражение (3) в (2).

$$d = \sqrt[3]{V_m / N_A} ,$$

где  $V_m = M / \rho$ .

Тогда

$$d = \sqrt[3]{M / (\rho \cdot N_A)} . (4)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (4) единицу длины.

$$\frac{[M]}{[\rho] \cdot [N_A]}^{1/3} = \left[ \frac{1 \text{ кг} / \text{моль}}{1 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right]^{1/3} = 1 \text{ м} .$$

Произведем вычисления.

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ пм} .$$

Ответ:  $m_1 = 2,99 \cdot 10^{-26}$  кг;  $N = 3,34 \cdot 10^{19}$ ;  $d = 311$  пм

Пример 4. Баллон содержит  $m_1 = 80$  г кислорода и  $m_2 = 320$  г аргона. Давление смеси  $p = 2$  МПа, температура  $T = 300$  К. Принимая данные газы за идеальные, определить объем  $V$  баллона.

Дано: Решение.

$m_1 = 80$  г По закону Дальтона давление смеси равно сумме

$m_2 = 320$  г парциальных давлений газов, входящих в состав смеси.

$p = 2$  МПа По уравнению Менделеева-Клапейрона, парциальное

$T = 300$  К давление  $p_1$  кислорода и  $p_2$  аргона выражаются

$V = ?$  формулами

$$p_1 = m_1 R T / (M_1 V), p_2 = m_2 R T / (M_2 V).$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$p = p_1 + p_2, \text{ или } p = \left[ \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right] \cdot \frac{RT}{V},$$

откуда объем баллона

$$V = \left[ \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right] \cdot \frac{RT}{p}. \quad (1)$$

Произведем вычисления, учитывая, что  $M_1 = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль,  $M_2 = 40 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (табл. 9 приложения)

$$V = \left[ \frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right] \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{2 \cdot 10^6} = 0,0131 \text{ м}^3 = 13,1 \text{ л.}$$

Ответ:  $V = 13,1$  л

Пример 5. Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $T = 350$  К, а также кинетическую энергию  $E_k$  вращательного движения всех молекул кислорода массой  $m = 12$  г.

Дано: Решение.

1 молекула  $O_2$  На каждую степень свободы молекулы газа

$T = 350$  К приходится одинаковая средняя энергия

$$m = 12 \text{ г} \quad \langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = ?$   $E_k = ?$  где  $k$  – постоянная Больцмана;

$T$  – термодинамическая температура газа.

Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \quad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_k = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle \cdot N. \quad (2)$$

Число всех молекул газа

$$N = \nu N_A, \quad (3)$$

где  $\nu$  – количество вещества;

$N_A$  – постоянная Авогадро.

Если учесть, что количество вещества  $\nu = m / M$ , где  $m$  – масса газа, а  $M$  – молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A \cdot \frac{m}{M}$$

Подставив выражение  $N$  в формулу (2), получаем

$$E_k = N_A m \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle / M. \quad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (табл. 9 приложения).

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} = 1092 \text{ Дж}.$$

$$\text{Ответ: } \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}; E_k = 1092 \text{ Дж}$$

Пример 6. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме  $c_V$  и при постоянном давлении  $c_p$  неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Дано: Решение.

Неон Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются Водород формулами

$$c_v = ? \quad c_p = ? \quad c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (1)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad (2)$$

где  $i$  - число степеней свободы молекулы газа;

$M$  – молярная масса.

Для неона (одноатомный газ)  $i = 3$  и  $M = 20 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (табл. 9 приложения).

Произведем вычисления.

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 6,24 \cdot 10^2 \quad \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8,31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1,04 \cdot 10^3 \quad \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ)  $i = 5$  и  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (табл. 9 приложения). Тогда

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,04 \cdot 10^4 \quad \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8,31}{2 \cdot 10^{-3}} = 1,46 \cdot 10^4 \quad \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Ответ: неон  $c_v = 6,24 \cdot 10^2$  Дж/(кг · К);

$$c_p = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

водород  $c_v = 1,04 \cdot 10^4$  Дж/(кг · К);

$$c_p = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

Пример 7. Вычислить удельные теплоемкости  $c_v$  и  $c_p$  смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода составляют  $\omega_1 = 80\%$  и  $\omega_2 = 20\%$ . Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение. Удельную теплоемкость  $c_V$  смеси при постоянном объеме найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на  $\Delta T$ , выразим двумя способами.

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, (1)$$

$$Q = (c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2) \Delta T, (2)$$

где  $c_{V,1}$  – удельная теплоемкость неона;

$c_{V,2}$  – удельная теплоемкость водорода.

Приравняв правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на  $\Delta T$ , получим

$$c_V (m_1 + m_2) = c_{V,1} m_1 + c_{V,2} m_2.$$

Отсюда

$$c_V = c_{V,1} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2} + c_{V,2} \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

или

$$c_V = c_{V,1} \cdot \omega_1 + c_{V,2} \cdot \omega_2,$$

$$\text{где } \omega_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \text{ и } \omega_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении.

$$c_p = c_{p,1} \cdot \omega_1 + c_{p,2} \cdot \omega_2.$$

Произведем вычисления.

$$c_V = (6,24 \cdot 10^2 \cdot 0,8 + 1,04 \cdot 10^4 \cdot 0,2) = 2,58 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К});$$

$$c_p = (1,04 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 1,46 \cdot 10^4 \cdot 0,2) = 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

$$\text{Ответ: } c_V = 2,58 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); c_p = 3,75 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$$

Пример 8. Кислород массой  $m = 4$  кг занимает объем  $V=1$  м<sup>3</sup> и находится под давлением  $p_1 = 0,2$  МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема  $V_2 = 3$  м<sup>3</sup>, а затем при постоянном объеме до давления  $p_3 = 0,5$  МПа.



Найти изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа, совершенную им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

Дано: Решение.

$m = 4$  кг Изменение внутренней энергии газа

$$V=1 \text{ м}^3 \quad \Delta U = c_v m \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M} \cdot m \Delta T,$$

$p_1 = 0,2$  МПа где  $i$  - число степеней свободы молекул газа (для

$V_2 = 3 \text{ м}^3$  двухатомных молекул кислорода  $i = 5$ );

$p_3 = 0,5$  МПа  $\Delta T = T_3 - T_1$  – разность температур газа в конечном

$\Delta U = ?$   $A = ?$   $Q = ?$  (третьем) и начальном состояниях.

Начальную и конечную температуру газа найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

откуда

$$T = pVM / (mR).$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой

$$A_1 = \frac{m_1}{MR\Delta T}.$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю.

$$A_2 = 0.$$

Следовательно, полная работа, совершаемая газом,

$$A = A_1 + A_2 = A_1.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота  $Q$ , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  и работы  $A$ .

$$Q = \Delta U + A.$$

Произведем вычисления, учтя, что для кислорода  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (табл. 9 приложения).

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 8,31} = 192,5 \text{ К};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 8,31} = 577,5 \text{ К.}$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 8,31} = 1443,5 \text{ К.}$$

$$A_1 = \frac{8,31 \cdot 4 \cdot (577,5 - 192,5)}{32 \cdot 10^{-3}} = 399,92 \cdot 10^3 \text{ Дж} \approx 0,4 \text{ МДж};$$

$$A = A_1 = 0,4 \text{ МДж.}$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31 \cdot 4 \cdot (1443,5 - 192,5)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 3,25 \text{ МДж.}$$

$$Q = (3,25 + 0,4) = 3,65 \text{ МДж.}$$

Ответ:  $\Delta U = 3,25 \text{ МДж}$ ;  $A = 0,4 \text{ МДж}$ ;  $Q = 3,65 \text{ МДж}$

Рис. 5

Пример 9. В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m = 0,04$  кг при температуре  $T_1 = 300$  К. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объем в  $n_1 = 5$  раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в  $n_2 = 5$  раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершаемую газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Дано: Решение.

$m = 0,04$  кг Температуры и объемы газа, совершающего

$T_1 = 300$  К адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$V_2 = 5V_1 \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}},$$

$T_2 = ?$   $A = ?$  где  $\gamma$  – отношение теплоемкостей газа при постоянном

давлении и постоянном объеме;  $n_1 = V_2 / V_1$ .

Отсюда получаем следующее выражение для конечной температуры

$$T_2 = T_1 / n_1^{\gamma-1}.$$

Работа  $A_1$  газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле

$$A_1 = \frac{m}{M} \cdot C_V (T_1 - T_2) = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot R (T_1 - T_2),$$

где  $C_V$  – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Работа  $A_2$  газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_2 = \frac{m}{M} \cdot RT_2 \ln \frac{V_3}{V_2}, \text{ или } A_2 = \frac{m}{M} \cdot RT_2 \ln \frac{1}{n^2},$$

где  $n_2 = V_2 / V_3$ .

Произведем вычисления, учитывая, что для водорода как двухатомного газа  $\gamma=1,4$ ,  $i=5$  и  $M=2 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} = \frac{300}{5^{0,4}} \text{ К.}$$

Так как  $5^{0,4}=1,91$  (находится логарифмированием), то  $T_2=300/1,91 = 157$  К;

$$A_1 = \frac{0,04 \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) = 59,6 \text{ кДж}; \quad A_2 = \frac{0,04}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot 157 \ln \frac{1}{5} = -42 \text{ кДж.}$$

Ответ:  $T_2 = 157$  К;  $A_1 = 59,6$  кДж;  $A_2 = -42$  кДж

Знак минус показывает, что при сжатии работа газа совершается над газом внешними силами.

Пример 10. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура теплоотдатчика  $T_1 = 500$  К. Определить термический к.п.д.  $\eta$  цикла и температуру  $T_2$  теплоприемника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от теплоотдатчика, машина совершает работу  $A = 350$  Дж.

Дано: Решение.

$T_1 = 500$  К Термический к.п.д. тепловой машины показывает,

$A = 350$  Дж какая доля теплоты, полученной от теплоотдатчика,

$\eta = ?$   $T_2 = ?$  превращается в механическую работу. Термический к.п.д. выражается формулой

$$\eta = (A / Q_1) \cdot 100\%,$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная от теплоотдатчика;

$A$  – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная к.п.д. цикла, можно по формуле  $\eta = (T_1 - T_2) / T_1$  определить температуру охладителя  $T_2$ .

$$T_2 = T_1 (1 - \eta).$$

Произведем вычисления.

$$\eta = (350 / 1000) \cdot 100\% = 35\%;$$

$$T_2 = 500 \cdot (1 - 0,35) = 325 \text{ К.}$$

Ответ:  $\eta=35\%$ ;  $T_2 = 325 \text{ К}$

## 2.2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

### Основные формулы

Закон Кулона

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия точечных зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ ;

$r$  – расстояние между зарядами;

$\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость;

$\epsilon_0$  – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал

$$E = F / Q, \quad \phi = W / Q,$$

где  $W$  – потенциальная энергия точечного положительного заряда  $Q$ , находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда

$$F = QE, \quad \Pi = Q\varphi.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей),

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i, \quad \varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где  $E_i$ ,  $\varphi_i$  – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого  $i$ -м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом,

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где  $r$  – расстояние от заряда  $Q$  до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом  $R$  на расстоянии  $r$  от центра сферы,

а)  $E = 0$ ;  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$  (при  $r < R$ );

б)  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}$ ;  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$  (при  $r = R$ );

в)  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$ ;  $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$  (при  $r > R$ ),

где  $Q$  – заряд сферы.

Линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{Q}{l}.$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Напряженность поля, создаваемого бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где  $r$  – расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой определяется.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon}.$$

Связь потенциала с напряженностью:

а)  $E = - \mathit{grad} \varphi$ ;

б)  $E = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$  в случае однородного поля;

в)  $E = - \frac{d\varphi}{dr}$  в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией.

Электрический момент диполя

$$p = |Q| \cdot l,$$

где  $Q$  - заряд;

$l$  – плечо диполя (векторная величина, направленная от

отрицательного заряда к положительному и численно равная

расстоянию между зарядами).

Работа сил поля по перемещению заряда  $Q$  из точки поля с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$

$$A_{12} = Q (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Емкость

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \text{ или } C = \frac{Q}{U},$$

где  $\varphi$  – потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю);

$U$  – разность потенциалов пластин конденсатора.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь пластины (одной) конденсатора;

$d$  – расстояние между пластинами.

Емкость батареи конденсаторов:

а)  $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$  при последовательном соединении;

б)  $C = \sum_{i=1}^N C_i$  при параллельном соединении,

где  $N$  – число конденсаторов в батарее.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{QU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{Q^2}{2C}.$$

Объемная плотность энергии электростатического поля

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}$$

Связь удельной проводимости  $\gamma$  с подвижностью  $b$  заряженных частиц (ионов)

$$\gamma = Q n (b_+ + b_-),$$

где  $Q$  – заряд иона;

$n$  – концентрация ионов;

$b_+$  и  $b_-$  - подвижности положительных и отрицательных ионов.

### Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных заряда  $16Q$  и  $-Q$  закреплены на расстоянии  $l = 60$  см друг от друга. Третий заряд  $Q_1$  может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда  $Q_1$ , при котором он будет находиться в равновесии.

Решение.

Заряд  $Q_1$  находится в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, равна нулю. Это значит, что на заряд  $Q_1$

должны действовать две силы, равные по модулю и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участков I, II, III (рис. 7) может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд  $Q_1$  положительный.

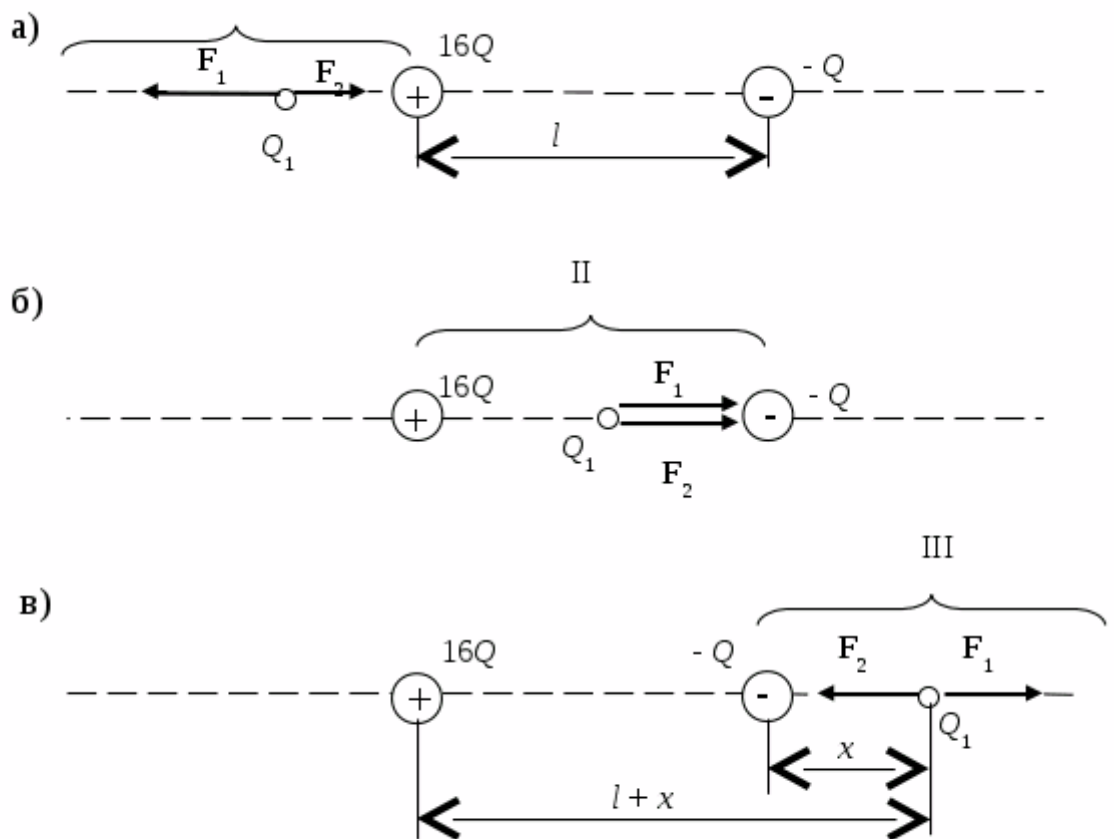


Рис. 7



На участке I (рис. 7.а) на заряд  $Q_1$  будут действовать две противоположно направленные силы:  $F_1$  и  $F_2$ . Сила  $F_1$ , действующая со стороны заряда  $16Q$ , в любой точке этого участка больше силы  $F_2$ , действующей со стороны заряда  $-Q$ , так как больший заряд  $16Q$  находится всегда ближе к заряду  $Q_1$ , чем меньший (по модулю) заряд

$-Q$ . Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II (рис. 7.б) обе силы  $F_1$  и  $F_2$  направлены в одну сторону - к заряду  $-Q$ . Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III (рис. 7.в) силы  $F_1$  и  $F_2$  направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший заряд  $-Q$  всегда находится ближе к заряду  $Q_1$ , чем больший заряд  $16Q$ . Это значит, что можно найти такую точку на прямой, где силы  $F_1$  и  $F_2$  будут одинаковы по модулю, то есть

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Пусть  $x$  и  $l+x$  - расстояние от меньшего и большего зарядов до заряда  $Q_1$ . Выражая в равенстве (1)  $F_1$  и  $F_2$  в соответствии с законом Кулона, получим

$$\frac{16Q \cdot Q_1}{(l+x)^2} = \frac{Q \cdot Q_1}{x^2}, \text{ или}$$

$$l+x = \pm 4x, \text{ откуда}$$

$$x_1 = +l/3; x_2 = -l/5.$$

Корень  $x_2$  не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы  $F_1$  и  $F_2$  хотя и равны по модулю, но сонаправлены).

$$x_1 = 20 \text{ см.}$$

Ответ:  $x = 20$  см

Пример 2. Три точечных заряда  $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$  нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд  $Q_4$  нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

Дано: Решение.

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$  нКл Все три заряда, расположенные по вершинам

$Q_4$  - ? треугольника, находятся в одинаковых условиях.

Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь один из трех зарядов, например  $Q_1$ , находился в равновесии. Заряд  $Q_1$  будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис. 8).

$$F_2 + F_3 + F_4 = F + F_4 = 0 \quad (1)$$



где  $F_2, F_3, F_4$  – силы, с которыми

соответственно действуют на

заряд  $Q_1$  заряды  $Q_2, Q_3, Q_4$ ;

$F$  – равнодействующая сил

$F_2$  и  $F_3$ .

Рис.8

Так как силы  $F$  и  $F_4$  направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным.

$F - F_4 = 0$ , откуда  $F_4 = F$ .

Выразив в последнем равенстве  $F$  через  $F_2$  и  $F_3$  и учитывая, что  $F_3 = F_2$ , получим

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} .$$

Применив закон Кулона и имея в виду, что  $Q_1 = Q_2 = Q_3$ , найдем

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi \epsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} \cdot \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} , \text{ откуда}$$

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2} \cdot \sqrt{2(1 + \cos \alpha)} . \quad (2)$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2 \cos 30^\circ} = \frac{r}{\sqrt{3}} , \cos \alpha = \cos 60^\circ = 1/2 .$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$Q_4 = Q_1 / \sqrt{3}.$$

Произведем вычисления.

$$Q_4 = 10^{-9} / \sqrt{3} = 5,77 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} = 577 \text{ пКл}.$$

$$\text{Ответ: } Q_4 = 577 \cdot 10^{-12} \text{ Кл} = 577 \text{ пКл}$$

Пример 3. Два точечных электрических заряда  $Q_1 = 1$  нКл и  $Q_2 = -2$  нКл находятся в воздухе на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга. Определить напряженность  $E$  и потенциал  $\varphi$  поля, создаваемого этими зарядами в точке  $A$ , удаленной от заряда  $Q_1$  на расстояние  $r_1 = 9$  см и от заряда  $Q_2$  на  $r_2 = 7$  см.



Дано: Решение.

$$Q_1 = 1 \text{ нКл}$$

$$Q_2 = -2 \text{ нКл}$$

$$d = 10 \text{ см}$$

$$r_1 = 9 \text{ см}$$

$$r_2 = 7 \text{ см}$$

$$E = ? \quad \varphi = ?$$

Рис.9

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность  $E$  электрического поля в искомой точке может быть найдена как геометрическая сумма напряженностей  $E_1$  и  $E_2$  полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:  $E = E_1 + E_2$ . Напряженность электрического поля, создаваемого в воздухе ( $\epsilon = 1$ ) зарядами  $Q_1$  и  $Q_2$ ,

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, \quad (1)$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (2)$$

Вектор  $E_1$  (рис. 9) направлен по силовой линии от заряда  $Q_1$ , так как этот заряд положителен; вектор  $E_2$  направлен также по силовой линии, но к заряду  $Q_2$ , так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора  $E$  найдем по формуле векторной алгебры.

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha}, \quad (3)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $E_1$  и  $E_2$ ;

$\cos \alpha$  может быть найден из треугольника со сторонами  $r_1$ ,  $r_2$  и  $d$  по теореме косинусов (рис. 9)

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos(\pi - \alpha); \quad \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha. \quad \text{Тогда}$$

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}.$$

Во избежание громоздких записей удобно значение  $\cos \alpha$  вычислить отдельно.

$$\cos \alpha = \frac{(0,1)^2 - (0,09)^2 - (0,07)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = -0,238.$$

Подставляя выражение  $E_1$  из (1) и  $E_2$  из (2) в (3) и вынося общий множитель  $1/(4\pi\epsilon_0)$  за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}. \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \cdot \sqrt{\frac{(10^{-9})^2}{0,09^4} + \frac{(2 \cdot 10^{-9})^2}{0,07^4} + 2 \cdot \frac{10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0,09^2 \cdot 0,07^2} \cdot (-0,238)} = 3,58 \cdot$$

$$10^3 \text{ В/м} = 3,58 \text{ кВ/м.}$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал  $\phi$  результирующего поля, создаваемого двумя зарядами  $Q_1$  и  $Q_2$ , равен алгебраической сумме потенциалов

$$\phi = \phi_1 + \phi_2. \quad (5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого в вакууме точечным зарядом  $Q$  на расстоянии  $r$  от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad . (6)$$

Согласно формулам (5) и (6) получим

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} \quad , \text{ или}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right]$$

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left[ \frac{10^{-9}}{0,09} + \frac{- 2 \cdot 10^{-9}}{0,07} \right] = - 157 \text{ В.}$$

Ответ:  $E = 3,58 \text{ кВ/м}$ ;  $\varphi = - 157 \text{ В}$

Пример 4. На пластинах плоского конденсатора находится заряд  $Q = 20 \text{ нКл}$ . Площадь  $S$  каждой пластины конденсатора равна  $100 \text{ см}^2$ , диэлектрик – воздух. Определить силу  $F$ , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Дано: Решение.

$Q = 20 \text{ нКл}$  Заряд  $Q$  одной пластины находится в поле

$S = 100 \text{ см}^2$  напряженностью  $E$ , созданном зарядом другой пластины

$F$  -? конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует

сила

$$F = Q \cdot E. (1)$$

Так как

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} \quad ,$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда пластины, то формула (1) примет вид

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad .$$

Произведем вычисления.

$$F = \frac{4 \cdot 10^{-16}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}} = 22,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$$

Ответ:  $F = 22,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$

Пример 5. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом  $R = 1$  см, равномерно заряженным с линейной плотностью  $\tau = 10$  нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии  $a_1 = 0,5$  см и  $a_2 = 2$  см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Дано: Решение.

$R = 1$  см Для определения разности потенциалов

$\tau = 10$  нКл/м воспользуемся соотношением между напряженностью

$a_1 = 0,5$  см поля и изменением потенциала.

$a_2 = 2$  см  $E = - \text{grad } \varphi$ ;

$\varphi_1 - \varphi_2 = ?$  Для поля с осевой симметрией, каким является поле

цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = - \frac{d\varphi}{dr}, \text{ или } d\varphi = - E dr.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от оси цилиндра

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr \quad . (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром.

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r} .$$

Подставив выражение  $E$  в (1), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (2)$$

Произведем вычисления, учитывая, что величины  $r_1$  и  $r_2$ , входящие в формулу (2) в виде отношения, можно выразить в сантиметрах ( $r_1 = R + a_1 = 1,5$  см,  $r_2 = R + a_2 = 3$  см).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 1 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \cdot \ln(3/1,5) = 1,8 \cdot 10^2 \cdot 2,3 \ln 2 = 125 \text{ В.}$$

Ответ:  $\varphi_1 - \varphi_2 = 125 \text{ В}$

Пример 6. Электрическое поле создается двумя зарядами  $Q_1 = 4$  мкКл и  $Q_2 = -2$  мкКл, находящимися на расстоянии  $a = 0,1$  м друг от друга. Определить работу  $A_{1,2}$  сил поля по перемещению заряда  $Q = 100$  нКл из точки 1 в точку 2 (рис. 10).

Дано: Решение.



$$Q_1 = 4 \text{ мкКл}$$

$$Q_2 = -2 \text{ мкКл}$$

$$Q = 100 \text{ нКл}$$

$$a = 0,1 \text{ м}$$

$$A_{1,2} - ?$$

Рис. 10

Для определения работы  $A_{1,2}$  сил поля воспользуемся соотношением

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Применяя принцип суперпозиции электрических полей, определим потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  точек 1 и 2 поля

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a}$$

Тогда

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ 2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2) \right],$$

или

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[ Q_1 \left[ 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right] + Q_2 \right]$$

Проверим, дает ли правая часть равенства единицу работы (Дж).

$$\frac{\frac{Q}{\epsilon_0} \frac{Q_1}{a}}{1\text{Ф/м} \cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Кл} \cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф/м} \cdot 1\text{м}} = 1\text{Кл} \cdot 1\text{В} = 1\text{Дж}$$

Подставим числовые значения физических величин в СИ ( $Q = 100 \cdot 10^{-9}$  Кл,  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-6}$  Кл,  $Q_2 = -2 \cdot 10^{-6}$  Кл,  $a = 0,1$  м,  $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$  м/Ф) и произведем вычисления.

$$A_{1,2} = \frac{100 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \cdot \left[ 4(2 - 1/\sqrt{2}) - 2 \right] \cdot 10^{-6} = 28,6 \text{ мДж}$$

Ответ:  $A_{1,2} = 28,6$  мДж

Пример 7. Определить ускоряющую разность потенциалов  $U$ , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью  $v_1 = 3 \cdot 10^6$  м/с, чтобы скорость его возросла в  $n = 2$  раза.

Дано: Решение.

$v_1 = 3 \cdot 10^6$  м/с Ускоряющую разность потенциалов можно найти,

$n = 2$  вычислив работу  $A$  сил электростатического поля. Эта

$U = ?$  работа определяется произведением элементарного

заряда  $e$  на разность потенциалов  $U$

$$A = e \cdot U \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона



$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  - кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля;

$m$  – масса электрона;

$v_1$  и  $v_2$  - начальная и конечная скорости его.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где  $n = v_2 / v_1$ .

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

Произведем вычисления.

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot (2^2 - 1) = 76,77 \text{ В}$$

Ответ:  $U = 76,77 \text{ В}$

Пример 8. Медный заряженный шарик объемом  $V = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$  перемещается из точки  $A$  в точку  $B$  электростатического поля. Потенциал  $\phi$  поля в точке  $A$  равен 300 В, в точке  $B$  равен 0. Определите скорость шарика в точке  $A$ , если в точке  $B$  она равна 30 м/с. Плотность меди  $\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , заряд шарика  $q = 9 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$ .

Дано: Решение.

$q = 9 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$  Изменение кинетической энергии шарика

$V = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$  равно работе сил поля по перемещению этого

$\rho = 8,96 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  шарика.

$$\varphi_A = 300 \text{ В} \quad \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = q(\varphi_A - \varphi_B) .$$

$$\varphi_B = 0 \quad \frac{mv_A^2}{2} = \frac{mv_B^2}{2} - q\varphi_A , \text{ так как } \varphi_B = 0 .$$

$$v_B = 30 \text{ м/с} \quad v_A^2 = \frac{mv_B^2 - 2q\varphi_A}{m} ; \quad v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2q\varphi_A}{m}} .$$

$$v_A - ? \quad m = \rho V ; \quad v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2q\varphi_A}{\rho V}} .$$

$$v_A = \sqrt{30^2 - \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 300}{8,96 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{900 - \frac{2700}{8,96}} = \sqrt{900 - 301,34} = 26,24 \text{ м/с}$$

Ответ:  $v_A = 26,24 \text{ м/с}$

Пример 9. Конденсатор с емкостями  $C_1 = 4 \text{ мкФ}$ ,  $C_2 = 2 \text{ мкФ}$ ,  $C_3 = 6 \text{ мкФ}$  соединены последовательно. Общий заряд батареи равен  $50 \text{ мкКл}$ . До какой разности потенциалов заряжена батарея?

Дано: Решение.

$q = 50 \text{ мкКл}$  При последовательном соединении конденсаторов

$C_1 = 4 \text{ мкФ}$  общая емкость определяется по формуле

$$C_2 = 2 \text{ мкФ} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} ; \quad \frac{1}{C} = \frac{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2}{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3} .$$

$$C_3 = 6 \text{ мкФ} \quad C = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot C_3}{C_2 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_2} .$$

$$C = ? \quad U = ? \quad C = \frac{4 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 10^{-18}}{(12 + 24 + 8) \cdot 10^{-12}} = \frac{12}{3 + 6 + 2} \cdot 10^{-6} = \frac{12}{11} \cdot 10^{-6} = 1,09 \text{ мкФ} .$$

$$C = \frac{q}{U} , \quad U = \frac{q}{C} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{1,09 \cdot 10^{-6}} = 45,87 \text{ В} .$$

Ответ:  $C = 1,09 \text{ мкФ}$ ;  $U = 45,87 \text{ В}$

Пример 10. Конденсатор емкостью  $C_1 = 4 \text{ мкФ}$  был заряжен до разности потенциалов  $U_1 = 50 \text{ В}$ . После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором

емкостью  $C_2 = 6$  мкФ. Какая энергия  $W'$  израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Дано: Решение.

$C_1 = 4$  мкФ Энергия, израсходованная на образование искры,

$$C_2 = 6 \text{ мкФ } W' = W_1 - W_2, (1)$$

$U_1 = 50$  В где  $W_1$  – энергия, которой обладал первый конденсатор

$W' = ?$  до присоединения к нему второго конденсатора;

$W_2$  – энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{1}{2} C U^2, (2)$$

где  $C$  – емкость конденсатора или батареи конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии  $W_1$  и  $W_2$  по формуле (2) и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W' = \frac{1}{2} C_1 \cdot U_1^2 - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot U_2^2, (3)$$

где  $U_2$  – разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов  $U_2$  следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} + \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. (4)$$

Подставив выражение  $U_2$  в (3), найдем

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_1^2 \cdot U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2},$$

или

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_1^2$$

Произведем вычисления.

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6} + 6 \cdot 10^{-6}} \cdot 2500 = 3 \text{ мДж.}$$

Ответ:  $W' = 3$  мДж

Ответ: 79 нКл

энергии  $w$  поля.

## Электромагнитные волны

Скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$v$  - скорость

$c$  - скорость света

$\epsilon$  - диэлектрическая постоянная (проницаемость)

$\mu$  - относительная магнитная проницаемость

Скорость света в вакууме

$$c = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

$c$  - скорость света

$\epsilon_0$  - электрическая постоянная

$\mu_0$  - магнитная постоянная

Длина электромагнитной волны

$$\lambda = cT$$

$\lambda$  - длина волны

$c$  - скорость света

$T$  - период

Длина электромагнитной волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$\lambda$  - длина волны

$c$  - скорость света

$\nu$  - частота

Объёмная (пространственная) плотность электромагнитной волны

$$\omega = \frac{EB}{v\epsilon_0\mu_0}$$

$\omega$  - объёмная (пространственная) плотность

E - электрическое поле

B - магнитная индукция

v - скорость

$\epsilon_0$  - электрическая постоянная

$\mu_0$  - магнитная постоянная

Длина электромагнитной волны

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

$\lambda$  - длина волны

v - скорость

$\nu$  - частота

Радиолокация: расстояние

$$s = \frac{ct}{2}$$

s - расстояние

c - скорость света

t - время

## ОПТИКА

---

**Оптика** - это раздел физики, изучающий природу светового излучения, его распространение и взаимодействие с веществом. Световые волны - это электромагнитные волны. Длина волны световых волн заключена в интервале  $[0,4 \cdot 10^{-6} \text{ м} \div 0,76 \cdot 10^{-6} \text{ м}]$ . Волны такого диапазона воспринимаются человеческим глазом.

Свет распространяется вдоль линий, называемых лучами. В приближении лучевой (или геометрической) оптики пренебрегают конечностью длин волн света, полагая, что  $\lambda \rightarrow 0$ . Геометрическая оптика во многих случаях

позволяет достаточно хорошо рассчитать оптическую систему. Простейшей оптической системой является линза.

При изучении интерференции света следует помнить, что интерференция наблюдается только от когерентных источников и что интерференция связана с перераспределением энергии в пространстве. Здесь важно уметь правильно записывать условие максимума и минимума интенсивности света и обратить внимание на такие вопросы, как цвета тонких пленок, полосы равной толщины и равного наклона.

При изучении явления дифракции света необходимо уяснить принцип Гюйгенса-Френеля, метод зон Френеля, понимать, как описать дифракционную картину на одной щели и на дифракционной решетке.

При изучении явления поляризации света нужно понимать, что в основе этого явления лежит поперечность световых волн. Следует обратить внимание на способы получения поляризованного света и на законы Брюстера и Малюса.

Таблица основных формул по оптике

Физические законы, формулы, переменные	Формулы оптики
<b>Абсолютный показатель преломления</b> где $c$ - скорость света в вакууме, $c=3 \cdot 10^8$ м/с, $v$ - скорость распространения света в среде.	$n = \frac{c}{v}$
<b>Относительный показатель преломления</b> где $n_2$ и $n_1$ - абсолютные показатели преломления второй и первой среды.	$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$
<b>Закон преломления</b> где $i$ - угол падения, $r$ - угол преломления.	$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$
<b>Формула тонкой линзы</b> где $F$ - фокусное расстояние линзы, $d$ - расстояние от предмета до линзы, $f$ - расстояние от линзы до изображения.	$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$
<b>Оптическая сила линзы</b> где $R_1$ и $R_2$ - радиусы кривизны сферических поверхностей линзы. Для выпуклой поверхности $R > 0$ .	$\Phi = \frac{1}{F} = (n_{21} - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

Для вогнутой поверхности $R < 0$ .	
<b>Оптическая длина пути:</b> где $n$ - показатель преломления среды; $r$ - геометрическая длина пути световой волны.	$L = n \cdot r$
<b>Оптическая разность хода:</b> $L_1$ и $L_2$ - оптические пути двух световых волн.	$\Delta = L_2 - L_1$
<b>Условие интерференционного максимума:</b> <b>минимума:</b> где $\lambda_0$ - длина световой волны в вакууме; $m$ - порядок интерференционного максимума или минимума.	$\Delta = \pm m \lambda_0, m = 0, 1, 2, \dots$ $\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, m = 0, 1, 2, 3, \dots$
<b>Оптическая разность хода в тонких пленках</b> в отраженном свете: в проходящем свете: где $d$ - толщина пленки; $i$ - угол падения света; $n$ - показатель преломления.	$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2}$ $\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$
<b>Ширина интерференционных полос в опыте Юнга:</b> где $d$ - расстояние между когерентными источниками света; $L$ - расстояние от источника до экрана.	$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$
<b>Условие главных максимумов дифракционной решетки:</b> где $d$ - постоянная дифракционной решетки; $\varphi$ - угол дифракции.	$d \sin \varphi = \pm m \lambda, m = 0, 1, 2, \dots$
<b>Разрешающая способность дифракционной решетки:</b> где $\Delta \lambda$ - минимальная разность длин волн двух спектральных линий, разрешаемых решеткой; $m$ - порядок спектра; $N$ - общее число щелей решетки.	$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN$
<b>Закон Малюса:</b> где $I_0$ - интенсивность плоско-поляризованного света, падающего на анализатор; $I$ - интенсивность света, прошедшего через анализатор;	$I = I_0 \cos^2 \alpha$

$\alpha$ - угол между плоскостью поляризации падающего света и главной плоскостью анализатора.	
<b>Связь интенсивности естественного света <math>I_{\text{ест}}</math> с интенсивностью света, прошедшего поляризатор (и падающего на анализатор):</b> где $k$ - относительная потеря интенсивности света в поляризаторе.	$I_0 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cdot (1 - k)$
<b>Дисперсия вещества</b>	$D = \frac{dn}{d\lambda}$
<b>Средняя дисперсия</b>	$\langle D \rangle = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$
<b>Групповая скорость света</b>	$u = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)$
<b>Фазовая скорость света</b>	$v = \frac{c}{n}$

## 1. Фотометрия и светотехника

### 1.1 Поток излучения

$$\Phi = \frac{W}{t}$$

$\Phi$  — поток излучения,  
 $W$  — энергия излучения,  
 $t$  — время прохождения энергии излучения.

### 1.2 Сила света

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}$$

$I$  — сила света,  
 $\Phi$  — поток излучения,  
 $\Omega$  — телесный угол, через который проходит поток излучения.

### 1.3 Освещенность



$$E = \frac{\Phi}{\sigma}$$

$E$  — освещенность,

$\Phi$  — поток излучения,

$\sigma$  — площадь, через которую проходит поток излучения.

#### 1.4 Яркость источника света

$$L = \frac{I}{\sigma}$$

$L$  — яркость источника света,

$I$  — сила света,

$\sigma$  — площадь видимой светящейся поверхности.

#### 1.5 Коэффициент поглощения

$$\alpha = \frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi_i}$$

$\alpha$  — коэффициент поглощения,

$\Phi_{\alpha}$  — световой поток, поглощенный телом,

$\Phi_i$  — световой поток, падающий на тело.

#### 1.6 Коэффициент отражения

$$\rho = \frac{\Phi_{\rho}}{\Phi_i}$$

$\rho$  — коэффициент отражения,

$\Phi_{\rho}$  — световой поток, отраженный телом,

$\Phi_i$  — световой поток, падающий на тело.

#### 1.7 Коэффициент пропускания

$$\tau = \frac{\Phi_{\tau}}{\Phi_i}$$

$\tau$  — коэффициент пропускания,

$\Phi_{\tau}$  — световой поток, пропущенный телом,

$\Phi_i$  — световой поток, падающий на тело.

### 2. Геометрическая оптика

#### 2.1 Относительный показатель преломления

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

$n$  — относительный показатель преломления для граничащих сред  
 $n_2$  — абсолютный показатель преломления для второй среды,  
 $n_1$  — абсолютный показатель преломления для первой среды.

## 2.2 Закон преломления света

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

$i$  — угол отражения,  
 $r$  — угол преломления,  
 $n$  — относительный показатель преломления для граничащих сред.

## 2.3 Предельный угол полного внутреннего отражения

$$\sin i_{\text{пр}} = n$$

$i_{\text{пр}}$  — предельный угол полного внутреннего отражения,  
 $n$  — относительный показатель преломления для граничащих сред.

## 2.4 Основная формула тонкой линзы

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$a$  — расстояние от источника света до линзы,  
 $a'$  — расстояние от линзы до изображения источника света,  
 $f$  — фокусное расстояние линзы.

## 2.5 Основная формула сферического зеркала

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

$a$  — расстояние от источника света до зеркала,  
 $a'$  — расстояние от зеркала до изображения источника света,  
 $R$  — радиус кривизны зеркала,  
 $f$  — фокусное расстояние зеркала.

## 2.6 Линейное увеличение

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{a'}{a}$$

$\beta$  — линейное увеличение линзы или зеркала,  
 $h$  — высота источника света,  
 $h'$  — высота изображения источника света,

$a$  — расстояние от источника света до линзы или зеркала,  
 $a'$  — расстояние от линзы или зеркала до изображения источника света.

## 2.7 Угловое увеличение

$$\gamma = \frac{1}{\beta}$$

$\gamma$  — угловое увеличение линзы или зеркала,  
 $\beta$  — линейное увеличение линзы или зеркала.

## 2.8 Оптическая сила линзы

$$D = \frac{1}{f}$$

$D$  — оптическая сила линзы,  
 $f$  — фокусное расстояние.

## 2.9 Светосила линзы

$$E = \left(\frac{d}{f}\right)^2$$

$E$  — светосила линзы,  
 $d$  — диаметр линзы или диафрагмы, закрывающей линзу,  
 $f$  — фокусное расстояние.

## 3. Оптические приборы

### 3.1 Увеличение лупы

$$N = \frac{D}{f}$$

$N$  — увеличение лупы,  
 $D$  — расстояние наилучшего видения человеческого глаза,  
обычно  $D=250$  мм, при этом  $f$  также должно быть выражено в мм,  
 $f$  — фокусное расстояние лупы.

### 3.2 Увеличение микроскопа

$$N = N_1 N_2 = \frac{D}{f}$$

$N$  — увеличение микроскопа,  
 $N_1$  — увеличение окуляра микроскопа,  
 $N_2$  — увеличение объектива микроскопа,

$D$  — расстояние наилучшего видения человеческого глаза, обычно  $D=250$  мм, при этом  $f$  также должно быть выражено в мм,  
 $f$  — фокусное расстояние системы линз микроскопа: окуляра и объектива.

### 3.3 Увеличение зрительной (подзорной) трубы

$$N = \frac{f_1}{f_2}$$

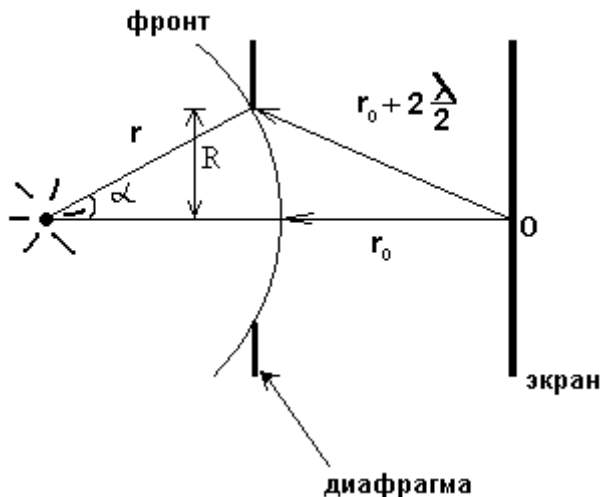
$N$  — увеличение зрительной (подзорной) трубы,  
 $f_1$  — фокусное расстояние объектива,  
 $f_2$  — фокусное расстояние окуляра.

### Задачи по Оптике

1. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $l=4$  м от точечного источника монохроматического света с длиной волны  $\lambda=500$  нм. Посередине между экраном и источником помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия центр дифракционной картины, наблюдаемой на экране, будет наиболее темным?

#### Решение:

Самое темное пятно соответствует случаю, когда в области открытого фронта укладывается минимальное четное количество зон Френеля для точки наблюдения  $O$  - т.е. 2 зоны:



Геометрические соотношения:

$$r = r_0 + 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = r_0 + \lambda$$

$$r_0 = L - r$$

$$R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = r^2$$

Исключив неизвестные  $r_0$  и  $r$ , найдем:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot L \cdot \lambda + \lambda^2}$$

Можем упростить выражение, имея ввиду, что  $\lambda \ll L$ :

$$R = \sqrt{\frac{L \cdot \lambda}{2}}$$

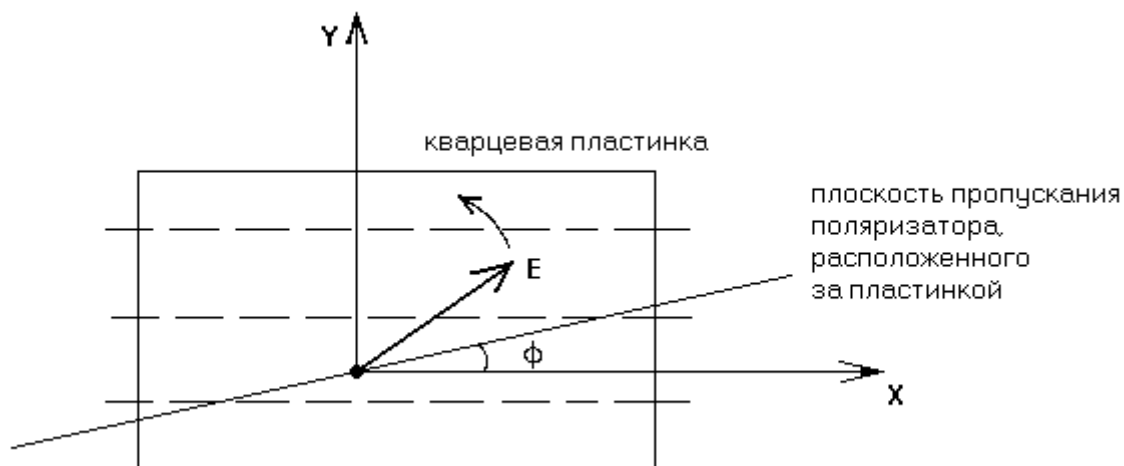
$$R = 1 \times 10^{-3}$$

м

2. Монохроматический поляризованный по кругу свет интенсивности  $I_0$  падает нормально на кварцевую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. За пластинкой находится поляризатор, направления пропускания которого составляет угол  $\phi$  с оптической осью пластинки. Пластинка создает разность фаз  $d$  между обыкновенным и необыкновенным лучами. Показать, что интенсивность света, прошедшего через эту систему, определяется следующим выражением:  $I = I_0 \cdot (1 + \sin 2\phi \cdot \sin d)$ .

**Решение:**

Поляризованный по кругу свет падает нормально на кварцевую пластинку:



Пусть частота колебаний светового вектора равна некоторой

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

величине  $\omega$  (период колебаний  $\frac{2 \cdot \pi}{\omega}$ ). Если свет поляризован по кругу, то:

$$E_x = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$E_y = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

И вектор  $\vec{E}$  вращается против часовой стрелки (смотрим вслед

уходящему в толщу кварца лучу). Величина вектора постоянна в каждый момент времени:

$$E_{in} = \left| \vec{E} \right| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_0$$

Усредняя квадрат напряженности по периоду найдем интенсивность падающего пучка:

$$I_{in} = \gamma \cdot \frac{\int_0^T E_{in}^2 dt}{T} = \gamma \cdot E_0^2$$

$$I_0 = \gamma \cdot E_0^2$$

Платинка создает разность фаз между обыкновенным ( $E_y$ ) и необыкновенным ( $E_x$ ) лучами. Т.е. на выходе из пластинки

$$E'_x = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$E'_y = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta + \varphi)$$

Величина вектора напряженности, на выходе поляризатора:

$$E_{out} = E'_x \cdot \cos(\phi) + E'_y \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

$$E_{out} = E'_x \cdot \cos(\phi) + E'_y \cdot \sin(\phi)$$

$$E_{out} = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \cos(\phi) + E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta + \varphi) \cdot \sin(\phi)$$

$$E_{out} = E_0 \cdot (\cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \cos(\phi) + \sin(\omega \cdot t + \delta + \varphi) \cdot \sin(\phi))$$

Интенсивность на выходе системы:

$$I_{out} = \gamma \cdot \frac{\int_0^T E_{out}^2 dt}{T} = \gamma \cdot E_0^2 \cdot \frac{\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} (\cos(\omega \cdot t + \varphi) \cdot \cos(\phi) + \sin(\omega \cdot t + \delta + \varphi) \cdot \sin(\phi))^2 dt}{\frac{2\pi}{\omega}}$$

$$I_{out} = \gamma \cdot E_0^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \sin(\delta) \cdot \sin(2\phi))$$

$$I = I_{out} = I_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \sin(\delta) \cdot \sin(2\phi))$$

$$I = I_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \sin(\delta) \cdot \sin(2\phi))$$

Множитель  $\frac{1}{2}$  отсутствует только если под  $I_0$  подразумевать не интенсивность падающего пучка, а интенсивность на выходе системы в отсутствие кварцевой пластинки.

3. Монохроматическая световая волна от точечного источника с расстояния  $a = 20$  см падает нормально по отношению к одной из щелей диафрагмы с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстояние  $d = 1,5$  мм. На экране, расположенном за диафрагмой на  $l = 100$  см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины  $h = 10$  мкм.

**Решение:**

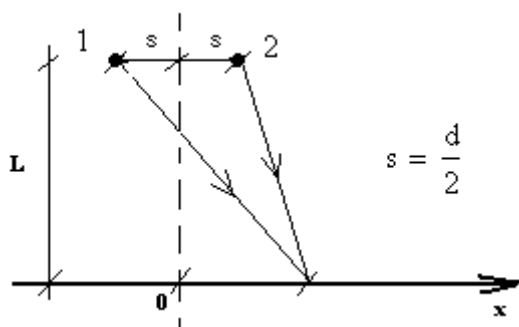
Проходящая через стекло световая волна приобретает дополнительную разность хода по отношению к волне, прошедшей через "пустое" отверстие. Разность хода набирается за счет того, что скорость распространения света в стекле отличается от скорости света на альтернативном участке пути. Разность хода лучей, набираемая при прохождении щелей, для двух опытов соответственно:

$$\Delta'_1 = (h \cdot n_0 - h \cdot n_0) = 0$$

$$\Delta'_2 = h \cdot n_{\text{стекл}} - h \cdot n_0 = h \cdot (n_{\text{стекл}} - 1)$$

$$n_{\text{стекл}} = 1.5$$

Интерференционную картину можно рассматривать как картину от двух разнесенных точечных источников:



Геометрическая разность хода лучей, набираемая за щелями:

$$\Delta'' = \sqrt{L^2 + (x+s)^2} - \sqrt{L^2 + (x-s)^2}$$

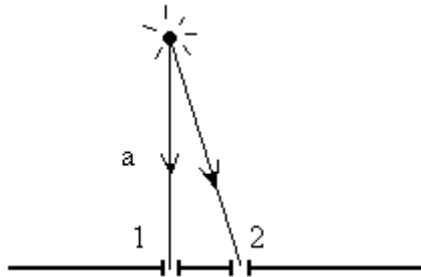
$$\Delta'' = L \sqrt{1 + \frac{(x+s)^2}{L^2}} - L \sqrt{1 + \frac{(x-s)^2}{L^2}}$$

Учтем, что  $(x+s)/L \ll 1$ :

$$\Delta'' = L \left[ 1 + \frac{(x+s)^2}{2L^2} \right] - L \left[ 1 + \frac{(x-s)^2}{2L^2} \right]$$

$$\Delta'' = \frac{(x+s)^2 - (x-s)^2}{2L} = \frac{2 \cdot s \cdot 2 \cdot x}{2 \cdot L} = x \cdot \frac{2 \cdot s}{L} = x \cdot \frac{d}{L}$$

Если на первую щель лучи падают от источника перпендикулярно, то на вторую - под углом. Найдем координату  $x$  центра интерференционной картины - т.е. координату, где лучи от двух источников интерферируют с нулевым сдвигом фазы



$$a - \sqrt{a^2 + d^2} + \Delta'' = 0$$

$$a - a \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{d}{a}\right)^2} + \Delta'' = 0$$

учтем, что  $d \ll a$

$$a - a \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^2 \right] + x_1 \cdot \frac{d}{L} = 0$$

$$x_1 = \frac{L \cdot d}{2 \cdot a}$$

Если во втором опыте установить пластинку у первой щели, то центр интерф. картины сместится

$$a + \Delta'_2 - \sqrt{a^2 + d^2} + \Delta'' = 0$$

$$a + h \cdot (n_{\text{стекл}} - 1) - a \cdot \left[ 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^2 \right] + x_2 \cdot \frac{d}{L} = 0$$

$$x_2 = \frac{L \cdot d}{2 \cdot a} - \frac{L}{d} \cdot h \cdot (n_{\text{стекл}} - 1)$$

Смещение

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$\Delta x = -\frac{L}{d} \cdot h \cdot (n_{\text{стекл}} - 1)$$

$$\Delta x = -3.333 \times 10^{-3}$$

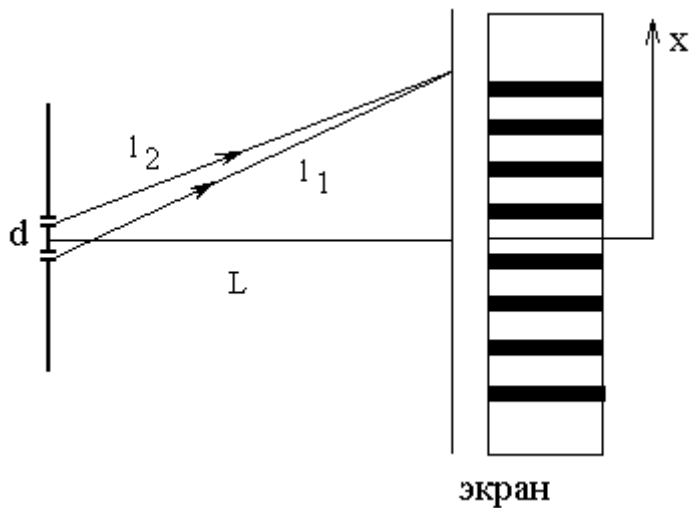
М

Смещение фактически произойдет в сторону щели со стеклянной пластиной на расстояние  $|\Delta x|$ .

4. В опыте Юнга отверстия освещались светом с длиной волны 600 нм, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти расстояние от центра картины до точки А на экране где наблюдается второй интерференционный минимум.

**Решение:**





Разность хода двух интерферирующих лучей в точке экрана с координатой  $x$ :

$$\Delta = l_1 - l_2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + L^2} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + L^2}$$

Полагая, что  $x \ll L$  и  $d \ll L$ , упростим выражение:

$$\Delta = \left(L + \frac{x^2}{2L} + \frac{d \cdot x}{2L}\right) - \left(L + \frac{x^2}{2L} - \frac{d \cdot x}{2L}\right)$$

$$\Delta = \frac{d \cdot x}{L}$$

Минимумам на экране будет соответствовать

разность хода нечетно кратная  $\frac{\lambda}{2}$ :

$$\Delta_N = \frac{d \cdot x_N}{L} = \frac{\lambda}{2} \cdot (2N - 1)$$

$$N = 1, 2, 3, \dots$$

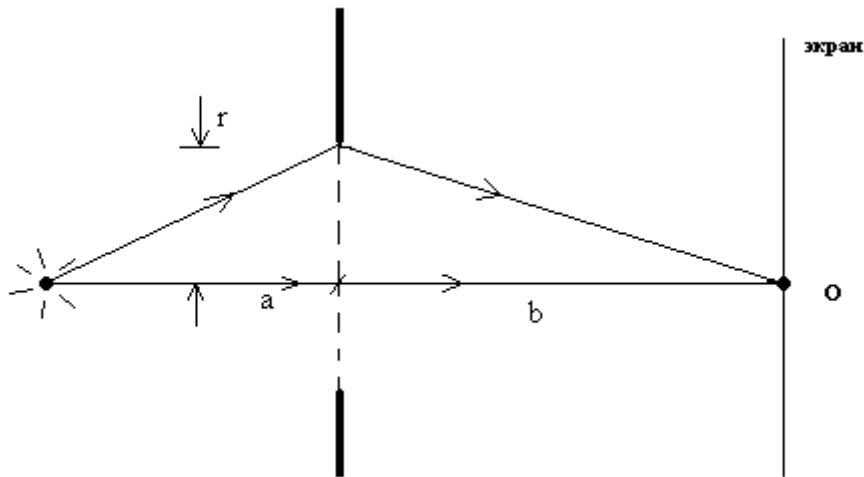
$$x_N = \frac{\lambda L}{d} \cdot \left(N - \frac{1}{2}\right)$$

$$x_N = 2.7 \times 10^{-3}$$

м

5. Расстояние от диафрагмы до экрана, на котором ведется наблюдение дифракции, равно 1 м, расстояние от точечного источника света до диафрагмы тоже 1 м. Диаметр диафрагмы 5 мм. Сколько зон Френеля оказываются открытыми? Длина волны дифрагирующего света 500 нм.

**Решение:**



Найдем разность хода центрального и самого крайнего лучей:

$$\Delta = \sqrt{a^2 + r^2} + \sqrt{b^2 + r^2} - a - b$$

ввиду малости радиуса  $r$  экрана

$$\Delta = a + \frac{r^2}{2 \cdot a} + b + \frac{r^2}{2 \cdot b} - a - b$$

$$\Delta = \frac{r^2 \cdot (a + b)}{2 \cdot a \cdot b}$$

Каждая зона Френеля соответствует разности хода в полдлины

волны:

$$k \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2 \cdot (a + b)}{2 \cdot a \cdot b}$$

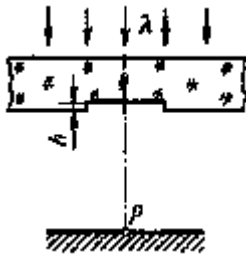
$$k = r^2 \cdot \frac{(a + b)}{\lambda \cdot a \cdot b}$$

$$k = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \frac{(a + b)}{\lambda \cdot a \cdot b}$$

$$k = 25$$

6. Плоская световая волна с  $\lambda = 0,6$  мкм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластину, на противоположной стороне которой сделана круглая выемка. Для точки наблюдения Р по нормали от центра выемки она представляет собой первые полторы зоны Френеля. Найти глубину  $h$  выемки, при которой интенсивность света в точке Р будет равной половине от интенсивности падающего света.

**Решение:**



За счет выемки в стеклянном диске, центральный участок фронта опережает по фазе окружающий фронт на фазовый угол

$$\phi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{(n-1) \cdot d}{\lambda}$$

$$h = \frac{\lambda}{(n-1)} \cdot \frac{\phi}{2 \cdot \pi}$$

(ф1)

Теперь ненадолго забудем о выемке и представим что её нет.

Вклад в амплитуду колебаний в точке Р от первой зоны Френеля

$$A_1 = 2 \cdot A_0$$

вклад от второй зоны (примерно)

$$A_2 = -2 \cdot A_0$$

т.к. известно, что открытие первых двух зон Френеля приводит к появлению очень темного центрального пятна. Вклад всех остальных зон

$$A_{\text{внешн}} = A_0$$

Если вторую зону условно разделить на две половинки, то вклад каждой из них

$$A_i = \frac{A_2}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\pi}{4}\right)$$

$$A_j = \frac{A_2}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{\pi}{4}\right)$$

Это несложно объяснить. Действительно, рассмотрим отдельно кольцо второй зоны Френеля. Колебания с внешнего края этой зоны отстают на полпериода от колебаний на внутреннем крае зоны. Далее, разделим эту кольцевую зону на два субкольца (внутреннее и внешнее), тогда колебания в центрах этих составляющих будут отличаться уже на четверть периода:

$$A_i = a \cdot \exp(i \cdot \beta)$$

(внутреннее субкольцо)

$$A_j = a \cdot \exp(-i \cdot \beta)$$

(внешнее субкольцо)

Разность фаз эквив. четвертьпериоду:

$$\beta - (-\beta) = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi$$

$$\beta = \frac{\pi}{4}$$

Амплитуду **a** находим из условия:

$$A_1 + A_j = A_2$$

$$a = \frac{A_2}{\sqrt{2}}$$

Амплитуда в точке наблюдения с учетом существующей выемки:

$$A = e^{i \cdot \Phi} \cdot (A_1 + A_i) + A_j + A_{\text{внешн}}$$

$$A = e^{i \cdot \Phi} \cdot \left( 2 \cdot A_0 + \frac{A_2}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\pi}{4}\right) \right) + \frac{A_2}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{\pi}{4}\right) + A_0$$

$$A = e^{i \cdot \Phi} \cdot \left( 2 \cdot A_0 + \frac{-2 \cdot A_0}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\pi}{4}\right) \right) + \frac{-2 \cdot A_0}{\sqrt{2}} \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{\pi}{4}\right) + A_0$$

$$A = A_0 \cdot [e^{i \cdot \Phi} \cdot (1 - i) + i]$$

$$A = A_0 \cdot [\cos(\Phi) + \sin(\Phi) + i \cdot (1 - \cos(\Phi) + \sin(\Phi))]$$

Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды:

$$I = \alpha \cdot A \cdot \bar{A} = \alpha \cdot A_0^2 \cdot (3 + 2 \cdot \sin(\Phi) - 2 \cdot \cos(\Phi))$$

Интенсивность равна половине от интенсивности падающего света:

$$I = \alpha \cdot \frac{A_0^2}{2}$$

$$\alpha \cdot A_0^2 \cdot (3 + 2 \cdot \sin(\Phi) - 2 \cdot \cos(\Phi)) = \alpha \cdot \frac{A_0^2}{2}$$

$$3 + 2 \cdot \sin(\Phi) - 2 \cdot \cos(\Phi) = \frac{1}{2}$$

$$\Phi = \pi - 2 \cdot \arctg\left(\frac{9}{\sqrt{7} \pm 4}\right) + 2 \cdot \pi \cdot k$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

Возвращаясь к формуле (ф1), найдем:

$$h = \frac{\lambda}{(n-1)} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{9}{\sqrt{7} \pm 4}\right) + k \right)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

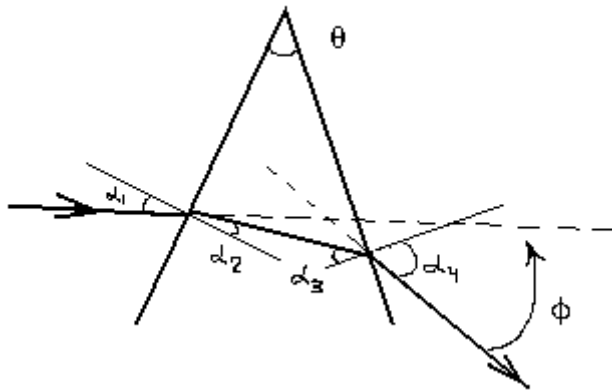
$$h_{\min} = \frac{\lambda}{(n-1)} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{9}{\sqrt{7} + 4}\right) \right)$$

$$h_{\min} = 2.43 \times 10^{-7}$$

М

7. Связать угол наименьшего отклонения луча в призме с преломляющим углом и показателем преломления призмы.

**Решение:**



Обозначим за  $\phi$  угол отклонения луча. Пусть  $\alpha_1$  - угол падения.

Тогда

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{\sin(\alpha_1)}{n_{21}}$$

Угол падения на внутреннюю поверхность

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \left[ \pi - \theta - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) \right]$$

$$\alpha_3 = \theta - \alpha_2$$

Закон преломления для внутренней поверхности

$$\frac{\sin(\alpha_3)}{\sin(\alpha_4)} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\sin(\alpha_4) = n_{21} \cdot \sin(\alpha_3) = n_{21} \cdot \sin(\theta - \alpha_2)$$

$$\sin(\alpha_4) = n_{21} \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\alpha_2) - n_{21} \cdot \sin(\alpha_2) \cdot \cos(\theta)$$

$$\sin(\alpha_4) = n_{21} \cdot \sin(\theta) \cdot \sqrt{1 - \sin(\alpha_2)^2} - \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\theta)$$

$$\sin(\alpha_4) = \sin(\theta) \cdot \sqrt{n_{21}^2 - \sin(\alpha_1)^2} - \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\theta)$$

(1)

откуда также можем получить

$$\sin(\alpha_1) = \sin(\theta) \cdot \sqrt{n_{21}^2 - \sin(\alpha_4)^2} - \sin(\alpha_4) \cdot \cos(\theta)$$

(2)

Угол преломления

$$\phi = \alpha_4 - \alpha_3 + \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_4 + \alpha_1 - \theta$$

$$\phi = (\alpha_4 + \alpha_1) - \theta$$

(3)

Ввиду очевидной симметрии уравнений (1)-(2) относительно перестановки, легко заключить что минимум суммы, стоящей в скобках уравнения (3) выполняется при выполнении условия:

$$\alpha_4 = \alpha_1$$

Подставим в уравнение (1):

$$\sin(\alpha_1) = \sin(\theta) \cdot \sqrt{n_{21}^2 - \sin(\alpha_1)^2} - \sin(\alpha_1) \cdot \cos(\theta)$$

$$\sin(\alpha_1) = n_{21} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{2 \cdot (\cos(\theta) + 1)}} = \frac{n_{21}}{2} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} = n_{21} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Подставим в уравнение (3), чтобы получить выражение для угла наименьшего преломления:

$$\phi = (\alpha_4 + \alpha_1) - \theta = 2 \cdot \alpha - \theta = 2 \cdot \arcsin\left(n_{21} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) - \theta$$

$$\phi = 2 \cdot \arcsin\left(n_{21} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) - \theta$$

$$\sin\left(\frac{\phi + \theta}{2}\right) = n_{21} \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

8. Во сколько раз ослабляется естественный свет, проходя через две призмы Николя, главные плоскости которых составляют угол «фи»=30°, если в каждой призме на отражение и поглощение теряется 10% падающего на него светового потока?

**Решение:**

Если полагать, что на первую призму падает неполяризованный свет интенсивности  $I_0$ , то интенсивность, уже поляризованного света, на выходе первой призмы без учета потерь:

$$I_1 = \frac{I_0}{2}$$

С учетом потерь:

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \cdot (1 - \eta)$$

Интенсивность на выходе второй призмы:

$$I_2 = I_1 \cdot \cos(\phi)^2 \cdot (1 - \eta)$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cdot (1 - \eta) \cdot \cos(\phi)^2 \cdot (1 - \eta)$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cdot \cos(\phi)^2 \cdot (1 - \eta)^2$$

На выходе наблюдается ослабление интенсивности света в  $n_1$

раз:

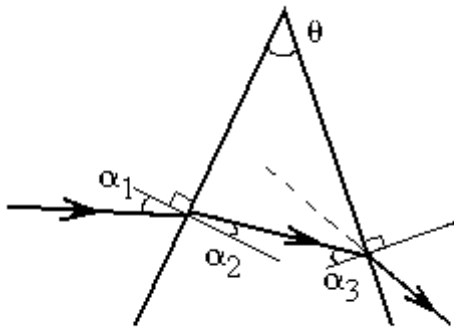
$$n_{\Gamma} = \frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{\cos(\phi)^2 \cdot (1 - \eta)^2}$$

$$n_{\Gamma} = \frac{2}{\cos(\phi)^2 \cdot (1 - \eta)^2}$$

$$n_{\Gamma} = 3.292$$

9. На боковую грань призмы, изготовленной из стекла с показателем преломления  $n = 1,50$ , падает под углом Брюстера узкий пучок линейно поляризованного света. Плоскость колебаний электрического вектора лежит в плоскости падения. Каким должен быть преломляющий угол призмы ТЕТА, чтобы свет прошел через нее, не испытав потерь на отражение?

**Решение:**



Пусть  $\alpha_1$  - угол падения. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg}(\alpha_1) = n$$

Если плоскость колебаний электрического вектора лежит в плоскости падения, то интенсивность отраженного луча равна нулю (при угле падения, равном углу Брюстера; т.к. отраженный луч в таком случае полностью поляризован в перпендикулярной плоскости, но перпендикулярная составляющая была нулевой и, следовательно, совсем ничего не отражается) - свет проникает в призму без потерь.

Закон преломления:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = n$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{\sin(\alpha_1)}{n}$$

$$\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{\sin(\alpha_1)}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}\right)$$

Угол падения на внутреннюю поверхность призмы:

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \left[ \pi - \theta - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) \right]$$

$$\alpha_3 = \theta - \alpha_2$$

Если этот угол ( $\alpha_3$ ) опять есть угол Брюстера, но уже для границы раздела стекло-воздух, то интенсивность отраженного во внутрь луча будет равна нулю (т.к. луч проникший в толщу поляризован в плоскости падения) и свет выйдет из призмы опять без потерь:

$$\operatorname{tg}(\alpha_3) = \frac{1}{n}$$

$$\theta - \alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\theta = \alpha_2 + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arcsin}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{2 \cdot n}{n^2 - 1}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{2 \cdot n}{n^2 - 1}\right)$$

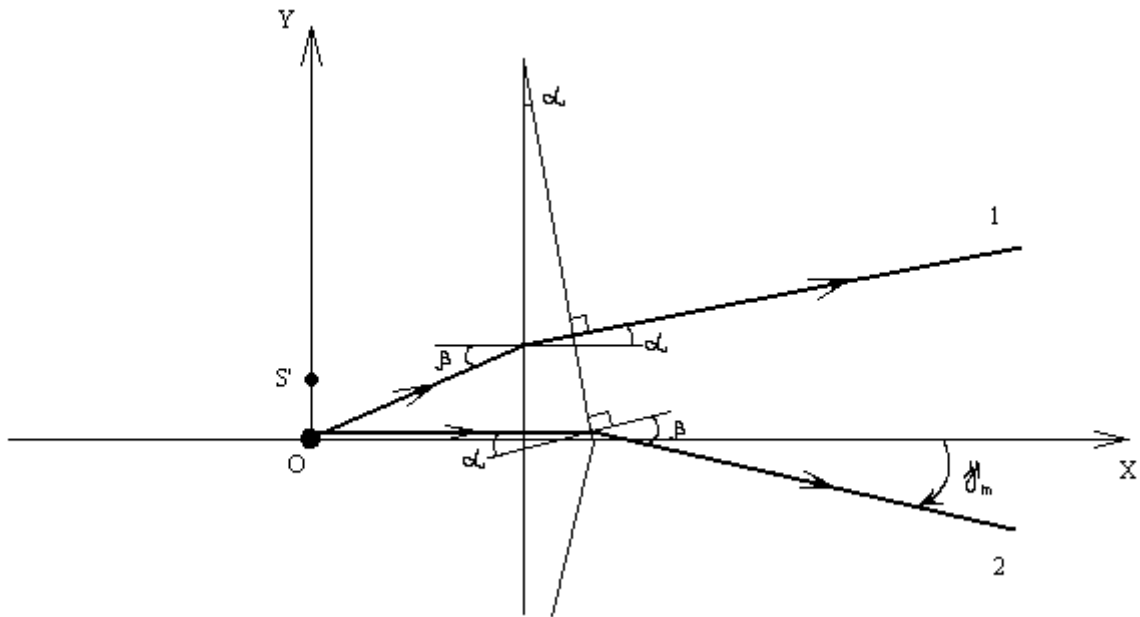
$$\theta = 67.38$$

град

10. Определить преломляющий угол бипризмы Френеля, изготовленной из стекла с показателем преломления 1,53 и применяемой для наблюдения интерференционных полос. Известно, что при расстоянии бипризмы от источника света, равном 32 см, и расстоянии бипризмы до экрана, равном 197 см, на экране наблюдается 14 полос на 1 см. Длина волны равна 458 нм.

**Решение:**





Центр координат - точка  $O$  устанавливает положение узкой щели. Рассмотрим ход двух лучей. Преломленные в одной половине призмы, их дальнейший ход эквивалентен ходу лучей от точечного источника  $S'$ , лежащего на оси  $OY$ . Действительно, координата  $y$  пересечения прямой 1 с осью  $OY$  для очень тонкой линзы:

$$y_1 = a \cdot \operatorname{tg}(\beta) - a \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

Координата  $y$  пересечения прямой 2 с осью  $OY$  для очень тонкой линзы:

$$y_2 = a \cdot \operatorname{tg}(\beta - \alpha)$$

Но преломляющий угол очень мал и можно полагать, что:

$$a \cdot \operatorname{tg}(\beta) - a \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = a \cdot (\beta - \alpha) = a \cdot \operatorname{tg}(\beta - \alpha)$$

$$y_1 = y_2 = y'$$

Найдем эту координату:

$$y' = a \cdot \operatorname{tg}(\beta) - a \cdot \operatorname{tg}(\alpha) = a \cdot \left( \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) = a \cdot \left( \frac{n \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\beta)} - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right)$$

$$y' = a \cdot (n - 1) \cdot \alpha$$

Интерференционная картина эквивалента интерфер. картине от двух когерентных точечных источников  $S'$  и  $S''$  (зеркальный относительно оси  $OX$ ). Расстояние между источниками

$$d = 2 \cdot y'$$

Расстояние от источников до экрана

$$L = a + b$$

Ширина интерференционной полосы (включает в себя белую и черную полосу), наблюдаемой на экране

$$\Delta y = \frac{L}{d} \cdot \lambda = \frac{a + b}{2 \cdot a \cdot (n - 1) \cdot \alpha} \cdot \lambda$$

$$\alpha = \frac{a + b}{2 \cdot a \cdot (n - 1)} \cdot \frac{\lambda}{\Delta y}$$

$$\alpha = 4.329 \times 10^{-3}$$

рад

Выразим величину в градусах:

$$\frac{\alpha}{1^\circ} = 0.248$$

11. Какова должна быть длина дифракционной решетки, имеющей 50 штрихов на 1 мм, чтобы в спектре второго порядка разрешить две линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 0,580$  мкм и  $\lambda_2 = 0,5896$  мкм. При какой наименьшей разности  $d\lambda$  двух волн одинаковой интенсивности их можно будет различить этой решеткой вблизи  $\lambda_1$ , в максимальном порядке спектра?

**Решение:**

Необходимая разрешающая сила:

$$R_{\min} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

$$R_{\min} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$R_{\min} = 60.417$$

Разрешающая сила дифракционной решетки в спектре  $m$ -го порядка:

$$R = m \cdot N$$

$$R_{\min} = m \cdot N_{\min} = m \cdot n \cdot L_{\min}$$

$$L_{\min} = \frac{1}{m \cdot n} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

(ф1)

$$L_{\min} = 6.042 \times 10^{-4}$$

м

Пусть  $\phi_m$  - угол, определяющий направление на максимум  $m$ -го порядка:

$$\frac{1}{n} \sin(\phi_m) = m \cdot \lambda_1$$

$$\sin(\phi_m) = m \cdot \lambda_1 \cdot n$$

$$m = \frac{\sin(\phi_m)}{\lambda_1 \cdot n}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\lambda_1 \cdot n} = 34.483$$

$$\sin(\phi_m) \leq \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

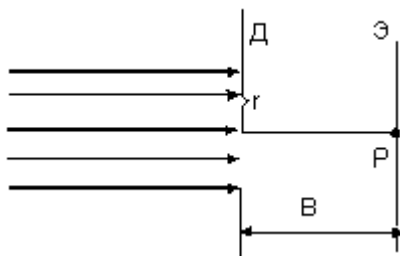
Ввиду очевидного ограничения найдем, что максимальное значение  $m_{\max} = 34$ . Возвращаясь к формуле (ф1), найдем

$$\delta\lambda_{\min} = \frac{1}{m_{\max} \cdot n} \cdot \frac{\lambda_1}{L_{\min}}$$

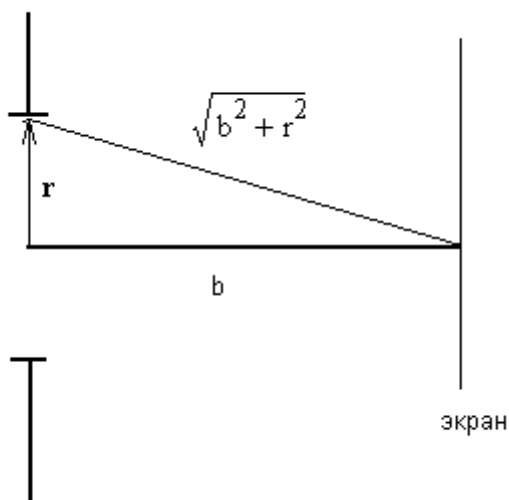
$$\delta\lambda_{\min} = 5.647 \times 10^{-10}$$

М

12. Параллельный пучок монохроматического света ( $\lambda = 0,64$  мкм) падает нормально на непрозрачную диафрагму Д с круглым отверстием радиусом  $r$ . Оптическая ось проходит через центр отверстия перпендикулярно плоскостям диафрагмы и экрана Э для наблюдения явления дифракции, пересекая последний в точке Р (тока наблюдения) на расстоянии  $B$  от диафрагмы. Используя метод зон Френеля, векторным методом, определить: как изменится интенсивность света в точке Р при  $r = 1,6$  мм и  $B = 4,0$  м, если закрыть половину площади отверстия, уменьшив его радиус.



**Решение:**



Найдем количество зон Френеля, которые первоначально укладывались на отверстии. Разность хода между крайним и центральным лучами:

$$\Delta_1 = \sqrt{b^2 + r^2} - b$$

$$\Delta_1 = b \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{r}{b}\right)^2} - b$$

$$\Delta_1 = b \cdot \left(1 + \frac{r^2}{2 \cdot b^2}\right) - b$$

упрощение правомерно, т.к.  $b \gg r$

$$\Delta_1 = \frac{r^2}{2 \cdot b}$$

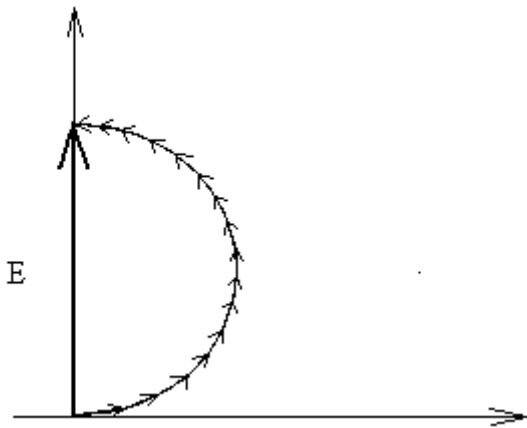
Количество зон Френеля:

$$k_1 = \frac{\Delta_1}{\frac{\lambda}{2}}$$

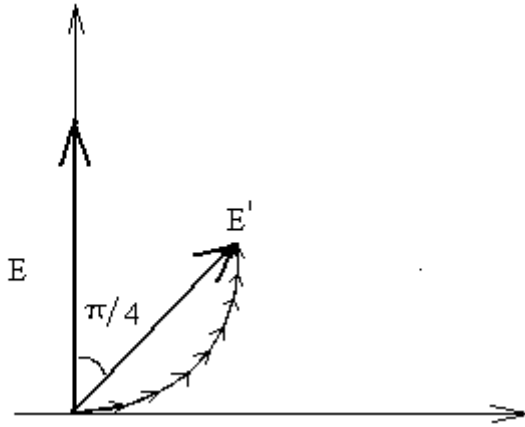
$$k_1 = 1$$

т.е. первоначально открыта одна зона Френеля.

Зону Френеля можно условно разделить на множество эквивалентных по мощности кольцевых подзон; каждая внешняя подзона имеет малый сдвиг по фазе относительно соседней внутренней подзоны и суммарный вектор дает вектор некоторой амплитуды  $A$  в точке  $P$ :



Вклад каждой очень малой подзоны обозначен очень малым соотв. вектором и ломаная линия выливается в полуокружность. Теперь закроем половину первой зоны Френеля:



Величина вектора при этом уменьшится:

$$2 \cdot E' \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = E$$

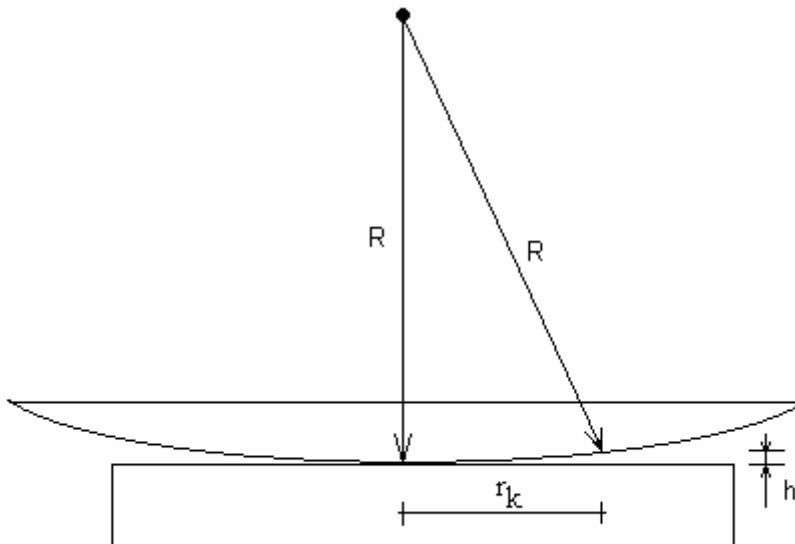
$$2 \cdot E' \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = E$$

$$\frac{E}{E'} = \sqrt{2}$$

Т.к. интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, найдем, что интенсивность уменьшится в  $\eta_{\Gamma} = 2$  раза.

13. В опыте по наблюдению колец Ньютона при освещении тонкой плосковыпуклой линзы светом с длиной волны  $\lambda = 589$  нм расстояние между первым и вторым светлыми кольцами при наблюдении в отраженном свете оказалось равным 0,5 мм. Определить радиус кривизны линзы  $R$ .

**Решение:**



Воздушный зазор между линзой и стеклянной пластиной:

$$h = R - \sqrt{R^2 - r_k^2}$$

$$h = R - R \cdot \sqrt{1 - \frac{r_k^2}{R^2}}$$

Учтем, что  $R \gg r_k$ :

$$h = \frac{r_k^2}{2 \cdot R}$$

Оптическая разность хода первоотраженно луча (луча, отраженного от нижней грани линзы) и луча, отраженного от стеклянной пластины (оптически более плотной среды):

$$\Delta = 2 \cdot h + \frac{\lambda}{2}$$

Условие получения максимума (светлого кольца):

$$\Delta = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot h + \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\frac{r_k^2}{R} = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$r_k = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot R \cdot \lambda}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Согласно условию:

$$r_2 - r_1 = d$$

$$\sqrt{\left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot R \cdot \lambda} - \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot R \cdot \lambda} = d$$

$$R = \frac{d^2 \cdot (\sqrt{3} + 2)}{\lambda}$$

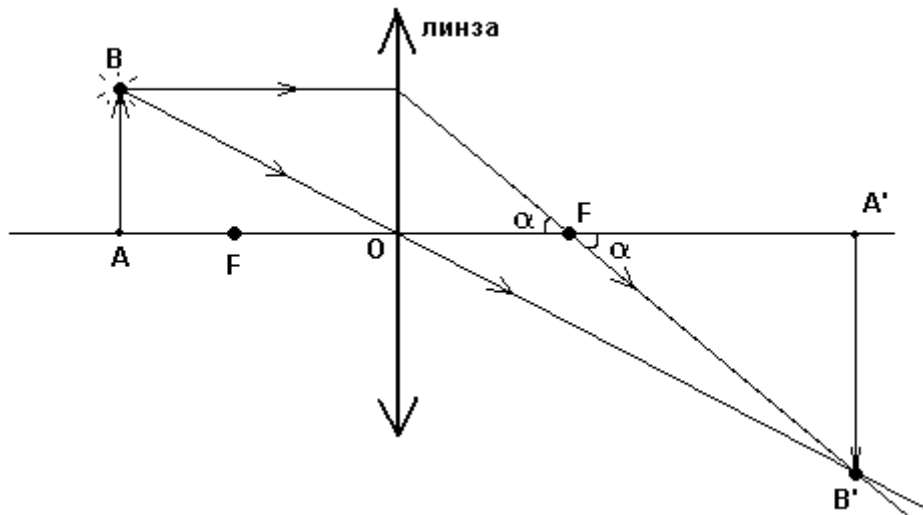
$$R = 1.584$$

м

14. Светящаяся точка со скоростью 0,2 м/с движется по окружности вокруг главной оптической оси собирающей линзы в плоскости, параллельной плоскости линзы и отстоит от нее на расстояние в 1,8 раза больше фокусного. Какова скорость движущегося изображения?

**Решение:**

Изобразим ход лучей:



Изображением светящейся точки В будет точка В'. Введем обозначения:

$$R = AB$$

(радиус, по которому движется точка)

$$R' = A'B'$$

(радиус по которому движется изображение точки)

f - фокусное расстояние линзы

Геометрические соотношения:

$$\frac{AB}{AO} = \frac{A'B'}{A'O}$$

=>

$$A'O = AO \cdot \frac{R'}{R} = \eta \cdot f \cdot \frac{R'}{R}$$

$$\frac{OF}{AB} = \frac{A'F}{A'B'}$$

=>

$$A'F = OF \cdot \frac{R'}{R} = f \cdot \frac{R'}{R}$$

$$A'O - A'F = OF$$

=>

$$\eta \cdot f \cdot \frac{R'}{R} - f \cdot \frac{R'}{R} = f$$

$$R' = \frac{R}{\eta - 1}$$

Угловая скорость движения точки:

$$\omega = \frac{V}{R}$$

Скорость движения изображения:

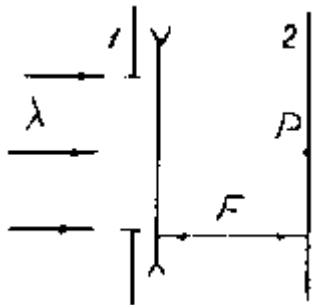
$$V' = \omega \cdot R' = \frac{V}{R} \cdot \frac{R}{\eta - 1}$$

$$V' = \frac{V}{(\eta - 1)}$$

$$V' = 0.25$$

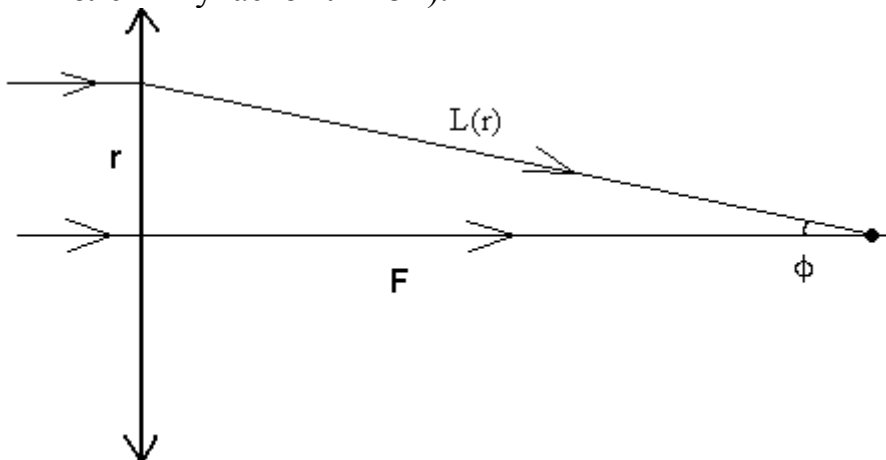
м/с

15. Широкий параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda$  падает по нормали на экран с круглой диафрагмой, с помощью которой можно менять радиус отверстия. Сразу за экраном соосно размещены рассеивающая тонкая линза с фокусным расстоянием  $-F$  и еще один экран на расстоянии  $F$  от линзы. Оптическая ось системы пересекает второй экран в точке  $P$ . При каком радиусе диафрагмы интенсивность света в точке  $P$  максимальна? Во сколько раз изменится интенсивность света в точке  $P$ , если убрать первый экран с диафрагмой найденного радиуса?



**Решение:**

Известно, что собирающая тонкая линза сводит падающий на неё перпендикулярно пучок лучей в фокусе, причем так, что разность хода лучей не меняется; пользуясь этим, мы можем узнать дополнительную разность хода  $\Delta(r)$ , которая набирается благодаря переменной толщине линзы (центральный луч проходит через самый толстый участок линзы):



$$-\Delta(r) + L(r) = F$$

$$\Delta(r) = L(r) - F = \sqrt{r^2 + F^2} - F$$



В рассеивающей линзе - наоборот, крайние лучи отстают от центрального и оптическая длина пути, пройденного лучами как функция  $r$  в точке наблюдения P:

$$L_{\text{опт}}(r) = \sqrt{r^2 + F^2} + \Delta(r) = 2 \cdot \sqrt{r^2 + F^2} - F$$

Максимум освещенности будет, если открыта для наблюдения одна зона Френеля:

$$L_{\text{опт}}(r) - L_{\text{опт}}(0) = \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot (\sqrt{r^2 + F^2} - F) = \frac{\lambda}{2}$$

$$2 \cdot \frac{r^2}{2 \cdot F} = \frac{\lambda}{2}$$

(если  $F \gg r$ )

$$r = \sqrt{\frac{\lambda \cdot F}{2}}$$

Интенсивность пятна Эйри (наблюдаемого при открытии одной зоны Френеля) в 4 раза выше интенсивности, наблюдаемой при открытии всех зон Френеля. Т.е. если раскрыть диафрагму (убрать экран), открыв значительное количество зон Френеля, то интенсивность уменьшится в  $\eta_P = 4$  раза.

16. Расстояние от предмета до линзы и от линзы до изображения одинаковы и равны 0,5 м. Во сколько раз увеличится изображение, если предмет сместить на расстояние 20 см по направлению к линзе? Определить фокусное расстояние линзы.

**Решение:**

Запишем формулу тонкой линзы:

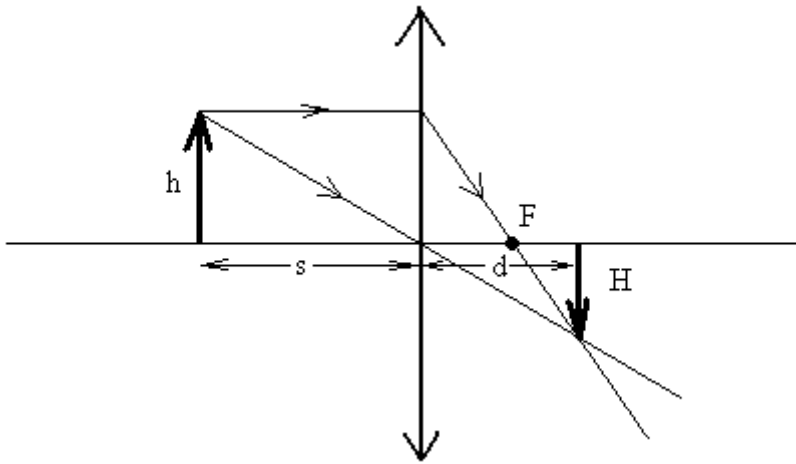
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{d_1}$$

$$f = \left( \frac{1}{s_1} + \frac{1}{d_1} \right)^{-1}$$

$$f = 0.25$$

М

Пусть высота предмета (или его части от оси до некоторой характерной точки) равна некоторой величине  $H$ ; соотв. высота изображения есть  $h$ :



Расстояние до изображения выразим из формулы тонкой

линзы:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{d}$$

$$d = \frac{f \cdot s}{s - f}$$

Геометрические соотношения:

$$\frac{H}{d} = \frac{h}{s}$$

$$H = \frac{h}{s} \cdot \frac{f \cdot s}{s - f} = \frac{f}{s - f} h$$

Увеличение:

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{s - f}$$

Если предмет сместить, как сказано в условии, изображение увеличится:

$$n_{\Gamma} = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{\frac{f}{(s_1 + \Delta s) - f}}{\frac{f}{s_1 - f}}$$

$$n_{\Gamma} = 1 + \frac{-\Delta s}{s_1 - f + \Delta s}$$

$$n_{\Gamma} = 5$$

17. Симметричная двояковыпуклая линза с показателем преломления  $n = 1,5$  обладает оптической силой  $D = 5$  дптр. При ее погружении в жидкость с показателем преломления  $n_1 = 1,8$  линза действует как рассеивающая. Рассчитайте оптическую силу линзы в жидкости  $D_1$  и фокусное расстояние линзы в жидкости  $F_1$ .

**Решение:**

### Фокусное расстояние тонкой двояковыпуклой линзы

$$F = \frac{r_1 \cdot r_2}{(n-1) \cdot (r_2 + r_1)} = \frac{1}{(n-1)} \cdot k$$

### Оптическая сила

$$D = \frac{1}{F} = \frac{(n-1)}{k}$$

$$k = \frac{(n-1)}{D}$$

### Фокусное расстояние линзы после помещения в жидкость

$$F_1 = \frac{1}{\left(\frac{n}{n_1} - 1\right)} \cdot k = \frac{1}{\left(\frac{n}{n_1} - 1\right)} \cdot \frac{(n-1)}{D}$$

$$F_1 = \frac{n_1 \cdot (n-1)}{D \cdot (n-n_1)}$$

$$F_1 = -0.6$$

м

### Оптическая сила линзы в жидкости

$$D_1 = \frac{1}{F_1}$$

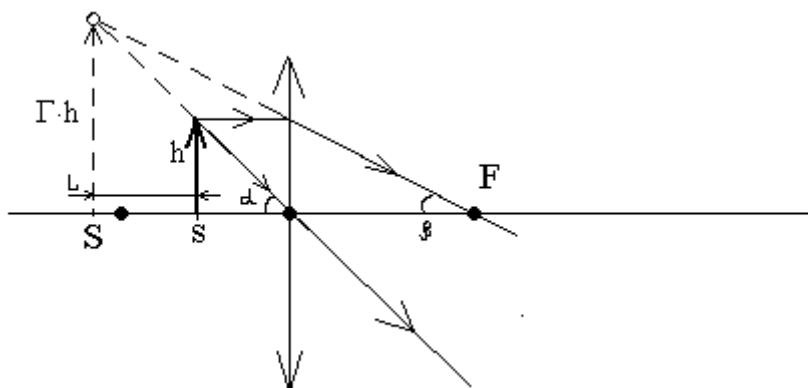
$$D_1 = -1.67$$

дптр

18. Собирающая линза дает прямое изображение предмета с увеличением, равным 2. Расстояние между предметом и изображением составляет 20 см. Определите фокусное расстояние линзы.

### Решение:

Построим ход лучей (  $h$  = высота предмета,  $H$  = высота изображения):



Тангенс угла альфа:

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{h}{s}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\Gamma \cdot h}{S}$$

Откуда, исключая  $\operatorname{tg}(\alpha)$ , получим соотношение

$$S = \Gamma \cdot s$$

$$S = \Gamma \cdot (S - L)$$

$$S = \frac{L \cdot \Gamma}{\Gamma - 1}$$

Аналогично, для угла бета:

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{h}{F}$$

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{\Gamma \cdot h}{S + F}$$

Откуда, исключая  $\operatorname{tg}(\beta)$ , получим соотношение

$$\frac{h}{F} = \frac{\Gamma \cdot h}{S + F}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{\Gamma}{S + F}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{\Gamma}{\frac{L \cdot \Gamma}{\Gamma - 1} + F}$$

$$F = \frac{L \cdot \Gamma}{(\Gamma - 1)^2}$$

$$F = 0.4$$

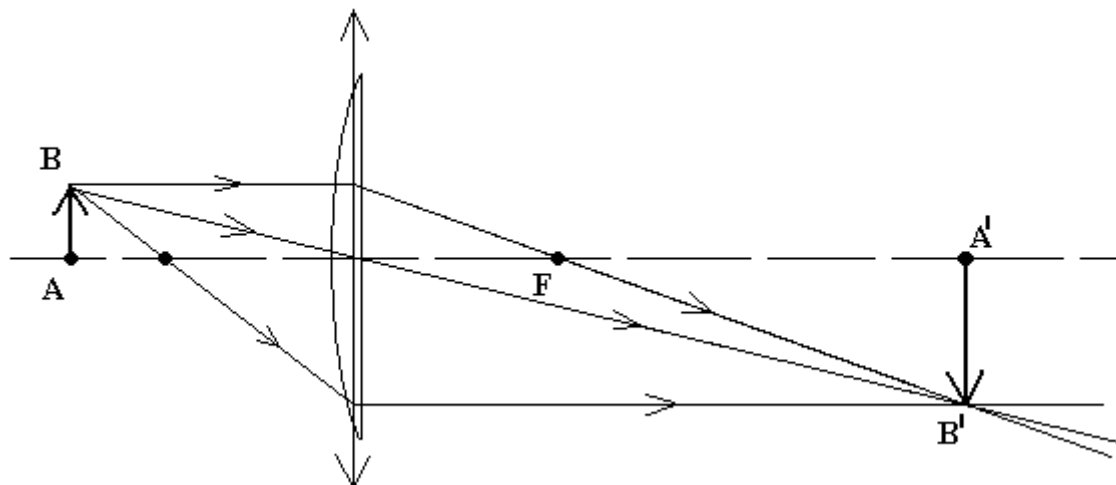
М

19. Предмет высотой  $h = 40$  мм поочередно устанавливают на расстоянии  $a$  перед собирающей выпукло-плоской линзой и рассеивающей вогнуто-плоской линзой с оптическими силами  $D = 1/F$ , равными, соответственно,  $+20$  и  $-20$  дптр. Правая поверхность линз - плоская. Расстояние от предмета до собирающей плосковыпуклой линзы  $a$ , мм:  $-100$ . Расстояние от предмета до рассеивающей плосковогнутой линзы  $a$ , мм:  $-50$ . По формулам (1) - (3) рассчитайте фокусное расстояние линз  $F$ , расстояние от линзы до изображения  $b$ , высоту изображения  $H$  и коэффициент линейного увеличения линзы  $k$ . Полагая абсолютный коэффициент преломления стекла, из которого изготовлена линза, равным  $n_2 = 1,5$ , а показатель преломления окружающей среды  $n_1 = 1$ , найдите радиус кривизны  $R$  этих линз (с учетом знака). Проверьте, как изменится результат расчета  $R$ , если линзу перевернуть на  $180^\circ$ . Зарисуйте изображение предмета.

**Решение:**

### 1. Собирающая линза.

Строим точку В' на пересечении лучей (либо их продолжений), идущих через центр линзы, через фокус линзы, а также и перпендикулярно линзе - для контроля.



Фокусное расстояние

$$F = \frac{1}{D_1}$$

$$F = 5 \times 10^{-2}$$

М

$$F = 50 \text{ мм}$$

Расстояние от линзы до изображения

$$b = \left( \frac{1}{F} + \frac{1}{a_1} \right)^{-1}$$

$$b = 0.1$$

М

$$b = 1 \cdot 10^2 \text{ мм}$$

Коэффициент линейного увеличения

$$k = \left| \frac{b}{a_1} \right|$$

$$k = 1$$

Высота изображения

$$H = k \cdot h$$

$$H = 4 \times 10^{-2}$$

М

$$H = 40 \text{ мм}$$

Найдем радиус кривизны линзы. Оптическая сила

$$D_1 = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$D_1 = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$R = \frac{1}{D_1} \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)$$

$$R = 2.5 \times 10^{-2}$$

М

$$R = 25 \text{ мм}$$

Если линзу перевернуть, то её оптическая сила не изменится, действительно

$$D = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{-R} \right)$$

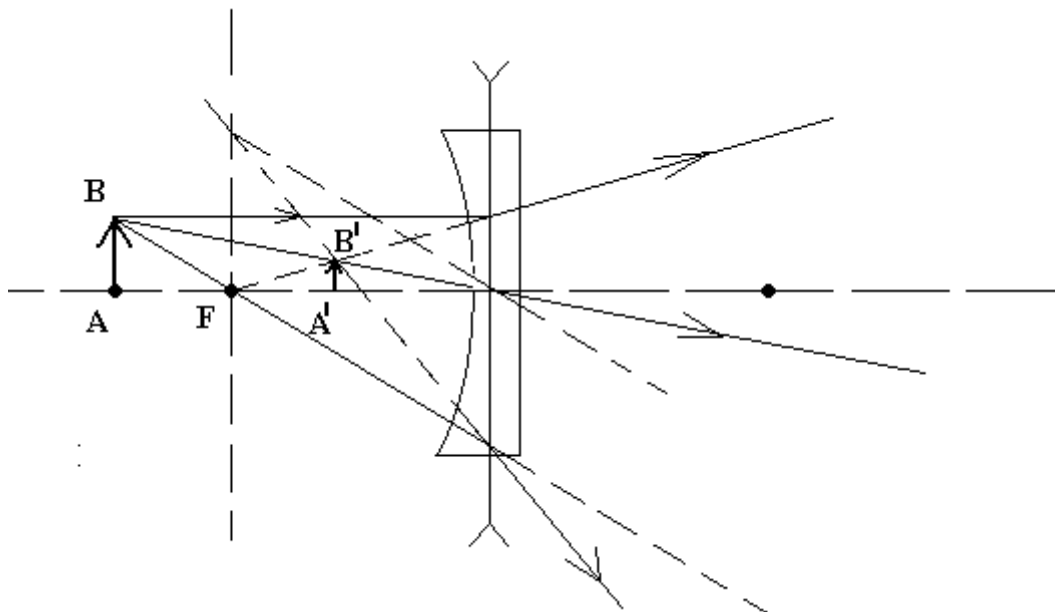
$$D = 20$$

дптр

т.е.  $D = D_1$

## 2. Рассеивающая линза.

Строим точку В' на пересечении лучей (либо их продолжений), идущих через центр линзы, через фокус линзы, а также и перпендикулярно линзе - для контроля.



Фокусное расстояние

$$F = \frac{1}{D_2}$$

$$F = -5 \times 10^{-2}$$

М

$$F = -50 \text{ мм}$$

Расстояние от линзы до изображения

$$b = \left( \frac{1}{F} + \frac{1}{a_2} \right)^{-1}$$

$$b = -2.5 \times 10^{-2}$$

М

$$b = -30 \text{ мм}$$

Коэффициент линейного увеличения

$$k = \left| \frac{b}{a_2} \right|$$

$$k = 0.5$$

Высота изображения

$$H = k \cdot h$$

$$H = 2 \times 10^{-2}$$

М

$$H = 20 \text{ мм}$$

Найдем радиус кривизны линзы. Оптическая сила линзы

$$D_2 = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$D_2 = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$R = \frac{1}{D_2} \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right)$$

$$R = -2.5 \times 10^{-2}$$

М

$$R = -25 \text{ мм}$$

Если линзу перевернуть, то её оптическая сила не изменится, действительно

$$D = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{-R} \right)$$

$$D = -20$$

дптр

т.е.  $D=D_2$

20. Рассчитайте фокусное расстояние  $F$  и оптическую силу  $D$  для 1) вогнуто-выпуклой линзы (положительный мениск) с радиусами кривизны  $R_1 = 15$  см и  $R_2 = -25$  см; 2) двояковогнутой линзы с радиусами кривизны  $R_1 = -5$  см и  $R_2 = -25$  см. Показатель преломления  $n = 1,5$ .

**Решение:**

1. Для вогнуто-выпуклой линзы (положительный мениск)

$$R_1 = 15 \cdot 10^{-2}$$

м

$$R_2 = -25 \cdot 10^{-2}$$

м

Оптическая сила

$$D_1 = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$D_1 = 1.33$$

дптр

Фокусное расстояние

$$F_1 = \frac{1}{D_1}$$

$$F_1 = 0.75$$

м

2. Для двояковогнутой линзы

$$R_1 = -5 \cdot 10^{-2}$$

м

$$R_2 = -25 \cdot 10^{-2}$$

м

Оптическая сила

$$D_2 = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$D_2 = -12$$

дптр

Фокусное расстояние

$$F_2 = \frac{1}{D_2}$$

$$F_2 = -0.08$$

м

## Основные формулы по физике - КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

---

Начало развития **квантовой физики** связано с решением немецким ученым Максом Планком проблемы излучения абсолютно черного тела. Необходимо знать гипотезу Планка о квантовании энергии осцилляторов и уяснить, что на



основании формулы Планка могут быть получены законы Стефана-Больцмана и Вина.

Развитие гипотезы Планка привело к созданию представлений о квантовых свойствах света. Кванты света называются фотонами. С позиций квантовой теории света объясняется такое явление как фотоэффект. Здесь следует знать формулу Эйнштейна для фотоэффекта.

Дальнейшее развитие квантовой физики связано с построением теории строения атома. О сложном строении атома говорят исследования спектров излучения разряженных газов.

Таблица основных формул квантовой физики

Физические законы, формулы, переменные	Формулы квантовой физики
<p><b>Закон Стефана-Больцмана:</b>            где R - энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела, т.е. энергия, испускаемая в единицу времени с единицы площади:            σ - постоянная Стефана-Больцмана:</p>	$R = \sigma T^4 \quad R = \frac{W}{t \cdot S}$ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$
<p><b>Энергетическая светимость (излучательность) серого тела:</b>            где α - коэффициент черноты.</p>	$R = \alpha \sigma T^4$
<p><b>Закон смещения Вина:</b>            где λ<sub>m</sub> - длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения;            b - постоянная Вина :</p>	$\lambda_m = \frac{b}{T} \quad b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
<p><b>Импульс фотона:</b>            где λ - длина волны;            h - постоянная Планка:</p>	$p = \frac{h}{\lambda} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
<p><b>Энергия фотона:</b>            где ν - частота;            c - скорость света в вакууме:</p>	$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
<p><b>Формула Эйнштейна для фотоэффекта:</b>            где hν - энергия фотона, падающего на поверхность металла;            A - работа выхода электрона из металла;</p>	$h\nu = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$

$\frac{mv_{\max}^2}{2}$ <p>- максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.</p>	
<p><b>Красная граница фотоэффекта:</b>  где <math>\lambda_k</math> - максимальная длина волны, при которой возможен фотоэффект;  <math>\nu_k</math> - минимальная частота, при которой возможен фотоэффект.</p>	$\lambda_k = \frac{hc}{A}$ <p>или</p> $\nu_k = \frac{A}{h}$
<p><b>Серийные формулы спектра водородоподобного атома</b>  где R - постоянная Ридберга <math>R=1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}</math>,  z - порядковый номер элемента;  Серия Лаймана <math>m=1, n=2,3,4\dots</math>  Серия Бальмера <math>m=2, n=3,4,5\dots</math>  Серия Пашена <math>m=3, n=4,5,6\dots</math>  Серия Брекета <math>m=4, n=5,6,7\dots</math> и т.д.</p>	$\frac{1}{\lambda} = Rz^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$
<p><b>Длина волны де Бройля:</b>  где p - импульс частицы.  В классическом приближении (при <math>v \ll c</math>): <math>p = mv</math>;  m - масса частицы;  v - скорость частицы;  c - скорость света в вакууме.  В релятивистском случае (при )::</p>	$\lambda = \frac{h}{p}$ $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
<p><b>Связь импульса с кинетической энергией <math>W_k</math> в релятивистском приближении:</b>  где <math>E_0</math> - энергия покоя частицы:</p>	$p = \frac{1}{c} \sqrt{W_k(W_k + 2E_0)} \quad E_0 = mc^2$
<p><b>Плотность вероятности нахождения частицы в соответствующем месте пространства</b></p>	$w =  \Psi ^2$
<p><b>Волновая функция, описывающая состояние частицы в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме</b></p>	$\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l}$

где $l$ - ширина ямы, $x$ - координата частицы в яме ( $0 \leq x \leq l$ ), $n$ - квантовое число ( $n=1,2,3\dots$ ).	
<b>Энергия частицы</b> в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме где $m$ - масса частицы.	$E_n = \frac{h^2}{8m'l^2} n^2$
<b>Электропроводность собственных полупроводников</b> где $e$ - заряд электрона, $n$ - концентрация носителей заряда, $u_p$ - подвижность электронов, $u_n$ - подвижность дырок.	$\sigma = en(u_n + u_p)$
<b>Постоянная Холла</b> для полупроводников типа алмаза, германия, кремния	$R_x = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{ne}$

### Квантовая физика. Задачи.

1. Катод фотоэлемента облучается светом с длиной волны  $\lambda = 3,5 \times 10^{-7}$  м. Какая энергия передана фотоэлектронам, если в цепи фотоэлемента протек заряд  $Q = 2 \times 10^{-12}$  Кл? Постоянная Планка  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  Дж•с, величина заряда электрона  $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл, скорость света  $c = 3 \times 10^8$  м/с.

**Решение.**

Величина протекшего в цепи заряда равна

$$Q = |e|N,$$

где  $N$  – число фотоэлектронов.  
Отсюда

$$N = Q/|e|.$$

Энергия одного светового кванта с длиной волны  $\lambda$  равна  $hc/\lambda$ .  
Следовательно, фотоэлектронам передана энергия  $Nhc/\lambda$ .  
Тогда

$$W = Qhc/(\lambda|e|).$$

После подстановки значений и вычисления, получаем  $W = 7 \times 10^{-12}$  Дж.  
Ответ:  $W = 7 \times 10^{-12}$  Дж.

2. Какой максимальный заряд  $Q$  может быть накоплен на конденсаторе емкостью  $C_0 = 2 \times 10^{-11}$  Ф, одна из обкладок которого облучается светом с длиной волны  $\lambda = 5 \times 10^{-7}$  м? Работа выхода электрона составляет  $A = 3 \times 10^{-19}$  Дж, постоянная Планка  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  Дж•с, величина заряда электрона  $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл, скорость света  $c = 3 \times 10^8$  м/с. [решение]

**Решение.**

Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта энергия светового кванта расходуется на преодоление работы выхода и на сообщение фотоэлектрону кинетической энергии:

$$hc/\lambda = A + mv^2/2,$$

откуда

$$mv^2/2 = hc/\lambda - A.$$

Покидающие облучаемую обкладку конденсатора фотоэлектроны уносят отрицательный заряд, в результате чего эта обкладка заряжается положительно. Создаваемое ею электрическое поле наводит такой же по величине отрицательный заряд на другой обкладке. Между обкладками возникает разность потенциалов  $U = Q/C_0$ , где  $Q$  – величина заряда на каждой из обкладок. Электрическое поле конденсатора стремится вернуть электроны на положительно заряженную обкладку.

Если потенциальная энергия электронов в окрестности отрицательно заряженной обкладки  $|e|U$  станет равной их начальной кинетической энергии, то все электроны, покидающие облучаемую обкладку, будут возвращаться на нее, и зарядка конденсатора прекратится. Таким образом, условие достижения максимального напряжения между обкладками имеет вид:

$$mv^2/2 = |e|U,$$

или

$$hc/\lambda - A = |e|Q/C_0.$$

Откуда

$$Q = (C_0/|e|)(hc/\lambda - A).$$

После подстановки значений и вычисления, имеем  $Q = 1,2 \times 10^{-11}$  Кл.  
Ответ:  $Q = 1,2 \times 10^{-11}$  Кл.

3. На металлическую пластинку сквозь сетку, параллельную пластинке, падает свет с длиной волны  $\lambda = 0,4$  мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов между пластинкой и сеткой  $U = 0,95$  В. Определить красную границу фотоэффекта (максимальную длину волны  $\lambda_{\max}$ ). Постоянная Планка  $h = 6,62 \times 10^{-34}$  Дж•с, величина заряда электрона  $|e| = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл, скорость света  $c = 3 \times 10^8$  м/с. [решение]

**Решение.**

Фототок прекращается, когда потенциальная энергия электронов в задерживающем поле становится равной кинетической энергии электронов, покидающих пластинку, т.е.

$$|e|U = mv^2/2.$$

Используя уравнение Эйнштейна, получаем работу выхода для материала пластинки:

$$A = hc/\lambda - |e|U.$$

Длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая красной границе фотоэффекта, определяется из условия, что энергия кванта равна работе выхода:

$$hc/\lambda_{\max} = A.$$

Объединяя записанные соотношения, получаем ответ:

$$\lambda_{\max} = hc/(hc/\lambda - |e|U) = 5,7 \times 10^{-6} \text{ м.}$$

Ответ: максимальная длина волны равна  $5,7 \times 10^{-6}$  м.

4. Лазер излучает световые импульсы с энергией  $W = 0,1$  Дж. Частота повторения импульсов  $\nu = 10$  Гц. Коэффициент полезного действия лазера, определяемый как отношение излучаемой энергии к потребляемой, составляет  $\eta = 0,01$ . Какой объем воды  $V$  нужно пропустить за время  $\tau = 1$  час через охлаждающую систему лазера, чтобы вода нагрелась не более, чем

на  $\Delta t = 10^\circ\text{C}$ ? Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{К})$ , плотность воды  $\rho = 1 \text{ г}/\text{см}^3$ . [решение]

**Решение.**

Мощность излучения лазера равна произведению энергии одного импульса на частоту повторения:

$$P_{\text{изл}} = W\nu.$$

Потребляемая лазером мощность по определению КПД есть

$$P_{\text{л}} = P_{\text{изл}}/\eta.$$

Следовательно, мощность, которая должна быть отведена от лазера с помощью системы охлаждения, составляет величину

$$P_{\text{охл}} = P_{\text{л}} - P_{\text{изл}} = P_{\text{изл}}(1 - \eta)/\eta.$$

Количества тепла, отводимое системой охлаждения за время  $\tau$ ,

$$Q_{\text{охл}} = P_{\text{охл}}\tau,$$

может быть выражено с использованием уравнения теплового баланса как

$$Q_{\text{охл}} = \rho V c \Delta t.$$

Решая совместно записанные соотношения, получаем ответ:

$$V = W\nu\tau/(\rho c \Delta t) \times (1 - \eta)/\eta = 8,49 \text{ л.}$$

**Ответ:**  $V = 8,49 \text{ л.}$

5. Атом водорода испустил фотон с длиной волны  $4,86 \times 10^7 \text{ м}$ . На сколько изменилась энергия электрона в атоме? [решение]

**Решение.**

По теории Бора при переходе электрона из состояния с энергией  $E_n$  в состояние с энергией  $E_m$  излучается фотон с энергией, равной

$$h\nu = E_n - E_m = \Delta.$$

Учитывая, что

$$v = c/\lambda,$$

получаем

$$\Delta E = hc/\lambda.$$

Подставим численные значения

$$\Delta E = 6,63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 / (4,86 \times 10^{-7}) \approx 4,09 \times 10^{-19} \text{ (Дж)} \approx 2,56 \text{ эВ.}$$

**Ответ:**  $\Delta E = 2,56 \text{ эВ.}$

6. Шар радиуса  $R$  из вольфрама, покрытый тонким слоем цезия, освещают аргоновым лазером, излучающим на длине волны  $\lambda_1$ . Какой заряд приобретет шар, если красная граница для Cs на  $W$  составляет  $\lambda_2$ ? [решение]

**Решение.**

При освещении шара лазером каждый квант света несет с собой энергию

$$E = hc/\lambda_1,$$

которая идет на преодоление работы выхода электрона с поверхности цезия

$$A_{\text{вых}} = hc/\lambda_2,$$

преодоление потенциальной энергии взаимодействия общего заряда шара  $Q$  с электроном

$$W_p = kQe/R,$$

и на сообщение электрону кинетической энергии.

Когда заряд шара перестает меняться, кинетическая энергия электронов на бесконечном расстоянии от шара равна нулю.

Тогда

$$hc/\lambda_1 = hc/\lambda_2 + kQe/R.$$

Отсюда, искомый заряд шара

$$Q = (Rhc/(4\pi\epsilon_0 e\lambda_1)) \cdot (1/\lambda_1 - 1/\lambda_2).$$

7. Лазерный усилитель представляет собой кювету, заполненную усиливающей свет средой (про такую среду говорят, что она обладает инверсной заселенностью). На вход лазерного усилителя падает лазерное излучение с мощностью  $P_1 = 1$  кВт. Мощность лазерного излучения на выходе из усилителя оказывается равной  $P_2 = 10$  МВт. Найти силу, которую нужно прикладывать к усилителю, чтобы удерживать его в неподвижном положении. [решение]

**Решение.**

Пусть за время  $\Delta t$  в усилитель попадает  $n$  фотонов, а излучается  $N$ . Импульс каждого фотона равен

$$p = E/c = hv/c,$$

его энергия

$$E = hv,$$

мощности падающего и излучаемого потоков связаны с энергией одного фотона следующими соотношениями:

$$P_1 = nE/\Delta t, P_2 = NE/\Delta t.$$

Суммарный импульс фотонов, попавших в усилитель за время  $\Delta t$ , равен

$$p_1 = nhv/c,$$

фотоны сообщают кювете импульс

$$p_{K1} = nhv/c.$$

Импульс излученных фотонов равен

$$p_2 = Nhv/c,$$

переданный кювете импульс

$$p_{K2} = -Nhv/c.$$



Таким образом, суммарный импульс, сообщенный кювете фотонами за время  $\Delta t$ , равен

$$\mathbf{p} = (\mathbf{n} - \mathbf{N})h\nu/c.$$

Чтобы кювета находилась в неподвижном положении, необходимо приложить к ней импульс силы, равный  $\mathbf{p}_B = -\mathbf{p}$ . Поскольку

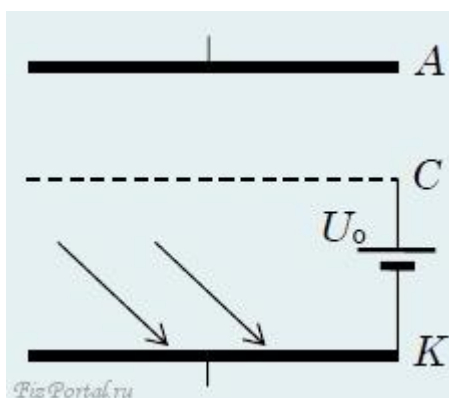
$$\mathbf{p}_B = \mathbf{F}\Delta t,$$

где  $\mathbf{F}$  – прикладываемая сила, то

$$\mathbf{F} = \mathbf{p}_B/\Delta t = (\mathbf{N} - \mathbf{n})h\nu/(c\Delta t) = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1)/c \approx \mathbf{P}_2/c = 0,033 \text{ Н}.$$

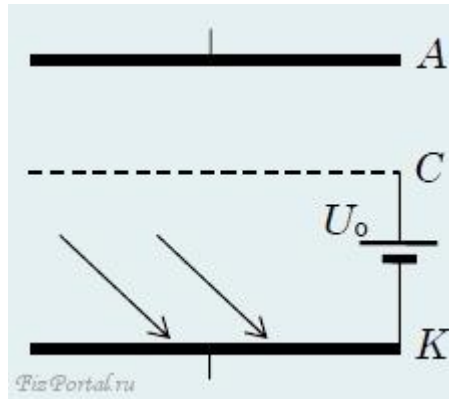
Сила направлена в сторону излучения усилителя.

**8(61).** Катод **K** и анод **A** фотоэлемента представляют собой две пластины площадью **S** каждая, находящиеся на расстоянии **d** друг от друга (рис.). На расстоянии  $2d/3$  от катода размещена проволочная сетка **C**. Между сеткой и катодом подано напряжение  $U_0$ , полярность указана на рисунке. Какой максимальный заряд может накопиться на аноде, если катод облучить светом частотой  $\nu$ ? Работа выхода материала катода **A**, постоянная Планка **h**, заряд электрона  $-e$ . [решение]



Катод **K** и анод **A** фотоэлемента представляют собой две пластины площадью **S** каждая, находящиеся на расстоянии **d** друг от друга (рис.). На расстоянии  $2d/3$  от катода размещена проволочная сетка **C**. Между сеткой и

катодом подано напряжение  $U_0$ , полярность указана на рисунке. Какой максимальный заряд может накопиться на аноде, если катод облучить светом частотой  $\nu$ ? Работа выхода материала катода  $A$ , постоянная Планка  $h$ , заряд электрона  $-e$ .



**Решение.**

На катоде, по закону сохранения энергии для фотоэффекта кинетическая энергия электрона составляет

$$mv^2/2 = h\nu - A.$$

После пролета сетки кинетическая энергия электрона равна

$$E = h\nu - A + eU_0.$$

Если на аноде заряд  $+Q$ , а на сетке  $-Q$ , то

$$E = eQ/C,$$

где  $C = 3\epsilon_0 S/d$  – емкость конденсатора.

Таким образом,

$$Q = 3\epsilon_0 S(h\nu - A + eU_0)/(ed)$$

при  $h\nu > A$ .

**9(69).** Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны  $\lambda = 8,30 \times 10^{-8}$  м. На какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженности  $E = 7,5$  В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны  $\lambda = 33,2 \times 10^{-8}$  м. [решение]

Решение.  
Энергия фотона

$$W_0 = hc/\lambda$$

расходуется на совершение работы выхода  $A$ , определяемое красной границей

$$A = hc/\lambda_0,$$

и на работу против задерживающего поля, равную

$$W = eEl,$$

где  $l$  – искомое расстояние.

$$hc/\lambda = hc/\lambda_0 + eEl.$$

Отсюда

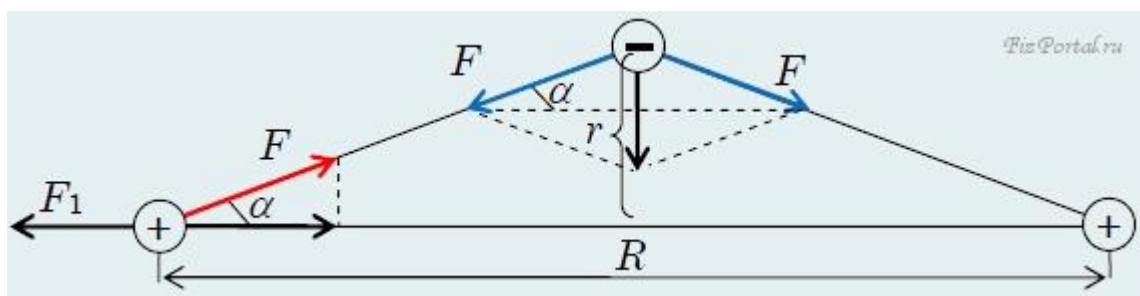
$$l = (1/\lambda - 1/\lambda_0)hc/(eE).$$

Расчет дает  $l = 1,5$  см.

**10(71).** В одной из моделей молекулярного иона водорода  $H_2^+$  предполагается, что электрон движется по круговой орбите, лежащей в плоскости, перпендикулярной к линии, соединяющей протоны. Расстояние между протонами  $R$ , заряд электрона  $e$ , его масса  $m$ . Найти скорость, с которой движется электрон. [решение]

**Решение.**

Запишем условие движения электрона по окружности (рис.)



$$mv^2/r = 2F\sin\alpha.$$

Здесь

$$r = (R/2)\operatorname{tg}\alpha, F = ke^2/(R/(2\cos\alpha))^2.$$

Для определения угла  $\alpha$  рассмотрим условие равновесия одного из протонов. Вдоль оси иона на протон действуют две силы: сила отталкивания

$$F_1 = ke^2/R^2$$

со стороны другого протона и составляющая

$$F_{1x} = F\cos\alpha$$

силы притяжения к электрону.

Из равенства этих сил получаем, что

$$\cos\alpha = 1/\sqrt[3]{4}.$$

Тогда

$$v^2 = 4e^2\sin^2\alpha\cos\alpha/(mR) = (4e^2/(mR))\cos\alpha(1 - \cos^2\alpha),$$

откуда

$$v \approx 1,23e/\sqrt{mR}.$$

**11(75).** Атом вещества с относительной атомной массой  $A$ , жестко закрепленный в кристаллической решетке, поглощает свет частоты  $\nu$ . При какой частоте будет максимум поглощения в этом веществе, находящемся в газообразном состоянии? Масса протона равна  $m_p$ . [решение]

**Решение.**

Запишем законы сохранения энергии и импульса для системы атом – фотон:

$$h\nu = h\nu_0 + p^2/(2Am_p),$$

$$p = h\nu/c.$$

Отсюда получаем

$$h\nu = h\nu_0 + (h\nu)^2/(2Am_p c^2).$$

Физический смысл имеет только один корень

$$h\nu = Am_p c^2 - Am_p c^2 \sqrt{1 - 2h\nu_0/(Am_p c^2)}.$$

Упростим это выражение. Поскольку

$$h\nu_0 \ll Am_p c^2$$

в этом можно убедиться, подставив конкретные значения,

$$h\nu_0 \approx Am_p c^2 - Am_p c^2 \sqrt{1 - h\nu_0/(Am_p c^2)} = h\nu_0.$$

Это позволяет сделать такую замену:

$$p = h\nu/c \approx h\nu_0.$$

Тогда окончательно

$$h\nu \approx h\nu_0 + (h\nu_0)^2/(2Am_p c^2),$$

$$\nu \approx \nu_0(1 + h\nu_0^2/(2Am_p c^2)).$$

**12(81).** На неподвижный невозбужденный атом водорода налетает другой невозбужденный атом водорода. Какова должна быть минимальная кинетическая энергия налетающего атома, чтобы в результате столкновения мог излучиться фотон? Энергия ионизации атома водорода  $E_{\text{и}} = 13,6$  эВ. Частоты излучения атома водорода определяются формулой  $\nu = R(1/n^2 - 1/m^2)$ , где  $R$  – постоянная,  $n$  и  $m$  – целые числа. [решение]

**Решение.**

Известно, что при соударениях двух тел максимально потери кинетической энергии их движения происходят при абсолютно неупругом ударе, когда тела после столкновения двигаются с одинаковыми скоростями. Эта часть кинетической энергии может превращаться в другие виды энергии, в частности – пойти на возбуждение одного из сталкивающихся атомов. В

дальнейшем, при переходе атома из возбужденного состояния в основное, может излучиться фотон. Минимальная энергия возбуждения  $E_{\min}$  атома, находящегося в основном состоянии, достигается при переходе электрона с первого энергетического уровня на второй ( $n = 1, n = 2$ ). Напротив, энергия ионизации атома, необходимая для отрыва электрона от него, соответствует переходу с первого уровня на бесконечно удаленный ( $n = 1, m \rightarrow \infty$ ). Поэтому из условия задачи следует, что константа  $R$  в формуле для частот излучения равна энергии ионизации  $E_n$  деленной на постоянную Планка  $h$ , а минимальная энергия возбуждения атома равна

$$E_{\min} = hR(1 - 1/2^2) = 3E_n/4.$$

Теперь из законов сохранения энергии и импульса можно получить минимальную кинетическую энергию  $mv_0^2/2$  налетающего атома водорода:

$$mv_0^2/2 = 2mv^2/2 + E_{\min},$$

$$mv_0 = 2mv.$$

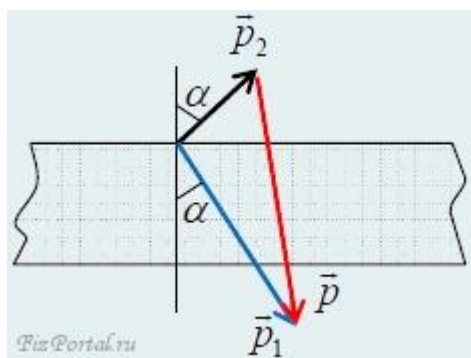
откуда

$$mv_0^2/2 = 2E_{\min} = (3/2)E_n = 20,4 \text{ эВ}.$$

**13(83).** Пучок лазерного излучения мощностью  $W = 100 \text{ Вт}$  падает на непрозрачную пластинку под углом  $\alpha = 30^\circ$ . Пластинка поглощает **60 %** падающей энергии, а остальную энергию зеркально отражает. Найдите абсолютную величину силы, действующей на пластинку со стороны света. Скорость света  $c = 3 \times 10^8 \text{ м/с}$ . [решение]

**Решение.**

Пусть  $p_1$  есть импульс фотонов, падающих в единицу времени на пластинку,  $p_2$  – импульс отраженных фотонов за единицу времени и  $p$  – импульс, полученный пластинкой за это же время (рис.).



Понятно, что

$$p_1 = W/c, p_2 = 0,4p_1 = 0,4W/c,$$

По закону сохранения импульса

$$p_1 = p_2 + p.$$

Отсюда, используя теорему косинусов, получаем

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos(180^\circ - 2\alpha)} = \sqrt{1,56}W/c.$$

Полученный пластинкой в единицу времени импульс и есть сила  $F$ , действующая на пластинку:

$$p \approx 4,16 \times 10^{-7} \text{ Н.}$$

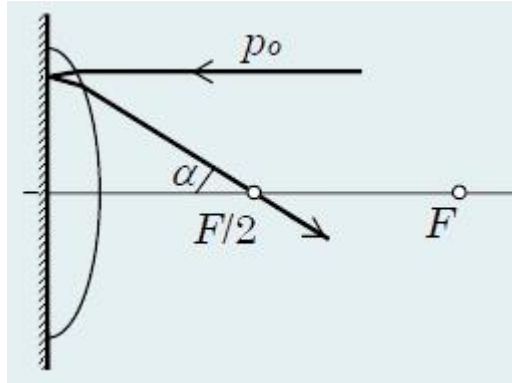
**14(86).** На плоскую поверхность тонкой плосковыпуклой положительной линзы нанесено абсолютно отражающее покрытие. На выпуклую поверхность этой линзы падает узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией  $W = 4 \text{ Дж}$  и длительностью импульса  $\tau = 10^{-8} \text{ с}$ . Падающий пучок распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии  $F/(2\sqrt{3})$  от оси ( $F$  – фокусное расстояние линзы). Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина энергии лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы (без покрытия) можно пренебречь. [решение]

**Решение.**

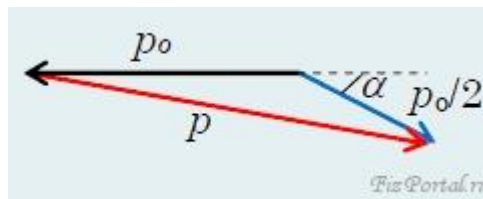
Для фотонов импульс  $p$  связан с энергией  $W$  соотношением

$$W = pc.$$

Будем следить за изменением импульса фотонов, прошедших линзу. Узкий пучок, упавший на линзу параллельно ее оптической оси, частично поглощается в материале линзы, а частично выходит из нее после отражения от задней поверхности. Так как через линзу пучок проходит дважды, оптическую ось он пересекает в точке, находящейся от линзы на расстоянии  $F/2$  (рис.; здесь  $\alpha = 30^\circ$ ).



На рисунке изображена связь импульса  $p_0$  фотонов, упавших на линзу, с импульсом  $p_0/2$  фотонов, вышедших из нее, и импульсом  $p$ , переданным линзе.



Отсюда для импульса, переданного линзе, по теореме косинусов

$$p = (W/c)\sqrt{(5 + 2\sqrt{3})/2}.$$

Тогда средняя сила, действующая в течение времени  $\tau$  на линзу, будет равна

$$F = p/\tau = (W/(\tau c))\sqrt{(5 + 2\sqrt{3})/2} = 1,9 \text{ Н.}$$

**15(89).** Катод вакуумного фотоэлемента облучается световым пучком с длиной волны  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  и мощностью  $W = 1 \text{ Вт}$ . При больших ускоряющих напряжениях между катодом и анодом фототок достигает насыщения (все электроны, выбитые из катода в единицу времени, достигают анода)  $I_n = 4 \text{ мА}$ . Какое количество  $n$  фотонов приходится на один электрон,



выбиваемый из катода? Заряд электрона  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  Кл. Постоянная Планка  $h = 6,6 \times 10^{-34}$  Дж•с. [решение]

**Решение.**

Число фотонов, падающих на катод в единицу времени

$$N_{\Phi}hc/\lambda = W,$$

$$N_{\Phi} = W\lambda/(hc).$$

Число электронов, вылетающих в единицу времени,

$$N_e = I/e.$$

Количество фотонов, приходящихся на один электрон,

$$n = N_{\Phi}/N_e = W\lambda e/(hcI) = 100.$$

**16(II).** Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 15$  мТл по окружности радиусом  $R = 1,4$  м. Определите длину волны де Бройля для протона. [решение]

**Решение.**

После открытия дифракции и интерференции электронов и других частиц, было доказано, что волновые и корпускулярные свойства имеются у материи в любом ее проявлении.

Де Бройль выдвинул гипотезу, согласно которой электрон и любые другие частицы должны иметь волновые свойства наряду с корпускулярными. Предположим, что с движением протона связано распространение каких-то волн, тогда длина этих волн, согласно Де Бройлю, связана с частицей, импульс которой  $p$ , соотношением

$$\lambda = h/p = h/(mv). \quad (1)$$

С другой стороны, магнитное поле заставляет двигаться протон по окружности радиуса  $R$

$$F_{\text{Л}} = qvB = mv^2/R,$$

откуда

$$v = qBR/m.$$

Делая замену в (1)

$$\lambda = hm/(mqBR) = h/(qBR).$$

Подставим численные значения

$$\lambda = 6,63 \times 10^{-34} / (1,6 \times 10^{-19} \times 15 \times 10^{-3} \times 1,4) = 1,97 \times 10^{-13} \text{ (м)}.$$

**Примечание:** неплохо бы оценить скорость частицы, вдруг, она окажется релятивистской?

**17(30).** Можно ли расплавить вольфрам, сфокусировав солнечные лучи при помощи достаточно большой стеклянной линзы? Температура плавления вольфрама **3420 °C**, температуру поверхности Солнца считать равной 5830 К. [решение]

**Решение.**

Мощность, излучаемая с единицы поверхности Солнца, равна  $\sigma T_C^4$ , мощность, падающая на единицу поверхности в районе Земли, равна

$$P_3 = \sigma T_C^4 (R_C/R_3)^2 = \sigma T_C^4 (\alpha/2)^2,$$

где  $R_C$  – радиус Солнца,  $R_3$  – радиус земной орбиты,  $\alpha = 2R_C/R_3$  – угловой размер Солнца, видимый с Земли.

Рассмотрим маленький шарик из вольфрама, помещенный в фокус зеркального параболоида вращения, ось симметрии которого проходит через Солнце. Оценим освещенность, создаваемую участками параболоида, лежащими позади вольфрама. Пусть внешний диаметр зеркала равен  $2R_L$ . Тогда полная мощность, падающая на зеркало

$$P_L = \pi R_L^2 P_3.$$

В силу конечности углового размера Солнца отраженные каждым участком параболоида лучи рассеяны в пределах угла  $\alpha$ . Поскольку расстояние от поверхности зеркала до фокуса меняется от  $R_L$  до  $R_L/2$ , то на вольфрамовый шарик диаметра  $d_W \leq \alpha R_L/2$ , расположенный в фокусе, будет падать энергия не меньшая, чем  $P_3 (d_W/(R_L \alpha))^2$ .

Излучаемая вольфрамом мощность равна  $\pi d_W^2 \sigma T_W^4$ .  
Отсюда:

$$\pi d_W^2 \sigma T_W^4 \geq P_{\text{л}} (d_W / (R_{\text{л}} \alpha))^2 = \pi R_{\text{л}}^2 \sigma T_C^4 (\alpha/2)^2 (d_W / (R_{\text{л}} \alpha))^2,$$

$$T_W^4 \geq T_C^4 (1/2)^2, T_W \geq 3850 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Солнечного света достаточно, чтобы расплавить вольфрам.

**18.** При поглощении фотона атом водорода перешел со второго энергетического уровня ( $E_2 = -5,42 \times 10^{-19}$  Дж) на четвертый ( $E_4 = -1,36 \times 10^{-19}$  Дж). Определите модуль импульса поглощенного фотона. [решение]

**Решение.**

Согласно второму постулату Бора поглощение света приводит к переходу атома из стационарного состояния с энергией  $E_2 = -5,42 \times 10^{-19}$  Дж в стационарное состояние с энергией  $E_4 = -1,36 \times 10^{-19}$  Дж. Энергия поглощения фотона равна разности

$$E = h\nu = E_4 - E_2.$$

Согласно теории относительности энергия всегда связана с массой соотношением

$$E = mc^2,$$

или

$$E = mcs = pc.$$

Тогда

$$pc = E_4 - E_2,$$

и

$$p = (E_4 - E_2)/c,$$

где  $c = 3 \times 10^8$  м/с – скорость света.

Подставим численные значения

$$p = (-1,36 - (-5,42)) \times 10^{-19} / (3 \times 10^8) = 1,35 \times 10^{-27} \text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

- Следующая задача

19. При увеличении частоты световой волны, падающей на металлическую пластинку, в три раза ( $\nu_2 = 3\nu_1$ ) максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов увеличилась в пять раз. Какова энергия фотонов  $E_1$  соответствующая частоте волны  $\nu_1$ , если работа выхода электронов из металла равна  $A_{\text{вых}} = 4,2 \text{ эВ}$ . [решение]

**Решение.**

Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu_1 = A_{\text{вых}} + E_{k1}, \quad (1)$$

$$h\nu_2 = A_{\text{вых}} + E_{k2}. \quad (2)$$

Разделим (2) на (1)

$$\nu_2/\nu_1 = 3\nu_1/\nu_1 = (A_{\text{вых}} + 5E_{k1})/(A_{\text{вых}} + E_{k1}).$$

Решим последнее уравнение относительно кинетической энергии  $E_{k1}$ :

$$E_{k1} = A_{\text{вых}}. \quad (3)$$

Сделаем замену (3) в (1)

$$h\nu_1 = A_{\text{вых}} + A_{\text{вых}} \text{ и } h\nu_1 = 2A_{\text{вых}}.$$

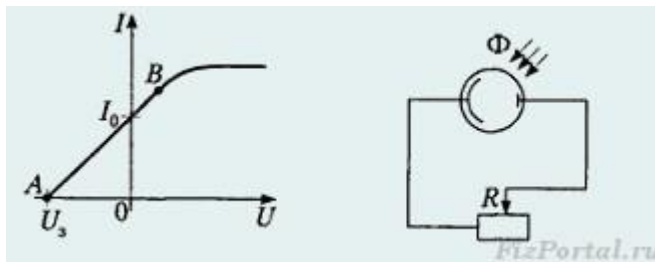
Энергия фотонов  $E_1$  соответствующая частоте волны  $\nu_1$  равна

$$E_1 = h\nu_1 = 2A_{\text{вых}} = 2 \times 4,2 \text{ эВ} = 8,4 \text{ эВ}.$$

20. Вольтамперная характеристика фотоэлемента  $\Phi$ , полученная при его освещении монохроматическим излучением, изображена на рисунке. Участок  $AB$  вольтамперной характеристики – линейный, задерживающее напряжение  $U_3 = 3,2 \text{ В}$ , сила тока  $I_0 = 80 \text{ мкА}$ . Определите максимальную мощность  $P_{\text{max}}$  тока на реостате, если, не изменяя освещения, к фотоэлементу подключить реостат  $R$ .

20. Вольтамперная характеристика фотоэлемента  $\Phi$ , полученная при его освещении монохроматическим излучением, изображена на рисунке. Участок  $AB$  вольтамперной характеристики – линейный, задерживающее

напряжение  $U_3 = 3,2 \text{ В}$ , сила тока  $I_0 = 80 \text{ мкА}$ . Определите максимальную мощность  $P_{\max}$  тока на реостате, если, не изменяя освещения, к фотоэлементу подключить реостат  $R$ .



**Решение:**

Максимальная мощность на реостате будет при условии, что сопротивление реостата и сопротивление источника тока совпадут  $R = r$ . Тогда

$$P_{\max} = I^2 r = E^2 r / (2r)^2 = U_3 U_3 / (4r) = U_3 I_0 / 4.$$

Вычислим максимальную мощность

$$P_{\max} = 3,2 \times 80 / 4 = 64 \text{ (мкВт)}.$$

**Ответ:**  $P_{\max} = 64 \text{ мкВт}$ .

**Примечание:**

- Решение возможно при условии постоянства ЭДС и сопротивления фотоэлемента.
- На самом деле ЭДС и внутреннее сопротивление источника изменяются и такой способ решения не подойдет, несмотря на попадание в ответ.

Запишем уравнение прямой на участке где ток линейно зависит от напряжения

$$(I_0 - I) / U = I_0 / U_3,$$

откуда выразим ток

$$I = I_0 - I_0 U / U_3.$$

Мощность выделяема на реостате

$$P = UI = U(I_0 - I_0 U / U_3) = UI_0 - I_0 U^2 / U_3.$$

Продифференцировав последнее уравнение по напряжению и приравняв ее к

нулю

$$I_0 - 2I_0U/U_3 = 0,$$

найдем напряжение при котором мощность на резисторе будет максимальной

$$U = U_3/2,$$

а ток

$$I = I_0 - I_0 \times U_3/(2U_3) = I_0/2.$$

Тогда

$$P_{\max} = I_0U_3/4.$$

Вычислим максимальную мощность

$$P_{\max} = 3,2 \times 80/4 = 64 \text{ (мкВт)}.$$

Ответ:  $P_{\max} = 64$  мкВт.

## КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ЗАДАЧА 1.

**Определите красную границу фотоэффекта для металла с работой выхода 2 эВ.**

**Дано:**

$$A = 2 \text{ эВ} = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

---

$\lambda_{\max} - ?$

**Решение:**

Из уравнения Эйнштейна ( $E_k = h\nu - A$ ) для фотоэффекта при условии  $E_k = 0$  имеем:

$$h\nu_{\min} = A$$

Частота  $\nu$  света связана с его скоростью  $c$  и длиной волны  $\lambda$  выражением

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

Из этих двух формул получаем:

$$\frac{hc}{\lambda_{max}} = A$$

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{A} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-19}} \text{ м} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ:  $6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

## ЗАДАЧА 2.

Найдите максимальную скорость электронов, освобождаемых при фотоэффекте светом с длиной волны  $4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  с поверхности материала с работой выхода 1,9 эВ.

Дано:

$$\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$A = 1,9 \text{ эВ} = 3,04 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

---

$$v_{max} - ?$$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся уравнением Эйнштейна для фотоэффекта ( $E_k = h\nu - A$ ), подставив в него выражение

$$E_k = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

для максимальной кинетической энергии электронов.

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2}$$

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2 \frac{hc}{\lambda} - 2A}{m}}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 2 \cdot 3,04 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} \approx 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $6,5 \cdot 10^5$  м/с

### ЗАДАЧА 3.

Определите работу выхода электрона с поверхности фотокатода и красную границу фотоэффекта, если при облучении фотоэлемента светом с частотой  $1,6 \cdot 10^{15}$  Гц фототок прекращается при запирающем напряжении  $4,1$  В.

Дано:

$$U_3 = 4,1 \text{ В}$$

$$\nu = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

---


$$A - ? \quad \nu_{\min} - ?$$

Решение:

Используем условие запираения фототока:

$$eU_3 = \frac{m \nu_{\max}^2}{2}$$

С учетом этого условия уравнение Эйнштейна для фотоэффекта будет иметь вид:

$$h \nu = A + eU_3$$

$$A = h \nu - eU_3$$

Определим красную границу фотоэффекта:

$$h \nu_{\min} = A$$

$$\nu_{\min} = \frac{A}{h}$$

$$A = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 1,6 \cdot 10^{15} \text{ Дж} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,1 \text{ Дж} \approx 10,56 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} - 6,56 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

$$\nu_{\min} = \frac{4 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} \text{ Гц} = 6 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$



#### ЗАДАЧА 4.

При бомбардировке электронами атомы ртути переходят в возбужденное состояние, если энергия электронов равна 4,9 эВ или превышает это значение. Рассчитайте длину волны света, испускаемого атомом ртути при переходе из первого возбужденного состояния в нормальное.

Дано:

$$E = 4,9 \text{ эВ} = 4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 7,84 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

---

$\lambda - ?$

Решение:

Используем связь между энергией фотона и частотой:

$$E = h \nu$$

отсюда

$$\nu = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,6 \cdot 10^{-34}}{7,84 \cdot 10^{-19}} \text{ м} \approx 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ м.} \quad \text{Ответ: } 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

#### ЗАДАЧА 5.

Вычислите энергию связи ядра атома дейтерия.

Дано:

$$m_p = 1,00728 \text{ а. е. м.}$$

$$m_n = 1,00866 \text{ а. е. м.}$$

$$M_{\text{D}} = 2,01410 \text{ а. е. м.}$$

$$m_e = 0,00055 \text{ а. е. м.}$$

---

$\Delta E - ?$

Решение:

Энергия связи ядра равна

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

где  $\Delta m$  – разность суммы масс свободных частиц, входящих в состав ядра, и массы ядра,  $c$  – скорость света в вакууме. Для нахождения разности масс отыскиваем в справочнике по физике сведения о массах протона  $m_p$ , нейтрона  $m_n$ , электрона  $m_e$  и атома дейтерия  $M_{\text{D}}^2\text{H}$ . Для нахождения массы ядра дейтерия  $m_{\text{я}}$  необходимо вычесть из массы атома дейтерия массу электрона, находящегося на его оболочке:

$$\Delta m = m_p + m_n - m_{\text{я}} = m_p + m_n - (M_{\text{D}}^2\text{H} - m_e)$$

$$\Delta m = 1,00728 \text{ а. е. м.} + 1,00866 \text{ а. е. м.} - 2,01410 \text{ а. е. м.} + 0,00055 \text{ а. е. м.} = 0,00239 \text{ а. е. м.}$$

Но  $1 \text{ а. е. м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ , поэтому

$$\Delta m = 0,00239 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 3,967 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$$

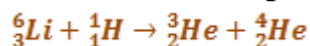
$$\Delta E = 3,967 \cdot 10^{-36} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж} = 3,57 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

$$\Delta E = \frac{3,57 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}}{1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{Дж}}{\text{эВ}}} = 2,23 \cdot 10^6 \text{ эВ} = 2,23 \text{ МэВ.}$$

**Ответ: 2,23 МэВ.**

## ЗАДАЧА 6.

**Вычислите энергетический выход ядерной реакции**



**Решение:**

Для вычисления энергетического выхода ядерной реакции необходимо найти разность масс частиц, вступающих в реакцию, и частиц – продуктов реакции. В реакции участвуют атомные ядра, но в справочных таблицах обычно даются сведения лишь о массах атомов. Можно найти массу каждого атомного ядра вычитанием массы электронов оболочки из массы атома. Можно поступить иначе. Если в уравнении ядерной реакции слева и справа пользоваться только массами атомов (т.е. массой атома водорода, а не массой протона слева, и массой атома гелия, а не массой альфа-частицы справа), то из-за одинаковости числа электронов в атомах, вступающих в реакцию, и в продуктах реакции их вычитание осуществляется автоматически при

нахождении разности масс. Таким образом, для решения задачи можно воспользоваться сведениями из справочника о массах атомов.

$$M_{\frac{6}{3}\text{Li}} = 6,01512 \text{ а. е. м.}$$

$$M_{\frac{1}{1}\text{H}} = 1,00782 \text{ а. е. м.}$$

$$M_{\frac{3}{2}\text{He}} = 3,01605 \text{ а. е. м.}$$

$$M_{\frac{4}{2}\text{He}} = 4,00260 \text{ а. е. м.}$$

---

$\Delta E - ?$

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

$$\Delta m = M_{\frac{6}{3}\text{Li}} + M_{\frac{1}{1}\text{H}} - M_{\frac{3}{2}\text{He}} - M_{\frac{4}{2}\text{He}}$$

$$\Delta m = 6,01512 \text{ а. е. м.} + 1,00782 \text{ а. е. м.} - 3,01605 \text{ а. е. м.} - 4,00260 \text{ а. е. м.} = 0,00429 \text{ а. е. м.}$$

Вычислим энергетический выход при изменении массы на 1 а.е.м.:

$$\Delta E = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \approx 1,49 \cdot 10^{-10} \text{ Дж} \approx 931 \text{ МэВ.}$$

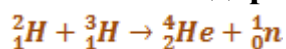
Выход ядерной реакции равен

$$\Delta E = 0,00429 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \frac{\text{МэВ}}{\text{а. е. м.}} = 4,0 \text{ МэВ.}$$

Ответ: 4,0 МэВ.

## ЗАДАЧА 7.

При осуществлении термоядерной реакции синтеза ядра гелия из ядер изотопов водорода – дейтерия и трития – по схеме



освобождается энергия 17,6 МэВ. Какая энергия освободится при синтезе 1 г гелия? Сколько каменного угля потребовалось бы сжечь для получения такой же энергии?

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ г} = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$$

$$\Delta E = 17,6 \text{ МэВ} = 2,8 \cdot 10^{12} \text{ Дж}$$

$$q = 2,7 \cdot 10^7 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$$

---

$E - ? \quad m_2 - ?$

**Решение:**

Для нахождения энергии, выделяющейся при синтезе 1 г гелия, нужно умножить выход ядерной реакции  $\Delta E$  на число осуществленных реакций, равное числу атомов гелия  $N$  в 1 г:

$$E = \Delta EN$$

Число атомов гелия  $N$  равно

$$N = \frac{mN_A}{M}$$

$$N = \frac{10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{23}$$

Поэтому для энергии  $E$  получим:

$$E = 2,8 \cdot 10^{-12} \cdot 1,5 \cdot 10^{23} \text{ Дж} = 4,2 \cdot 10^{11} \text{ Дж.}$$

Из условия  $Q = E$  следует:

$$Q = qm_2$$

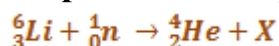
$$m_2 = \frac{Q}{q} = \frac{E}{q}$$

Отсюда масса каменного угля, при сжигании которого освобождается столько же энергии, сколько и при синтезе 1 г гелия, равна

$$m_2 = \frac{4,2 \cdot 10^{11} \text{ Дж}}{2,7 \cdot 10^7 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}} = 1,56 \cdot 10^4 \text{ кг.}$$

**ЗАДАЧА 8.**

**Определите второй продукт ядерной реакции:**

**Решение:**

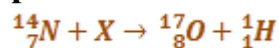
Для определения второго продукта ядерной реакции необходимо использовать тот факт, что при осуществлении ядерных реакций число протонов и нейтронов остается неизменным. Отсюда следует, что сумма протонов в частицах, вступающих в реакцию, должна быть равна сумме протонов в частицах – продуктах реакции, а общее число нуклонов в левой части уравнения равно общему числу нуклонов в правой его части. Число

протонов в частицах, вступивших в данную ядерную реакцию, равно 3. В ядре гелия  ${}^4_2\text{He}$  только два протона, следовательно, во втором продукте ядерной реакции содержится один протон. Таким образом, второй продукт ядерной реакции является одним из изотопов водорода. Найдем массовое число этого изотопа. Общее число нуклонов в ядрах, представленных в левой части уравнения, равно 7. В ядре гелия  ${}^4_2\text{He}$  четыре нуклона, следовательно, на долю второго продукта ядерной реакции приходится три нуклона.

Таким образом, второй продукт ядерной реакции является изотопом водорода – тритием  ${}^3_1\text{H}$ .

### ЗАДАЧА 9.

Определите, какая частица участвует в осуществлении ядерной реакции:



Решение:

Воспользовавшись свойством сохранения числа протонов и общего числа нуклонов при осуществлении ядерных реакций, можно определить, что неизвестная частица X содержит два протона и состоит из четырех нуклонов. Следовательно, это ядро атома гелия  ${}^4_2\text{He}$  (альфа-частица).

### ЗАДАЧА 10.

Фотон с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта, выбивает электрон из металлической пластинки (катода), помещенной в сосуд, из которого откачан воздух. Электрон разгоняется однородным электрическим полем напряженностью E. Пролетев путь  $S = 5 \cdot 10^{-4}$  м, он приобретает скорость  $v = 3 \cdot 10^6$  м/с. Определите напряженность электрического поля? Релятивистские эффекты не учитывать.

Решение:

В данной задаче уравнение Эйнштейна имеет вид:

$$\frac{hc}{\lambda_{кп}} = \frac{hc}{\lambda_{кф}} + \frac{mv^2}{2}$$

Отсюда следует, что начальная скорость вылетевшего электрона

$$v_0 = 0$$

Формула, связывающая изменение кинетической энергии частицы с работой силы со стороны электрического поля:

$$A = \frac{mv^2}{2}$$

Работа силы связана с напряженностью поля и пройденным путем:

$$A = FS = eES$$

Отсюда

$$E = \frac{mv^2}{2eS}$$

Ответ:  $E \approx 5 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{м}}$

### ЗАДАЧА 11.

Фотон с длиной волны, соответствующей красной границе фотоэффекта, выбивает электрон из металлической пластинки (катода), помещенной в сосуд, из которого откачан воздух. Электрон разгоняется однородным электрическим полем напряженностью  $E$ . Пролетев путь  $S = 5 \cdot 10^4 \text{ м}$ , он приобретает скорость  $v = 3 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ . Определите напряженность электрического поля. Релятивистские эффекты не учитывать.

**Решение:**

В данной задаче уравнение Эйнштейна имеет вид:

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} + \frac{mv^2}{2}$$

Отсюда следует, что начальная скорость вылетевшего электрона  $v_0 = 0$ .

Формула, связывающая изменение кинетической энергии частицы с работой силы со стороны электрического поля:  $A = \frac{mv^2}{2}$ .

Работа силы связана с напряженностью поля и пройденным путем:  $A = FS = eES$ .

Отсюда

$$E = \frac{mv^2}{2eS}$$

Ответ:  $E \approx 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{В}}{\text{м}}$

## ЗАДАЧА 12.

При облучении металлической пластинки квантами света с энергией 3 эВ из нее выбиваются электроны, которые проходят ускоряющую разность потенциалов  $\Delta U = 5 \text{ В}$ . Какова работа выхода  $A_{\text{вых}}$ , если максимальная энергия ускоренных электронов  $E_e$  равна удвоенной энергии фотонов, выбивающих их из металла?

**Решение:**

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}$$

Энергия ускоренных электронов:

$$E_e = \frac{mv^2}{2} + e\Delta U = h\nu - A_{\text{вых}} + e\Delta U.$$

По условию:

$$E_e = 2h\nu$$

Отсюда:

$$A_{\text{вых}} = e\Delta U - h\nu$$

**Ответ:**  $A_{\text{вых}} = 2 \text{ эВ}$

## ЗАДАЧА 13.

При облучении металлической пластинки квантами света с энергией 3 эВ из нее выбиваются электроны, которые проходят ускоряющую разность потенциалов  $U$ . Работа выхода электронов из металла  $A_{\text{вых}} = 2 \text{ эВ}$ . Определите ускоряющую разность потенциалов  $U$ , если максимальная энергия ускоренных электронов  $E_e$  равна удвоенной энергии фотонов, выбивающих их из металла.

**Решение:**

**Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:**

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}$$

Энергия ускоренных электронов:

$$E_e = \frac{mv^2}{2} + eU = h\nu - A_{\text{вых}} + eU.$$

По условию:

$$E_e = 2hv$$

Отсюда:

$$U = \frac{hv + A_{\text{вых}}}{e} = \frac{3 \text{ эВ} + 2 \text{ эВ}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 5 \text{ В}$$

Ответ:  $U = 5 \text{ В}$ .

#### ЗАДАЧА 14.

Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода  $\lambda_0 = 290 \text{ нм}$ . При облучении катода светом с длиной волны  $\lambda$  фототок прекращается при напряжении между анодом и катодом  $U = 1,5 \text{ В}$ . Определите длину волны  $\lambda$ .

Решение:

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$hv = A + \frac{mv^2}{2}$$

Условие связи красной границы фотоэффекта и работы выхода:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A.$$

Выражение для запирающего напряжения — условие равенства максимальной кинетической энергии электрона и изменения его потенциальной энергии при перемещении в электростатическом поле:

$$\frac{mv^2}{2} = eU$$

Решая систему уравнений:

$$\begin{cases} hv = A + \frac{mv^2}{2} \\ \frac{hc}{\lambda_0} = A \\ \frac{mv^2}{2} = eU \end{cases}$$

Получаем:

$$\lambda = \frac{hc\lambda_0}{hc + eU\lambda_0} \approx 215 \text{ нм}$$

Ответ:  $\lambda = 215 \text{ нм}$



## ЗАДАЧА 15.

Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода  $\lambda_0 = 290 \text{ нм}$ . Фотокатод облучают светом с длиной волны  $\lambda = 290 \text{ нм}$ . При каком напряжении между анодом и катодом фототок прекращается?

Решение:

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$$

Условие связи красной границы фотоэффекта и работы выхода:

$$\frac{hc}{\lambda_0} = A.$$

Выражение для запирающего напряжения — условие равенства максимальной кинетической энергии электрона и изменения его потенциальной энергии при перемещении в электростатическом поле:

$$\frac{mv^2}{2} = eU$$

Решая систему уравнений:

$$\begin{cases} h\nu = A + \frac{mv^2}{2} \\ \frac{hc}{\lambda_0} = A \\ \frac{mv^2}{2} = eU \end{cases}$$

Получаем:

$$U \approx 1,36 \text{ В}$$

Ответ:  $U \approx 1,36 \text{ В}$

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

Атомная и ядерная физика

Ядро атома состоит из нуклонов:

- протонов (р или  ${}_1^1\text{H}$ ) и
- нейтронов ( ${}_0^1\text{n}$ )

Любой элемент таблицы Менделеева можно представить:  ${}_Z^AX$

Z - это

- порядковый номер элемента в таблице Менделеева;
- число протонов в ядре (заряд ядра атома равен произведению элементарного электрического заряда  $e$  на его порядковый номер Z:

$$q=eZ;$$

- число электронов в атоме (атом в целом электрически нейтрален)

A - это

- массовое число (в таблице Менделеева);
- общее число нуклонов в ядре:  $A = Z + N$ , где N -- число нейтронов в ядре

Ядерные реакции - превращения одних атомных ядер в другие при взаимодействии их с элементарными частицами или друг с другом.

Радиоактивность - способность атомных ядер некоторых элементов спонтанно распадаться, превращаясь в ядра другого элемента.

Закон сохранения зарядового числа (закон сохранения заряда): сумма нижних индексов частиц, вступивших в ядерную реакцию, равна сумме нижних индексов частиц, полученных в результате реакции.

Закон сохранения массового числа (закон сохранения массы): сумма верхних индексов частиц, вступивших в реакцию, равна сумме верхних индексов частиц, полученных в результате реакции.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}$$

Энергия связи атомного ядра

$$\Delta E_{\text{св}} = \Delta mc^2$$

Энергия ядерной реакции

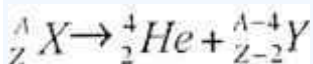
$$\Delta E = \Delta m \cdot 931,5 \text{ МэВ}$$

Альфа-частицы ( $\alpha$ ) - это ядра атома гелия:  ${}^4_2\text{He}$ .

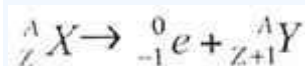
Бета-частицы ( $\beta$ ) - это электроны, летящие со скоростью, близкой к скорости света:  $v = 0,99c$ ;  ${}^0_{-1}e$ .

Гамма-кванты ( $\gamma$ ) - жесткое электромагнитное излучение малой длины волны ( $\lambda = 10^{-11} : 10^{-12} \text{ м}$ )

Правило смещения при  $\alpha$ -распаде



Правило смещения при  $\beta$ -распаде



Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}} \text{ или } N = N_0 e^{-\lambda t}, \\ \lambda = 2,71828$$

Период полураспада T- время, в течение которого распадается половина наличного числа радиоактивных атомов.

### Задачи по ядерной физике.

1. Вычислить дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра  $^{16}\text{O}$ . Масса атома водорода  $m(^1\text{H}) = 1,00783$  а.е.м.; масса нейтрона  $m_n = 1,00867$  а.е.м.; масса атома кислорода  $m(^{16}\text{O}) = 15,99492$  а.е.м.;  $Z = 8$ ;  $A = 16$ .  
[решение]

#### Решение.

Дефект массы  $\Delta m$  ядра определяется по формуле

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}. \quad (1)$$

Формулу (1) можно также записать в виде

$$\Delta m = Zm_1^1\text{H} + (A - Z)m_n - m_a. \quad (2)$$

где  $m_a$  – масса атома, дефект массы ядра которого определяется.

Подставляя в (2) числовые данные, получим

$$\Delta m = 8 \times 1,00783 \text{ а.е.м.} + (16 - 8) \times 1,00867 \text{ а.е.м.} - 15,99492 \text{ а.е.м.} = 0,13708 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра определяется по формуле

$$E_{\text{св}} = c^2 \Delta m. \quad (3)$$

Если дефект массы  $\Delta m$  выражать в а. е. м., а энергию связи  $E_{\text{св}}$  в МэВ, то формула (3) примет вид

$$E_{\text{св}} = 931 \times \Delta m. \quad (4)$$

Подставляя в (4) числовые значения, получим

$$E_{\text{св}} = 931 \times 0,13708 = 128 \text{ (МэВ)}.$$

Удельная энергия связи  $\varepsilon_{\text{св}}$  вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A. (5)$$

Проводя вычисления, получим

$$\varepsilon_{\text{св}} = 128/16 = 8 \text{ (МэВ)}.$$

**Ответ:**  $\Delta m = 0,13708 \text{ а. е. м.}; E_{\text{св}} = 128 \text{ МэВ}; \varepsilon_{\text{св}} = 8 \text{ (МэВ)}.$

2. Ядро, состоящее из **92** протонов и **143** нейтронов, выбросило  $\alpha$ -частицу. Какое ядро образовалось при  $\alpha$ -распаде? Определить дефект массы и энергию связи образовавшегося ядра. [решение]

**Решение.**

Реакция  $\alpha$ -распада имеет вид



т. е. образовалось ядро тория  ${}_{90}^{231}\text{Th}$ ;

$$m_{\text{Th}} = 231,02944 \text{ а.е.м.}$$

Дефект массы

$$\Delta m = Zm_1^1\text{H} + (A - Z)m_n - m_{\text{Th}};$$

$$\Delta m = 90 \times 1,00783 + 141 \times 1,00867 - 231,02944 = 1,898 \text{ (а. е. м.)} = 3,15 \times 10^{-27} \text{ (кг)}.$$

Здесь  $m_1^1\text{H}$ ,  $m_n$  – массы водорода и нейтрона соответственно.

Энергия связи ядра тория

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = 3,15 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 2,84 \times 10^{-10} \text{ (Дж)} = 1775 \text{ (МэВ)}.$$

**Ответ:**  $E_{\text{св}} = 1775 \text{ МэВ}.$

3. В какой элемент превращается  ${}_{92}^{328}\text{U}$  после трех  $\alpha$ -распадов и двух  $\beta$ -распадов? [решение]

**Решение.**

Каждый  $\alpha$ -распад сопровождается уменьшением зарядового числа  $Z$  на **2** и уменьшением массового числа  $A$  на **4**.

Каждый  $\beta$ -распад сопровождается увеличением зарядового числа  $Z$  на **1**, а массовое число  $A$  остается без изменения.

Таким образом, зарядовое число  $Z'$  полученного элемента будет равно

$$Z' = Z - 3 \times 2 + 2 \times 1 = 92 - 6 + 2 = 88,$$

а массовое число

$$A = A - 3 \times 4 = 238 - 12 = 226,$$

т. е. получили элемент  ${}_{88}^{226}\text{Y}$ , а это изотоп радия.

**Ответ:**  $\text{Y} = {}_{88}^{226}\text{Ra}$ .

4. Период полураспада  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  равен примерно **5,3** года. Определить постоянную распада и среднюю продолжительность жизни атомов этого изотопа. [решение]

**Решение.**

Постоянная радиоактивного распада  $\lambda$  и период полураспада  $T$  связаны соотношением

$$\lambda = \ln 2 / T = 0,693 / 5,3 = 0,13 \text{ год}^{-1}.$$

Среднее время жизни радиоактивного изотопа

$$\tau = 1 / \lambda = 7,7 \text{ лет.}$$

**Ответ:**  $\lambda = 0,13 \text{ год}^{-1}$ ;  $\tau = 7,7 \text{ лет}$ .

5. Сколько ядер, содержащихся в **1** г трития  ${}_{1}^{3}\text{H}$ , распадается за среднее время жизни этого изотопа? [решение]

**Решение.**

Согласно закону радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

Среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного изотопа есть величина, обратная постоянной распада

$$\tau = 1/\lambda. (2)$$

По условию задачи  $t = \tau$ . Подставляя в (1) вместо  $t$  значение  $\tau$  из (2), получим

$$N = N_0/e. (3)$$

Число распавшихся атомов за время  $t = \tau$  равно

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - 1/e). (4)$$

Найдем число атомов  $N_0$ , содержащихся в массе  $m = 1$  г изотопа  ${}_1^3\text{H}$ :

$$N_0 = (m/M) \times N_A, (5)$$

где  $M = 3 \times 10^{-3}$  кг/моль – молярная масса изотопа  ${}_1^3\text{H}$ ,  $N_A$  – число Авогадро.

С учетом (5) выражение (4) примет вид

$$N' = (m/M) \times N_A(1 - 1/e). (6)$$

Подставляя в (6) числовые значения, получим

$$N' = [10^{-3} \times 6,02 \times 10^{23} / (3 \times 10^{-3})] \times (1 - 1/2,72) = 1,27 \times 10^{23}.$$

**Ответ:**  $N' = 1,27 \times 10^{23}$ .

**6.** Активность изотопа углерода  ${}_6\text{C}^{14}$  в древних деревянных предметах составляет  $4/5$  активности этого изотопа в свежесрубленных деревьях. Период полураспада изотопа  ${}_6\text{C}^{14}$  равен **5570** годам. Определить возраст древних предметов. [решение]

**Решение.**

Так как активность радиоактивного вещества

$$A = |\Delta N|/\Delta t = \lambda N.$$

А по закону радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

то

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

В начальный момент времени активность

$$A_0 = \lambda N_0.$$

Следовательно,

$$A = A_0 e^{-\lambda t},$$

где  $\lambda = \ln 2 / T$  – постоянная распада, а  $T$  – период полураспада.  
Тогда

$$A/A_0 = e^{-\lambda t}, \text{ или } \ln(A/A_0) = -\lambda t = (-\ln 2 \cdot t)/T.$$

Отсюда

$$t = -T \ln(A/A_0) / \ln 2.$$

Вычислим

$$t = -5570 \cdot \ln(4/5) / \ln 2 = 1793 \text{ года.}$$

7. Определить начальную активность  $A_0$  радиоактивного магния  $^{27}\text{Mg}$  массой  $m = 0,2$  мкг, а также активность  $A$  по истечении времени  $t = 1$  ч. Предполагается, что все атомы изотопа радиоактивны.  
[решение]

**Решение.**

Начальная активность изотопа

$$A_0 = \lambda N_0, (1)$$

где  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада;  $N$  – количество атомов

изотопа в начальный момент ( $t = 0$ ).

Учтем, что

$$\lambda = \ln 2 / T, N = (m/M)N_A,$$

то формула (1) примет вид

$$A_0 = (mN_A / (MT)) \ln 2. \quad (2)$$

Выразим входящие в эту формулу величины в СИ и произведем вычисления:

$$A_0 = 5,15 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,15 \text{ ТБк}.$$

Активность изотопа уменьшается со временем по закону

$$A = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (3)$$

Заменяя в формуле (3) постоянную распада  $\lambda$  ее выражением, получим

$$A = A_0 e^{-\ln 2 \cdot t / T} = A_0 (e^{\ln 2})^{-t/T}.$$

Так как  $e^{\ln 2} = 2$ , то окончательно будем иметь

$$A = A_0 / 2^{t/T}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим

$$A = 8,05 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 80,5 \text{ ГБк}.$$

**8.** В микрокалориметр теплоемкости  $C = 100 \text{ Дж/К}$  помещен образец изотопа кобальта с относительной атомной массой  $A = 61$ . Масса образца  $m = 10 \text{ мг}$ . При распаде ядра  $^{61}\text{Co}$  выделяется энергия  $W = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Через время  $\tau = 50 \text{ мин}$  температура калориметра повысилась на  $\Delta t = 0,06^\circ$ . Оценить период полураспада **CO-61**. [решение]

**8.** В микрокалориметр теплоемкости  $C = 100 \text{ Дж/К}$  помещен образец изотопа кобальта с относительной атомной массой  $A = 61$ . Масса образца  $m = 10 \text{ мг}$ . При распаде ядра  $^{61}\text{Co}$  выделяется энергия  $W = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . Через время  $\tau = 50 \text{ мин}$  температура калориметра повысилась на  $\Delta t = 0,06^\circ$ . Оценить период полураспада **CO-61**.



**Решение.**

Так как вся выделяющаяся при распаде ядер энергия идет на нагревание микрокалориметра, закон сохранения энергии имеет вид:

$$C\Delta t = mN_0W_a/A.$$

Здесь  $\alpha = (n_0 - n)/n_0$  – отношение числа распавшихся атомов к их первоначальному числу  $n_0 = mN_0/A$ .

Отсюда найдем  $\alpha$ :

$$\alpha = C\Delta tA/(mN_0W) \approx 0,3.$$

Закон радиоактивного распада можно представить в виде:

$$n_0/n = 2(\tau/T), \text{ или } n_0/n = 1/(1 - \alpha) = 2(\tau/T).$$

Так как

$$(1 - \alpha)^{-1} \approx \sqrt{2},$$

то

$$\tau/T \approx 0,5, \text{ и } T \approx 100 \text{ мин.}$$

**9(67).** В настоящее время представляется возможным достижение давлений (например, с помощью специальным образом сфокусированного лазерного излучения), при которых ее линейные размеры твердых тел можно уменьшить в **10 раз**. Во сколько раз у такого «сверхплотного» вещества критическая масса меньше, чем у обычного? В критическом состоянии, когда начинается цепная реакция, число вторичных нейтронов, рождающихся в веществе, равна числу нейтронов, покидающих его через поверхность. Вторичными называются нейтроны, возникающие при взаимодействии с делящимся веществом уже имеющихся и нем нейтронов. [решение]

**Решение.**

Число вторичных нейтронов, рождающихся в единице объема в единицу времени, пропорционально плотности нейтронов  $n$  и плотности ядер делящегося вещества  $N$ . Для всего объема имеем

$$\Delta n_{\text{втор}}/\Delta t \sim nNR^3.$$

Потери нейтронов пропорциональны площади поверхности тела и

плотности нейтронов:

$$\Delta n_{\text{om}}/\Delta t \sim nR^2.$$

Для критического состояния получаем

$$NR_{\text{кр}} = \text{const},$$

то есть

$$\rho R_{\text{кр}} = \text{const}.$$

Плотность  $\rho$  в рассматриваемом случае при увеличении давления возрастет в  $10^3$  раз, следовательно, критический радиус уменьшится в  $10^3$  раз, а критический объем – в  $10^9$  раз. Отсюда ясно, что критическая масса уменьшится в  $10^6$  раз.

**10(74).** При слиянии дейтрона с ядром  $\text{Li}^6$  происходит ядерная реакция  $\text{Li}^6 + \text{d} \rightarrow \text{n} + \text{Be}^7$ , в которой выделяется энергия  $Q = 3,37$  МэВ. Считая кинетическую энергию исходных частиц пренебрежимо малой, найти распределение энергии между продуктами реакции. [решение]

**Решение.**

Запишем закон сохранения энергии и импульса:

$$m_1 v_1^2/2 + m_2 v_2^2/2 = Q,$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2,$$

индекс «1» относится к нейтрону, а «2» – к ядру бериллия.  
Отсюда

$$E_1 = m_1 v_1^2/2 = Q m_2 / (m_1 + m_2) = 7Q/8 = 2,95 \text{ МэВ},$$

$$E_2 = Q - E_1 = 0,42 \text{ МэВ}.$$

11(79). Ядерная реакция  $^{14}\text{N} + ^4\text{He} \rightarrow ^{17}\text{O} + \text{p}$  может идти, если налетающие на неподвижные ядра азота  $\alpha$ -частицы имеют энергию, превышающую пороговую энергию  $E_0 = 1,45$  МэВ. На сколько энергия  $\alpha$ -частиц должна быть больше пороговой, чтобы кинетическая энергия образующихся в реакции протонов была равна нулю? [решение]

Пороговая энергия  $E_n$  – это минимальная энергия налетающей частицы, при которой происходит ядерная реакция. Она включает в себя энергию  $E$ , поглощаемую при реакции, и минимальную кинетическую энергию  $E_k$  продуктов реакции ( $E_k$  не может быть равной нулю, исходя из закона сохранения импульса). Эта кинетическая энергия минимальна, если ядро кислорода и протон движутся как единое целое, то есть с одинаковыми скоростями. Согласно закону сохранения энергии, в первом случае

$$E_n = E + m_\alpha E_n / (m_o + m_p),$$

где  $m_\alpha$ ,  $m_o$  и  $m_p$  – массы  $\alpha$ -частицы, ядра кислорода и протона соответственно.

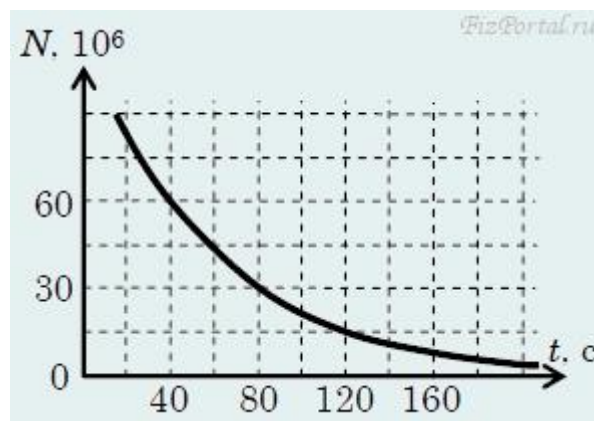
Во втором случае  $E_\alpha$ -частицы будет равна

$$E_\alpha = E + m_\alpha E_\alpha / (m_o + m_p).$$

Тогда увеличение энергии  $\alpha$ -частицы

$$\Delta E_\alpha = E_\alpha - E_0 = E_0 m_\alpha m_p / ((m_o + m_p)(m_\alpha - m_p)) \approx 25 \text{ кэВ}.$$

12. Определите период полураспада  $T_{1/2}$  изотопа, график зависимости числа  $N$  нераспавшихся ядер которого от времени  $t$  изображен на рисунке. [решение]

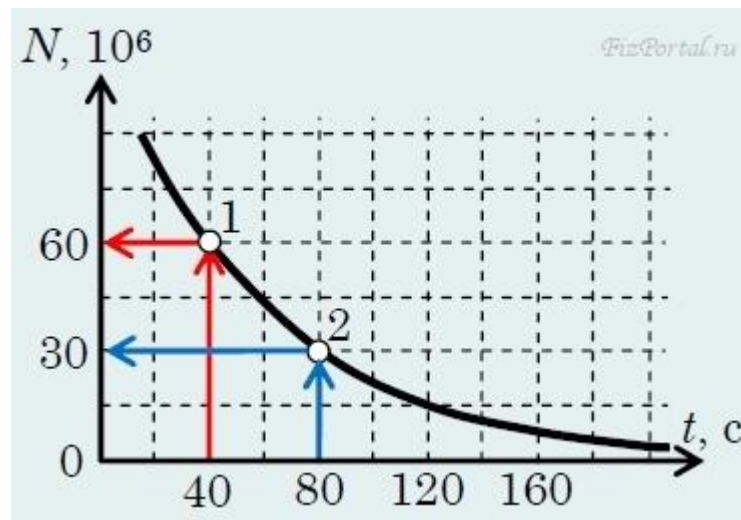


**Решение.**

Из закона радиоактивного распада

$$N = N_0 2^{-t/T},$$

где  $N_0$  – начальное число радиоактивных ядер,  $N$  – число радиоактивных ядер спустя время  $t$ ,  $T = T_{1/2}$  – период полураспада – время за которое распадается половина радиоактивных ядер.



На графике выделим **1-ю** точку, ее возьмем за начальную, спустя **40 с** от начала отсчета времени, число нераспавшихся ядер составляет  $N_0 = 60 \times 10^6$ . Теперь выделим **2-ю** точку, ее возьмем за конечную, спустя **80 с** от начала отсчета времени, число нераспавшихся ядер составляет  $N = 30 \times 10^6$ ,  $t = 80 \text{ с} - 40 \text{ с} = 40 \text{ с}$ .

Тогда

$$30 \times 10^6 = 60 \times 10^6 \times 2^{-40/T},$$

или

$$1/2 = 2^{-40/T},$$

$$2^{-1} = 2^{-40/T},$$

$$-1 = -40/T$$

Искомый период полураспада равен

$$T = T_{1/2} = 40 \text{ с}.$$

13. Определите недостающую частицу в ядерной реакции  ${}_{12}\text{Mg}^{25} + {}_1\text{p}^1 \rightarrow {}_{11}\text{Na}^{22} + ?$ . [решение]

**Решение.**

Согласно законам сохранения числа нуклонов и заряда получаем

$$25 + 1 = 22 + y, \quad 12 + 1 = 11 + x.$$

Откуда получаем

$$x = 2, \quad y = 4.$$

Недостающей частицей является частица  ${}_2^4\text{He}$ .

14. Источник радиоактивного излучения содержит  $m_0 = 600$  мг изотопа бария  ${}_{56}\text{Ba}^{133}$ , период полураспада которого  $T_{1/2} = 10,5$  года. Через какой промежуток времени  $\Delta t$  масса нераспавшегося изотопа бария составит  $m = 150$  мг. [решение]

**Решение:**

Воспользуемся законом радиоактивного распада

$$N = N_0 2^{-(\Delta t/T)}, \quad (1)$$

где  $N_0$  – начальное количество радиоактивных ядер, а  $N$  – число оставшихся, не распавшихся ядер спустя время  $\Delta t$ .

С другой стороны

$$N = \nu N_A = (m/M) \times N_A \quad \text{и} \quad N_0 = \nu_0 N_A = (m_0/M) \times N_A.$$

После подстановки в (1) и сокращений, имеем

$$m = m_0 2^{-\Delta t/T}. \quad (2)$$

Для определения искомого времени, подставим численные значения

$$150 = 600 \cdot 2^{-\Delta t/T}$$

или

$$2^{-2} = 2^{-\Delta t/T}.$$

Приравняв степени  $(\Delta t/T) = 2$ , находим  $\Delta t = 2T = 2 \cdot 10,5 \text{ лет} = 21 \text{ год}$ .

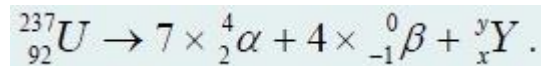
**Ответ:**  $\Delta t = 21 \text{ год}$ .

**Примечание:** если Вы знакомы с логарифмами, то такой же ответ можно получить, прологарифмировав выражение (2).

**15.** Радиоактивный уран  ${}_{92}\text{U}^{235}$ , испытав семь  $\alpha$ -распадов и четыре  $\beta$ -распада, превратился в изотоп [решение]  
 1) свинца  ${}_{82}\text{Pb}^{208}$ ; 2) полония  ${}_{84}\text{Po}^{210}$ ; 3) свинца  ${}_{82}\text{Pb}^{207}$ ; 4) висмута  ${}_{83}\text{Bi}^{209}$ .

**Решение.**

Запишем реакцию радиоактивного распада в общем виде



Используя законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов: суммарный электрический заряд и полное число нуклонов вступающих во взаимодействие должно сохраняться в результате ядерных реакций, определим неизвестный продукт реакции.

$$92 = 7 \times 2 + 4 \times (-1) + x,$$

$$235 = 7 \times 4 + 4 \times 0 + y.$$

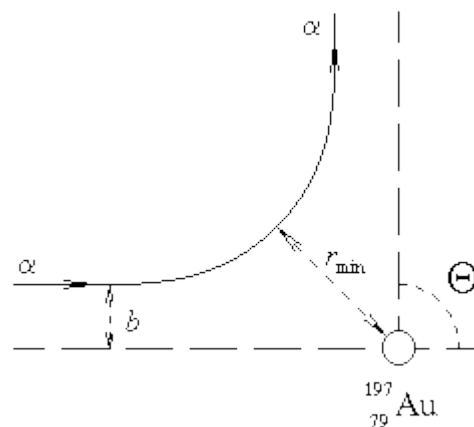
Откуда находим, что  $x = 82$ ,  $y = 207$ .

Выбираем, из предложенных ответов, правильный – 3) свинца  ${}_{82}\text{Pb}^{207}$ .  
 Решение задачи в общем виде позволяет миновать промежуточные превращения (тем более мы не знаем вид радиоактивности полученных последующих ядер) и быстро получить конечный изотоп.

## Свойства атомных ядер

1. Альфа-частицы с кинетической энергией  $T = 6.5$  МэВ испытывают резерфордское рассеяние на ядре золота  $^{197}\text{Au}$ . Определить:

- 1) параметр столкновения  $b$  для альфа-частиц, наблюдаемых под углом  $\theta = 90^\circ$ ;
- 2) минимальное расстояние  $r_{\min}$  сближения альфа-частиц с ядром;
- 3) кинетическую ( $T'$ ) и
- 4) потенциальную ( $E'$ ) энергии альфа-частиц в этой точке.



Решение: 1) Угол  $\theta$ , на который рассеивается нерелятивистская заряженная частица в кулоновском поле неподвижного ядра, определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2bT},$$

где  $Z_1$  - заряд частицы, а  $Z_2$  - заряд ядра. Тогда

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{2 \times 6.5 \text{ МэВ} \times 1} \approx 18 \Phi_{\text{М}}$$

2) Запишем в полярных координатах закон сохранения энергии

$$\frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} = \frac{mv^2}{2}$$

и закон сохранения момента импульса

$$m b v = m r^2 \dot{\phi}.$$

При  $r = r_{\min}$  производная  $\dot{r} = 0$ . Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{mr_{\min}^2 \dot{\phi}^2}{2} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{mv^2}{2} \\ \dot{\phi} = \frac{bv}{r_{\min}^2} \end{cases}$$

Подставив второе уравнение в первое и учитывая выражение для  $b$ , получаем

$$r_{\min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T} \left( 1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}} \right) = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}} \times (1 + 1.41)}{2 \times 6.5 \cdot \text{МэВ}} \approx 42 \Phi_{\text{М}}$$

3) Потенциальная энергия частицы в точке наибольшего сближения с ядром

$$E' = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_{\min}} = \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{42 \Phi_{\text{М}}} \approx 5.4 \text{ МэВ},$$

и, соответственно,

4) кинетическая энергия

$$T' = T - E' = 6.5 \text{ МэВ} - 5.4 \text{ МэВ} = 1.1 \text{ МэВ}.$$

**2.** Протон с кинетической энергией  $T = 2 \text{ МэВ}$  налетает на неподвижное ядро  $^{197}\text{Au}$ . Определить дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma/d\Omega$  на угол  $\theta = 60^\circ$ . Как изменится величина дифференциального сечения рассеяния, если в качестве рассеивающего ядра выбрать  $^{27}\text{Al}$ ?

2. Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния на угол  $\theta$  определяется формулой Резерфорда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}},$$

где  $Z_1$  - заряд налетающей частицы,  $Z_2$  - заряд ядра. Тогда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{1 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{4 \times 2 \text{ МэВ}} \right)^2 \times \frac{1}{(1/2)^4} \approx 3200 \Phi_{\text{М}}^2 / \text{ср} = 326 / \text{ср}.$$



Из формулы Резерфорда следует, что отношение дифференциальных сечений рассеяния при замене ядра  $^{197}\text{Au}$  на  $^{27}\text{Al}$  будет определяться отношением квадратов зарядов этих ядер:

$$R = \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{\text{Au}} / \frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{\text{Al}} = \frac{Z_{\text{Au}}^2}{Z_{\text{Al}}^2} = \frac{79^2}{13^2} = 37,$$

то есть при одинаковых условиях сечение рассеяния на золоте будет в 37 раз больше, чем на алюминии.

**3.** Вычислить сечение рассеяния  $\alpha$ -частицы с кинетической энергией  $T = 5$  МэВ кулоновским полем ядра  $^{208}\text{Pb}$  под углами больше  $90^\circ$ .

**Решение:** Искомое сечение получим интегрированием формулы Резерфорда

$$\begin{aligned} \sigma(\theta > \theta_0) &= \int_{\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \int_{\theta_0}^{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\varphi = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{\sin\theta d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \\ &= 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left( -\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right) \Big|_{\theta_0}^{\pi} = 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \left( \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta_0}{2}} - 1 \right) = \\ &= 4\pi \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 = 4 \times 3.14 \left( \frac{2 \times 82 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{M}}}{4 \times 5 \text{ МэВ}} \right)^2 = 1750 \Phi_{\text{M}}^2 = 17.5 \text{ барн}. \end{aligned}$$

**4.** Золотая пластинка толщиной  $l = 1$  мкм облучается пучком  $\alpha$ -частиц с плотностью потока  $j = 10^5$  частиц/см<sup>2</sup>·с. Кинетическая энергия  $\alpha$ -частиц  $T = 5$  МэВ. Сколько  $\alpha$ -частиц на единицу телесного угла падает в секунду на детектор, расположенный под углом  $\theta = 170^\circ$  к оси пучка? Площадь пятна пучка на мишени  $S = 1$  см<sup>2</sup>.

**Решение:** Число частиц, рассеянных в единицу времени в единичный телесный угол равно  $N = jSn(d\sigma/d\Omega)$ , где  $n$  - число ядер на единицу площади поверхности мишени, а  $d\sigma/d\Omega$  - дифференциальное сечение упругого

рассеяния.

Число ядер на единицу площади поверхности мишени

$$n = \frac{\rho l N_A}{A},$$

где  $\rho$  - плотность вещества мишени,  $l$  - ее толщина,  $A$  - массовое число вещества мишени и  $N_A$  - число Авогадро.

Поток частиц через детектор

$$N = \frac{j S \rho l N_A}{A} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} =$$

$$= \frac{10^3 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \times 1 \text{ см}^2 \times 19.3 \text{ г/см}^3 \times 10^{-4} \text{ см} \times 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{197 \text{ г/моль}} \times$$

$$\times \left( \frac{2 \times 79 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M \times 10^{-13} \text{ см/}\Phi_M}{4 \times 5 \text{ МэВ}} \right)^2 \times 1.015 \approx 0.77 \text{ с}^{-1}.$$

**5.** Рассчитать дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$  упругого рассеяния протонов на ядрах золота  $^{197}\text{Au}$  под углом  $15^\circ$ , если известно, что за сеанс облучения мишени толщиной  $d = 7 \text{ мг/см}^2$  протонами с суммарным зарядом  $Q = 1 \text{ нКл}$  на детектор площадью  $S = 0.5 \text{ см}^2$ , расположенный на расстоянии  $l = 30 \text{ см}$  от мишени, попало  $\Delta N = 1.97 \cdot 10^5$  упруго рассеянных протонов. Сравнить экспериментально измеренное сечение с Резерфордским.

**Решение:** Дифференциальным сечением реакции  $a + A \rightarrow B + b$  называется величина

$$\frac{d\sigma_{ab}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{1}{nN} \frac{dN}{d\Omega},$$

где  $n$  - количество частиц мишени на единицу площади,  $N$  - количество попавших на мишень частиц  $a$ ,  $N$  - количество частиц, продуктов данной реакции  $b$ , вылетевших в элемент телесного угла  $d\Omega$  в направлении, характеризуемом полярным  $\theta$  и азимутальным  $\varphi$  углами. Дифференциальное сечение обычно измеряется в барнах на стерадиан.

$dN/d\Omega = \Delta N/\Delta\Omega$ ,  $\Delta\Omega = S/l^2$ ,  $N = Q/e_p$ ,  $n = d \cdot N_A/A$ , где  $e_p$  - заряд протона,  $N_A$  - число Авогадро и  $A$  - массовое число ядра  $^{197}\text{Au}$ . Дифференциальное сечение будет

$$\frac{d\sigma_{ab}(\theta, \varphi)}{d\Omega} = \frac{A e_p}{dN_A Q} \frac{\Delta N l^2}{S} = \frac{197 \text{ г/моль} \times 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \times 1.97 \cdot 10^5 \times (30 \text{ см})^2}{7 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^2 \times 6.02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль} \times 1 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \times 0.5 \text{ см}^2} =$$

$$= 2.65 \cdot 10^3 \text{ б/ср.}$$

Дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния по формуле Резерфорда для протонов с кинетической энергией  $T = 3 \text{ МэВ}$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Z_{Au} Z_p e^2}{4T} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left( \frac{79 \times 1 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M}{4 \times 3 \text{ МэВ}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 (15^\circ / 2)} = 3.1 \cdot 10^3 \text{ б/ср.}$$

Полученная величина близка к экспериментально измеренному сечению.

**6.** При упругом рассеянии электронов с энергией  $T = 750 \text{ МэВ}$  на ядрах  $^{40}\text{Ca}$  в сечении наблюдается дифракционный минимум под углом  $\theta_{\min} = 18^\circ$ . Оценить радиус ядра  $^{40}\text{Ca}$ .

**Решение:** Положение первого минимума в сечении упругого рассеяния  $\theta_{\min}$  можно оценить с помощью формулы для дифракции плоской волны на диске радиуса  $R$

$$\sin \theta_{\min} = \frac{0.6\lambda}{R}.$$

Учитывая, что электроны ультрарелятивистские, получаем

$$R = \frac{0.6\lambda}{\sin \theta_{\min}} = \frac{0.6}{\sin \theta_{\min}} \frac{2\pi \hbar c}{T} = \frac{0.6 \times 6.28 \times 197 \text{ МэВ} \cdot \Phi_M}{750 \text{ МэВ} \times 0.31} \approx 3.2 \Phi_M.$$

**7.** Эмпирическая зависимость радиуса ядра  $R$  от числа нуклонов  $A$  ( $A > 10$ )  $R \approx r_0 A^{1/3}$ .

Параметр  $r_0 \approx 1.23 \cdot 10^{-13} \text{ см} = 1.23 \text{ Фм}$  приблизительно одинаков для всех ядер.

Оценить радиусы атомных ядер  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{238}\text{U}$ .

**Решение:** Для  $^{27}\text{Al}$   $R = 1.23 \text{ Фм} \times 27^{1/3} = 3.7 \text{ Фм}$ .

Для  $^{90}\text{Zr}$   $R = 1.23 \text{ Фм} \times 90^{1/3} = 5.5 \text{ Фм}$ .

Для  $^{238}\text{U}$   $R = 1.23 \text{ Фм} \times 238^{1/3} = 7.6 \text{ Фм}$ .

**8.** Оценить плотность ядерной материи.

**Решение:** Масса одного нуклона в ядре  $m_N \approx 1 \text{ а.е.м.} = 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ г}$ . Плотность ядерной материи есть масса ядра, деленная на его объем

$$\rho = \frac{m_N A}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{3m_N A}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3m_N}{4\pi r_0^3} = \frac{3 \times 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ г}}{4 \times 3.14 \times (1.3 \cdot 10^{-13} \text{ см})^3} = 1.8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3 = 180 \frac{\text{млн. тонн}}{\text{см}^3}$$

Плотность ядерной материи не зависит от  $A$ .

**9.** Массы нейтрона и протона в энергетических единицах равны соответственно  $m_n = 939.6 \text{ МэВ}$  и  $m_p = 938.3 \text{ МэВ}$ . Определить массу ядра  ${}^2\text{H}$  в энергетических единицах, если энергия связи дейтрона  $E_{\text{св}}(2,1) = 2.2 \text{ МэВ}$ .

**Решение:** Масса ядра  $M(A,Z) = Zm_p + (A-Z)m_n - E_{\text{св}}(A,Z)$ , где  $Z$  и  $A$  - соответственно заряд и масса ядра. Тогда для дейтрона

$$M(2,1) = 1 \times 938.3 \text{ МэВ} + 1 \times 939.6 \text{ МэВ} - 2.2 \text{ МэВ} = 1875.7 \text{ МэВ}.$$

**10.** Масса нейтрального атома  ${}^{16}\text{O}$   $m_{\text{ат}}(A,Z) = 15.9949 \text{ а.е.м.}$ . Определить удельную энергию связи  $\varepsilon$  ядра  ${}^{16}\text{O}$ .

**Решение:** Удельная энергия связи ядра

$$\varepsilon(A,Z) = E_{\text{св}}(A,Z)/A,$$

где  $E_{\text{св}}(A,Z)$  - энергия связи ядра,  $A$  - массовое число. Полная энергия связи ядра

$$E_{\text{св}}(A,Z) = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{я}}(A,Z)]c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{ат}}(A,Z) - Zm_e]c^2$$

Используя энергетические единицы для масс  $1 \text{ а.е.м.} = 931.49 \text{ МэВ}$ , получаем для ядра  ${}^{16}\text{O}$

$$\varepsilon = \frac{8 \times 938.27 \text{ МэВ} + (16 - 8) \times 939.57 \text{ МэВ} - 15.9949 \times 931.49 \text{ МэВ} - 8 \times 0.511 \text{ МэВ}}{16} =$$

$$= 7.5 \text{ МэВ/нуклон.}$$

**11.** Массы нейтральных атомов в а.е.м.:  $^{16}\text{O}$  - 15.9949,  $^{15}\text{O}$  - 15.0030,  $^{15}\text{N}$  - 15.0001. Чему равны энергии отделения нейтрона и протона в ядре  $^{16}\text{O}$ ?

**Решение:** Энергия отделения нейтрона

$$\varepsilon_n(A,Z) = m_n + m(A-1,Z) - m(A,Z),$$

протона

$$\varepsilon_p(A,Z) = m_p + m(A-1,Z-1) - m(A,Z).$$

В обеих формулах массы должны быть в энергетических единицах.

Для ядра  $^{16}\text{O}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= 939.6 \text{ МэВ} + (15.0030 \text{ а.е.м.} - 15.9949 \text{ а.е.м.}) \times 931.5 \text{ МэВ} = 15.6 \text{ МэВ}, \\ \varepsilon_p &= 938.3 \text{ МэВ} + (15.0001 \text{ а.е.м.} - 15.9949 \text{ а.е.м.}) \times 931.5 \text{ МэВ} = 15.6 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

**12.** С помощью формулы Вайцзеккера рассчитать энергии отделения нейтронов в четно-четных изотопах  $^{38}\text{Ca}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ .

**Решение:** Энергия отделения нейтрона в ядре  $(A,Z)$

$$\varepsilon_n(A,Z) = [m_n + m(A-1,Z) - m(A,Z)]c^2.$$

Масса ядра

$$m(A,Z)c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 - E_{\text{св}}(A,Z).$$

Энергия отделения нейтрона

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(A,Z) &= [m_n + Zm_p + (A-1-Z)m_n]c^2 - E_{\text{св}}(A-1,Z) - [Zm_p + (A-Z)m_n]c^2 + \\ &= E_{\text{св}}(A,Z) - E_{\text{св}}(A-1,Z). \end{aligned}$$

Энергия связи атомных ядер описывается с помощью формулы Вайцзеккера

$$E_{\text{св}}(A, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + a_5 \frac{1}{A^{3/4}},$$

где  $a_1 = 15.78$  МэВ,  $a_2 = 17.8$  МэВ,  $a_3 = 0.71$  МэВ,  $a_4 = 23.7$  МэВ,  $a_5 = 0$  для ядер с нечетным  $A$ ,  $a_5 = +34$  МэВ для четно- четных ядер и  $a_5 = - 34$  МэВ для нечетно- нечетных ядер.

Тогда для ядер  $(A,Z)$  энергия связи будет:

**$^{38}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(38,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 38 - 17.8 \text{ МэВ} \times 38^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{38^{1/3}} - 23.7 \text{ МэВ} \times \frac{(38/2 - 20)^2}{38} + \frac{34 \text{ МэВ}}{38^{3/4}} = 319.8 \text{ МэВ},$$

**$^{40}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(40,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 40 - 17.8 \text{ МэВ} \times 40^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{40^{1/3}} + \frac{34 \text{ МэВ}}{40^{3/4}} = 346.3 \text{ МэВ},$$

**$^{48}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(48,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 48 - 17.8 \text{ МэВ} \times 48^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{48^{1/3}} - 23.7 \text{ МэВ} \times \frac{(48/2 - 20)^2}{48} + \frac{34 \text{ МэВ}}{48^{3/4}} = 442.1 \text{ МэВ},$$

Для ядер  $(A - 1, Z)$  энергия связи будет:

**$^{37}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(37,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 37 - 17.8 \text{ МэВ} \times 37^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{37^{1/3}} - 23.7 \text{ МэВ} \times \frac{(37/2 - 20)^2}{37} + \frac{34 \text{ МэВ}}{37^{3/4}} = 303.8 \text{ МэВ},$$

**$^{39}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(39,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 39 - 17.8 \text{ МэВ} \times 39^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{39^{1/3}} - 23.7 \text{ МэВ} \times \frac{(39/2 - 20)^2}{39} = 331.1 \text{ МэВ},$$

**$^{47}\text{Ca}$**

$$E_{\text{св}}(47,20) = 15.78 \text{ МэВ} \times 47 - 17.8 \text{ МэВ} \times 47^{2/3} - 0.71 \text{ МэВ} \times \frac{20(20-1)}{47^{1/3}} - 23.7 \text{ МэВ} \times \frac{(47/2 - 20)^2}{47} = 428.8 \text{ МэВ}.$$

Энергия отделения нейтрона:

$$^{38}\text{Ca} \quad \varepsilon_n(38,20) = 319.8 \text{ МэВ} - 303.8 \text{ МэВ} = 15.9 \text{ МэВ},$$

$$^{40}\text{Ca} \quad \varepsilon_n(40,20) = 346.3 \text{ МэВ} - 331.1 \text{ МэВ} = 15.2 \text{ МэВ},$$

$${}^{48}\text{Ca} \varepsilon_n(48,20) = 442.1 \text{ МэВ} - 428.8 \text{ МэВ} = 13.3 \text{ МэВ}.$$

**13.** Считая, что разность энергий связи зеркальных ядер определяется только различием энергий кулоновского отталкивания в этих ядрах, вычислить радиусы зеркальных ядер  ${}^{23}\text{Na}$ ,  ${}^{23}\text{Mg}$ .

$$E_{\text{св}}({}^{23}\text{Na}) = 186.56 \text{ МэВ}, E_{\text{св}}({}^{23}\text{Mg}) = 181.72 \text{ МэВ}.$$

**Решение:** Кулоновская энергия равномерно заряженного шара радиуса  $R$  определяется соотношением

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{Z(Z-1)e^2}{R}.$$

Обозначим заряд ядра  ${}^{23}\text{Na}$  как  $Z$ , а ядра  ${}^{23}\text{Mg}$  как  $Z + 1$ . Тогда разность энергий связи ядер  ${}^{23}\text{Na}$  и  ${}^{23}\text{Mg}$  будет

$$\Delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}}(A, Z) - E_{\text{св}}(A, Z + 1) = -\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{2Ze^2}{R} = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R}.$$

Для радиуса ядра получаем

$$R = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{\Delta E_{\text{св}}} = \frac{6 \times 11 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}}{5 \times (186.56 - 181.72) \text{ МэВ}} \approx 3.9 \text{ Фм}.$$

На основе эмпирической зависимости  $R = 1.23 A^{1/3} \text{ Фм}$  получаем  $R({}^{23}\text{Mg}) = R({}^{23}\text{Na}) 1.23 \times 23^{1/3} = 3.5 \text{ Фм}$ .

**14.** Ядро  ${}^{27}\text{Si}$  в результате  $\beta^+$ -распада  ${}^{27}\text{Si} \rightarrow {}^{27}\text{Al} + e^+ + \nu_e$  переходит в "зеркальное" ядро  ${}^{27}\text{Al}$ . Максимальная энергия позитронов 3.48 МэВ. Оценить радиус этих ядер.

**Решение:** Для равномерно заряженной сферы кулоновская энергия равна:

$$E = \frac{3}{5} e^2 \frac{Z(Z-1)}{R}$$

Разность энергий связи двух зеркальных ядер

$$\Delta E_{\text{св}} = \frac{6 Z e^2}{5 R},$$

где  $R$  - радиус ядра,  $e$  - заряд электрона и  $Z$  - атомный номер, в данном случае ядра  $^{27}\text{Al}$ , откуда

$$R = \frac{6 Z e^2}{5 \Delta E_{\text{св}}}.$$

Максимальная энергия спектра позитронов при  $\beta^+$ -распаде

$$\begin{aligned} E_{\beta^+}^{\text{max}} \cong Q_{\beta^+} &= E_{\text{св}}(Z) - E_{\text{св}}(Z+1) + (m_p - m_n - m_e) = \Delta E_{\text{св}} + (938.27 - 939.57 - 0.51) \\ &= \Delta E_{\text{св}} - 1.80 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

Тогда для радиуса ядра можно записать следующее соотношение

$$R = \frac{6 Z e^2}{5(E_{\beta^+}^{\text{max}} + 1.80 \text{ МэВ})} = \frac{6 \times 13 \times 1.44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{5 \times (3.48 + 1.80) \text{ МэВ}} \approx 4.3 \Phi_{\text{М}}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 1

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Числовое значение
Нормальное ускорение свободного падения	$g$	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	$G$	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Постоянная Авогадро	$N_A$	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	$R$	8,31 Дж/(моль·К)
Стандартный объем *	$V_m$	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup> /моль
Постоянная Больцмана	$k$	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К



Элементарный заряд	$e$	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	$c$	$3,00 \cdot 10^8$ м/с
Электрическая постоянная	$\epsilon_0$	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

\* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях

Таблица 2

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

Таблица 3

Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Твердое тело	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Берий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

Таблица 4

Плотность жидкостей			
Жидкость	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Жидкость	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Вода (при 4°С)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$		

Таблица 5

Плотность газов (при нормальных условиях)			
Газ	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Газ	Плотность, кг/м <sup>3</sup>
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица 6

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей			
Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Спирт	22
Мыльная пена	40	Ртуть	500

Таблица 7

Эффективный диаметр молекулы			
Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Таблица 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ			
Вещество	Диэлектрическая проницаемость	Вещество	Диэлектрическая проницаемость

Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформаторное	2,2	Стекло	7,0

Таблица 9

Относительные атомные массы (округленные значения)  $A_r$  и порядковые номера  $Z$  некоторых элементов

Элемент	Символ	$A_r$	$Z$	Элемент	Символ	$A_r$	$Z$
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10

Продолжение таблицы 9

Элемент	Символ	$A_r$	$Z$	Элемент	Символ	$A_r$	$Z$
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблица 10

Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^1_0n$	1,00867

Водород	${}^1_1\text{H}$	1,00783
	${}^2_1\text{H}$	2,01410
	${}^3_1\text{H}$	3,01605
Гелий	${}^3_2\text{He}$	3,01603
	${}^4_2\text{He}$	4,00260
Литий	${}^6_3\text{Li}$	6,01513
	${}^7_3\text{Li}$	7,01601
Бериллий	${}^7_4\text{Be}$	7,01693
	${}^9_4\text{Be}$	9,01219

Продолжение таблицы 10

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Бор	${}^{10}_5\text{B}$	10,01294
	${}^{11}_5\text{B}$	11,00930
Углерод	${}^{12}_6\text{C}$	12,00000
	${}^{13}_6\text{C}$	13,00335
	${}^{14}_6\text{C}$	14,00324
Азот	${}^{14}_7\text{N}$	14,00307
Кислород	${}^{16}_8\text{O}$	15,99491
	${}^{17}_8\text{O}$	16,99913

Таблица 11

Единицы СИ, имеющие специальные наименования

Величины		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	Выражение через основные и дополнительные единицы
Основные единицы	L	метр	м	$\text{с}^{-1}$

Длина	М	килограмм	кг	$\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Масса	Т	секунда	с	$\text{м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Время	Θ	кельвин	К	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$
Термодинамическая температура	N	моль	моль	$\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$
Количество вещества	-	радиан	рад	
Дополнительные единицы	$\text{T}^{-1}$	стерадиан	ср	
	$\text{LMT}^{-2}$	герц	Гц	
	$\text{L}^{-1}\text{MT}^{-2}$	ньютон	Н	
Плоский угол	$\text{L}^2\text{M}^{-1}\text{T}^{-2}$	паскаль	Па	
Телесный угол	$\text{L}^2\text{MT}^{-3}$	джоуль	Дж	
Производные единицы		ватт	Вт	
Частота				
Сила, вес				
Давление, механическое напряжение				
Энергия, работа, количество теплоты				
Мощность, поток энергии				

Примечания:

1. Кроме температуры Кельвина (обозначение  $T$ ) допускается применять также температуру Цельсия (обозначение  $t$ ), определяемую выражением  $t = T - T_0$ , где  $T_0 = 273$  К. Температура Кельвина выражается в кельвинах, температура Цельсия – в градусах (обозначение международное и русское  $^{\circ}\text{C}$ ). По размеру градус Цельсия равен кельвину.

2. Интервал или разность температур Кельвина выражают в кельвинах. Интервал или разность температур Цельсия допускается выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №1

#### Задача 1.

Колесо радиусом  $R = 0,3$  м вращается согласно уравнению  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 1$  рад/с;  $B = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>. Определить полное ускорение точек на окружности колеса в момент времени  $t = 2$  с.

#### Задача 2.

Найти число молей  $\nu$  и число молекул  $N$ , содержащихся в 2 кг кислорода.

#### Задача 3.

Два положительных точечных заряда  $Q$  и  $4Q$  закреплены на расстоянии  $l = 60$  см друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения зарядов возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

#### Задача 4.

По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми  $d = 6$  см, текут одинаковые токи  $I = 12$  А. Определить индукцию  $B$  и напряженность  $H$  магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние  $r = 6$  см, если токи текут: а) в одинаковом направлении; б) в противоположных направлениях.

#### Задача 5.

На тонкую глицириновую пленку толщиной  $d = 1$  мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн  $\lambda$  лучей видимого участка спектра ( $0,4 \leq \lambda \leq 0,8$  мкм), которые будут ослаблены в результате интерференции.

#### Задача 6.

Определить максимальную энергию  $\epsilon_{\max}$  фотона серии Пашена и спектре излучения атомарного водорода.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №2

#### Задача 1.

Движения двух материальных точек выражаются уравнениями  $x_1 = A_1 + C_1 t^2$  и  $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$  где  $A_1 = 20$  м;  $B_1 = 2$  м/с;  $C_1 = -4$  м/с<sup>2</sup>;  $A_2 = 2$  м;  $B_2 = 2$  м/с;  $C_2 = 0,5$  м/с<sup>2</sup>. В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

#### Задача 2.

Определить массу  $m_1$  одной молекулы воды.

#### Задача 3.

Три одинаковых маленьких шарика массой  $m = 0,12$  г подвешены к одной точке на нитях длиной  $l = 20$  см. Какие заряды следует сообщить шарикам, чтобы каждая нить составляла с вертикалью угол  $\alpha = 30^\circ$ ? Массу нити не учитывать.

#### Задача 4.

Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи  $I_1 = 80$  А и  $I_2 = 60$  А. Расстояние между проводниками  $d = 10$  см. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам

#### Задача 5.

Расстояние  $L$  от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1,5 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной  $l = 1$  см укладывается  $N = 8$  темных интерференционных полос. Длина волны  $\lambda = 0,6$  мкм.

#### Задача 6.

Найти наибольшую  $\lambda_{\text{макс}}$  и наименьшую  $\lambda_{\text{мин}}$  длины волн в первой инфракрасной серии водорода (серия Пашена).

Составил: преподаватель

В.М. Набока



## Контрольная работа по физике

### Вариант №3

#### Задача 1.

Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 2$  м согласно уравнению  $S = At + Bt^3$ , где  $A = 8$  м/с;  $B = -0,2$  м/с<sup>3</sup>. Найти скорость  $v$ , тангенциальное  $a_t$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения в момент времени  $t = 3$  с.

#### Задача 2.

Найти число  $N$  атомов, содержащихся в капельке ртути массой  $m = 1$  г.

#### Задача 3.

Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол  $\alpha$ . Шарики погружаются в масло плотностью  $\rho_0 = 8 \cdot 10^2$  кг/м<sup>3</sup>. Какова диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков  $\rho = 1,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

#### Задача 4.

По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами  $a = 6$  см и  $b = 10$  см, течет ток силой  $I = 20$  А. Определить напряженность  $H$  и индукцию  $B$  магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

#### Задача 5.

На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете  $b = 0,4$  мм. Определить угол  $\alpha$  между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин,  $n = 1,5$ .

#### Задача 6.

Определить энергию  $\epsilon$  фотона, испускаемую атомом водорода при переходе электрона со второй орбиты на первую.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №4

#### Задача 1

Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 3$  м/с;  $B = 0,06$  м/с<sup>3</sup>. Найти скорость  $v$  и ускорение точки в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 3$  с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 3 с движения?

#### Задача 2.

Определить молярную массу  $\mu$  и массу  $m_1$  одной молекулы поваренной соли.

#### Задача 3.

В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды  $Q = 3 \cdot 10^{-10}$  Кл. Какой отрицательный заряд  $Q_0$  нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

#### Задача 4.

По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой  $I = 40$  А. Сторона треугольника  $a = 30$  см. Определить магнитную индукцию  $B$  в точке пересечения высот.

#### Задача 5.

На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Найти радиус  $R$  линзы, если радиус восьмого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_8 = 2,4$  мм.

#### Задача 6.

Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией  $T = 5$  эВ. Определить энергию  $\epsilon$  фотона.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №5

#### Задача 1.

Точка движется по прямой согласно уравнению  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 6$  м/с;  $B = 0,125$  м/с<sup>3</sup>. Определить среднюю скорость  $\langle \Delta s / \Delta t \rangle$  точки в интервале времени от  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 6$  с

#### Задача 2.

Определить массу  $m_1$  одного атома водорода и число  $N$  атомов, содержащихся в одном грамме водорода.

#### Задача 3.

Расстояние  $d$  между двумя точечными зарядами  $Q_1 = 180$  нКл и  $Q_2 = 720$  нКл равно 60 см. Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд  $Q_3$  так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

#### Задача 4.

Ток силой  $I = 20$  А идет по проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстояние  $b = 10$  см. Считать, что оба конца проводника находятся очень далеко от вершины угла.

#### Задача 5

Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием  $f = 2$  м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_5 = 1,5$  мм. Определить длину световой волны  $\lambda$ .

#### Задача 6

Электрон в атоме водорода находится на втором энергетическом уровне. Определить кинетическую  $T$ , потенциальную  $П$  и полную  $E$  энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №6

#### Задача 1.

Две материальные точки движутся согласно уравнениям  $x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2$  и  $x_2 = A_2 + C_2t^2$ , где  $A_1 = 10\text{ м}$ ;  $B_1 = 32\text{ м/с}$ ;  $C_1 = -3\text{ м/с}^2$ ;  $A_2 = 5\text{ м}$ ;  $C_2 = 5\text{ м/с}^2$ . В какой момент времени скорости этих точек одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

#### Задача 2.

Найти число  $\nu$  молей и число  $n$  молекул, содержащихся в объеме  $V = 1\text{ см}^3$  воды при температуре  $t = 4^\circ\text{ С}$ .

#### Задача 3.

Два одинаковых металлических заряженных шара находятся на расстоянии  $r = 60\text{ см}$ . Сила отталкивания шаров  $F_1 = 70\text{ мкН}$ . После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной  $F_2 = 160\text{ мкН}$ . Вычислить заряды  $Q_1$  и  $Q_2$ , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

#### Задача 4.

Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол  $\varphi = 90^\circ$  с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности  $R = 10\text{ см}$ . Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой  $I = 1,6\text{ А}$  (дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20\text{ мкТл}$ .

#### Задача 5.

На мыльную пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 600\text{ нм}$ . Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину  $d_{\text{мин}}$  пленки. Показатель преломления мыльной воды  $n = 1,30$ .

#### Задача 6.

Вычислить по теории Бора частоту  $\nu$  обращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом  $n = 3$ .

## Контрольная работа по физике

### Вариант №7

#### Задача 1.

Диск радиусом  $R = 0,2$  м вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 3$  рад;  $B = -1$  рад/с;  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>. Определить тангенциальное  $a_t$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t = 10$  с.

#### Задача 2.

Определить массу  $m_1$  одной молекулы сероуглерода  $CS_2$ . Принимая, что молекулы в жидкости имеют шарообразную форму и расположены вплотную друг к другу, определить диаметр  $d$  молекулы.

#### Задача 3.

Четыре одинаковых заряда  $Q = 10$  нКл каждый закреплены в вершинах квадрата со стороной  $a = 20$  см. Найти силу  $F$ , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

#### Задача 4.

По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности  $H = 20$  А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

#### Задача 5.

На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления  $n = 1,4$ . Пластика освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 540$  нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину  $d_{\min}$  должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

#### Задача 6.

Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны  $\lambda = 121,5$  нм. Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус  $r$  электронной орбиты возбужденного атома водорода.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №8

#### Задача 1.

По дуге окружности радиуса  $R = 10$  м вращается точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки  $a_n = 4,9$  м/с<sup>2</sup>, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол  $\alpha = 60^\circ$ . Найти скорость  $u$  и тангенциальное ускорение  $a_t$  точки.

#### Задача 2.

Определить массу  $m_1$  одной молекулы углекислого газа  $CO_2$ .

#### Задача 3.

Точечные заряды  $Q_1 = 1$  мкКл,  $Q_2 = -1$  мкКл находятся на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $r_1 = 6$  см от первого и на  $r_2 = 8$  см от второго заряда. Определить также силу  $F$ , действующую в этой точке на точечный заряд  $Q = 0,1$  мкКл.

#### Задача 4.

Проволочный виток радиусом  $R = 20$  см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, могущая вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой  $I = 12$  А? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20$  мкТл.

#### Задача 5.

Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус  $r_8$  восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм равен 2 мм. Радиус кривизны линзы  $R = 1$  м.

#### Задача 6.

В однозарядном ионе электрон перешел со второго энергетического уровня на первый. Определить длину волны  $\lambda$  излучения, испущенного ионом гелия.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №9

#### Задача 1.

Снаряд массой  $m = 10$  кг обладал скоростью  $v = 300$  м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой  $m_1 = 2$  кг получила скорость  $u_1 = 500$  м/с. С какой скоростью и в каком направлении полетит большая часть, если меньшая полетела вперед под углом  $\alpha = 60^\circ$  к плоскости горизонта?

#### Задача 2.

В баллоне емкостью  $V = 20$  л находится аргон под давлением  $p_1 = 800$  кПа и температуре  $T_1 = 325$  К. Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в баллоне понизилось до  $p_2 = 600$  кПа, а температура установилась  $T_2 = 300$  К. Определить массу  $m$  аргона, взятого из баллона.

#### Задача 3.

На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного, с линейной плотностью заряда  $\tau = 1$  нКл/см на расстоянии  $a = 10$  см от конца стержня находится точечный заряд  $Q = 0,1$  мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда, а также напряженность поля в точке, где находится заряд.

#### Задача 4.

Короткая катушка площадью поперечного сечения  $S = 150$  см<sup>2</sup>, содержащая  $N = 200$  витков провода, по которому течет ток силой  $I = 4$  А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью  $H = 8000$  А/м. Найти: 1) магнитный момент  $m$  катушки; 2) вращающий момент  $M$ , действующий на катушку со стороны поля, если ось катушки составляет угол  $\varphi = 60^\circ$  с линиями поля.

#### Задача 5.

Постоянная дифракционной решетки в  $n = 5$  раз больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол  $\alpha$  между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

#### Задача 6.

Вычислить по теории Бора радиус  $r_1$  первой боровской орбиты и скорость  $v_1$  электрона на этой орбите для иона He.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №10

#### Задача 1.

Шарик массой  $m = 200$  г ударился о стенку со скоростью  $v = 10$  м/с и отскочил от нее с такой же скоростью. Определить импульс  $p$ , полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом  $\alpha = 30^\circ$  к плоскости стенки.

#### Задача 2.

Вычислить плотность  $\rho$  кислорода, находящегося в баллоне под давлением  $p = 1$  МПа при температуре  $T = 300$  К.

#### Задача 3.

Два длинных, тонких, равномерно заряженных стержня расположены перпендикулярно друг другу так, что точка пересечения их осей находится на расстоянии  $a = 8$  см и  $b = 5$  см от ближайших концов стержней. Найти силу, действующую на заряд  $Q = 10$  нКл, помещенный в точку пересечения осей стержней.

#### Задача 4.

Виток диаметром  $d = 20$  см может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой  $I = 10$  А. Какой вращающий момент  $M$  нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении? Горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной  $R = 20$  мкТ.

#### Задача 5.

На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в  $n = 3,5$  раза больше длины световой волны. Найти общее число  $M$  дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

#### Задача 6.

Определить первый потенциал  $U_1$  возбуждения и энергию ионизации  $E_1$  иона  $He^+$ , находящегося в основном состоянии.



## Контрольная работа по физике

### Вариант №11

#### **Задача 1.**

Шарик массой  $m = 100$  г свободно падает с высоты  $h_1 = 1$  м на стальную плиту и подпрыгивает на высоту  $h_2 = 0,5$  м. Определить импульс  $p$  (по величине и направлению), сообщенный плитой шарiku.

#### **Задача 2.**

Некоторый газ находится под давлением  $p = 700$  кПа при температуре  $T = 308$  К. Определить относительную молекулярную массу газа  $M$ , если плотность газа  $\rho = 12,2$  кг/м<sup>3</sup>.

#### **Задача 3.**

Определить напряженность поля, создаваемого тонким, длинным стержнем, равномерно заряженным, с линейной плотностью  $\tau = 0,2$  мкКл/см в точке, находящейся на расстоянии  $r = 2$  см от стержня, вблизи его середины. Определить также силу, действующую на точечный заряд  $Q = 10$  нКл, помещенный в этой точке.

#### **Задача 4.**

Напряженность магнитного поля в центре кругового витка  $H = 200$  А/м. Магнитный момент витка  $p_m = 1$  А•м<sup>2</sup>. Вычислить силу тока  $I$  в витке и радиус  $R$  витка.

#### **Задача 5.**

На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ( $\lambda = 500$  нм). Угол отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму,  $\varphi = 30^\circ$ . Определить ширину  $a$  щели.

#### **Задача 6.**

Сколько длин волн де Бройля уложится на третьей орбите однократно ионизированного возбужденного атома гелия?

## Контрольная работа по физике

### Вариант №12

#### Задача 1.

Шарик массой  $m_1 = 100$  г ударился о стенку со скоростью  $v = 5$  м/с и отскочил от нее с той же скоростью. Определить импульс, полученный стенкой, если до удара шарик двигался под углом  $\alpha = 60^\circ$  к плоскости стенки.

#### Задача 2.

Вычислить плотность  $\rho$  азота, находящегося в баллоне под давлением  $p = 20$  ат. Температура азота  $T = 290$  К.

#### Задача 3.

Тонкое полукольцо радиусом  $R = 10$  см несет равномерно распределенный заряд  $Q_1 = 0,2$  мкКл. Определить напряженность поля в центре кривизны полукольца, а также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $Q_2 = 10$  нКл.

#### Задача 4.

По двум параллельным проводам длиной  $l = 2,5$  м каждый текут одинаковые токи силой  $I = 1000$  А. Расстояние между проводами  $d = 20$  см. Определить силу  $F$  взаимодействия проводов.

#### Задача 5.

Расстояние между штрихами дифракционной решетки  $d = 5$  мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны  $\lambda = 0,56$  мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

#### Задача 6.

Электрон обладает кинетической энергией  $T = 0,51$  МэВ. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия  $T$  электрона возрастает вдвое?

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №13

#### Задача 1.

На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью  $v = 3$  м/с, находится человек. Человек прыгает в сторону, противоположную движению тележки. После прыжка скорость тележки изменилась и стала равной  $u_1 = 4$  м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости  $u_2$  человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки  $m_1 = 210$  кг, масса человека  $m_2 = 70$  кг.

#### Задача 2.

Баллон емкостью  $V = 40$  л заполнен азотом. Температура азота  $T = 300$  К. Когда часть азота израсходовали, давление в баллоне понизилось на  $\Delta p = 400$  кПа. Определить массу  $\Delta m$  израсходованного азота. Процесс считать изотермическим.

#### Задача 3.

На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда  $\tau = 20$  нКл/см. Радиус кольца  $R = 5$  см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восставленном из его середины, находится точечный заряд  $Q = 40$  нКл. Определить силу, действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на: 1)  $a_1 = 10$  см; 2)  $a_2 = 2$  м.

#### Задача 4.

По трем параллельным прямым проводам, находящимся на одинаковом расстоянии  $d = 10$  см друг от друга, текут токи одинаковой силы  $I = 100$  А. В двух проводах направления токов совпадают. Вычислить силу, действующую на единицу длины каждого провода.

#### Задача 5.

На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры второго и третьего порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается граница ( $\lambda = 400$  нм) спектра третьего порядка?

#### Задача 6.

Определить кинетическую энергию  $T$  электрона, дебройлевская длина волны  $\lambda$  которого равна комптоновской длине волны  $\lambda_c$ .

## Контрольная работа по физике

### Вариант №14

#### Задача 1.

Снаряд, летевший со скоростью  $v = 500$  м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 20% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью  $u_1 = 200$  м/с. Определить скорость  $u_2$  большего осколка.

#### Задача 2.

Баллон емкостью  $V = 50$  л заполнен кислородом. Температура кислорода  $T = 300$  К. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на  $\Delta p = 200$  кПа. Определить массу израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

#### Задача 3.

По тонкой нити длиной  $l = 4\pi$  см, имеющей форму дуги окружности радиусом  $R = 12$  см, равномерно распределен заряд  $Q_1 = 19$  нКл. В центре кривизны дуги расположен заряд  $Q_2$ , на который нить действует с силой  $F = 40$  мкН. Определить заряд  $Q_2$ .

#### Задача 4.

Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой  $I = 100$  А. Определить силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

#### Задача 5.

На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновских лучей с длиной волны  $\lambda = 147$  пм. Расстояние между атомными плоскостями кристалла  $d = 280$  пм. Под каким углом  $\theta$  к плоскости грани наблюдается дифракционный максимум второго порядка?

#### Задача 6.

Определить длины волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов  $U = 100$  В.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике

### Вариант №15

#### Задача 1.

На железнодорожной платформе установлено орудие. Орудие жестко скреплено с платформой. Масса платформы и орудия  $M = 20$  т. Орудие, производит выстрел под углом  $\alpha = 60^\circ$  к линии горизонта в направлении пути. Какую скорость  $u_1$  приобретает платформа с орудием вследствие отдачи, если масса снаряда  $m = 50$  кг и он вылетает из канала ствола со скоростью  $u_2 = 500$  м/с?

#### Задача 2.

Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление  $p_1 = 1$  МПа и температура  $T_1 = 400$  К, в другом  $p_2 = 1,5$  МПа,  $T_2 = 250$  К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры  $T = 300$  К. Определить установившееся в сосудах давление  $p$ .

#### Задача 3.

Определить напряженность поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню длиной  $l = 10$  см в точке с линейной плотностью заряда  $\tau = 100$  нКл/м, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии  $a = 10$  см от ближайшего конца. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $Q = 10$  нКл.

#### Задача 4.

Виток радиусом  $R = 10$  см, по которому течет ток силой  $I = 20$  А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью  $H = 10^3$  А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол  $\varphi = 60^\circ$ . Определить совершенную работу.

#### Задача 5.

На дифракционную решетку, содержащую  $n = 500$  штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину  $l$  спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана  $L = 1$  м. Границы видимого спектра:  $\lambda_{кр} = 780$  нм,  $\lambda_{ф} = 400$  нм.

#### Задача 6.

Кинетическая энергия  $T$  электрона равна его энергии покоя  $m_0c^2$ . Вычислить длину волны де Бройля для такого электрона.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №16

#### Задача 1.

Две одинаковые лодки массами  $M = 200$  кг каждая (вместе с человеком и грузами, находящимися в лодках) движутся параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями  $v_1 = 1$  м/с. Когда лодки поравнялись, то с первой лодки на вторую и со второй на первую одновременно перебрасывают грузы массами  $m = 20$  кг. Определить скорости лодок после перебрасывания грузов.

#### Задача 2.

Давление  $p$  насыщенного водяного пара при температуре  $T = 300$  К равно 26,7 мм рт. ст. Определить плотность  $\rho$  водяного пара при этих условиях, принимая его за идеальный газ.

#### Задача 3.

По тонкому кольцу радиусом  $R = 6$  см равномерно распределен заряд  $Q_1 = 24$  нКл. Какова напряженность поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии  $a = 18$  см от центра кольца? Найти также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $Q_2 = 0,5$  нКл.

#### Задача 4.

Прямой провод длиной  $l = 20$  см, по которому течет ток силой  $I = 50$  А, движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2$  Тл. Какую работу  $A$  совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на  $s = 10$  см, если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине провода?

#### Задача 5.

Какое наименьшее число штрихов должна содержать решетка, чтобы в спектре первого порядка можно было видеть раздельно две желтые линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм? Какова длина  $l$  такой решетки, если расстояние между штрихами  $b = 10$  мкм?

#### Задача 6.

Электрон обладает кинетической энергией  $T = 100$  эВ. Определить величину дополнительной энергии  $\Delta T$ , которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы дебройлевская длина волны уменьшилась вдвое.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №17

#### Задача 1.

Шар массой  $m_1 = 2$  кг движется со скоростью  $v_1 = 3$  м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2 = 1$  кг, движущимся навстречу ему со скоростью  $v_2 = 4$  м/с. Каковы скорости  $u_1$  и  $u_2$  шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

#### Задача 2.

Баллон емкостью  $V = 30$  л содержит смесь водорода и гелия при температуре  $T = 300$  К и давлении  $p = 0,8$  МПа. Масса смеси  $m = 24$  г. Определить массу  $m_1$  водорода и массу  $m_2$  гелия.

#### Задача 3.

Две одинаковые круглые пластины площадью  $S = 100$  см<sup>2</sup> каждая расположены параллельно друг другу. Заряд одной пластины  $Q_1 = 100$  нКл, другой  $Q_2 = -200$  нКл. Определить силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними: а)  $r_1 = 2$  мм; б)  $r_2 = 10$  м.

#### Задача 4.

Диск радиусом  $R = 10$  см несет равномерно распределенный по поверхности заряд  $Q = 0,2$  мкКл. Диск равномерно вращается относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Частота вращения  $n = 20$  с<sup>-1</sup>. Определить; 1) магнитный момент кругового тока, создаваемого диском; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ( $m/L$ ), если масса диска  $m = 100$  г.

#### Задача 5.

Угол падения луча на поверхность жидкости  $i_1 = 50^\circ$ . Отраженный луч максимально поляризован. Определить угол  $i_2$  преломления луча.

#### Задача 6.

Определить дебройлевскую длину волны  $\lambda$  электрона, кинетической энергии которого  $T = 1,02$  МэВ.

## Контрольная работа по физике

### Вариант №18

#### **Задача 1.**

Боек свайного молота массой  $m_1 = 0,6$  т падает с некоторой высоты на сваю массой  $m_2 = 150$  кг. Найти к. п. д. бойка, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи.

#### **Задача 2.**

В баллоне емкостью  $V = 11,2$  л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление  $p$  в баллоне возросло до  $p = 0,15$  МПа, а температура не изменилась. Определить массу гелия, введенного в баллон.

#### **Задача 3.**

Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии  $d = 10$  см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями  $t_1 = -2$  нКл/см и  $t_2 = 4$  нКл/см. Определить напряженность электрического поля  $E$  в точке, удаленной от первой нити на расстояние  $r_1 = 6$  см и от второй на расстояние  $r_2 = 8$  см.

#### **Задача 4.**

Из тонкой проволоки, масса которой  $m = 2$  г, изготовлена квадратная рамка. Рамка свободно подвешена на неупругой нити и по ней пропущен ток силой  $I = 6$  А. Определить период  $T$  малых колебаний рамки в магнитном поле с индукцией  $B = 2$  мТл.

#### **Задача 5.**

Луч света, идущий в стеклянном сосуде с водой, отражается от дна сосуда. При каком угле  $i_1$  падения отраженный луч максимально поляризован?

#### **Задача 6.**

Определить скорость  $v$  электрона, при которой длина волны де Бройля  $\lambda = 1$  нм.



## Контрольная работа по физике

### Вариант №19

#### Задача 1.

Шар массой  $m_1 = 6$  кг движется со скоростью  $v_1 = 2$  м/с и сталкивается с шаром массой  $m_2 = 4$  кг, который движется ему навстречу со скоростью  $u_2 = 5$  м/с. Найти скорость шаров после прямого центрального удара. Шары считать абсолютно упругими.

#### Задача 2.

Сосуд емкостью  $V = 0,01$  м<sup>3</sup> содержит азот массой  $m_1 = 7$  г и водород массой  $m_2 = 1$  г при температуре  $T = 280$  К. Определить давление  $p$  смеси газов.

#### Задача 3.

С какой силой (на единицу длины) взаимодействуют две заряженные бесконечно длинные параллельные нити с одинаковой линейной плотностью заряда  $t = 2$  мкКл/м, находящиеся на расстоянии  $r = 4$  см друг от друга?

#### Задача 4.

Тонкое кольцо радиусом  $R = 10$  см несет заряд  $Q = 10$  нКл. Кольцо равномерно вращается относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца, с частотой  $n = 10$  с<sup>-1</sup>. Определить: 1) магнитный момент  $m$ , обусловленный вращением заряженного кольца; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ( $m/L$ ), если кольцо имеет массу  $m = 20$  г.

#### Задача 5.

Луч света переходит из воды в стекло так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол  $\gamma$  между падающим и преломленным лучами.

#### Задача 6.

Вычислить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ , равную: 1) 1 кВ; 2) 1 МВ.

## Контрольная работа по физике.

### Вариант №20

#### **Задача 1.**

Шар массой  $m_1 = 5$  кг движется со скоростью  $v_1 = 2$  м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2 = 3$  кг. Вычислить работу  $A$ , совершенную при деформации шаров при прямом центральном ударе. Шары считать неупругими.

#### **Задача 2.**

Сосуд емкостью  $V = 0,01$  м<sup>3</sup> содержит азот массой  $m_1 = 7$  г и водород массой  $m_2 = 1$  г при температуре  $T = 280$  К. Определить давление  $p$  смеси газов.

#### **Задача 3.**

Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости  $s = 98$  мкКл/м<sup>2</sup>. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой  $m = 10$  г. Определить заряд  $Q$  шарика, если нить образует с плоскостью угол  $\varphi = 45^\circ$ .

#### **Задача 4.**

На оси контура с током, магнитный момент которого  $m_m = 10^{-2}$  А•м<sup>2</sup>, находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить механический момент  $M$ , действующий на второй контур. Расстояние между контурами  $r = 50$  см. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

#### **Задача 5.**

Между скрещенными николями поместили пластинку кварца толщиной  $d = 3$  мм, в результате чего поле зрения поляриметра стало максимально светлым. Определить постоянную вращения  $\alpha$  кварца для монохроматического света, использованного в опыте.

#### **Задача 6.**

Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки  $\Delta v$  в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью  $\Delta x = 1$  мкм.

Контрольная работа по физике.

Вариант №21

**Задача 1.**

Шар массой  $m_1 = 2$  кг движется со скоростью  $v_1 = 4$  м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2 = 5$  кг. Определить скорости шаров после прямого центрального удара. Шары считать абсолютно упругими.

**Задача 2.**

Баллон емкостью  $V = 15$  л содержит смесь водорода и азота при температуре  $T = 300$  К и давлении  $p = 1,23$  МПа. Масса смеси  $m = 145$  г. Определить массу  $m_1$  водорода и массу  $m_2$  азота.

**Задача 3.**

С какой силой на единицу площади взаимодействуют две бесконечные параллельные плоскости, заряженные с одинаковой поверхностной плотностью  $s = 2$  мкКл/м<sup>2</sup>?

**Задача 4.**

Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиуса  $r = 0,53 \cdot 10^{-8}$  см. Вычислить магнитный момент  $m$  эквивалентного кругового тока и механический момент  $M$ , действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл, направленной параллельно плоскости орбиты электрона.

**Задача 5.**

Пластинку кварца толщиной  $d = 1,5$  мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол  $\varphi = 27^\circ$ . Какой наименьшей толщины  $d_{\text{мин}}$  следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

**Задача 6.**

Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки  $\Delta v$  в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью  $\Delta x = 1$  мкм.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике.

### Вариант №22

#### **Задача 1.**

Деревянный шар массой  $M = 10$  кг подвешен на нити длиной  $l = 2$  м. В шар попадает горизонтально летящая пуля массой  $m = 5$  г и застревает в нем. Определить скорость  $v$  пули, если нить с шаром отклонилась от вертикали на угол  $\alpha = 3^\circ$ . Размером шара пренебречь. Удар пули считать центральным.

#### **Задача 2.**

Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением  $p = 1$  МПа. Считая, что масса кислорода составляет 20% от массы смеси, определить парциальные давления  $p_1$  и  $p_2$  отдельных газов.

#### **Задача 3.**

Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда  $s = 1$  мкКл/м<sup>2</sup>, расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью  $t = 10$  нКл/м. Определить силу, действующую со стороны плоскости на единицу длины нити.

#### **Задача 4.**

Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента  $m$  эквивалентного кругового тока к моменту импульса  $L$  орбитального движения электрона. Заряд электрона и его массу считать известными. Указать на чертеже направление векторов  $m$  и  $L$ .

#### **Задача 5.**

Луч света последовательно проходит через два николя, главные плоскости которых образуют между собой угол  $\varphi = 50^\circ$ . Принимая, что коэффициент поглощения  $k$  каждого николя равен 0,1, найти, во сколько раз луч, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с лучом, падающим на первый николь.

#### **Задача 6.**

Протон находится в одномерном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину  $l$  ящика, если известно, что минимальная энергия  $E_{\min}$  протона равна 10 МэВ.

## Контрольная работа по физике.

### Вариант №23

#### Задача 1.

Вагон массой  $m = 40$  т движется на упор со скоростью  $v = 0,1$  м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на  $\Delta l = 10$  см. Определить максимальную силу  $F_{\text{макс}}$  сжатия буферных пружин и продолжительность  $\Delta t$  торможения.

#### Задача 2.

Один баллон емкостью  $V_1 = 20$  л содержит азот под давлением  $p_1 = 2,5$  МПа, другой баллон емкостью  $V_2 = 44$  л содержит кислород под давлением  $p_2 = 1,6$  МПа. Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления  $p_1$  и  $p_2$  обоих газов в смеси и полное давление  $p$  смеси.

#### Задача 3. .

На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром  $d = 10$  см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью  $Q = 1$  мкКл/м<sup>2</sup>. Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на  $a = 5$  см.

#### Задача 4.

По тонкому стержню длиной  $l = 20$  см равномерно распределен заряд  $q = 240$  нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega = 10$  рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить: 1) магнитный момент  $m$ , обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса ( $m/L$ ), если стержень имеет массу  $m = 12$  г.

#### Задача 5.

Угол  $\alpha$  между плоскостями поляризаторов (поляроидов) равен  $60^\circ$ . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется и  $n = 10$  раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения  $k$  в поляроидах.

#### Задача 6.

Излучение возбужденного атома происходит в течение времени  $\tau = 10$  нс, длина волны  $\lambda$  излучения равна  $663$  нм. Определить, с какой наибольшей точностью ( $\Delta \epsilon$ ) может быть определена энергия  $\epsilon$  излучения.

## Контрольная работа по физике.

### Вариант №24

#### **Задача 1.**

Атом распадается на две части массами  $m_1 = 1,6 \cdot 10^{-25}$  кг и  $m_2 = 2,3 \cdot 10^{-25}$  кг. Определить кинетические энергии  $T_1$  и  $T_2$  частей атома, если их общая кинетическая энергия  $T = 2,2 \cdot 10^{-11}$  Дж, Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.

#### **Задача 2.**

Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle w \rangle$  одной молекулы водяного пара при температуре  $T = 360$  К.

#### **Задача 3.**

Три одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала  $\varphi = 20$  В, сливаются в одну. Каков потенциал  $\varphi_1$  образовавшейся капли?

#### **Задача 4.**

Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу  $F$ , действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля  $B = 0,1$  Т, а радиус кривизны траектории  $R = 0,5$  см.

#### **Задача 5.**

При какой скорости  $\beta$  в долях скорости света масса любой частицы вещества в  $n = 5$  раз больше массы покоя?

#### **Задача 6.**

Атом испустил фотон с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Продолжительность излучения  $\tau = 50$  нс. Определить наибольшую точность ( $\Delta\lambda$ ), с которой может быть измерена длина волны излучения.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №25

**Задача 1.**

На покоящийся шар налетает со скоростью  $v = 4$  м/с другой шар одинаковой с ним массы. В результате столкновения шар изменил направление движения на угол  $\alpha = 30^\circ$ . Определить скорости шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим.

**Задача 2.**

Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы водорода, а также суммарную кинетическую энергию  $U$  всех молекул в одном моле водорода при температуре  $T = 190$  К.

**Задача 3.**

Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом  $R = 10$  см. Он равномерно заряжен с линейной плотностью  $t = 300$  нКл/м. Определить потенциал в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии  $h = 20$  см от его центра.

**Задача 4.**

Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью  $H = 2,5 \cdot 10^4$  А/м. Определить период  $T$  обращения электрона.

**Задача 5.**

Во сколько раз масса  $m$  электрона, обладающего кинетической энергией  $T = 1$  МэВ, больше массы покоя  $m_0$ ?

**Задача 6.**

Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия  $E_{\text{мин}}$  электрона равна 1 эВ.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №26

**Задача 1.**

На спокойной воде пруда находится лодка длиной  $l = 4$  м, расположенная перпендикулярно берегу. На корме лодки стоит человек. Масса лодки с человеком  $M = 240$  кг, масса человека  $m = 60$  кг. Человек перешел с кормы на нос лодки. На сколько переместились при этом относительно берега человек и лодка?

**Задача 2.**

Определить температуру газа, если средняя кинетическая энергия  $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$  поступательного движения его молекул равна  $2,07 \cdot 10^{-21}$  Дж.

**Задача 3.**

Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов  $Q_1 = 100$  нКл и  $Q_2 = 10$  нКл, находящихся на расстоянии  $r = 10$  см друг от друга.

**Задача 4.**

Протон влетел в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению поля и движется по спирали, радиус которой  $R = 1,5$  см. Индукция магнитного поля  $B = 0,1$  Тл. Найти кинетическую энергию протона.

**Задача 5.**

Скорость электрона  $v = 0,6c$  (где  $c$  — скорость света в вакууме). Зная энергию покоя электрона в мегаэлектрон-вольтах, определить в тех же единицах кинетическую энергию  $T$  электрона.

**Задача 6.**

Частица находится в потенциальном ящике. Найти отношение разности соседних электрических уровней  $\Delta E_n$ ,  $n+1$  к энергии  $E_n$  частицы в трех случаях: 1)  $n = 3$ ; 2)  $n = 10$ ; 3)  $n \rightarrow \infty$ .

Составил: преподаватель

В.М. Набока



Контрольная работа по физике.

Вариант №27

**Задача 1.**

Тело массой  $m = 0,2$  кг соскальзывает без трения с горки высотой  $h = 2$  м.

Найти изменение импульса  $\Delta p$  тела.

**Задача 2.**

Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$  поступательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию  $U$  всех молекул, заключенных в одном моле и в одном килограмме гелия при температуре  $T = 70$  К.

**Задача 3.**

Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью, заряженной с линейной плотностью  $t = 10$  пКл/м. Определить разность потенциалов  $U$  двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии  $r_1 = 5$  см и  $r_2 = 10$  см.

**Задача 4.**

Электрон движется в магнитном поле с индукцией  $B = 1$  мТл по окружности радиусом  $R = 0,5$  см. Какова кинетическая энергия  $T$  электрона? Ответ дать и джоулях и электрон-вольтах.

**Задача 5.**

Какую скорость  $\beta$  (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия была равна энергии покоя?

**Задача 6.**

Электрон находится в потенциальном ящике шириной  $l = 0,2$  нм. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## Контрольная работа по физике.

### Вариант №28

#### Задача 1.

Какую максимальную часть своей кинетической энергии может передать частица массой  $m_1 = 2 \cdot 10^{-22}$  г, сталкиваясь упруго с частицей массой  $m_2 = 8 \cdot 10^{-22}$  г, которая до столкновения покоилась?

#### Задача 2.

В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки  $m = 10^{-10}$  г. Температура газа  $T = 293$  К. Определить средние квадратичные скорости  $\langle v_{\text{пост}} \rangle$ , а также средние кинетические энергии  $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$  поступательного движения молекул азота и пылинок.

#### Задача 3.

Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 10$  нКл/м<sup>2</sup>. Определить разность потенциалов  $U$  двух точек поля, отстоящих от плоскости на  $r_1 = 5$  см и  $r_2 = 10$  см.

#### Задача 4.

Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле индукцией  $B = 0,5$  Т под углом  $\alpha = 60^\circ$  к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца  $F_{\text{л}}$ , если скорость частицы  $v = 10$  м/с.

#### Задача 5.

Частица движется со скоростью  $v = 1/2 c$  (где  $c$  — скорость света в вакууме). Какую долю энергии покоя составляет кинетическая энергия частицы?

#### Задача 6.

Частица в потенциальном ящике шириной  $l$  находится в возбужденном состоянии ( $n = 2$ ). Определить, в каких точках интервала  $(0 < x < l)$  плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значения.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №29

**Задача 1.**

Абсолютно упругий шар массой  $m_1 = 1,8$  кг сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы. В результате центрального прямого удара шар потерял 36% своей кинетической энергии. Определить массу  $m_2$  большего шара.

**Задача 2.**

Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул одного киломоля этого газа  $U = 3,01$  МДж.

**Задача 3.**

Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда  $\tau = 100$  пКл/м. Определить потенциал  $\phi$  поля в точке пересечения диагоналей.

**Задача 4.**

Заряженная частица с энергией  $T = 1$  кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом  $R = 1$  мм. Определить силу  $F_{\text{л}}$ , действующую на частицу со стороны поля.

**Задача 5.**

Определить отношение импульса  $p$  электрона с кинетической энергией  $T = 1,02$  МэВ к комптоновскому импульсу  $m_0c$  электрона.

**Задача 6.**

Электрон находится в потенциальном ящике шириной  $l$ . В каких точках в интервале  $(0 < x < l)$  плотность вероятности нахождения электрона на первом и втором энергетическом уровне одинакова? Вычислить значение плотности вероятности для этих точек. Решение пояснить графиком.

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №30

**Задача 1.**

Плот массой  $M = 140$  кг и длиной  $l = 3$  м плавает на воде. На плоту находится человек, масса которого  $m = 70$  кг. С какой наименьшей скоростью  $v$  и под каким углом  $\alpha$  к плоскости горизонта должен прыгнуть человек вдоль плота, чтобы попасть на его противоположный край?

**Задача 2.**

Сосуд емкостью  $V = 4$  л содержит  $m = 0,6$  г некоторого газа под давлением  $p = 0,2$  МПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

**Задача 3.**

Две параллельные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями  $\sigma_1 = 0,2$  мкКл/м<sup>2</sup> и  $\sigma_2 = -0,3$  мкКл/м<sup>2</sup>, находятся на расстоянии  $d = 0,5$  см друг от друга. Определить разность потенциалов между плоскостями.

**Задача 4.**

Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,05$  Т. Определить момент импульса  $L$ , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиусом  $R = 0,2$  мм.

**Задача 5.**

Протон имеет импульс  $p = 938$  МэВ/с. Какую кинетическую энергию необходимо дополнительно сообщить протону, чтобы его импульс возрос вдвое?

**Задача 6.**

Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность  $w$  обнаружить частицу в средней трети ящика?

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №31

**Задача 1.**

Лодка длиной  $l = 3$  м и массой  $M = 120$  кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами  $m_1 = 60$  кг и  $m_2 = 90$  кг. На сколько сдвинется лодка относительно воды, если рыбаки поменяются местами?

**Задача 2.**

Газ занимает объем  $V = 1$  л под давлением  $p = 0,2$  МПа. Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме.

**Задача 3.**

Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом  $p = 100$  пКл·м. Определить разность потенциалов  $U$  двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии  $r = 10$  см от центра диполя.

**Задача 4.**

Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус  $R_1$  кривизны траектории протона больше радиуса  $R_2$  кривизны траектории электрона?

**Задача 5.**

Альфа-частица с кинетической энергией  $T = 10$  ГэВ при торможении потеряла половину этой энергии. Определить, на сколько раз изменился импульс  $p$  альфа-частицы.

**Задача 6.**

Вычислить энергию ядерной реакции  $4\text{Be}^9 + 2\text{He}^4 \rightarrow 6\text{C}^{12} + 0n^1$ . Освобождается или поглощается эта энергия?

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №32

**Задача 1.**

С какой скоростью вылетит из пружинного пистолета шарик массой  $m = 10$  г, если пружина была сжата на  $\Delta x = 5$  см и жесткость пружины  $k = 200$  Н/м?

**Задача 2.**

Вычислить теплоемкость при постоянном объеме двухатомного газа, заключенного в сосуд  $V = 10$  л при нормальных условиях.

**Задача 3.**

При бомбардировке неподвижного ядра натрия  $\alpha$ -частицей сила отталкивания между ними достигла  $F = 140$  Н. На какое наименьшее расстояние приблизилась  $\alpha$ -частица к ядру атома натрия? Какую скорость имела  $\alpha$ -частица вдали от ядра? Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

**Задача 4.**

Однородное электрическое ( $E = 1000$  В/м) и магнитное ( $H = 1000$  А/м) поля совпадают по направлению. Определить нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_t$  ускорения протона, движущегося в этих полях по направлению силовых линий со скоростью  $v = 8 \cdot 10^5$  м/с. Определить также  $a_n$  и  $a_t$  в момент схождения протона в поля с той же скоростью, если бы он двигался перпендикулярно силовым линиям.

**Задача 5.**

Из смотрового окошечка печи излучается поток  $\Phi_0 = 2040$  Дж/мин. Определить температуру  $T$  печи, если площадь отверстия  $S = 6$  см<sup>2</sup>.

**Задача 6.**

Вычислить энергию ядерной реакции  ${}^7\text{N}14 + 2{}^4\text{He}4 \rightarrow 8{}^{\text{O}}17 + 1{}^1\text{H}1$ . Освобождается или поглощается эта энергия?

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №33

**Задача 1.**

Пружина жесткостью  $k = 104 \text{ Н/м}$  сжата силой  $F = 200 \text{ Н}$ . Определить работу внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на  $\Delta l = 1 \text{ см}$ .

**Задача 2.**

Вычислить киломолярные (килоатомные)  $C_v$  и  $C_p$  и удельные  $c_v$  и  $c_p$  теплоемкости для кислорода и аргона, принимая эти газы за идеальные.

**Задача 3.**

Пылинка массой  $m = 1 \text{ нг}$ , несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов  $U = 3 \text{ МВ}$ . Какова кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

**Задача 4.**

Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 9 \text{ мТл}$  по винтовой линии, радиус которой  $R = 1 \text{ см}$  и шаг  $h = 7,8 \text{ см}$ . Определить период  $T$  обращения электрона и его скорость  $V$ .

**Задача 5.**

Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1 = 400 \text{ К}$ . Какова будет температура  $T_2$  тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в  $n = 10$  раз?

**Задача 6.**

Вычислить энергию ядерной реакции  $1\text{H}^2 + 1\text{H}^2 \rightarrow 2\text{He}^3 + 0n^1$ . Освобождается или поглощается эта энергия?

Составил: преподаватель

В.М. Набока

Контрольная работа по физике.

Вариант №34

**Задача 1.**

Вагон массой  $m = 20$  т двигался со скоростью  $v = 1$  м/с. Налетев на пружинный буфер, он остановился, сжав пружину буфера на  $\Delta x = 10$  см. Определить жесткость пружины.

**Задача 2.**

Смесь состоит из двух молей одноатомного газа и одного моля двухатомного газа. Определить молярные теплоемкости  $C_V$  и  $C_p$  смеси.

**Задача 3.**

Электрон, обладавший кинетической энергией  $T = 5$  эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов  $U = 2$  В?

**Задача 4.**

Альфа-частица, находясь в однородном магнитном поле индукцией  $B = 1$  Тл, движется по окружности. Определить силу  $I$  эквивалентного кругового тока, создаваемого движением альфа-частицы.

**Задача 5.**

Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ( $\lambda_01 = 780$  нм) на фиолетовую ( $\lambda_02 = 390$  нм)?

**Задача 6.**

Вычислить энергию ядерной реакции  ${}^7\text{N}14 + {}^1\text{H}2 \rightarrow {}^6\text{C}12 + {}^2\text{He}4$ . Освобождается или поглощается эта энергия?

Составил: преподаватель

В.М. Набока



Контрольная работа по физике.

Вариант №35

**Задача 1.**

Пружина жесткостью  $k = 103 \text{ Н/м}$  была сжата на  $x_1 = 5 \text{ см}$ . Какую нужно совершить работу, чтобы сжатие пружины увеличить до  $x_2 = 15 \text{ см}$ ?

**Задача 2.**

Вычислить теплоемкость при постоянном объеме газа, заключенного в сосуд емкостью  $V = 20 \text{ л}$  при нормальных условиях. Газ одноатомный.

**Задача 3.**

Электрон с энергией  $T = 100 \text{ эВ}$  (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом  $R = 5 \text{ см}$ . Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее  $Q = - 1 \text{ нКл}$ .

**Задача 4.**

Плоский конденсатор, между пластинами которого создано электрическое поле напряженностью  $E = 200 \text{ В/м}$ , помещен в магнитное поле так, что силовые линии полей взаимно перпендикулярны. Какова должна быть индукция  $H$  магнитного поля, чтобы электрон с начальной энергией  $T = 1 \text{ кэВ}$ , влетевший в пространство между пластинами конденсатора перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, не изменил направление скорости?

**Задача 5.**

Определить температуру  $T$  и энергетическую светимость  $R_0$  абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda = 400 \text{ нм}$ .

**Задача 6.**

Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии  $T = 0,24 \text{ МэВ}$ , при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию  $\epsilon$  каждого фотона и соответствующую ему длину волны  $\lambda$ .

Составил: преподаватель

В.М. Набока

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью проведения итоговой контрольной работы для студентов заочного отделения специальности 190631 по дисциплине "Физика" является выявление знаний и способностей, а также результатов изучения дисциплины.

Исходя из этих целей составлены работы, в каждом варианте по 6 вопросов, отражающих основные вопросы рабочей программы.

"Механика", "Молекулярная физика", "Электродинамика", "Квантовая физика", "Ядерная физика".

Оценивание работы осуществляется по принципу "сложения": оно зависит от числа заданий, которые студент выполнил верно. При этом следует исходить из следующих критериев, проверенных на практике и учитывающих типичные ситуации.

**"ОТЛИЧНО"** - оценка "5" выставляется, если студент выполнил верно все 6 заданий и при оформлении решений допустил незначительные погрешности.

**"ХОРОШО"** - верное выполнение любых 5-6 заданий; незначительные погрешности могут быть допущены.

**"УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"** - выставляется, если студент выполнил верно 3-4 задания.

**"НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО"** - выполнено верно менее двух заданий.

Наличие большего количества вопросов в каждом варианте дает возможность увидеть, какие темы более привлекательны для студентов, что менее твердо ими усваивается, с тем, чтобы совершенствовать процесс обучения в дальнейшем.

Преподаватель:

Набока В. М.

**Иркутский сельскохозяйственный колледж АТ и АПС**

**Цикловая комиссия общеобразовательных дисциплин**

**ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

по дисциплине **"Физика"**

Специальность: 190631

Составил преподаватель: Набока В. М.

Рассмотрено и одобрено

на заседании ЦК

общеобразовательных дисциплин

От "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2015\_\_ г. протокол №\_\_

## **Квалификационные требования:**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:

- управлять своей познавательной деятельностью;
- проводить наблюдения;
- использовать и применять различные виды познавательной деятельности для изучения различных сторон окружающей действительности;
- использовать различные источники для получения физической информации;
- давать определения изученным понятиям;
- называть основные положения изученных теорий и гипотез;
- описывать демонстрационные и самостоятельно проведенные эксперименты;
- делать выводы и умозаключения из наблюдений, изученных физических закономерностей;
- применять приобретенные знания по физике для решения практических задач, встречающихся в повседневной жизни, для безопасного использования бытовых технических устройств, рационального природопользования и охраны окружающей среды.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- роль физики в современном мире;
- фундаментальные физические законы и принципы, лежащие в основе современной физической картины мира;
- основные физические процессы и явления;
- важные открытия в области физики, оказавших определяющее влияние на развитие техники и технологии;
- методы научного познания природы;
- как оказать первую помощь при травмах полученных от бытовых технических устройств.