

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
Иркутский государственный аграрный университет имени  
А.А.Ежевского

кафедра: Технический сервис и общепрофессиональные дисциплины

## **РАСЧЁТ ПРЯМЫХ БАЛОК ПРИ ПЛОСКОМ ИЗГИБЕ**

**Методические указания**  
к выполнению расчётно-графической работы по  
сопротивлению материалов  
для студентов инженерного факультета

МОЛОДЁЖНЫЙ - 2020

[Введите текст]

УДК

Рекомендовано к изданию (протокол № от г.).

Составители: доц. СВ. Алтухов

Рецензенты:

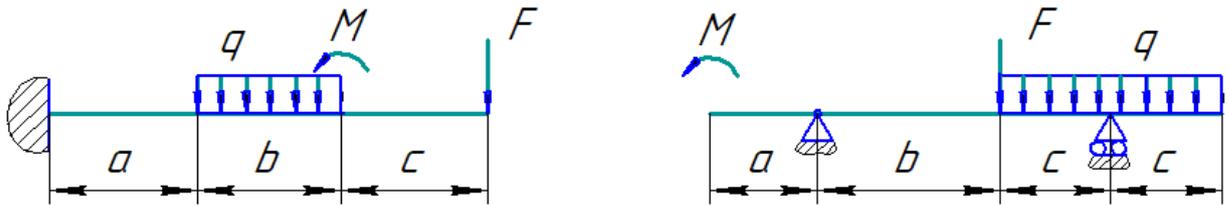
В указаниях приведены основные сведения для выполнения контрольных работ по сопротивлению материалов по теме плоский поперечный изгиб прямых балок.

Приведены задания и пример выполнения работы. Указания снабжены контрольными вопросами и приложениями, позволяющими выполнить расчеты без привлечения дополнительной литературы.

[Введите текст]

Исходными данными для выполнения расчёта являются схема балки, величина, направление и место приложения внешних нагрузок.

Например:



	$a, м$	$b, м$	$c, м$	$F, кН$	$M, кН*м$	$q, Н/м$	$[\sigma]_1, МПа$	$[\sigma]_2, МПа$
1	0,5	1,5	2,5	5	10	2000	15	140

Рис. 1 Пример выбора исходных данных

### ПРИМЕРНЫЙ ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ

1. Для рассчитываемой балки составляем в примерном масштабе расчётную схему с нагрузками.

2. Указываем на схеме опорные реакции, вычисляем опорные реакции с помощью уравнений равновесия.

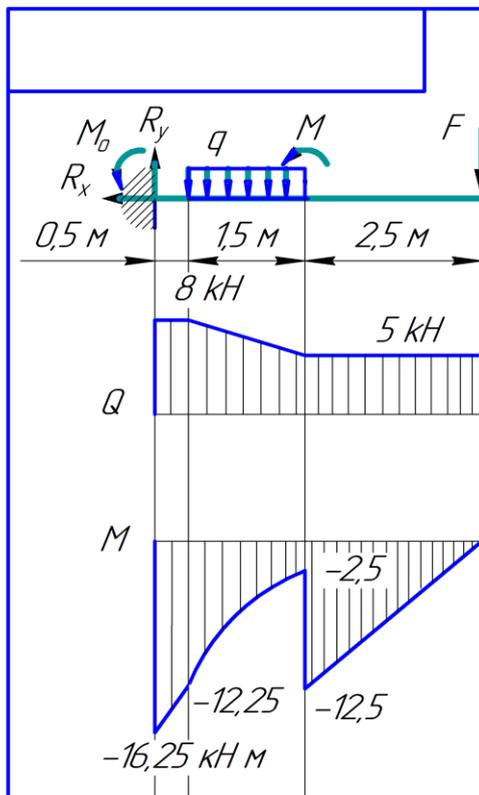
3. Определяем поперечные силы на каждом участке балки и строим в примерном масштабе эпюру поперечных сил.

4. Определяем изгибающие моменты на каждом участке и строим эпюру изгибающих моментов.

5. Находим самое нагруженное сечение балки и рассчитываем требуемые размеры сечения по условию прочности. Для консольной балки материал – дерево, поперечное сечение прямоугольное с размерами  $b \times h$ , при  $h=1,8b$ . Для двухопорной балки материал углеродистая сталь, сечение двутавр.

6. Обе балки рассчитываем в программе АРМ Веат. Сравниваем результаты ручных и машинных вычислений. Оцениваем деформации и напряжения в балках. Для консольной балки в машинном расчёте указываем материал – дерево. Характеристики дерева: предел прочности 40 МПа, модуль упругости  $E = 10000$  МПа, коэффициент Пуассона 0,1, плотность дерева  $750 \text{ кг/м}^3$ . Для двухопорной двутавровой балки материал Ст3 выбрать по базе данных.

### Пример расчёта консольной балки



$$F = 5 \text{ кН}, M = 10 \text{ кН м}, q = 2 \text{ кН/м}$$

*Заменим опору реакциями  $R_x, R_y, M_0$ .  
Найдем неизвестные реакции  
с помощью уравнений равновесия.*

$$\sum F_x = R_x = 0;$$

$$\sum F_y = -q \cdot 1.5 - F + R_y = 0;$$

$$R_y = F + q \cdot 1.5;$$

$$R_y = 5 + 2 \cdot 1.5 = 8 \text{ кН}$$

$$0 \sum M(F) = -F(a+b+c) - qb(a+b/2) + M_0 + M = 0;$$

$$M_0 = F(a+b+c) + qb(a+b/2) - M =$$

$$= 5 \cdot 4.5 + 2 \cdot 1.5(0.5 + 1.5/2) - 10 = 16.25 \text{ кН·м}$$

*Определим поперечные силы  $Q$*

1-ый участок  $z = 0 \dots 0.5 \text{ м}$ ;  $Q_1 = R_y = 8 \text{ кН}$

2-ой участок  $z = 0.5 \dots 2 \text{ м}$ ;  $Q_2 = R_y - q(z - a)$

$$Q_2^I = 8 - 2 \cdot 0 = 8 \text{ кН}, Q_2^{II} = 8 - 2 \cdot 1.5 = 5 \text{ кН},$$

3-й участок  $z = 2 \dots 4.5 \text{ м}$ ,  $Q_3 = R_y - qb = 5 \text{ кН}$

*Определим изгибающие моменты  $M$*

1-ый участок  $z = 0 \dots 0.5 \text{ м}$ ;  $M = R_y z - M_0$ ;

$$M_1^I = 8 \cdot 0 - 16.25 = -16.25 \text{ кН·м}, M_1^{II} = 8 \cdot 0.5 - 16.25 = -12.25 \text{ кН·м}$$

2-ой участок  $z = 0.5 \dots 2 \text{ м}$ ;  $M_2 = R_y z - q(z - a)(\frac{z - a}{2}) - M_0$

$$M_2^I = 8 \cdot 0.5 - 2 \cdot 0(0) - 16.25 = -12.25; M_2^{II} = 8 \cdot 2 - 2 \cdot 1.5 \cdot (\frac{2 - 0.5}{2}) - 16.25 = -2.5 \text{ кН·м}$$

3-й участок  $z = 2 \dots 4.5 \text{ м}$ ,  $M_3 = R_y z - q b(z - a - \frac{b}{2}) - M_0 - M$

$$M_3^I = 8 \cdot 2 - 2 \cdot 1.5 \cdot (2 - 0.5 - 1.5/2) - 16.25 - 10 = -12.5 \text{ кН·м},$$

$$M_3^{II} = 8 \cdot 4.5 - 2 \cdot 1.5 \cdot (4.5 - 0.5 - 1.5/2) - 16.25 - 10 = 0. \quad M_{\max} = 16.25 \text{ кН·м}$$

*Требуемый момент сопротивления сечения по условию прочности*

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]_1} = \frac{16.25 \cdot 10^6}{15} = 1083333 \text{ мм}^3, \text{ сечение прямоугольное } b \times h, W_x = bh^2/6,$$

$$\text{при } b = h/1.8, W_x = h^3 / (1.8 \times 6), h = (10.8 \cdot W_x)^{0.333} = (10.8 \cdot 1083333)^{0.333} = 226 \text{ мм},$$

примем  $h = 230 \text{ мм}$ ,  $b = 230/1.8 = 128$  округлим до  $130 \text{ мм}$ ,

для балки требуются размеры сечения  $b \times h = 130 \times 230 \text{ мм}$ .

Изм. / Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лист

[Введите текст]

## Пример машинного расчёта двухопорной двутавровой балки

26 марта 2018 г.

9:18

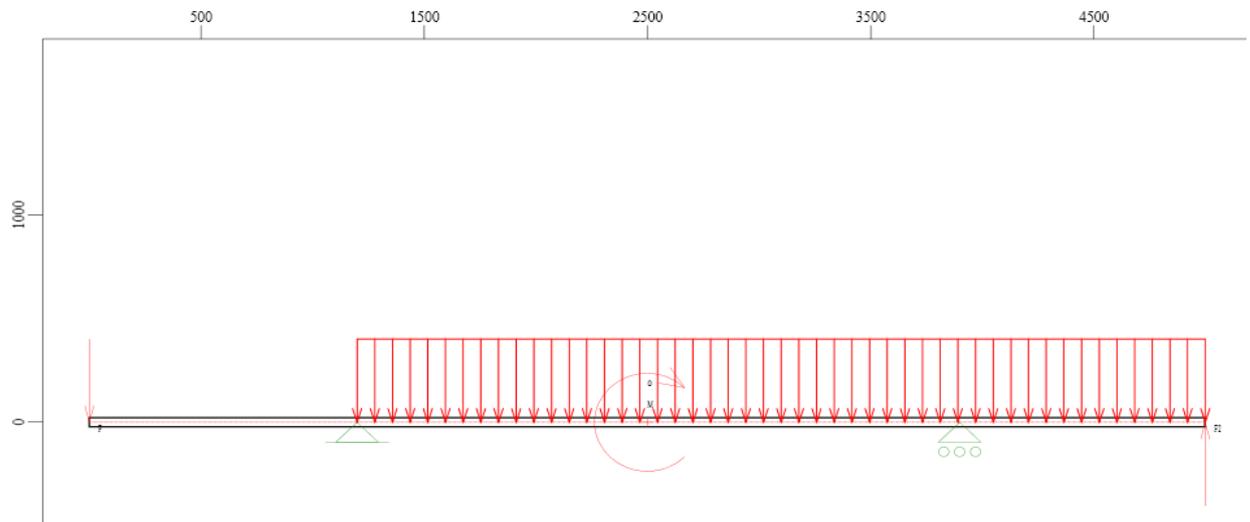


Рис. 2 Схема нагрузки балки в APM Beam.

Таблица: Нагрузки

Радиальные силы				
N	Расстояние от левого конца балки, мм	Модуль, Н	Угол, град	
0	0.00	5000.00	180.00	
1	5000.00	3000.00	0.00	
Моменты изгиба				
N	Расстояние от левого конца балки, мм	Модуль, Нхм	Угол, град	
0	2500.00	4000.00	0.00	
Распределенные нагрузки				
N	Левая граница, мм	Правая граница, мм	Удельная сила на левой границе, Н/мм	Удельная сила на правой границе, Н/мм
0 B	1200.00	5000.00	-0.80	-0.80

Реакции в опорах					
N	Расстояние от левого конца балки, мм	Реакция верт., Н	Реакция гориз., Н	Модуль Н	Угол, град
0	1200.00	7789.63	0.00	7789.63	90.00
1	3900.00	-2749.63	0.00	2749.63	-90.00

Рис. 3 Заданные нагрузки и расчетные реакции.

[Введите текст]

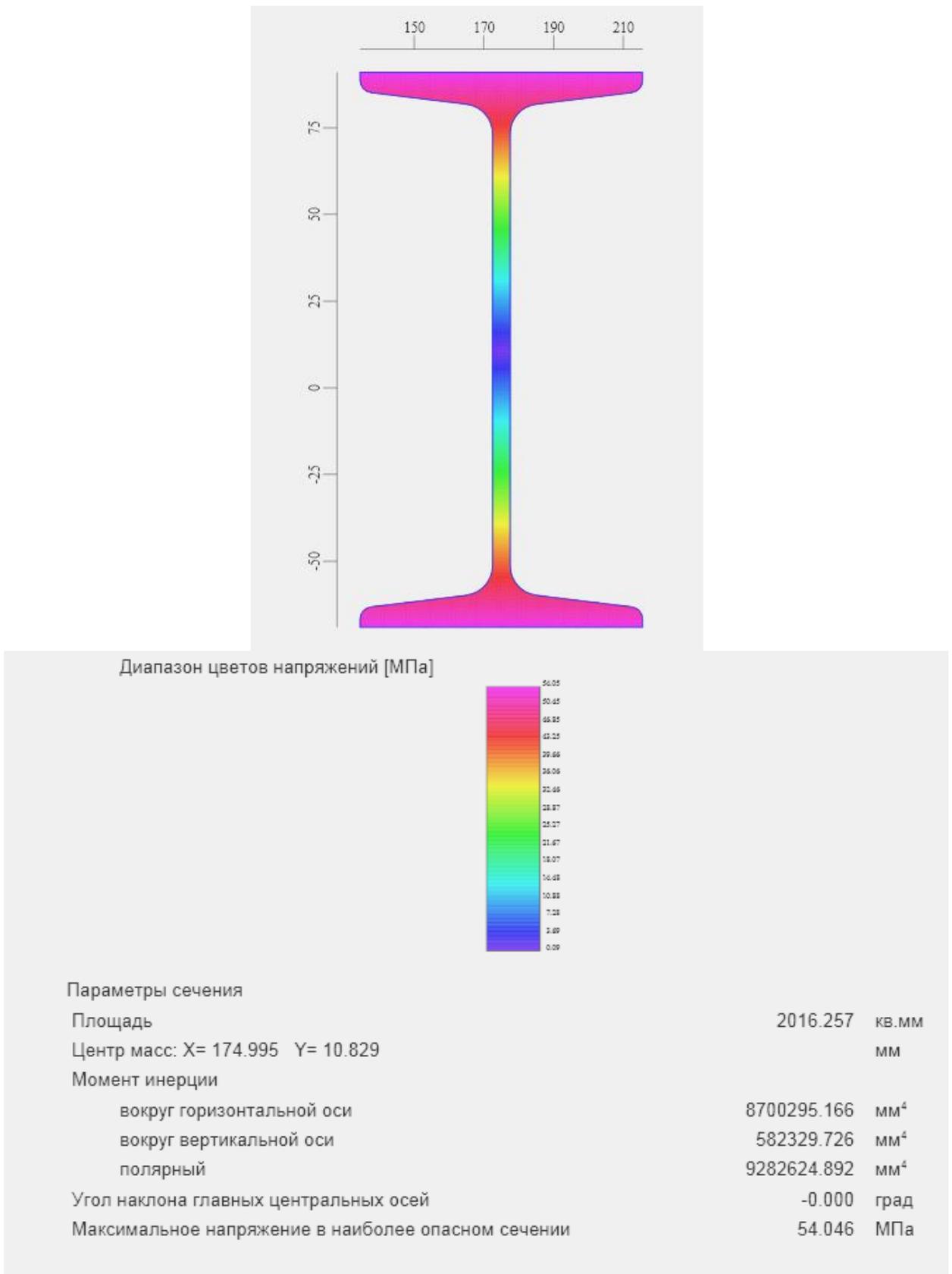


Рис.4 Расчетные напряжения в поперечном сечении.

[Введите текст]

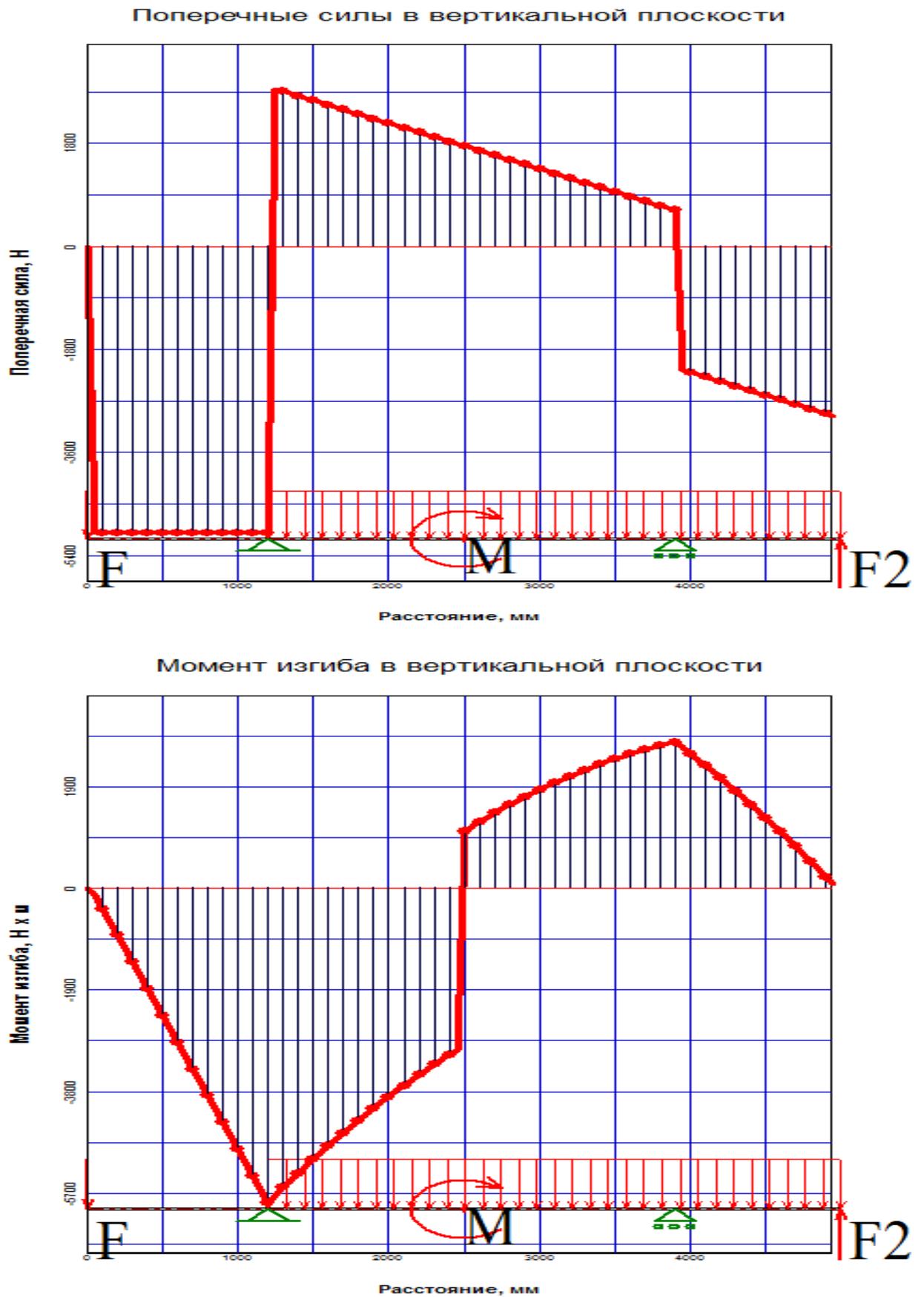


Рис.5 Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

[Введите текст]

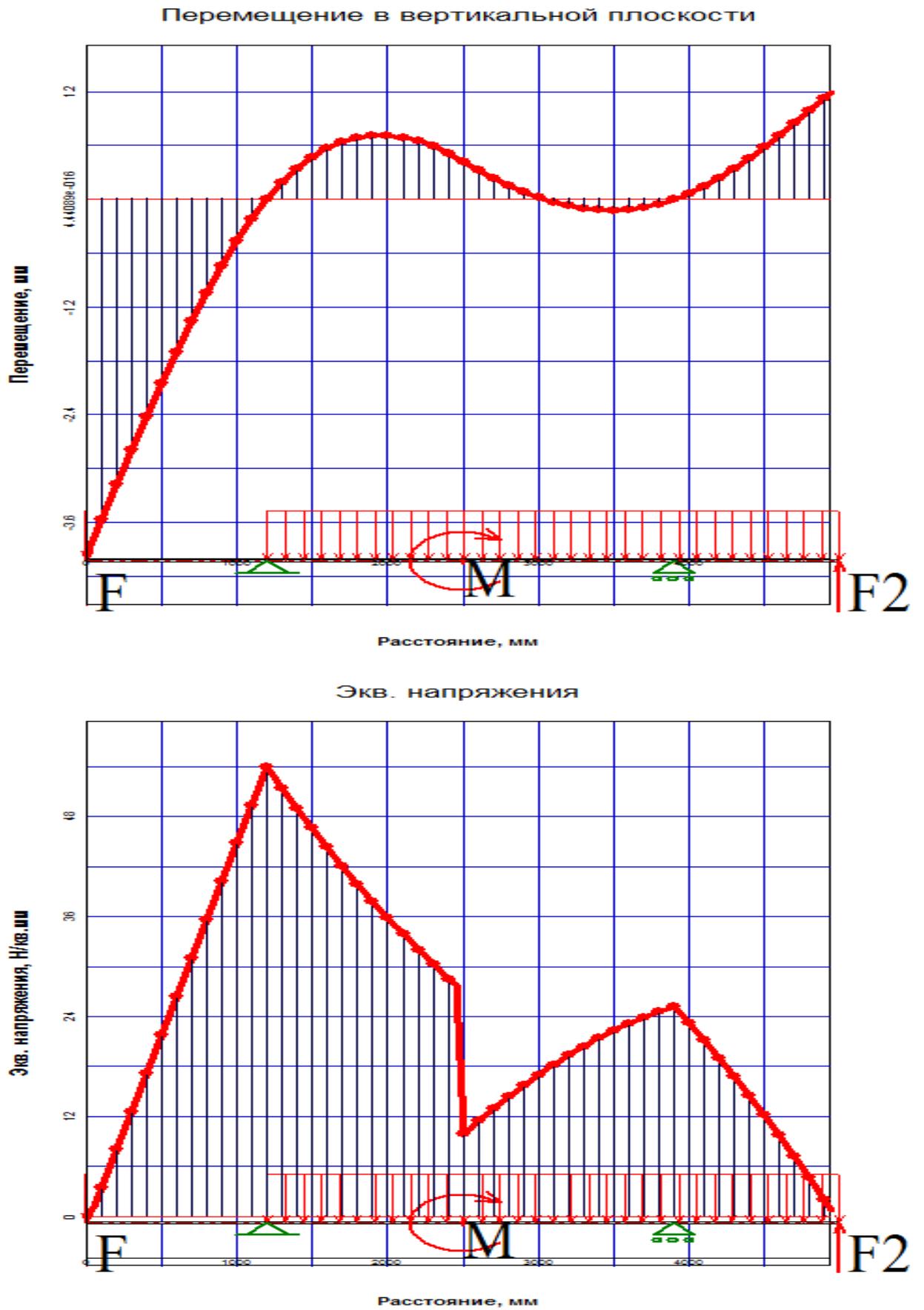


Рис.6 Эпюры вертикальных перемещений и эквивалентных напряжений

## Контрольные вопросы

- 1) Какая деформация называется изгибом?
- 2) Что такое прямой изгиб?
- 3) Что называют чистым и что поперечным изгибом?
- 4) Какие силовые факторы действуют при изгибе?
- 5) Перечислите виды балок и виды опор.
- 6) Напишите условие прочности балки при изгибе.
- 7) От чего зависят нормальные напряжения в поперечном сечении балки?
- 8) Как определить касательные напряжения при изгибе?
- 9) Что такое осевой момент инерции и осевой момент сопротивления?
- 10) Напишите формулу проектного расчёта балки при изгибе.
- 11) Что такое жёсткость поперечного сечения балки, в каких единицах она измеряется?
- 12) Что называют жёсткостью балки?
- 13) Как определяются линейные и угловые перемещения в балках?
- 14) Что такое и для чего используют уравнение упругой линии балки?
- 15) Что такое интеграл Мора, для каких целей применяется?
- 16) Для чего применяется способ Верещагина?
- 17) Что такое грузовое состояние и грузовая эпюра?
- 18) Что такое фиктивное состояние и фиктивная нагрузка?
- 19) В чем заключается расчёт балки на жёсткость?
- 20) Какие формы поперечного сечения балок применяются в машиностроении, в строительстве какие из них более рациональны и почему?

Исходные данные.

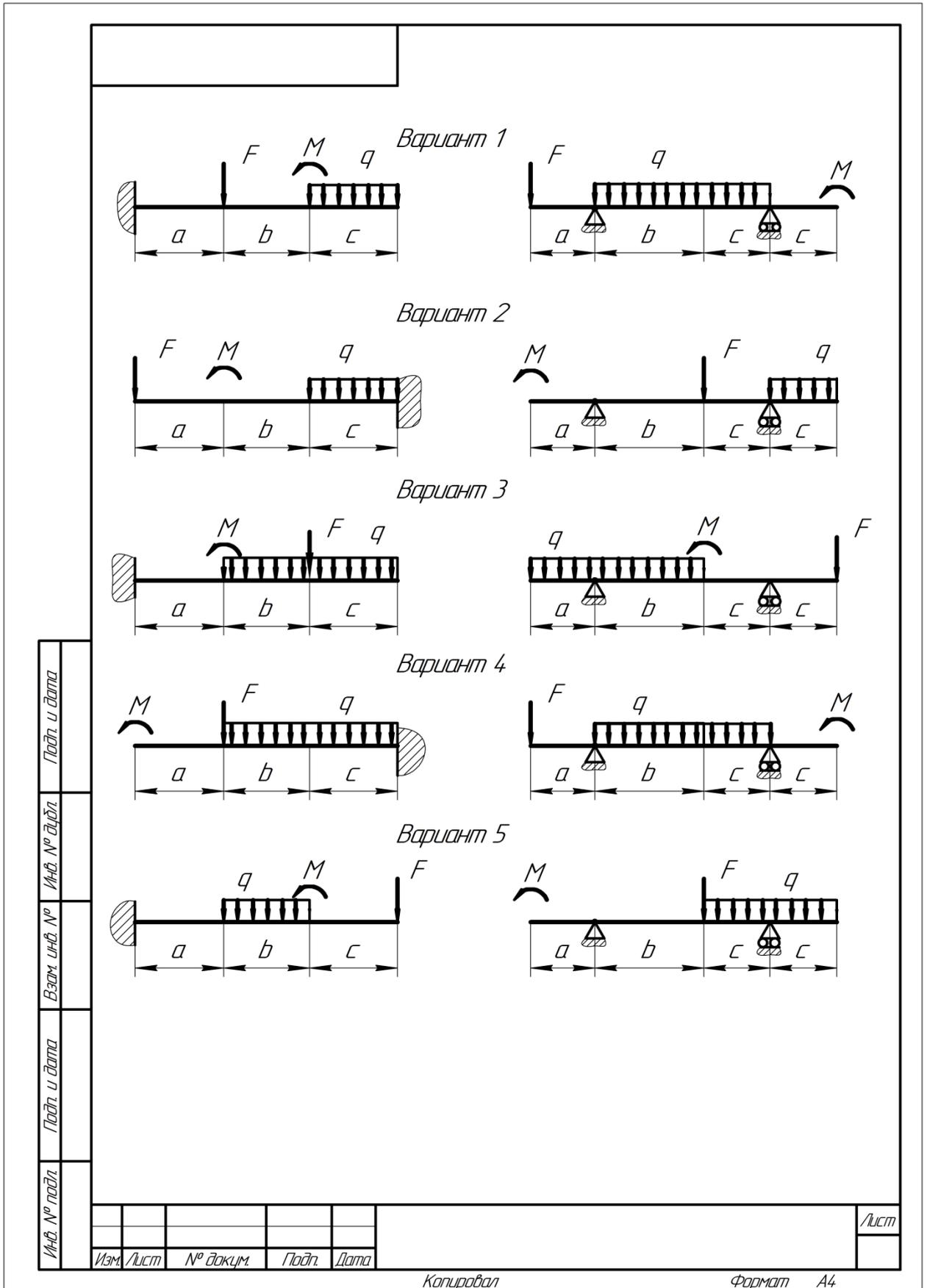


Рис. 7 Схемы балок

*Исходные данные для решения самостоятельной домашней работы по сопротивлению материалов по теме "Плоский изгиб прямого бруса"*

	<i>a, м</i>	<i>b, м</i>	<i>c, м</i>	<i>F, кН</i>	<i>M, кН*м</i>	<i>q, Н/м</i>	$[\sigma]_1, \text{МПа}$	$[\sigma]_2, \text{МПа}$
1	0,5	1,6	2,8	1,5	4	500	8	120
2	0,6	1,7	2,7	2	5	600	9	125
3	0,7	1,8	2,6	2,5	6	700	10	130
4	0,8	2	2,5	3	7	800	11	135
5	0,9	2,2	2,4	3,5	8	900	12	140
6	1	2,3	2,3	4	9	1000	13	145
7	1,2	2,4	2,2	4,5	10	1100	14	150
8	1,3	2,5	2,1	5	8	1200	15	155
9	1,4	2,6	2	6	7	1300	16	160
10	1,5	2,8	1,8	7	6	1400	17	165

*Примечание: 1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов  
2. Для консольной балки определить размеры прямоугольного сечения при соотношении высоты к ширине сечения = 1,8, допускаемое напряжение  $[\sigma]_1, \text{МПа}$ .  
3. Для двухопорной балки подобрать размеры двутавра по  $[\sigma]_2, \text{МПа}$   
4. Проверить решение с помощью программы APM Veat, приложить к решению распечатку эпюр поперечных сил, изгибающих моментов, перемещений и распределения напряжений по высоте поперечного сечения.*

<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	<i>Изд. №</i>	
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>						<i>Лист</i>

*Копировал*
*Формат A4*

Рис. 8 Данные для выполнения.