

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского

# **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

для студентов – заочников

направление 35.03.06 – АГРОИНЖЕНЕРИЯ

Иркутск 2019

**УДК 515 (07578)**

Рекомендовано методическим советом Иркутского Государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского (протокол № 6 от 27 мая 2019 года) для студентов – заочников инженерных направления 35.03.06 - Агроинженерия (бакалавриат)

Данные учебное пособие по содержанию соответствуют рабочим программам дисциплины «Начертательная геометрия и инженерная графика», Государственным образовательным стандартам и предназначены для самостоятельной работы студентов – заочников направления 35.03.06 -Агроинженерия. Содержит теоретические основы, которые необходимы для выполнения контрольной работы, задания и примеры их выполнения по разделу «Начертательная геометрия».

Составитель: к.т.н., доцент Косарева А.В. /кафедра технического сервиса и общеинженерных дисциплин ИрГАУ им. А.А. Ежевского/

Рецензенты: к.т.н., доцент Горбунов С.Ф./кафедра естественнонаучных дисциплин, МГТУ ГА Иркутский филиал/  
к.т.н., доцент Алтухов С.В. /кафедра технического сервиса и общеинженерных дисциплин, ИрГАУ им. А.А. Ежевского

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

Учебная дисциплина «Начертательная геометрия и инженерная графика» состоит из двух частей: «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика». Программа курса переработана с учетом и в соответствии с новыми стандартами ЕСКД. Программы едины для дневной и заочной форм обучения, и определяют объем знаний, необходимый для студентов инженерных направлений.

При изучении начертательной геометрии предусматривается: лекционное изложение курса, работа с учебником, учебными и методическими пособиями, практические занятия, выполнение домашних контрольных заданий и расчетно-графических работ, консультации по курсу. Завершающим этапом является собеседование по домашним заданиям, расчетно-графическим и контрольным работам (выявляется самостоятельность их выполнения). Знания, умения, навыки и способности к представлению пространственных форм проверяются на экзамене.

Студенты выполняют ряд комплексных домашних заданий (расчетно-графических работ – РГР) с решением позиционных и метрических задач по основным разделам курса.

По курсу «Начертательная геометрия и инженерная графика» предусматривается контрольная работа, состоящая из двух частей, каждая по соответствующему разделу курса. К экзамену и зачету допускают студентов, выполнившие контрольные работы и прошедшие собеседование.

Перед началом изучения курса необходимо, прежде всего, ознакомиться с программой, прочитать учебную литературу. Наряду с изучением теории необходимо ознакомиться с решением типовых задач каждой темы курса и выполнить контрольную работу.

Надо учитывать уровень своей математической подготовки, уметь достаточно точно и аккуратно выполнять графические построения при решении конкретных геометрических задач. Правильно построенные самостоятельные занятия по начертательной геометрии и инженерной графике разрешат трудности в изучении этой дисциплины и научат студента логически мыслить, представлять всевозможные сочетания геометрических форм в пространстве. Начертательная гео-

метрия и инженерная графика способствует развитию пространственного воображения (мышления), умению «читать» чертежи и с помощью чертежа передавать свои мысли и правильно понимать мысли другого, что крайне необходимо инженеру.

При изучении начертательной геометрии следует придерживаться следующих общих указаний:

1. Дисциплину «Начертательная геометрия и инженерная графика» необходимо изучать строго последовательно и систематически.
2. Прочитанный в учебной литературе материал должен быть глубоко освоен. Студент должен разобраться в теоретическом материале и уметь применить его общую схему к решению конкретных задач.
3. Очень большую помощь в изучении курса оказывает хороший конспект учебника или аудиторных лекций, где записывают основные положения изучаемой темы и краткие пояснения графических построений в решении геометрических задач. Такой конспект поможет глубже понять и запомнить изучаемый материал.
4. Прежде чем приступить к решению той или иной задачи, надо понять её условие и четко представлять себе схему решения, т.е. установить последовательность выполнения операций.
5. В начальной стадии изучения курса начертательной геометрии и инженерной графики полезно прибегнуть к моделированию изучаемых геометрических форм и их сочетаний. Значительную помощь оказывают зарисовки воображаемых моделей, а также их простейшие макеты.
6. Выполнив, контрольные работы по курсу начертательной геометрии и инженерной графике, и имея рецензии на них с отметкой «зачтено», студент имеет право сдавать экзамен и(или) зачет. На экзамене студенту предлагается решить три задачи и ответить на один-два теоретических вопроса по разделу «Начертательная геометрия». На зачете ответить на теоретические вопросы по разделу курса инженерной графики.

## **Требования к выполнению контрольной работы по разделу «Начертательная геометрия»**

Контрольная работа по начертательной геометрии представляет собой эюры (чертежи), которые выполняются по мере последовательности прохождения курса.

Задания на контрольную работу индивидуальные. Они представлены в вариантах. **Номер варианта определяется суммой двух последних цифр зачетной книжки.**

Контрольная работа представляется на проверку в полном объеме (необходимое количество эюров). Представление контрольной работы по частям не разрешается.

Эюры контрольной работы выполняются на листах чертежной бумаги форматов А4 (210x297) и А3 (297x420 мм). На расстоянии 5 мм от линии обреза листа проводится рамка поля чертежа. С левой стороны линии рамки проводится от линии обреза листа на расстоянии 20 мм. В правом нижнем углу формата вплотную к рамке помещается учебная основная надпись.

Все надписи, как и отдельные обозначения, в виде букв и цифр на чертеже, должны быть выполнены стандартным шрифтом размером 5 мм, в соответствии с ГОСТ 2.304 – 81. Чертежи выполняются с помощью чертежных инструментов: вначале тонкими линиями (карандашом марки «Т») с последующей обводкой всех основных построений сплошной основной линией или чёрной тушью.

Перед обводкой чертежа рекомендуется тщательно проверить правильность его выполнения. На тщательность построений должно быть обращено серьезное внимание. Небрежно выполненные построения не только снижают качество чертежа, но и приводят к неправильным результатам.

При обводке карандашом характер и толщина линий берутся в соответствии с ГОСТ 2.303 – 68. Все видимые основные линии – сплошные толщиной  $s = 0,8 \div 1,0$  мм. Линии центров и осевые – штрихпунктирные толщиной от  $s/2$  до  $s/3$

мм. Линии построений и линии связи должны быть сплошными и наиболее тонкими. Линии невидимых контуров вычерчивают штриховыми линиями.

Задания к эпюрам выбирают в соответствии с вариантами из таблиц. Чертежи заданий вычерчивают в заданном масштабе и размещают в заданном масштабе с учетом наиболее равномерного размещения всего эпюра в пределах формата листа.

Чертежи, помещённые в методических указаниях, не являются эталонами исполнения, а служат лишь примерами расположения материала на листе, характеризуют объём и содержание темы.

## **Литература**

### Основная

1. Государственные стандарты «Единая система конструкторской документации» (ЕСКД).
2. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие для вузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский ; под ред. В. О. Гордона, 2004. - 271 с.: ил
3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: Гуманитарно изд. центр ВЛАДОС, 2005 – 471 с.

### Дополнительная

1. Начертательная геометрия. Инженерная графика : тесты : для студентов инж. спец. сельхозвузов направлений 660300 "Агроинженерия", 650900 "Электроэнергетика", 650800 "Теплоэнергетика", 050000 "Образование и педагогика" / Иркут. гос. с.-х. акад., 2009. - 42 с.
2. Талалай, Павел Григорьевич. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Интернет-тестирование базовых знаний : учеб. пособие / П. Г. Талалай, 2010. - 254 с.

## Содержание контрольно-графической работы и основные рекомендации по её оформлению

Контрольно-графическая работа должна быть выполнена на чертежных листах (табл.1)

Таблица 1

Содержание контрольной работы

№ листа	Наименование чертежа	Содержание листа	Формат
1	Точка, прямая, плоскость	Построение точки пересечения прямой с плоскостью	A3
2	Взаимное пересечение плоскостей	Построение двух проекций плоскостей, заданных треугольниками, определить видимость треугольников	A4
3	Построение пирамиды	Построение двух проекций пирамиды, основанием которой является треугольник ABC. Определить натуральные величины основания, высоты и расстояния между ребрами	A3
4	Сечение бителя плоскостями частного положения	Построение трех проекций бителя, рассеченного проецирующими плоскостями, определить натуральную величину фигуры сечения	A4
5	Пересечение тел вращения	Построение двух проекций линию пересечения цилиндра и конуса вращения Определить видимость тел и линии пересечения	A4

- **Номер варианта контрольной работы должен соответствовать сумме двух последних цифр шифра зачетной книжки (студенческого билета) студента.**
- Контрольную работу следует представить преподавателю в полном комплекте.
- Чертежи контрольной работы выполняются на листах чертежной бумаги формата A4 (210x297) и A3 (297 x 420 мм), рисунок 1.1.

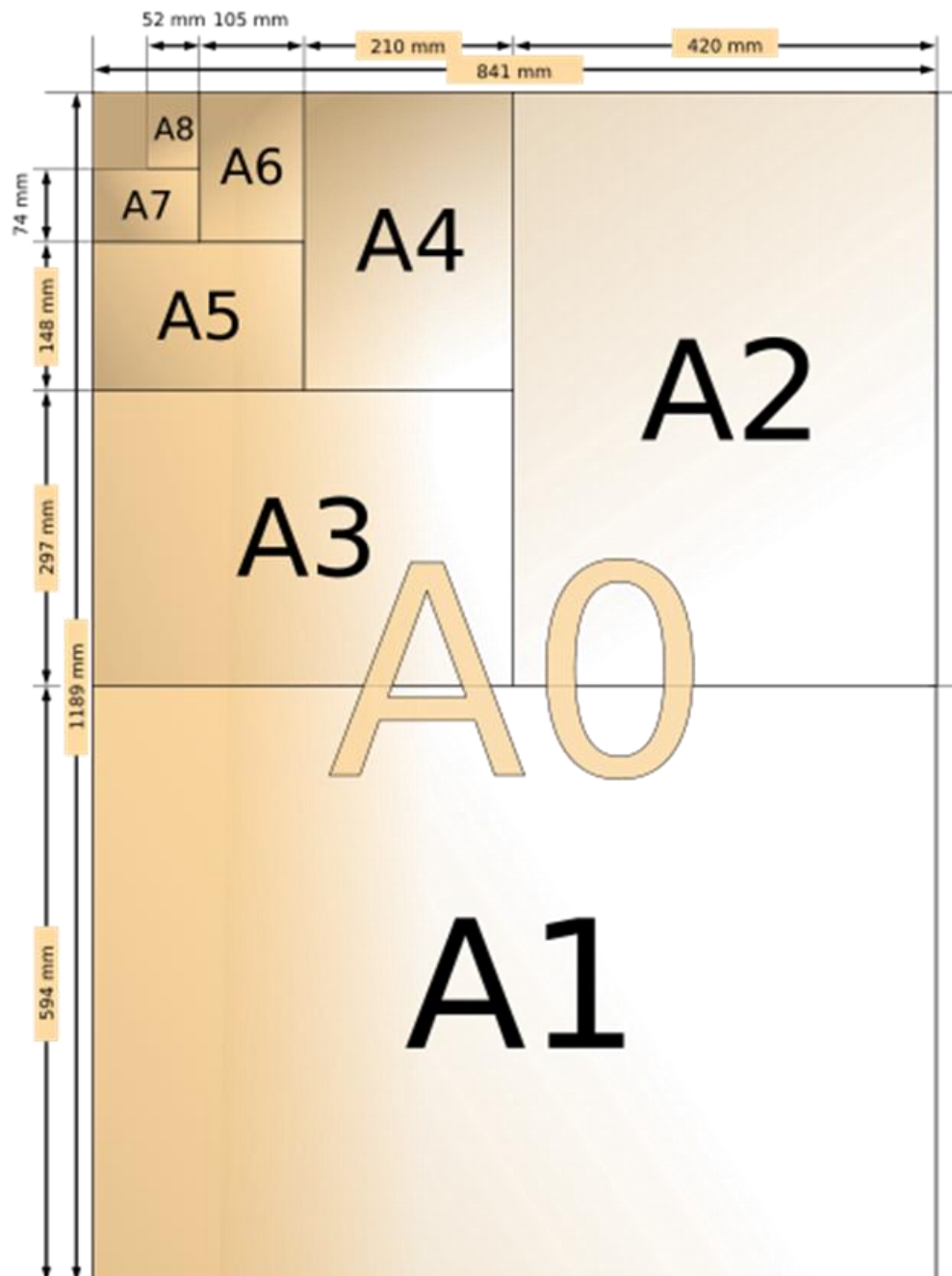


Рисунок 1 – Основные типы форматов

В соответствии с ГОСТ 2.104- 2006 ЕСКД каждый чертеж имеет рамку на расстоянии от левой стороны формата 20 мм, от трех других сторон на расстоянии -5 мм. Левое поле чертежа используется для подшивки. Пример оформления приведен на рисунке 1.2.



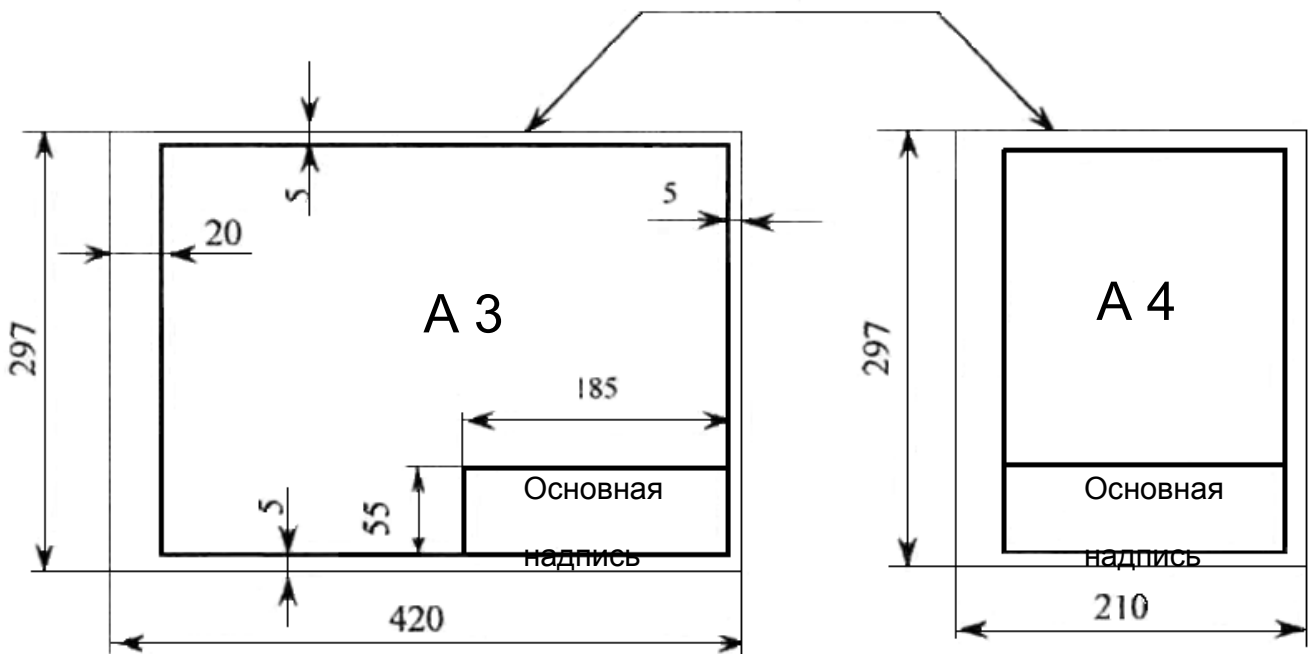


Рисунок 2 – Оформление формата

- Линии чертежа должны иметь начертание в соответствии с их назначением по ГОСТ 2.303-68 ЕСКД. Основные сплошные толстые линии на чертежах выполнять толщиной  $s = 0,8 - 1$  мм, а тонкие толщиной  $s/3 - s/2$ .
- Все надписи, как и отдельные обозначения в виде букв и цифр на чертеже, должны быть выполнены стандартным чертежным шрифтом в соответствии с ГОСТ 2.304-81 ЕСКД.
- Чертежи должны сопровождаться основной надписью по ГОСТ 2.104 - 68 ЕСКД, которую располагают в правом нижнем углу листа. Пример заполнения основной надписи представлен на рисунке 1.3.

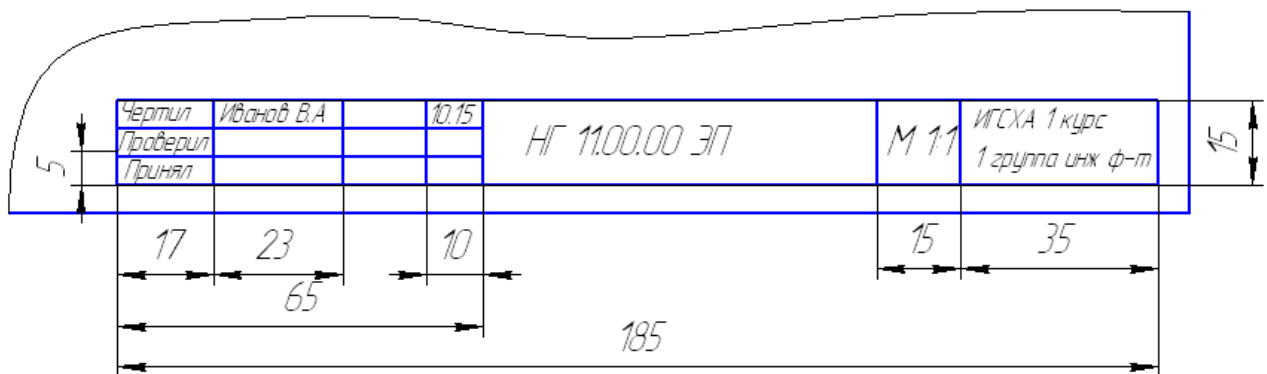


Рисунок 3 – Пример оформления учебной основной надписи

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

## 1.1. Проецирование

Для построения изображений в начертательной геометрии пользуются методом проецирования. Метод заключается в том, что любая точка пространства может быть спроецирована с помощью проецирующих лучей на любую поверхность. Плоскость, на которой получают проекцию объекта называют *плоскостью проекций*. Точка пересечения проецирующего луча с плоскостью – *проекцией точки*. В машиностроении пользуются *методом Монжа* – методом ортогонального проецирования, когда проецирующие лучи параллельны между собой и перпендикулярны к плоскостям проекций. При этом плоскости проекций перпендикулярны между собой и линии их пересечения – оси проекций. Таким образом, любая точка может быть спроецирована на три плоскости проекций: горизонтальную ( $\Pi_1$ ), фронтальную ( $\Pi_2$ ) и профильную ( $\Pi_3$ ), рисунок 1.1.

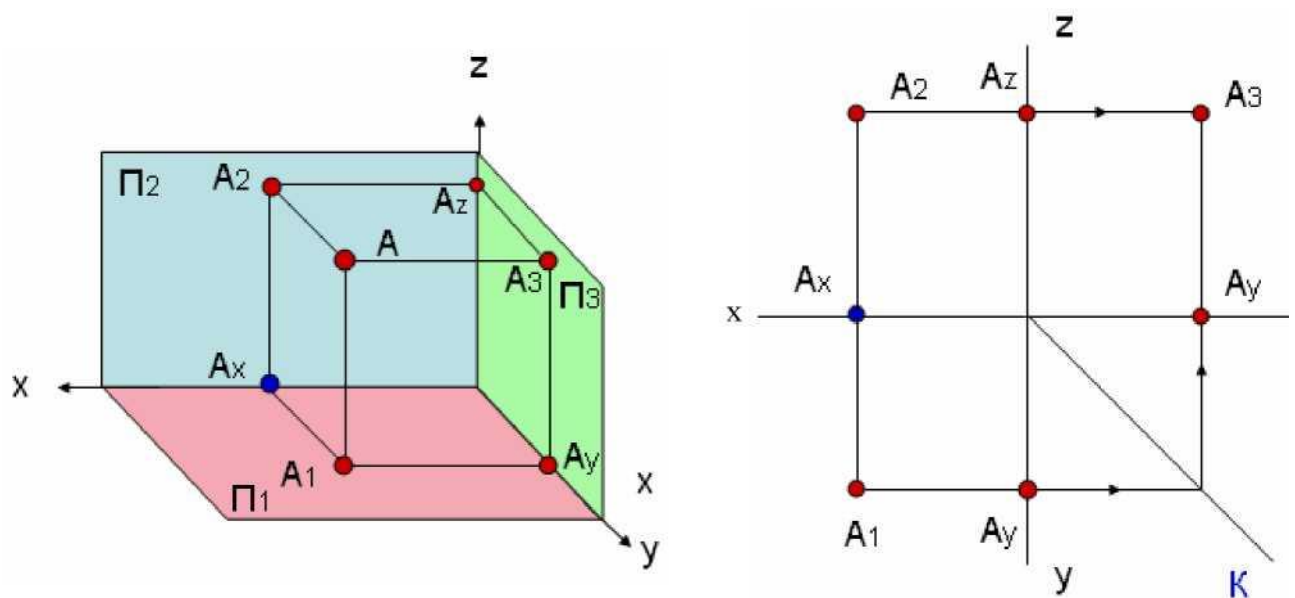


Рисунок 1.1 – Ортогональное проецирование точки.

Положение точки в пространстве может быть определено с помощью координат:  $x$  – абсциссы (отрезок  $OA_x$ , рисунок ),  $y$  – ординаты (отрезок  $OA_y$ , рисунок),  $z$  - аппликаты (отрезок  $OA_z$ , рисунок ).

## 1.2. Эпюр Монжа точки

Для построения комплексного чертежа (эпюра) точки по заданным координатам  $A(40, 50, 30)$ , где  $x=40\text{мм}$ ,  $y=50\text{мм}$ ,  $z=30\text{мм}$ , необходимо:

1. Построить координатные оси, единичный отрезок равен 1 мм;

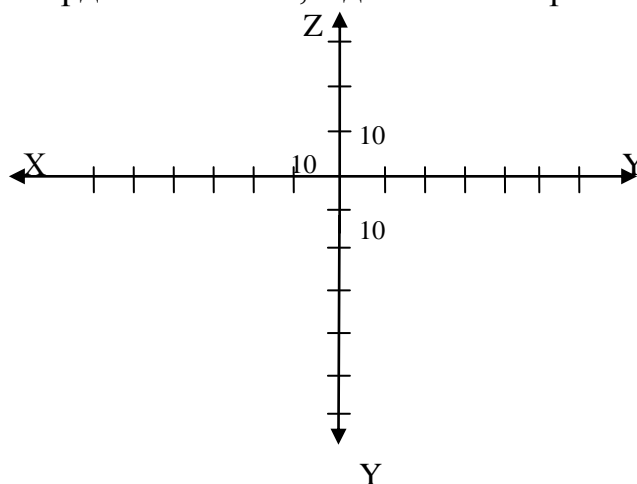


Рисунок 1.2– Расположение осей на эпюре Монжа

2. Отложить координаты  $x = 40\text{мм}$  и  $y = 50\text{мм}$  по соответствующим осям, рисунок 1.3

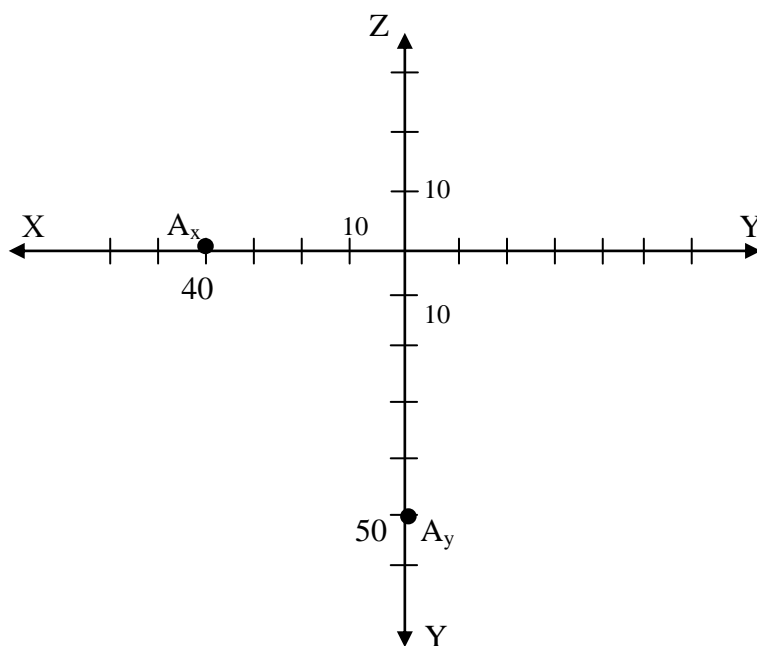


Рисунок 1.3 – Построение координат  $x$  и  $y$

3. Восстановить перпендикуляры к осям (линии связи) из точек на осях, точка пересечения перпендикуляров и будут являться горизонтальной  $A_1(x;y)$  проекций точки  $A$ , рисунок 1.4.

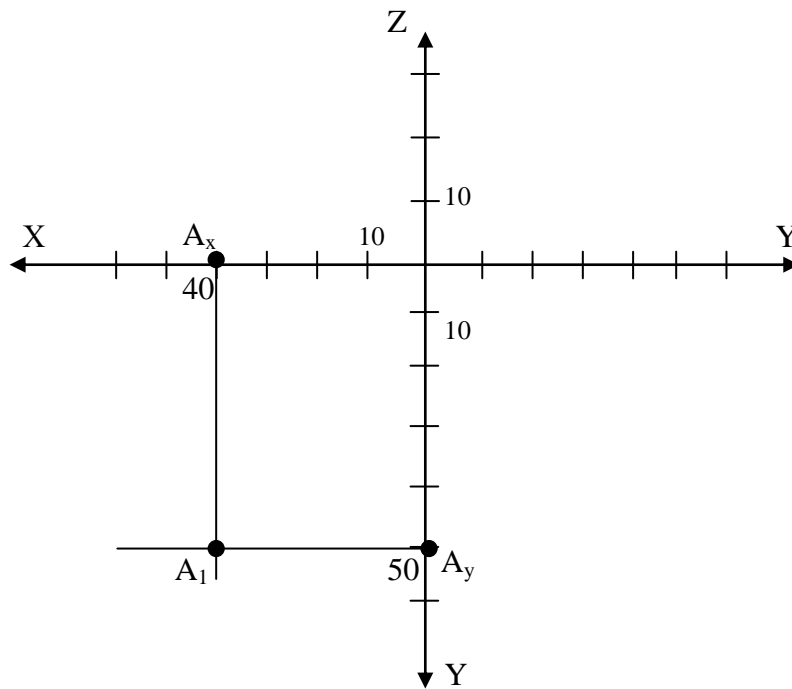


Рисунок 1.4 – Построение фронтальной проекции точки  $A$

3. Аналогично отложить по оси  $z$ , соответствующую координату равную 30 мм, рисунок . Восстановить перпендикуляры к осям (линии связи) из точек на осях, точки пересечения перпендикуляров и будет являться фронтальной  $A_2(x;z)$  проекциями точки  $A$ , рисунок 1.5;

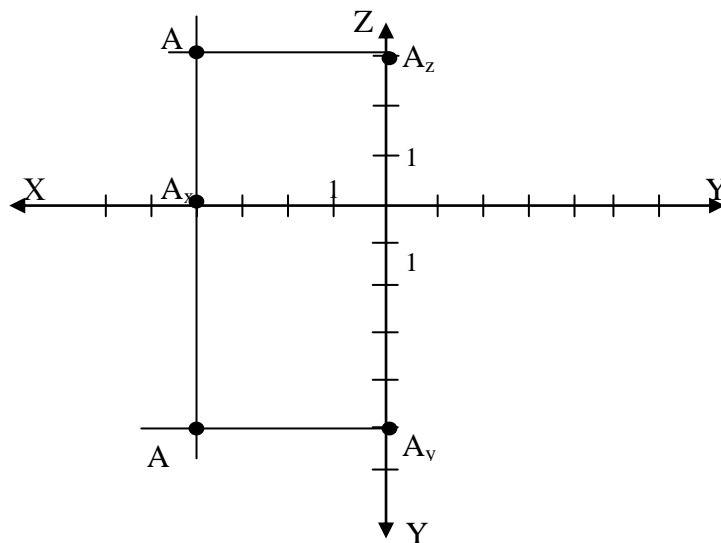


Рисунок 1.5 – Построение фронтальной проекции точки  $A$

4. Достроить профильную проекцию  $A_3(y;z)$  точки  $A$ . Для этого необходимо ножку циркуля поместить в точку начала отсчета и радиусом, равным значению координаты  $y$  построить дугу до пересечения в горизонтальной осью  $Y$ , либо воспользоваться биссектрисой угла, рисунок 1.6.
5. Из точек на осях  $Z$  и  $Y$  восстанавливаем перпендикуляры их пересечение дает положение профильной проекции точки  $A$  -  $A_3(y;z)$ .

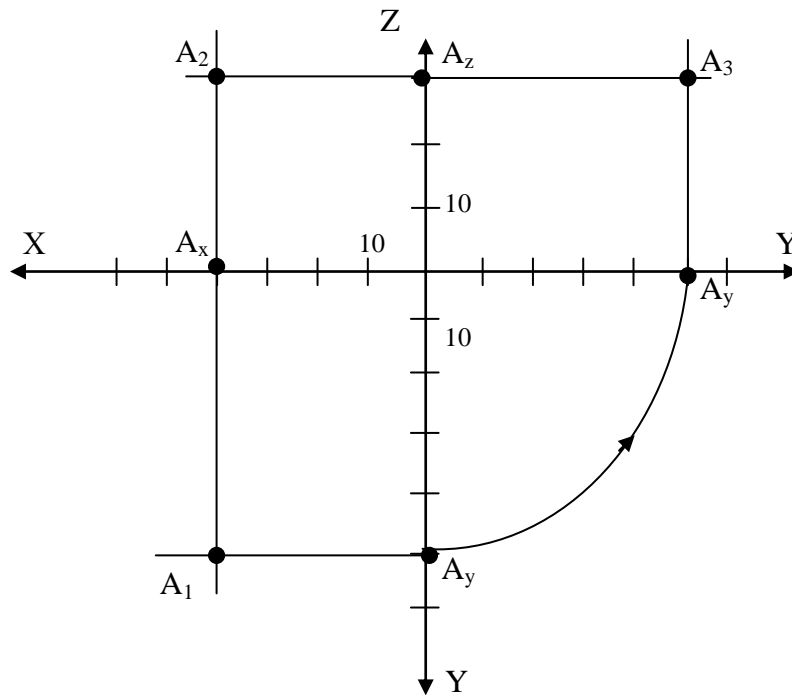


Рисунок 1.6 – Построение профильной проекции точки  $A$

### 1.3. Проецирование прямой

Чтобы спроецировать отрезок прямой необходимо из крайних точек отрезка опустить перпендикуляры к плоскости проекций, рисунок 1.7. Полученные точки соединяют между собой – это и будет проекция отрезка. Проекция прямой – прямая.

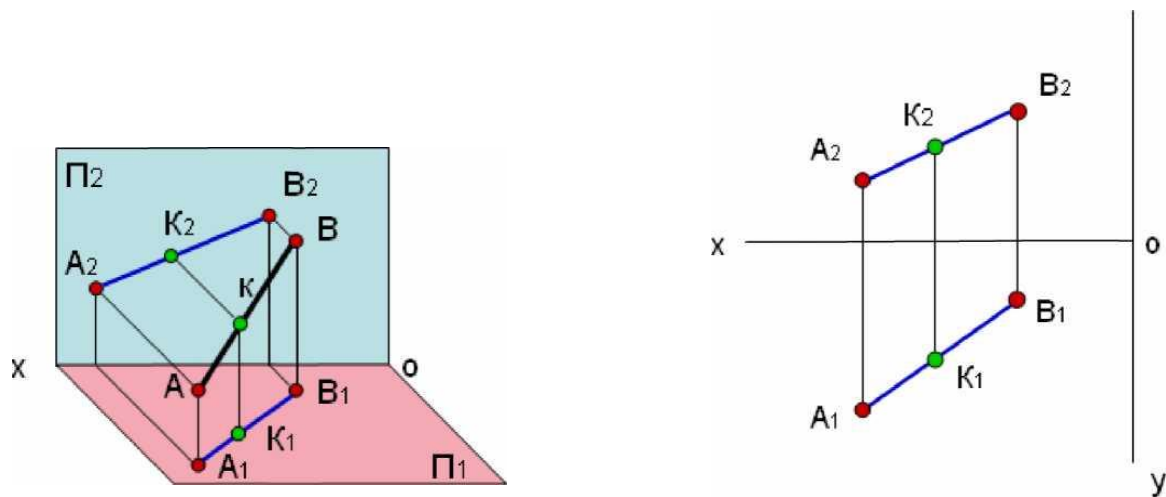


Рисунок 1.7 – Ортогональное проецирование прямой общего положения

Прямая, наклонная ко всем плоскостям проекций называется прямой *общего положения*, рисунок. Прямые параллельные хотя бы одной из плоскостей проекций - прямые *частного положения*.

Прямые частного положения можно разделить на три группы:

- прямые, параллельные двум плоскостям проекций и перпендикулярные к третьей (*проецирующие прямые*), рисунок 1.8. Одна проекция этих прямых вырождается в точку;

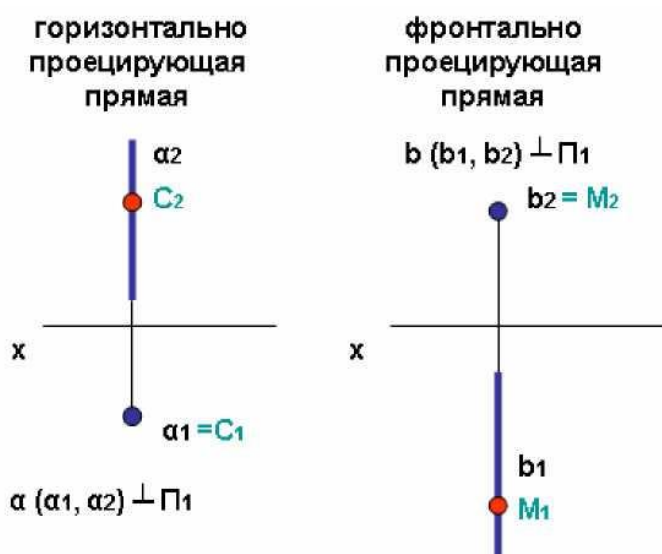


Рисунок 1.8 – Изображение проецирующих прямых

- прямые, параллельные одной плоскости проекций, а к двум другим направлены под углом (*прямые уровня*). Одна проекция параллельна самой прямой и представляет собой натуральную величину, а также определяет углы наклона этой прямой к двум другим плоскостям проекций.

В зависимости от того, какой плоскости проекций параллельна прямая различают:

Горизонталь - прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонталь (*h*), в этом случае горизонтальная проекция натуральная величина, рисунок 1.9.

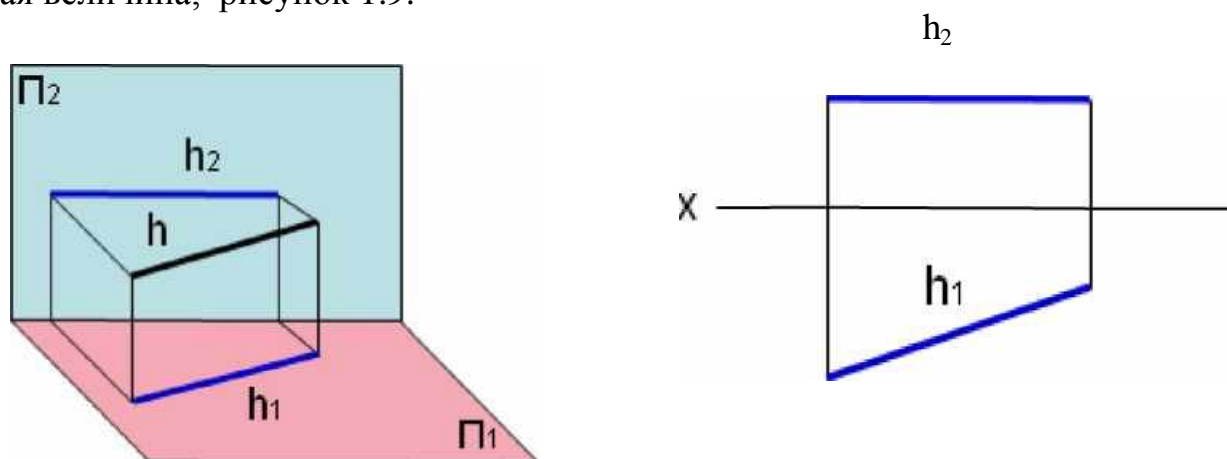


Рисунок 1.9 – Изображение горизонтали

Фронталь - прямая параллельная фронтальной плоскости проекций – фронталь (*f*), фронтальная проекция натуральная величина, рисунок 1.10.

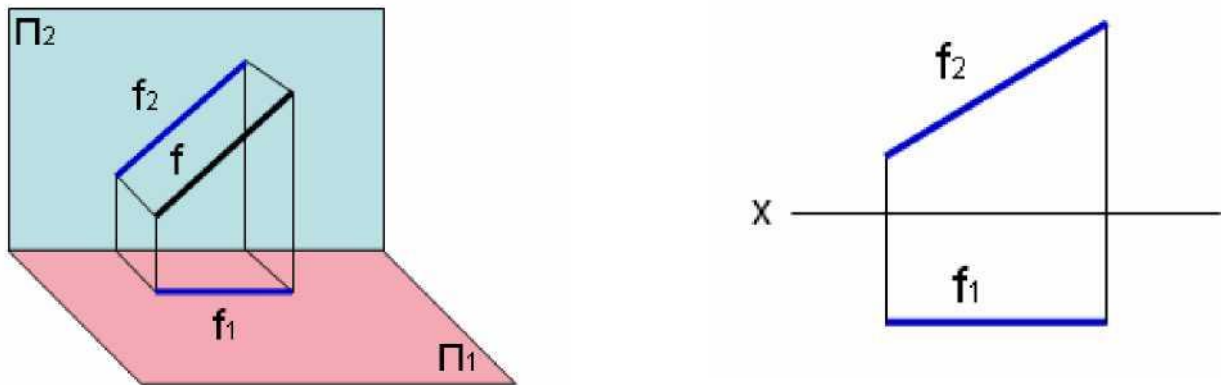


Рисунок 1.10 – Изображение фронтали

Профильную прямую (параллельна  $\Pi_3$ );

- прямые, лежащие в плоскости проекций. Две проекции этих прямых расположены на осях координат.

Условие принадлежности точки прямой:

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой.

### 1.3.1 Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника

Для нахождения натуральной величины можно воспользоваться методом прямоугольного треугольника: *Натуральная величина длина отрезка равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен одной из проекций отрезка, другой – разности расстояний концов второй проекции от оси проекций*, рисунок 1.11.

Без определения натуральной величины отрезка нельзя найти натуральный угол наклона к плоскостям проекций



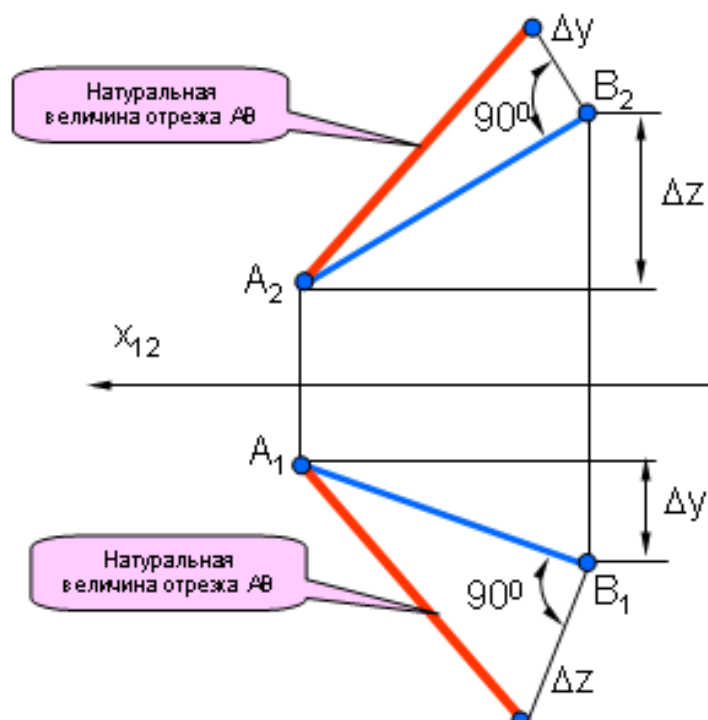


Рисунок 1.11– Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника.

### 1.3.2 Взаимное положение прямых в пространстве

Прямые в пространстве могут быть:

- параллельны (одноименные проекции параллельны между собой);
- пересекаться (прямые лежащие в одной плоскости и имеющие общую точку);
- скрещиваться (не параллельны и не пересекаются).

Частным случаем пересекающихся прямых является их взаимная перпендикулярность. Прямой угол между пересекающимися прямыми проецируется в натуральную величину только в том случае, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, т.е. является прямой уровня, рисунок 1.12.

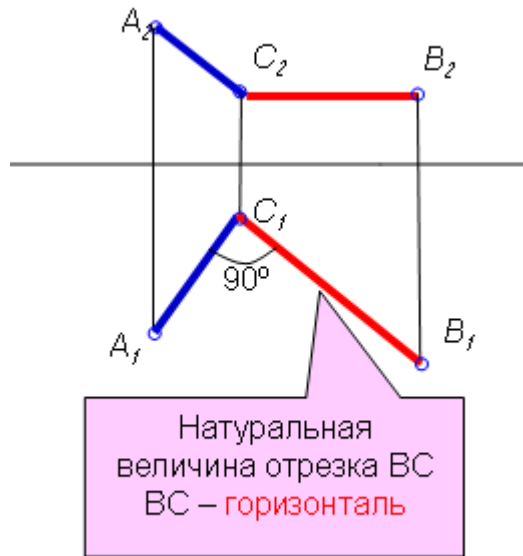


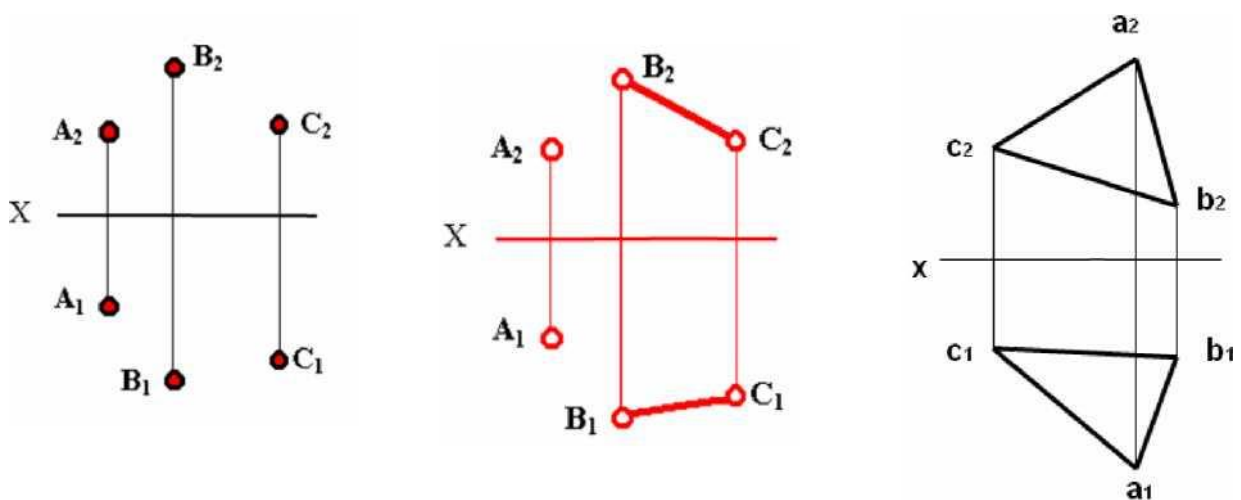
Рисунок 1.12 – Изображение прямого угла.

## 1.4. Плоскость

### 1.4.1. Способы задания плоскости на чертеже

Положение плоскости в пространстве определяется:

Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой; проекциями прямой и точки, не лежащей на данной прямой; проекциями параллельных и



пересекающихся прямых; любой плоской фигурой, рисунок 1.13.

Рисунок 1.13 – Изображение плоскости на чертеже.

Плоскость в пространстве может быть задана следами. След плоскости – линия пересечения плоскости и плоскости проекций, рисунок 1.14.

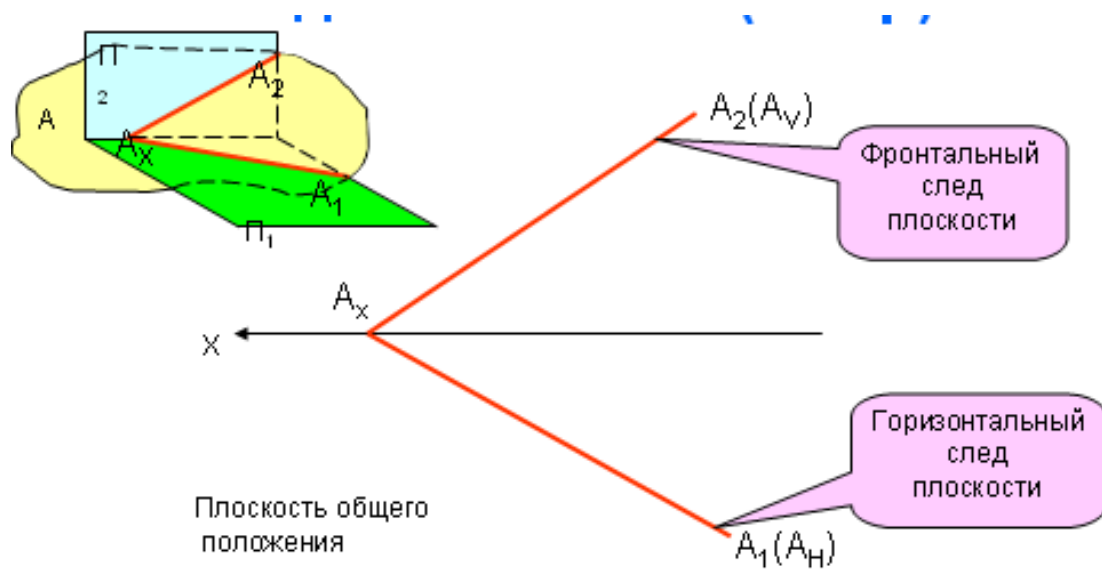


Рисунок 1.14 – Задание плоскости следами.

### 1.4.2. Виды плоскостей

Все плоскости делятся на плоскости общего и частного положения. Плоскости общего положения не параллельны и не перпендикулярны ни одной из плоскостей проекций, рисунок 1.15. Плоскости частного положения можно разделить на две группы: первая – перпендикулярные к двум плоскостям проекций и параллельные одной из них (плоскости уровня); вторая – перпендикулярные одной плоскости проекций и наклоненные к двум другим (проецирующие).

Плоскость общего положения ни параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

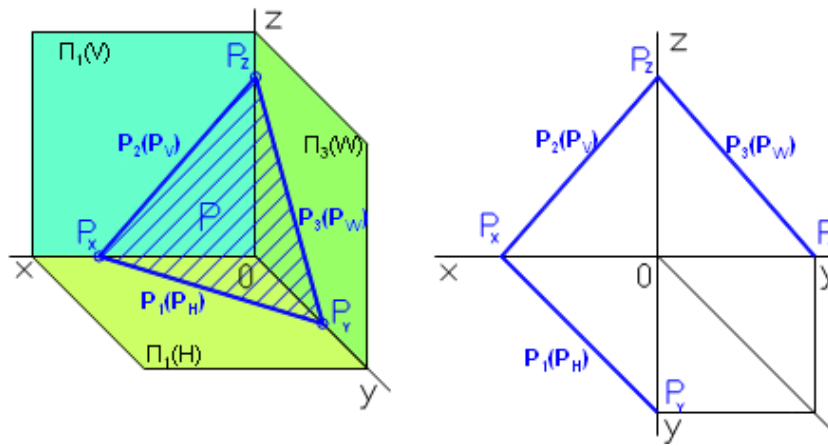


Рисунок 1.15 – Изображение плоскости общего положения

Плоскости уровня – параллельны одной из плоскостей проекций

Горизонтального уровня – параллельна горизонтальной плоскости проекций, рисунок 1.16.

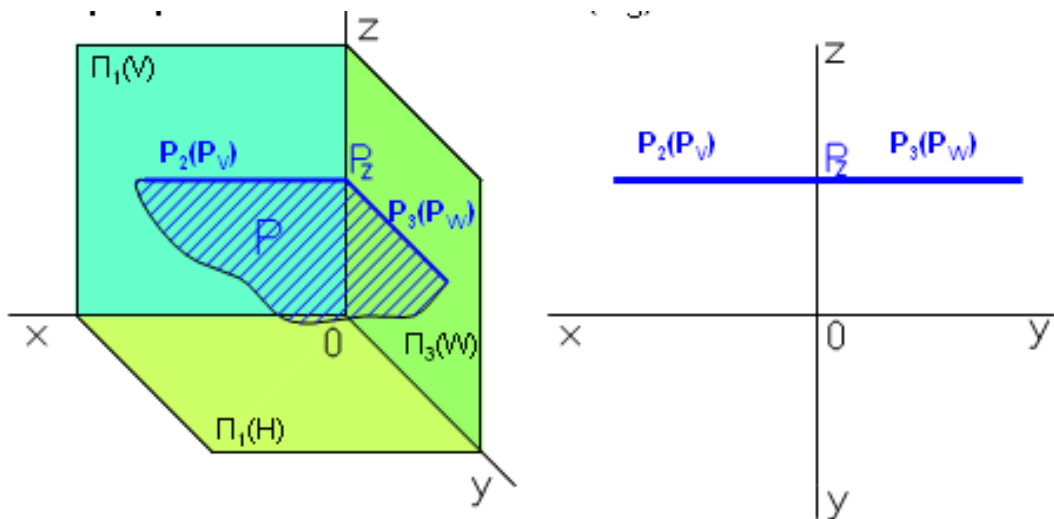


Рисунок 1.16 – Изображение плоскости горизонтального уровня

Фронтально уровня - параллельна фронтальной плоскости проекций, рисунок 1.17.

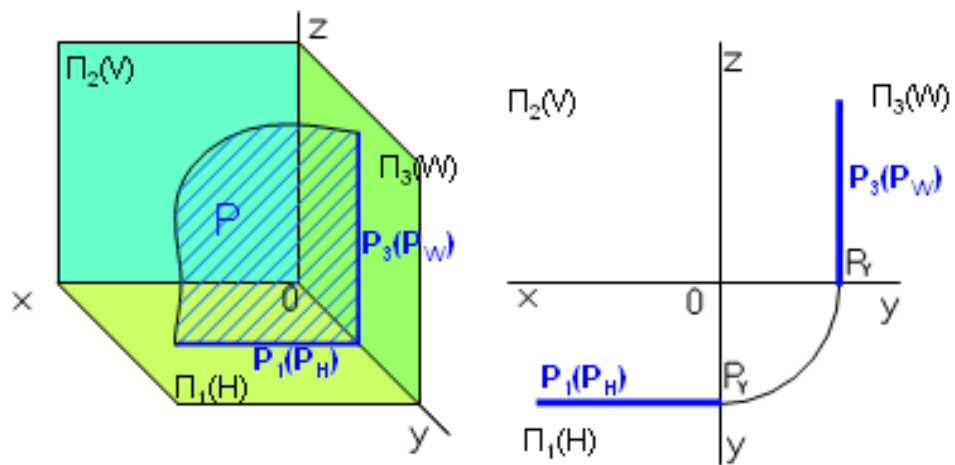
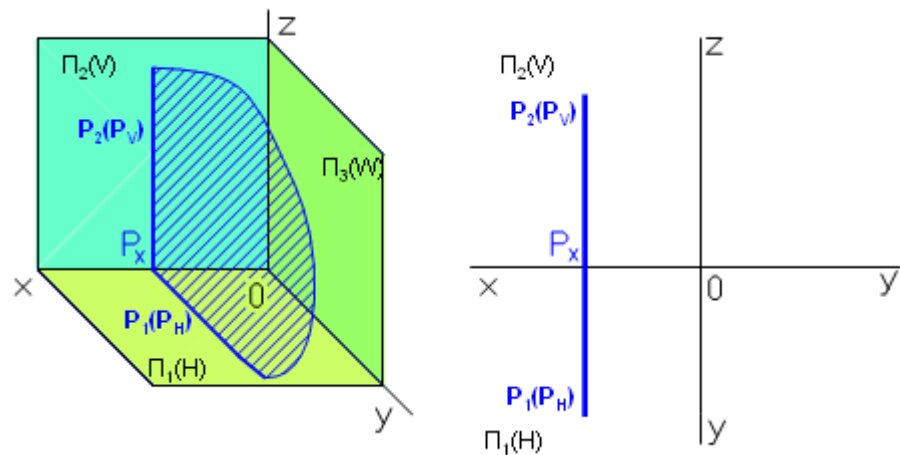


Рисунок 1.17 – Изображение плоскости фронтального уровня

Профильного уровня - параллельна профильной плоскости проекций, рисунок 1.18.



Рису-  
1.18 –

нок  
ра-

жение плоскости профильного уровня

Проецирующие плоскости – перпендикулярны одной из плоскостей проекций.

Горизонтально – проецирующая – перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций, рисунок 1.19.

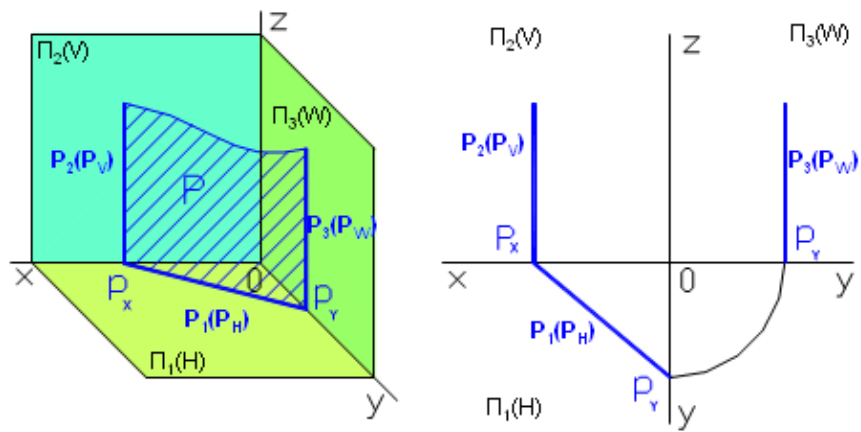


Рисунок 1.19 – Изображение плоскости горизонтально-проецирующей

Фронтально – проецирующая – перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, рисунок 1.20.

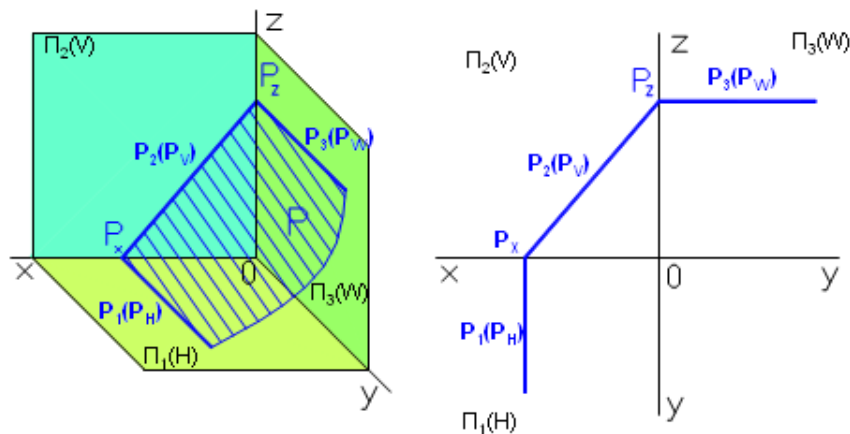


Рисунок 1.20– Изображение плоскости фронтально-проецирующей

Профильно – проецирующая – перпендикулярна профильной плоскости проекций, рисунок 1.21.

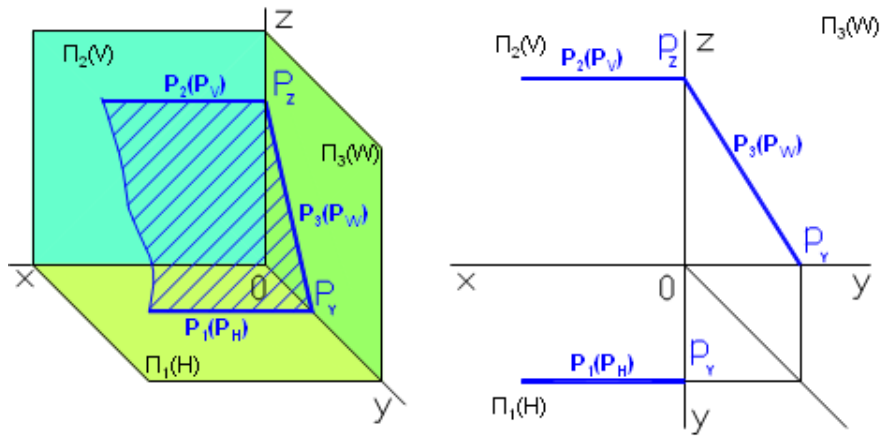


Рисунок 1.21 – Изображение плоскости профильно-проецирующей

### 1.4.3. Прямая и точка в плоскости

- Прямая, принадлежит плоскости, если имеет с ней две общие точки;
- Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую плоскости, и параллельна прямой, находящейся в этой плоскости или параллельной ей.

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости.

Точка К принадлежит плоскости треугольника, так как принадлежит прямой В<sub>2</sub>, лежащей в плоскости, рисунок 1.22. Соответствующие проекции точки К принадлежат соответствующим проекциям прямой В<sub>2</sub> (К<sub>1</sub> принадлежит соответственно В<sub>1</sub>2<sub>1</sub>, К<sub>2</sub> соответственно В<sub>2</sub>2<sub>2</sub>). Точка М не принадлежит плоскости треугольника, так как не принадлежит прямой, лежащей в плоскости треугольника (фронтальная проекция точки М (М<sub>2</sub>) не принадлежит фронтальной проекции прямой В<sub>2</sub>2<sub>2</sub>).

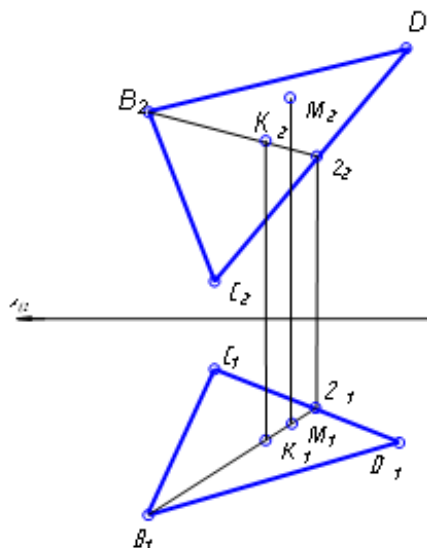


Рисунок 1.22 – Принадлежность точки плоскости

#### 1.4.4. Определение точки пересечения прямой и плоскости

1. Случай пересечения плоскости частного положения (проецирующей) и прямой общего положения, рисунок 1.23.

Точка пересечения прямой и плоскости одновременно принадлежит проекциям прямой и проекциям плоскости. Одна из проекций проецирующей плоскости обладает собирающим свойством, т.е. все, что принадлежит плоскости, будет расположено на этой проекции.

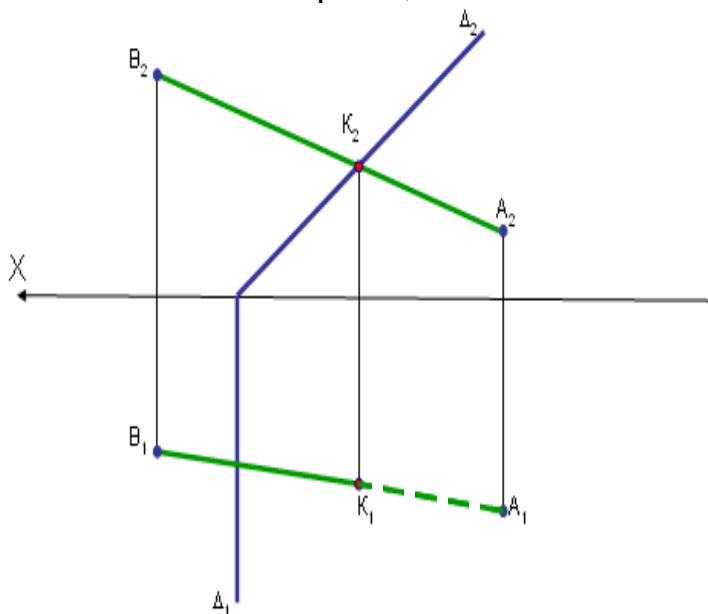


Рисунок 1.23 – Пересечение прямой общего положения и проецирующей плоскости



Таким образом, точка пересечения прямой и плоскости будет расположена в точке пересечения заданной прямой и проекции плоскости. На рисунке точка пересечения (т.К) совпадает с точкой пересечения прямой АВ и фронтальным следом плоскости. Горизонтальная проекция этой точки определяется с помощью проекционных линий связи.

2. Случай пересечения плоскости общего положения и прямой общего положения (основная задача начертательной геометрии), рисунок 1.24.

Алгоритм решения:

1. Заключить прямую в проецирующую плоскость (на примере в горизонтально проецирующую).
2. Построить линию пересечения плоскостей (см. предыдущий пример)
3. Определить точку пересечения заданной прямой и линии пересечения плоскостей
4. Определить видимость прямой относительно плоскости.

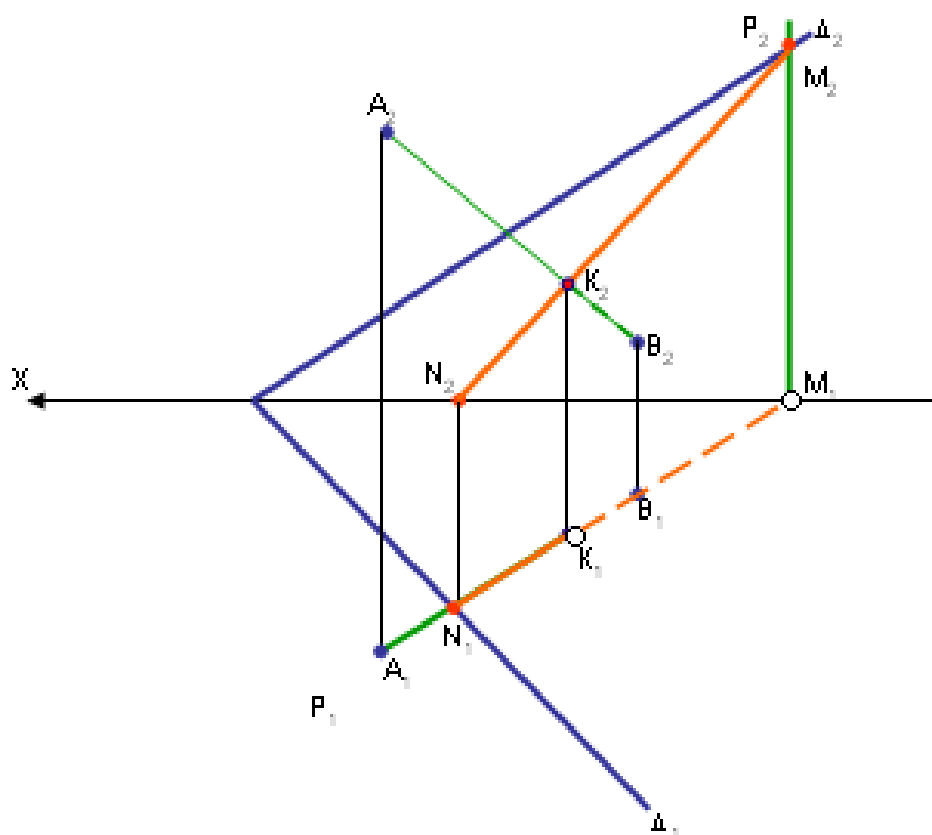


Рисунок 1.24 – Определение точки пересечения прямой и плоскости общего положения

### 1.4.5. Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая **перпендикулярна** плоскости, если:

- горизонтальная проекция перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали и горизонтальному следу плоскости,
- фронтальная проекция – перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали и фронтальному следу плоскости, рисунок .

Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна к горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна к фронтальному следу, рисунок 1.25.

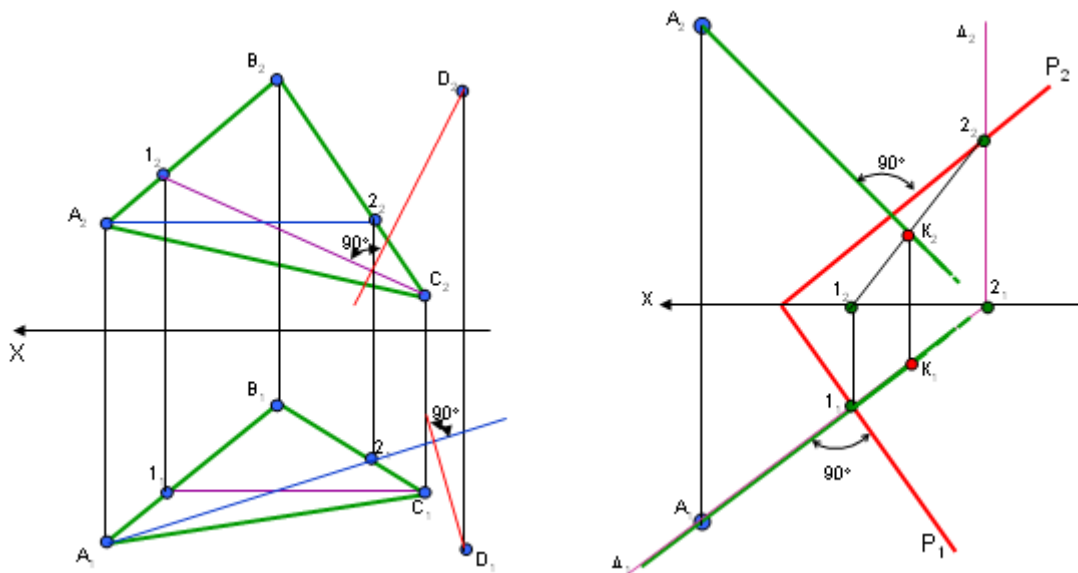


Рисунок 1.25 – Перпендикулярность прямой и плоскости

### 1.4.6. Взаимное положение плоскостей

Плоскости в пространстве могут быть:

**Параллельны**, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, рисунок 1.26.

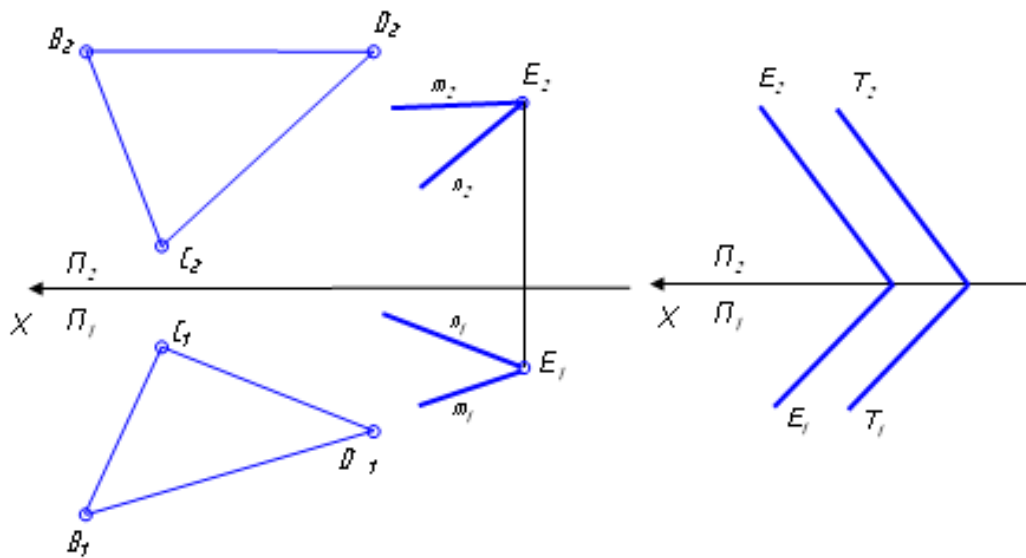


Рисунок 1.26 – Параллельность плоскостей

**Пересекаться.** Линия пересечения плоскостей определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям, рисунок 1.27

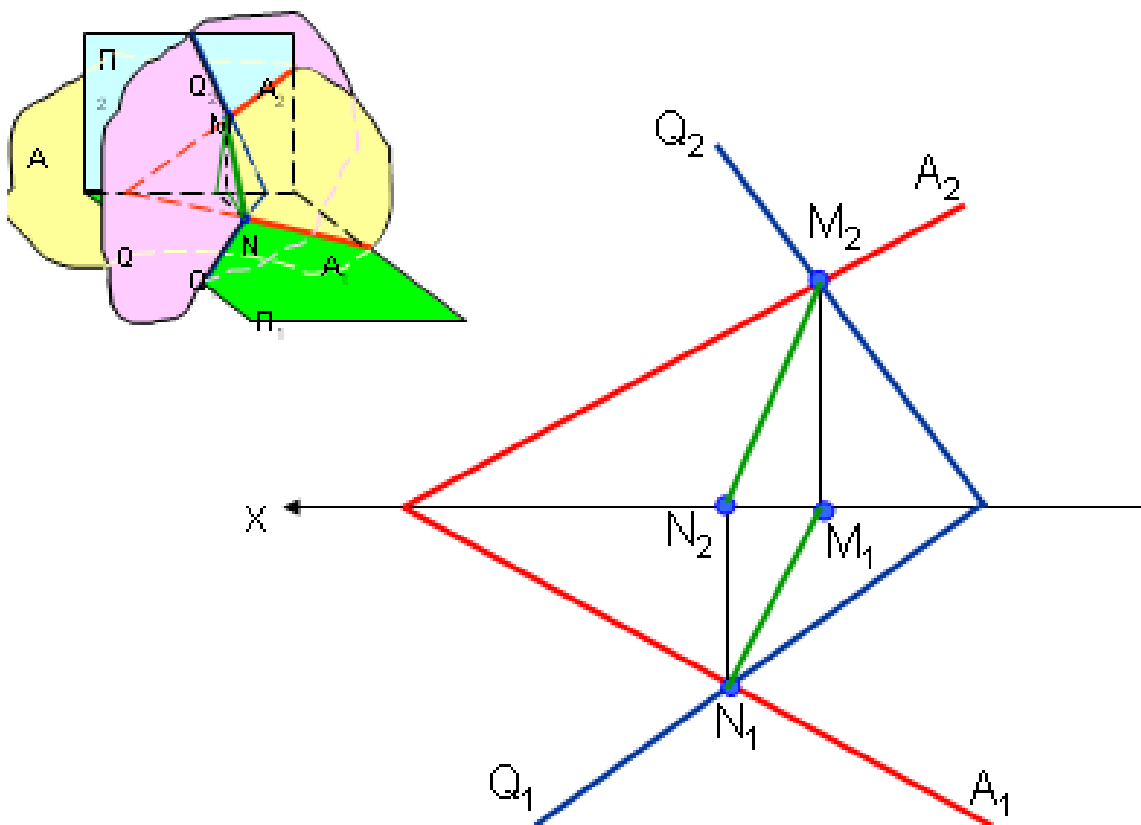


Рисунок 1.27- Пересечение плоскостей

### 1.4.7. Прямые особого положения в плоскости

**Горизонталь** – прямая, лежащая в плоскости и параллельна горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ , рисунок 1.28.

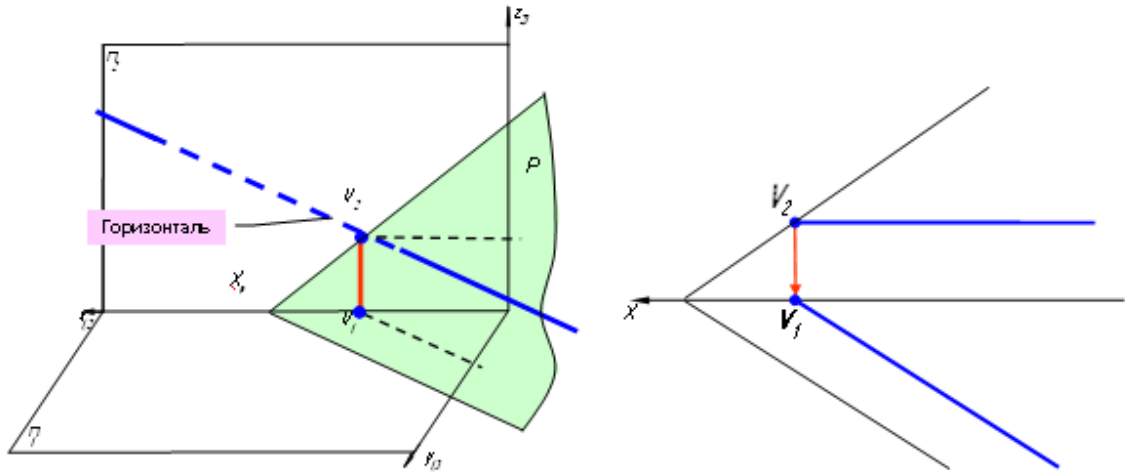


Рисунок 1.28– Горизонталь плоскости

**Фронталь** – прямая, лежащая в плоскости и параллельна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$ , рисунок 1.29.

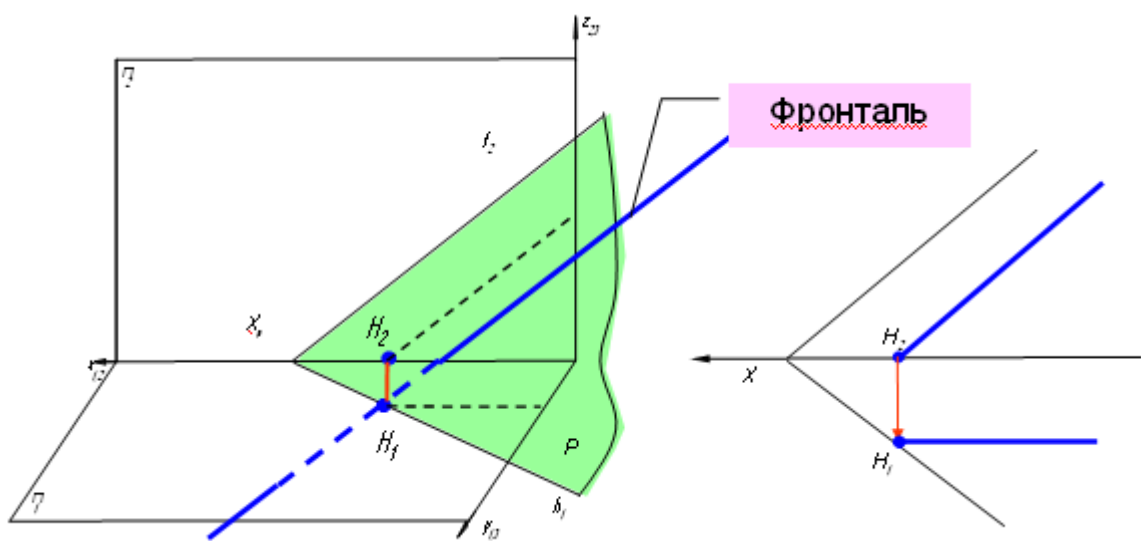


Рисунок 1.29 – Фронталь в плоскости

### 1.5. Задание №1

На формате А3 (297×420) по заданным точкам построить горизонтальные и фронтальные проекции точек А, В, С и D, данные заданы в миллиметрах.

Определить расстояние от точки D до плоскости, заданной треугольником ABC, методом прямоугольного треугольника.

Построить плоскость, параллельную плоскости, заданной треугольником ABC и отстоящую от нее на расстоянии **45 мм**.

Данные для своего варианта взять из таблицы 1. Пример выполнения приведен на рисунке 1.30, страница 42 методического пособия.

#### Указания к решению задания

В правой половине листа формата А3 (297×420 мм) намечаются оси координат и из таблицы 1 согласно своему варианту выбираются координаты точек А, В, С и D.

Стороны треугольника и другие вспомогательные прямые проводятся вначале тонкими сплошными линиями. После проверки правильности построения чертеж обводят. Все вспомогательные линии необходимо сохранить на эюре и показать их тонкими сплошными линиями.

Таблица 1

#### Исходные данные для задания №1 (координаты и размеры, мм)

Вариант 1					Вариант 2					Вариант 3				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	117	52	0	68	X	120	50	0	70	X	115	10	0	64
Y	90	25	83	110	Y	90	25	85	110	Y	90	52	80	105
Z	9	79	48	85	Z	10	80	50	85	Z	10	25	45	80

Вариант 4					Вариант 5					Вариант 6				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	120	50	0	70	X	117	52	0	68	X	115	50	0	70
Y	92	20	80	115	Y	9	79	48	85	Y	7	80	50	85
Z	10	75	46	85	Z	90	25	83	110	Z	85	25	85	110
Вариант 7					Вариант 8					Вариант 9				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	120	48	0	65	X	116	50	0	70	X	115	50	0	70
Y	10	82	52	80	Y	8	78	46	85	Y	10	80	50	85
Z	90	20	82	110	Z	88	25	80	108	Z	92	25	85	110
Вариант 10					Вариант 11					Вариант 12				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	18	83	135	67	X	20	85	135	70	X	15	80	130	70
Y	10	79	48	85	Y	12	80	50	85	Y	10	80	50	80
Z	90	25	83	110	Z	92	25	85	110	Z	85	20	80	108
Вариант 13					Вариант 14					Вариант 15				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	16	85	130	75	X	18	85	135	70	X	18	83	135	67
Y	12	80	50	85	Y	12	80	50	85	Y	90	25	83	110
Z	88	25	80	110	Z	85	25	80	110	Z	10	79	48	85
Вариант 16					Вариант 17					Вариант 18				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	18	83	135	67	X	18	83	135	67	X	117	52	0	135
Y	40	117	47	20	Y	75	6	38	0	Y	75	6	38	0
Z	75	6	38	0	Z	40	107	47	20	Z	40	107	47	20

### **Порядок решения задания:**

1. Опустить перпендикуляр из точки  $D$  к плоскости, заданной треугольником  $ABC$ .
2. Определяем точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника  $ABC$  – точку  $K$ .
3. Методом прямоугольного треугольника найти натуральную величину расстояния от точки  $D$  до плоскости - отрезка  $DK$ .
4. Определить относительную видимость перпендикуляра.
5. Построить точку, удаленную от плоскости на расстояние  $45\text{мм}$  – точку  $F$ , используя метод прямоугольного треугольника.
6. Построить плоскость параллельную плоскости, заданной треугольником  $ABC$ . Плоскость задать пересекающимися прямыми.

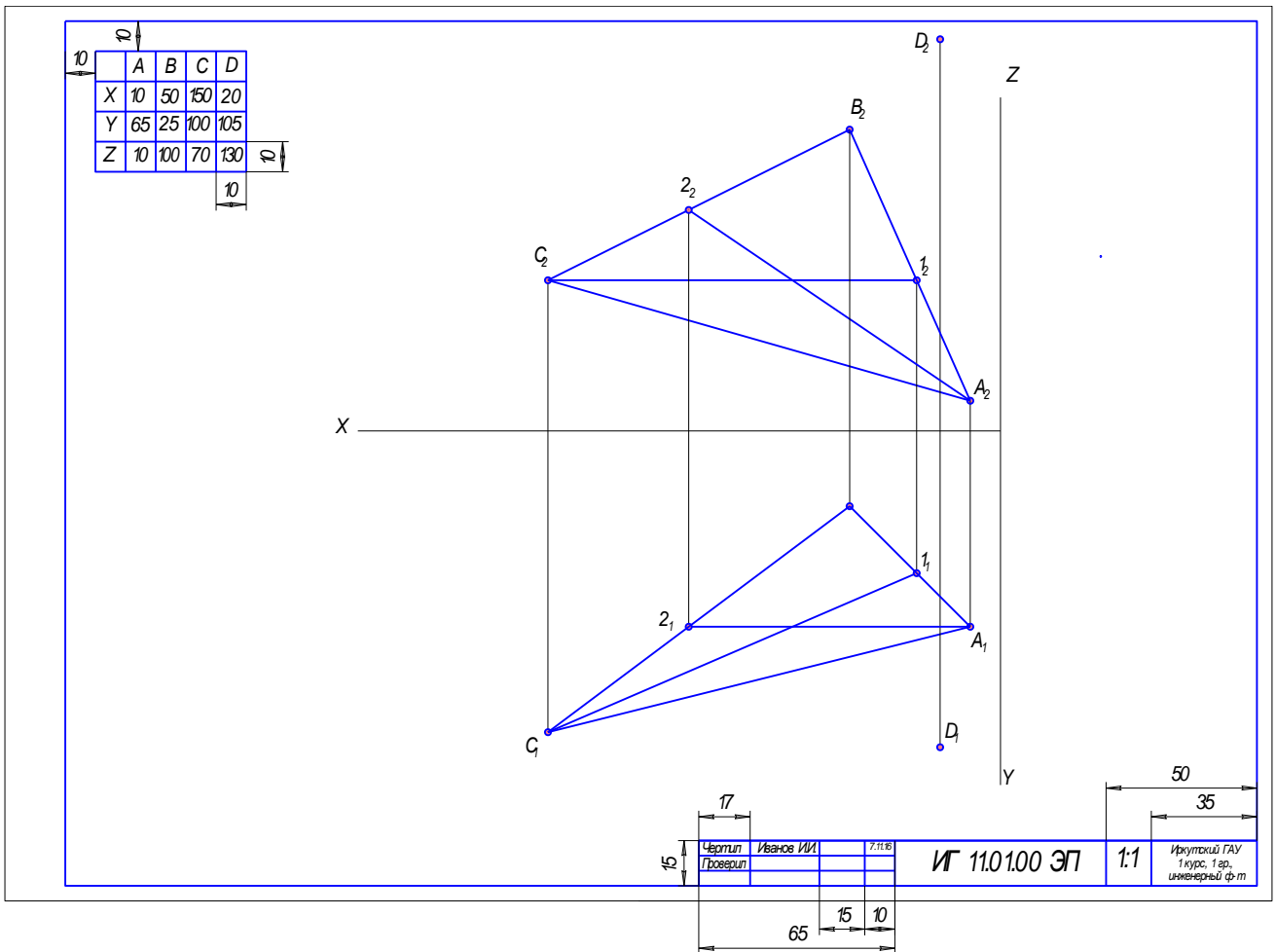
### **Пример выполнения задания 1 (рисунок 1.30):**

1. Опустить перпендикуляр из точки  $D$  к плоскости, заданной треугольником  $ABC$ .

1.1. В плоскости, заданной треугольником  $ABC$ , построить горизонталь и фронталь.

Горизонталь -  $C1$ . Фронтальная проекция горизонтали ( $C_21_2$ ) параллельна оси  $X$ . Горизонтальная проекция горизонтали ( $C_11_1$ ) натуральная величина

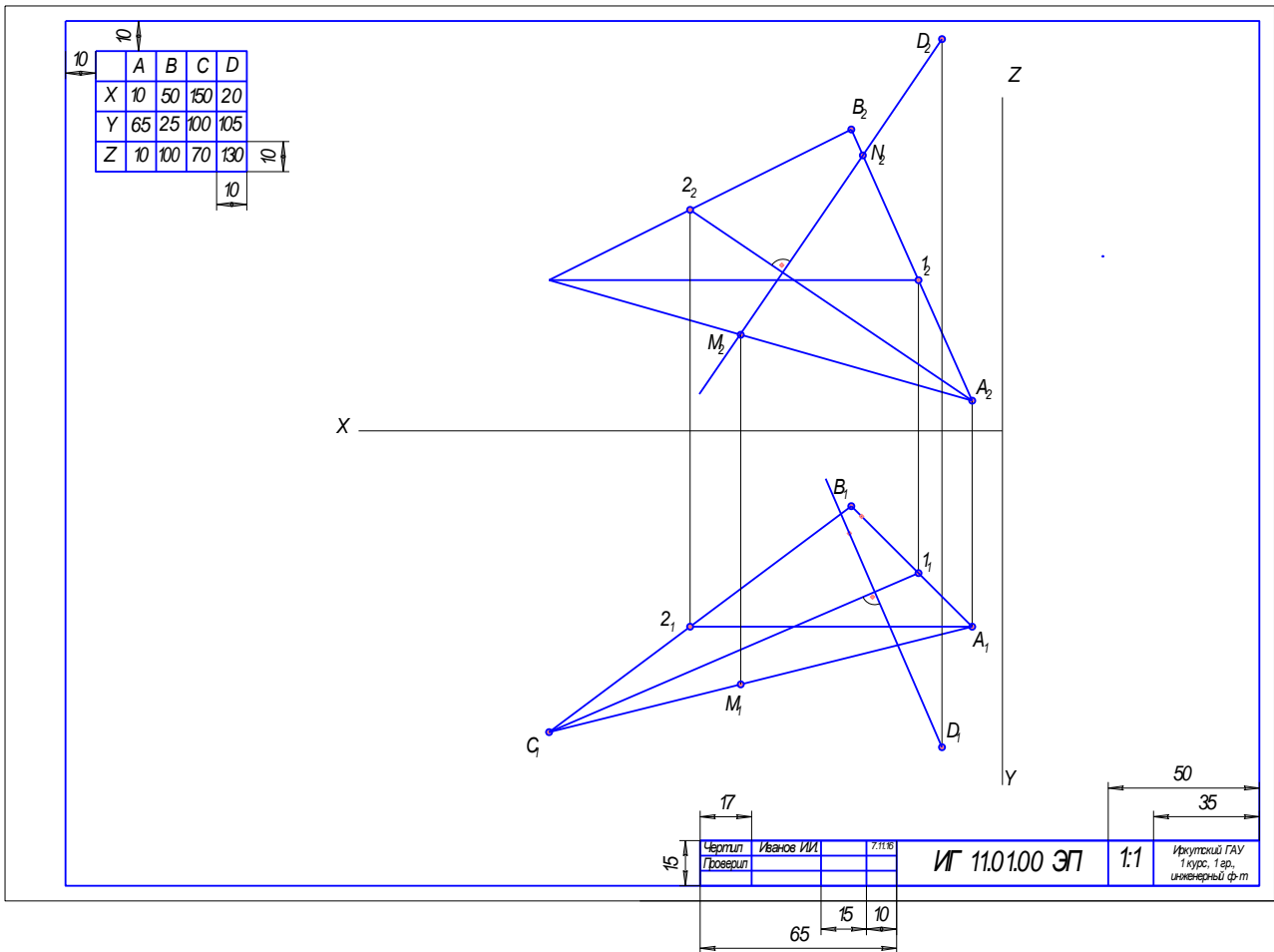
Фронталь -  $A2$ . Горизонтальная проекция фронтали ( $A_11_1$ ) параллельна оси  $X$ . Фронтальная проекция фронтали ( $A_22_2$ ) натуральная величина.



1.2. Согласно теореме о проекциях перпендикуляра, опустить перпендикуляр из горизонтальной проекции точки  $D$  ( $D_1$ ) к горизонтальной проекции горизонтали ( $C_1A_1$ ). Из фронтальной проекции точки  $D$  ( $D_2$ ) к фронтальной проекции фронтали ( $A_2B_2$ ).

2. Определить точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника  $ABC$  (точку  $K$ ).



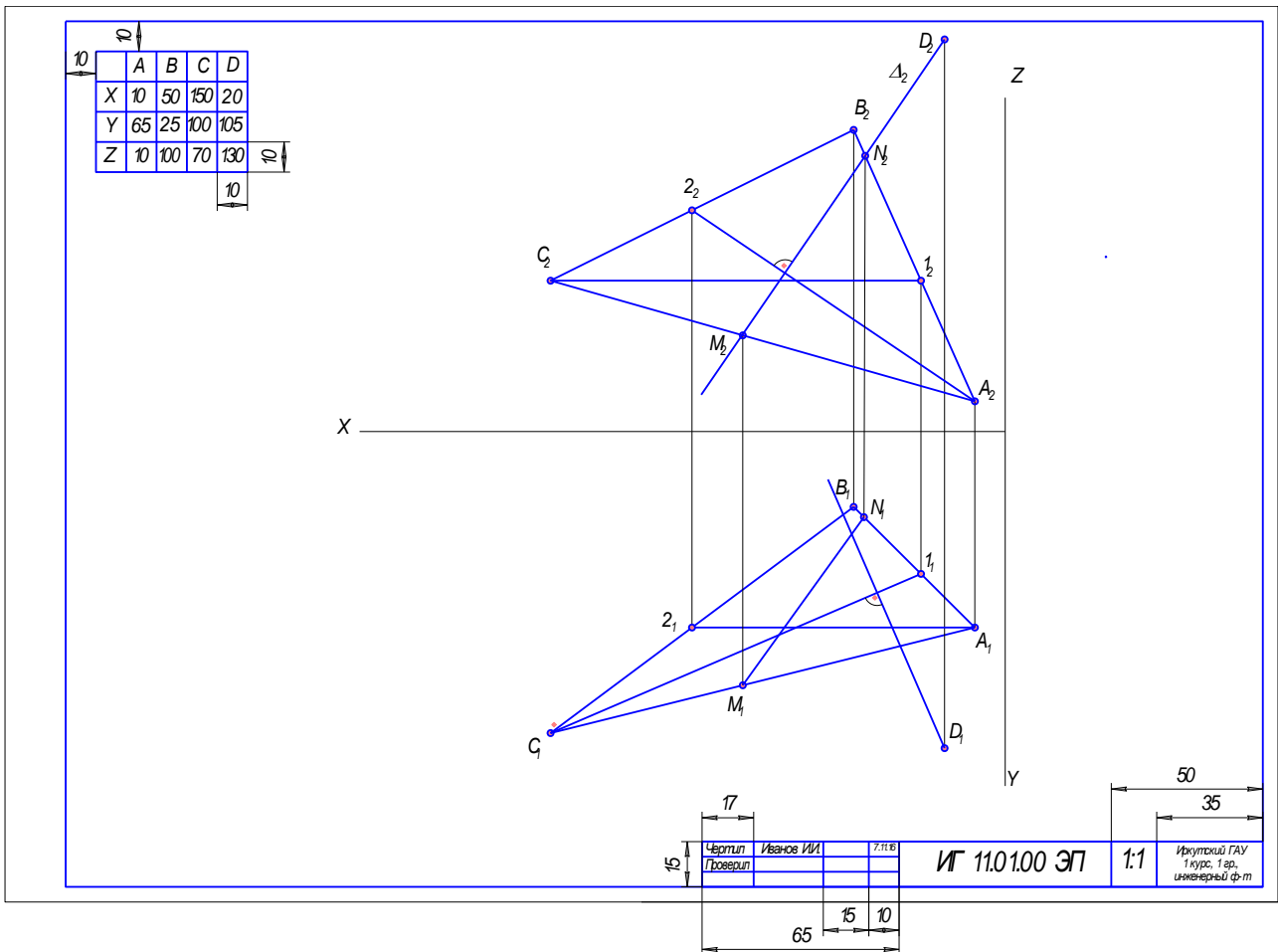


Для нахождения точки встречи перпендикуляра с плоскостью необходимо:

2.1. Заключить перпендикуляр в проецирующую плоскость, след плоскости совпадает с проекцией прямой. Фронтальный след фронтально – проецирующей плоскости  $\Delta_2(\Delta)$ , совпадает с фронтальной проекцией перпендикуляра, опущенного из точки  $D_2$ .

2.2. Определить точки пересечения проецирующей плоскости и плоскости треугольника ABC. Фронтальные проекции точек M и N ( $M_2$  и  $N_2$ ) – точки пересечения перпендикуляра и фронтальных проекций соответствующих сторон  $A_2C_2$  и  $A_2B_2$  треугольника ABC.

2.3. Достроить горизонтальные проекции линии пересечения проецирующей и заданной плоскостей -  $M_1N_1$ .



2.4. Найти точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника, как точку пересечения линии пересечения MN плоскостей и построенного перпендикуляра.

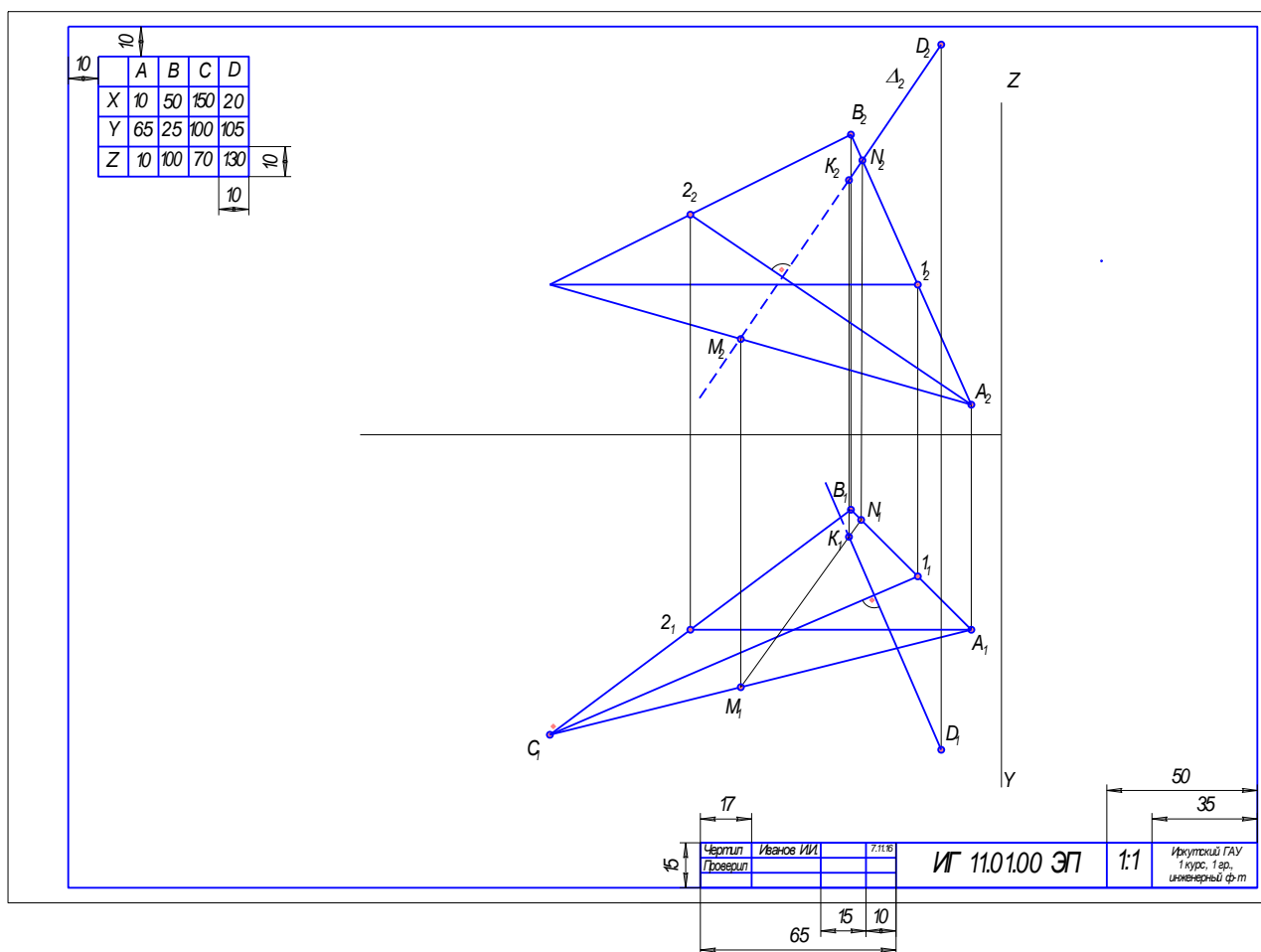
Горизонтальная проекция точки K ( $K_1$ ) определена как точка пересечения горизонтальной проекции прямой MN ( $M_1N_1$ ) и горизонтальной проекции прямой, опущенной из горизонтальной проекции точки D ( $D_1$ ) к отрезку  $C_11_1$ . Далее по линиям связи достроить фронтальную проекцию точки K ( $K_2$ ), как точку принадлежащую MN.

2.5. Определить видимость перпендикуляра, методом конкурирующих точек.

На горизонтальной проекции отрезок DK ( $D_1K_1$ ) видимый, далее от горизонтальной проекции точки K ( $K_1$ ) часть отрезка невидимая, так как при направлении взгляда на чертеж сверху на фронтальной проекции точка D ( $D_2$ )

расположена ближе к наблюдателю, чем точка К ( $K_2$ ) (координата  $z$  точки D больше координаты  $z$  точки K).

На фронтальной проекции отрезок DK ( $D_2K_2$ ) видимый, далее от фронтальной проекции точки К ( $K_2$ ) часть отрезка невидимая, так как при направлении взгляда на чертеж снизу на горизонтальной проекции точка D ( $D_1$ ) расположена ближе к наблюдателю, чем точка К ( $K_1$ ) (координата  $y$  точки D больше координаты  $y$  точки K).



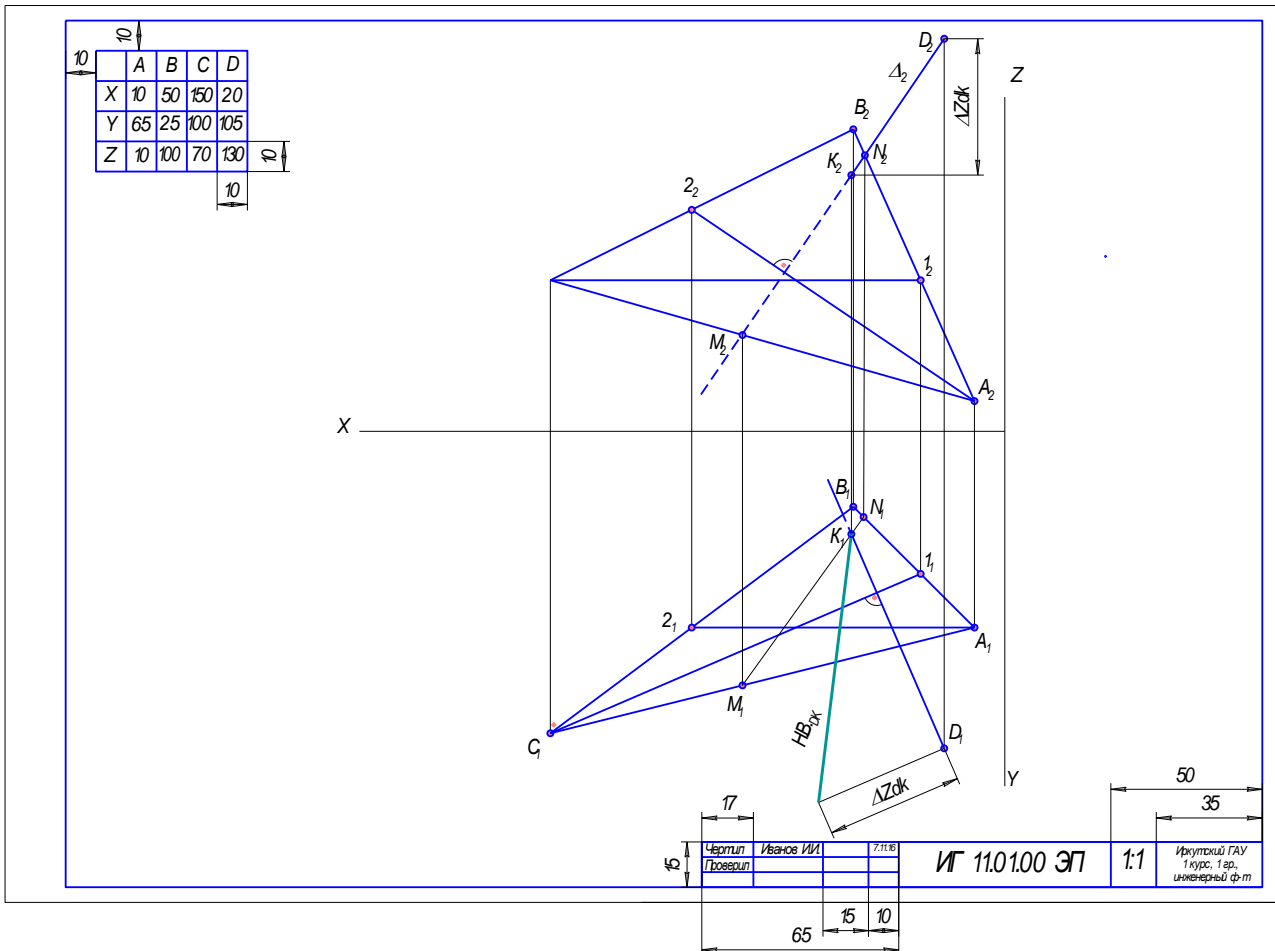
3. Методом прямоугольного треугольника найти натуральную величину расстояния от точки D до плоскости - длину отрезка DK.

3.1. Определить разность координат точек D и K.

Из фронтальных проекций из точек D ( $D_2$ ) и K( $K_2$ ) проводим прямые параллельные оси X и определяем разность координат  $z$  -  $\Delta Z_{DK}$ .

3.2. Построить прямоугольный треугольник, один катет которого - проекция, другой – разность координат концов отрезка. Гипотенуза треугольника – натуральная величина расстояния от точки D до плоскости.

На горизонтальной проекции строим прямоугольный треугольник. Один катет – горизонтальная проекция отрезка DK ( $D_1K_1$ ), другой катет – расстояние  $\Delta Z_{DK}$ , взятое с фронтальной проекции. Гипотенуза построенного треугольника натуральная величина  $НВ_{DK}$  - искомое расстояние.

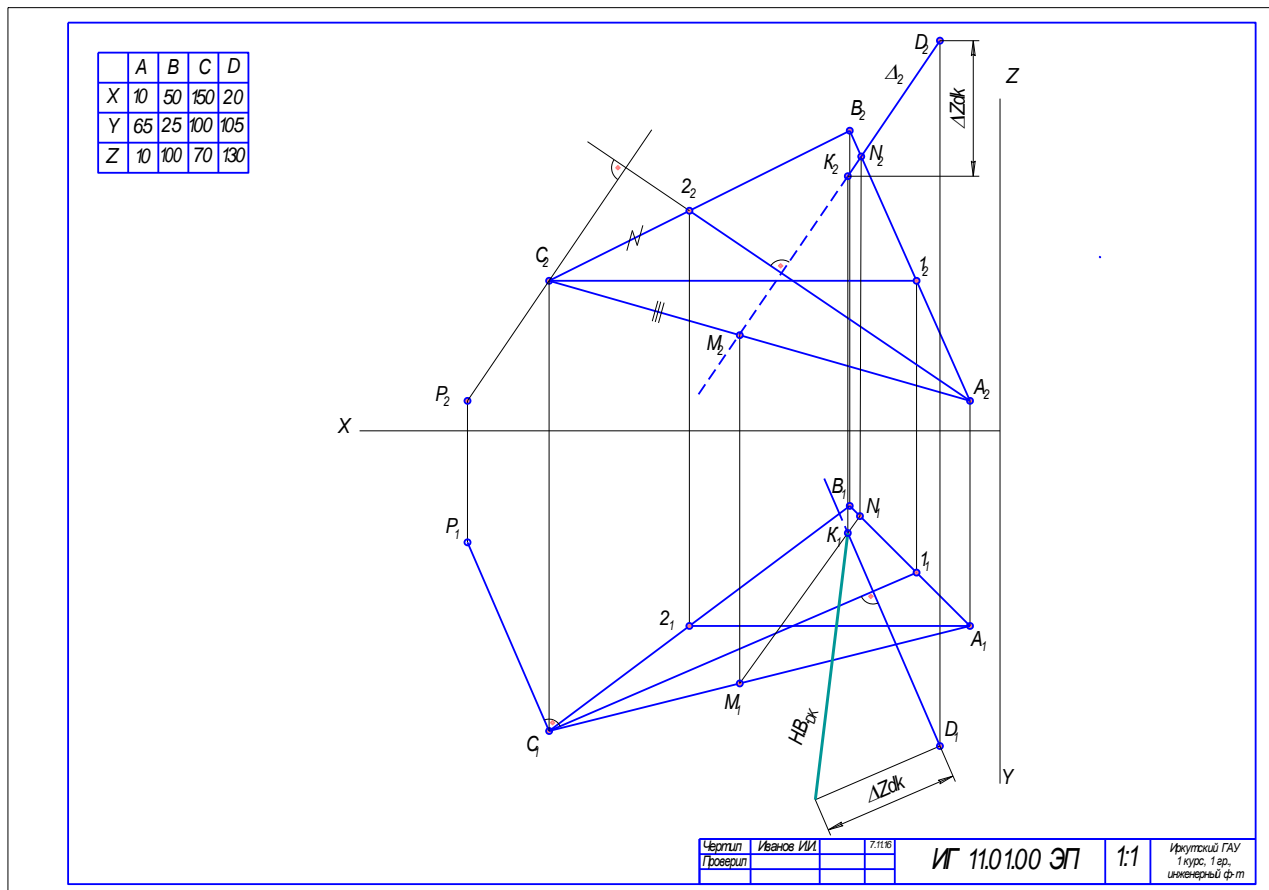


4. Построить точку, удаленную от плоскости на расстояние 45мм.

4.1. Из крайней левой точки треугольника ABC (точка C), рисунок, опустить перпендикуляр к натуральным величинам горизонтали и к фронту.

Проводим перпендикуляр из фронтальной проекции точки C ( $C_2$ ) к фронтальной проекции фронтали  $A_22_2$ , из горизонтальной проекции точки C ( $C_1$ ) опустить перпендикуляр горизонтальной проекции горизонтали ( $C_11_1$ ).

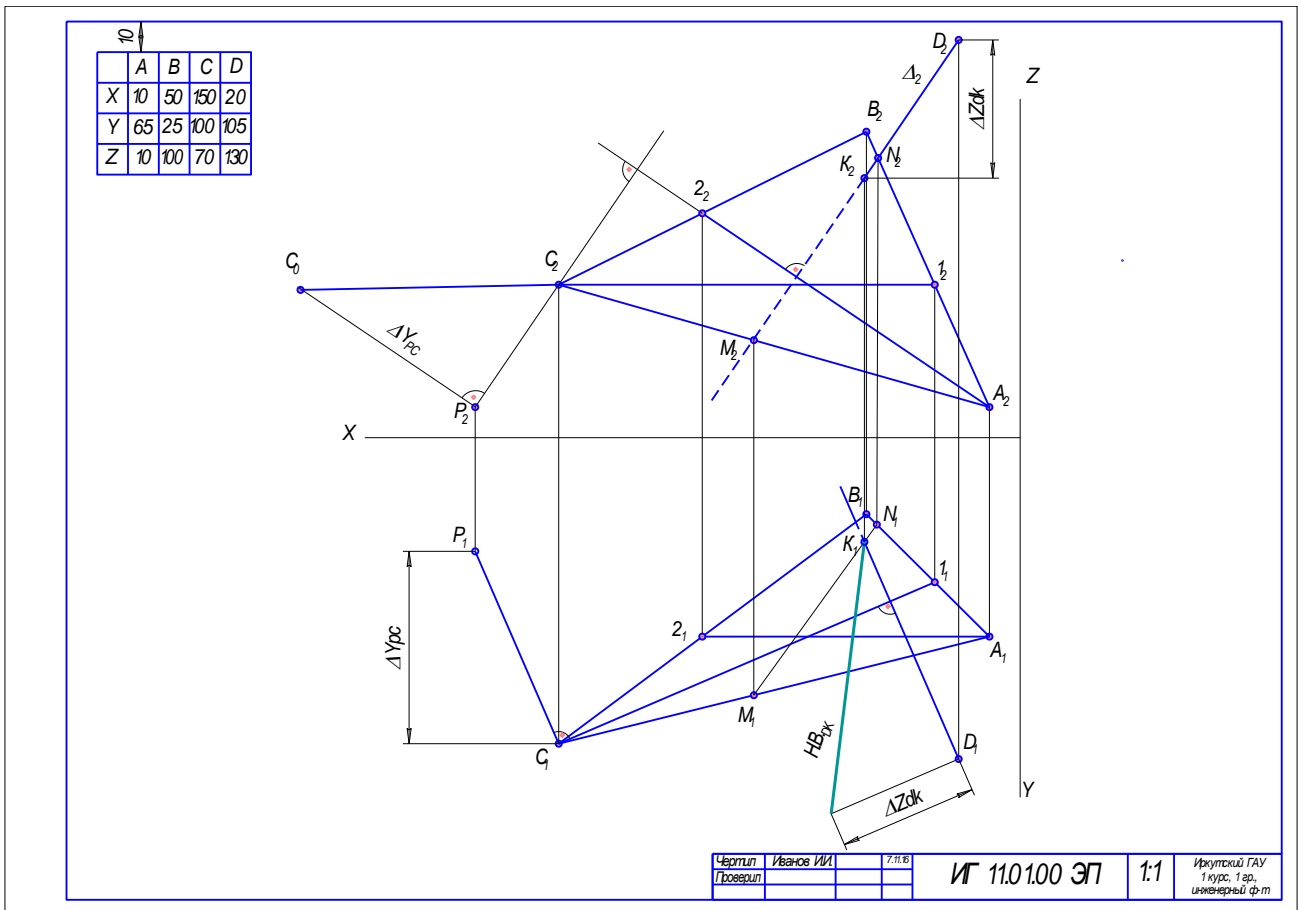
4.2. На горизонтальной и фронтальной проекциях, построенных перпендикуляров взять произвольную точку. В любом месте перпендикуляра строим точку, на примере точка Р ( $P_1$  и  $P_2$ );



4.3. Методом прямоугольного треугольника определить расстояние от вершины С треугольника ABC до точки Р – расстояние  $CP$ .

На горизонтальной проекции из точек  $P_1$  и  $C_1$  провести прямые параллельные оси X и определить разность координат y -  $\Delta Y_{CP}$ .

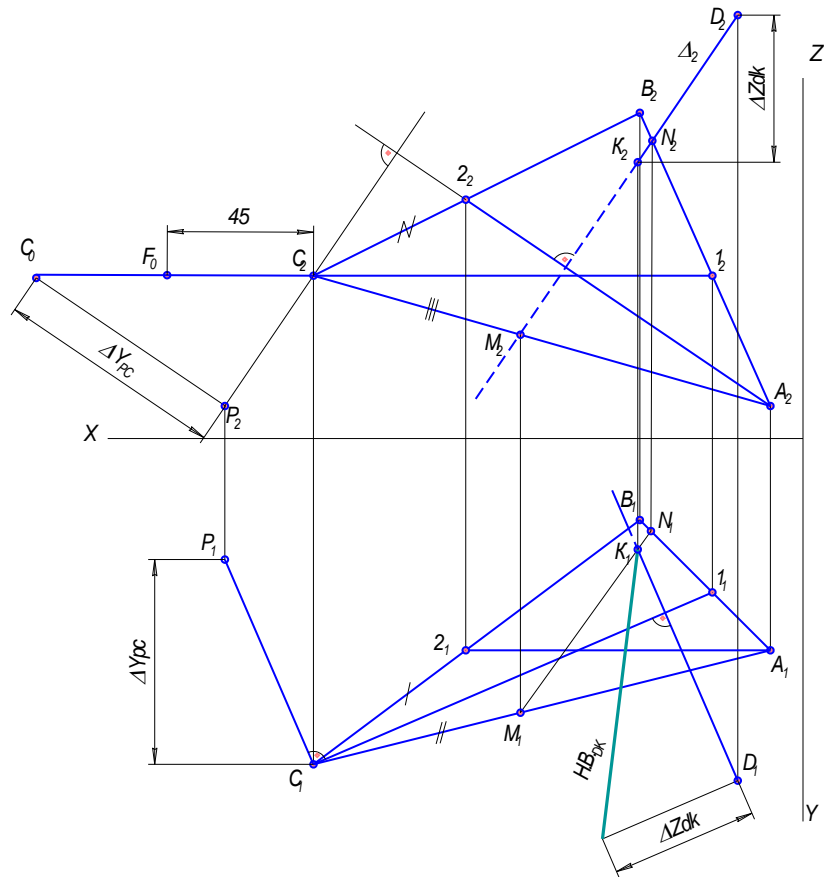
На фронтальной проекции построить прямоугольный треугольник один катет которого фронтальная проекция отрезка  $CP$  ( $C_2P_2$ ), второй катет – разность координат  $\Delta Y_{CP}$ , взятая с горизонтальной проекции. Фронтальная проекция гипотенузы  $P_2C_0$  прямоугольного треугольника – натуральная величина.



4.4. Построить точку F, расположенную на расстоянии 45мм от плоскости, заданной треугольником ABC.

На фронтальной проекции от точки C<sub>0</sub> вдоль отрезка P<sub>2</sub>C<sub>0</sub> откладываем расстояние равное 45мм, получаем положение точки F<sub>0</sub>.

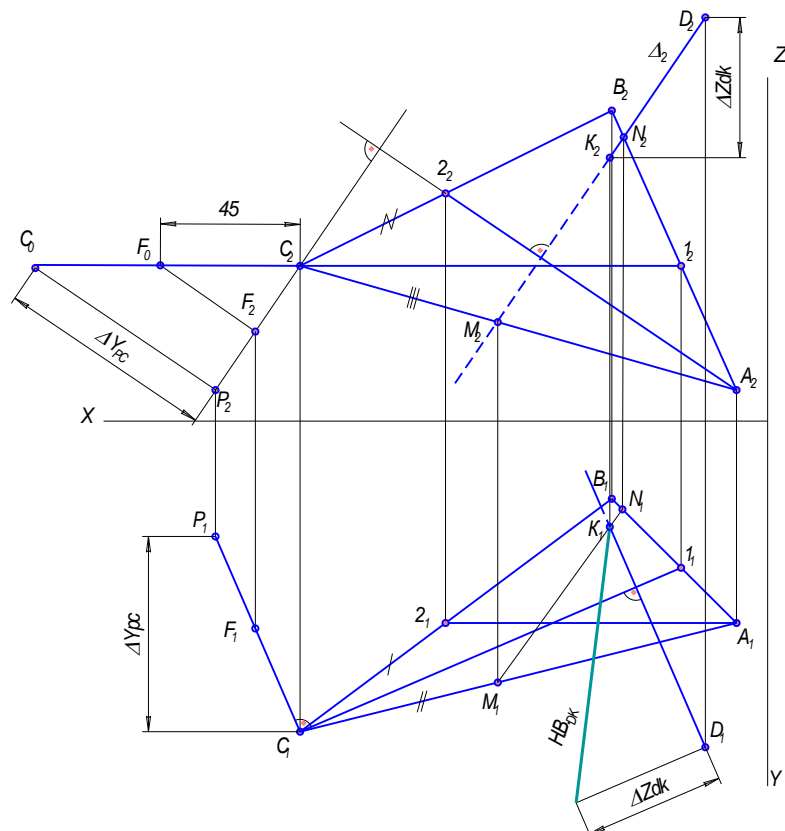
	A	B	C	D
X	10	50	150	20
Y	65	25	100	105
Z	10	100	70	130



Чертил	Иванов ИИ	7.11.18	ИГ 11.01.00 ЭП	1:1	Иркутский ГАУ 1 курс, 1 гр., инженерный ф-т
Проверил					

Далее, на фронтальной проекции, через полученную точку  $F_0$ , параллельно катету  $C_2C_0$  проводим прямую  $F_0F_2$  до пересечения с перпендикуляром  $C_2P_2$ . В результате получаем положение фронтальной проекции точки  $F$  ( $F_2$ ). Горизонтальную проекцию точки  $F$  ( $F_1$ ), достраиваем с помощью линий связи, как точку, принадлежащую горизонтальной проекции перпендикуляра  $CP$  ( $C_1P_1$ ).

	A	B	C	D
X	10	50	150	20
Y	65	25	100	105
Z	10	100	70	130



Чертил	Иванов ИИ	7.11.16	ИГ 11.01.00 ЭП	1:1	Иркутский ГАУ 1 курс, 1 гр. инженерный ф-т
Проверил					

5. Построить плоскость параллельную плоскости, заданной треугольником ABC.

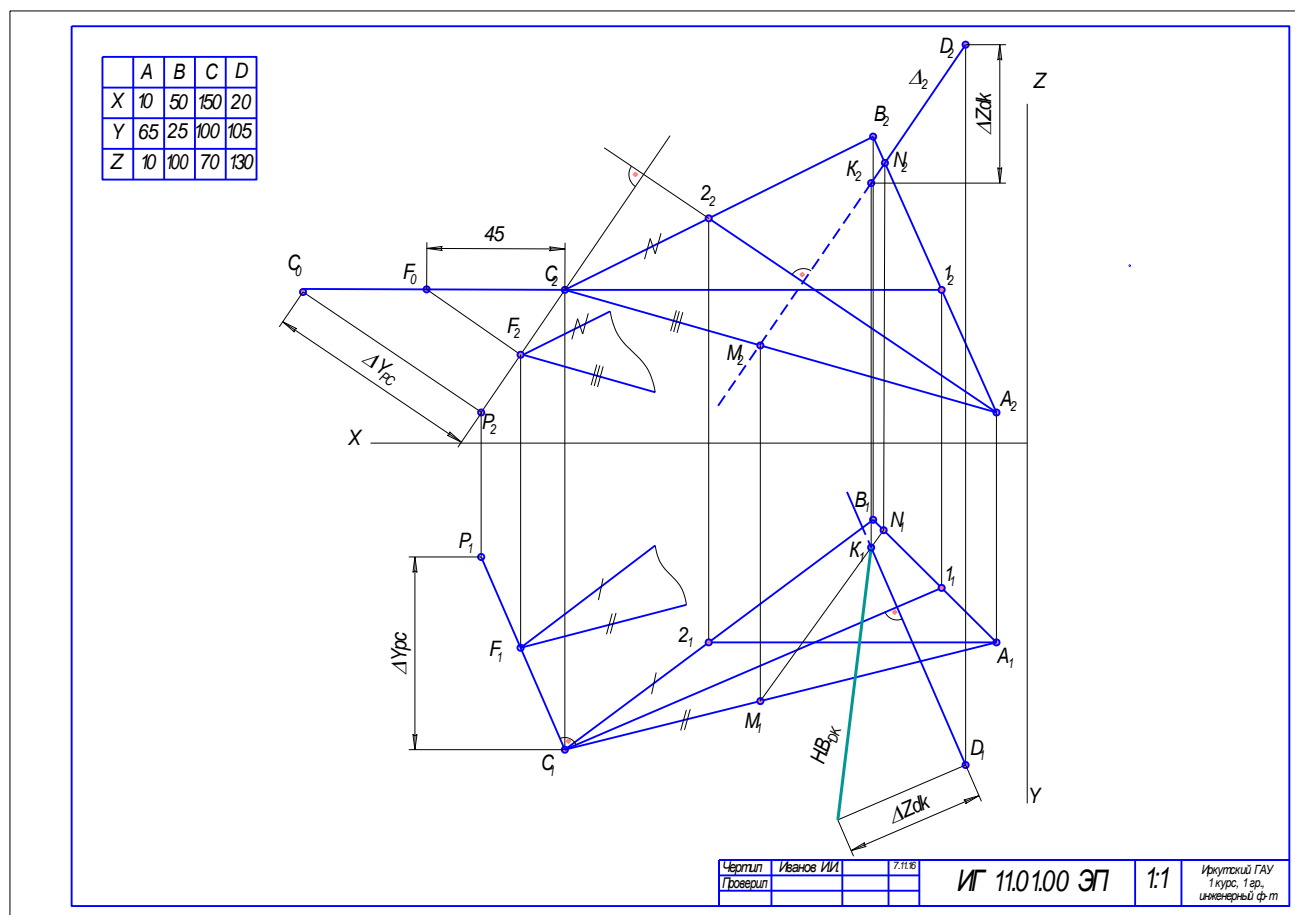
5.1. Согласно теореме, плоскости параллельные, если две пересекающиеся прямые одной плоскости, параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Через точку F провести две пересекающиеся прямые, параллельные двум смежным сторонам треугольника ABC.

Через проекции точки F проведены прямые параллельные сторонам треугольника ABC - AC и BC, соответственно через горизонтальную проекцию точки F ( $F_1$ ) параллельно горизонтальным проекциям сторон треугольника ABC:  $A_1C_1$  и  $B_1C_1$ , через фронтальную проекцию точки F ( $F_2$ ) параллельно фронтальным проекциям сторон треугольника ABC:  $A_2C_2$  и  $B_2C_2$ .



Далее, на фронтальной проекции, через полученную точку  $F_0$ , параллельно катету  $C_2C_0$  проводим прямую  $F_0F_2$  до пересечения с перпендикуляром  $C_2P_2$ . В результате получаем положение фронтальной проекции точки  $F_2$ . Горизонтальную проекцию точки  $F$  ( $F_1$ ), достраиваем с помощью линий связи, как точку, принадлежащую горизонтальной проекции перпендикуляра  $CP$  ( $C_1P_1$ ).



5.2. Ограничить плоскость сплошной тонкой линией обрыва.

5.3. Заштриховать, полученные отсеки плоскостей, под углом  $45^0$ .

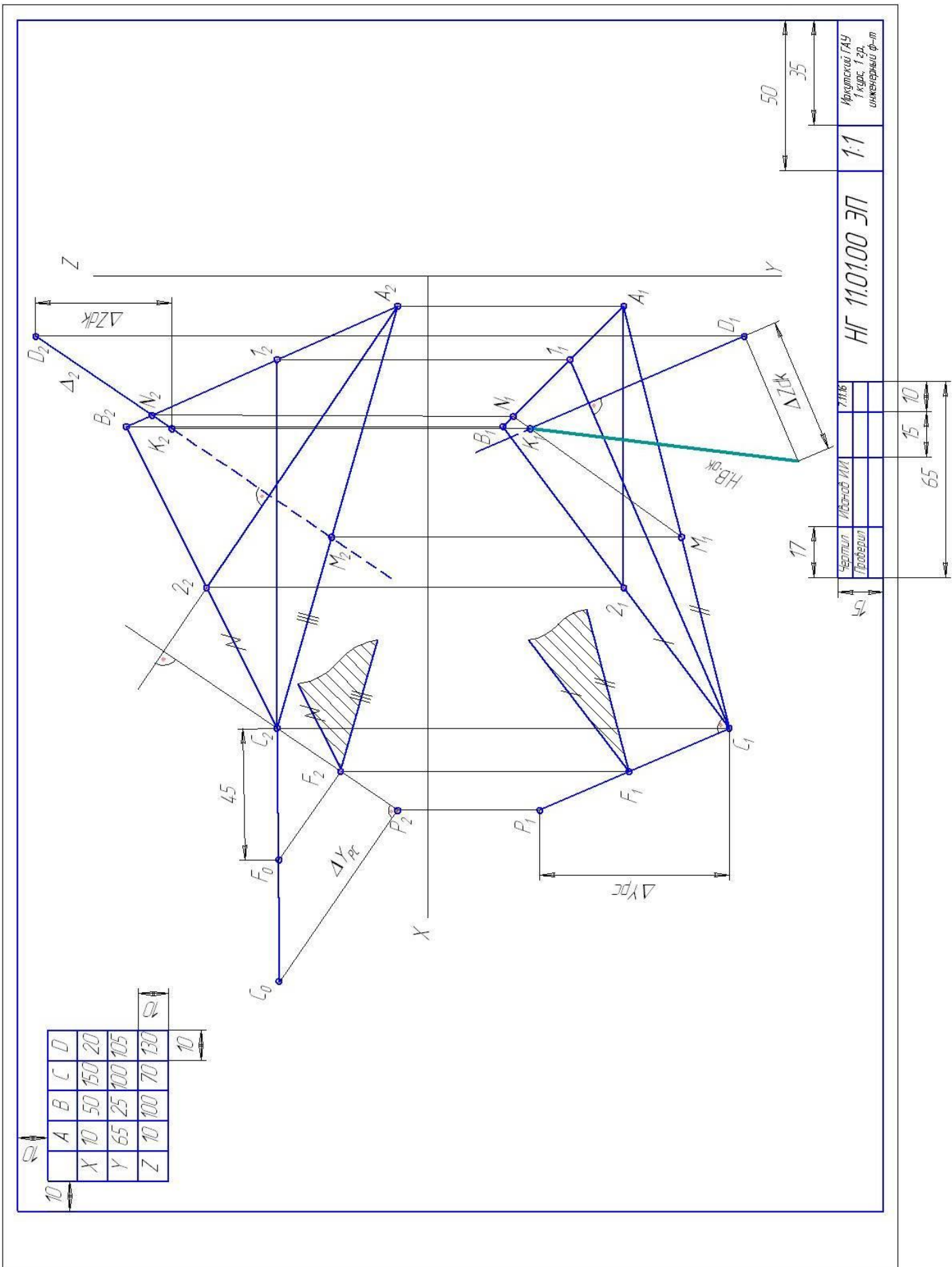


Рисунок 1.30 - Пример выполнения задания № 1

## 2. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

**Позиционными** задачами называют задачи, при решении которых при решении которых выясняется взаимное расположение геометрических элементов.

При этом возможны случаи:

- 1) **Полной принадлежности**, например, точка, принадлежит прямой, прямая принадлежит плоскости (прямая есть подмножество плоскости);
- 2) **Пересечения**, например, прямая пересекается с плоскостью (прямая не является подмножеством плоскости), одна плоскость пересекается с другой;
- 3) **Отсутствия принадлежности**, на пример, у двух скрещивающихся прямых.

### 2.1. Проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения

Через прямую общего положения можно провести проецирующую плоскость, при этом след проецирующей плоскости проходит через одну из проекций отрезка, рисунок 2.1.

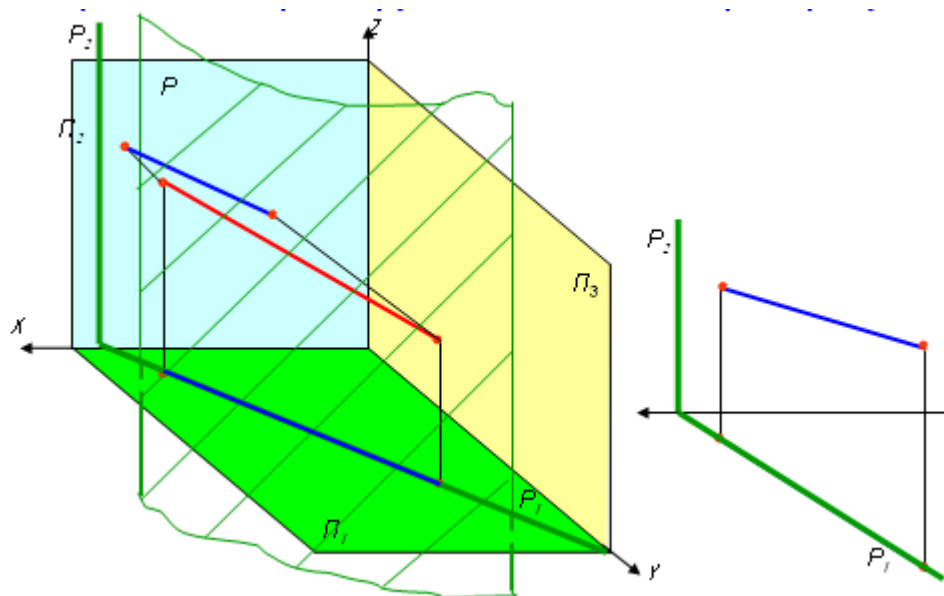


Рисунок 2.1– Заключение прямой в проецирующую плоскость

След проецирующих плоскостей, обладает собирающими свойством, таким образом, для построения плоскости, которой принадлежит прямая, необходимо через одну из проекций провести след, второй след плоскости, перпендикулярен к оси проекций.

В случае построения горизонтально – проецирующей плоскости ( $\Delta$ ), след будет проходить через горизонтальную проекцию отрезка АВ, рисунок 2.2, а. При построении фронтально- проецирующей плоскости (E) – фронтальная проекция отрезка АВ принадлежит фронтальному следу, рисунок 2.2, б

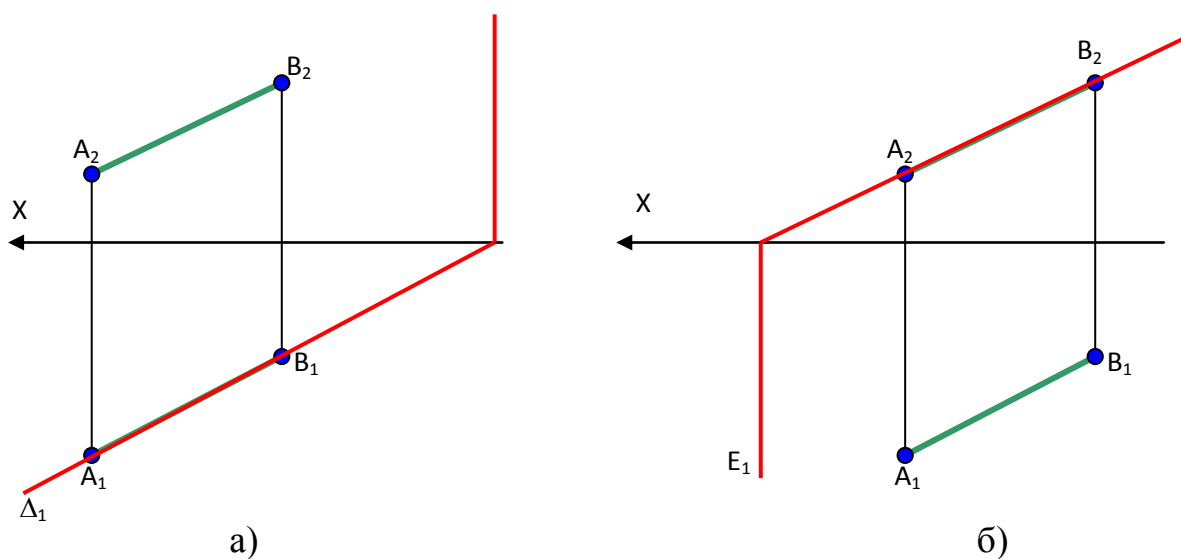


Рисунок 1.32 – Заключение прямых общего положения, в проецирующие прямые

## 2.2. Построение линии пересечения плоскостей

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям. Таким образом, задача нахождения линии пересечения плоскостей сводится к построению каких-либо двух точек, принадлежащих обеим плоскостям. Если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей перпендикулярна к плоскости проекций (проецирующая), то построение линии пересечения упрощается, рисунок. Точки 1 и 2, рисунок 2.3 определяются сразу, как точ-

ки пересечения фронтального следа фронтально-проецирующей плоскости и сторон треугольника, представляющего плоскость общего положения.

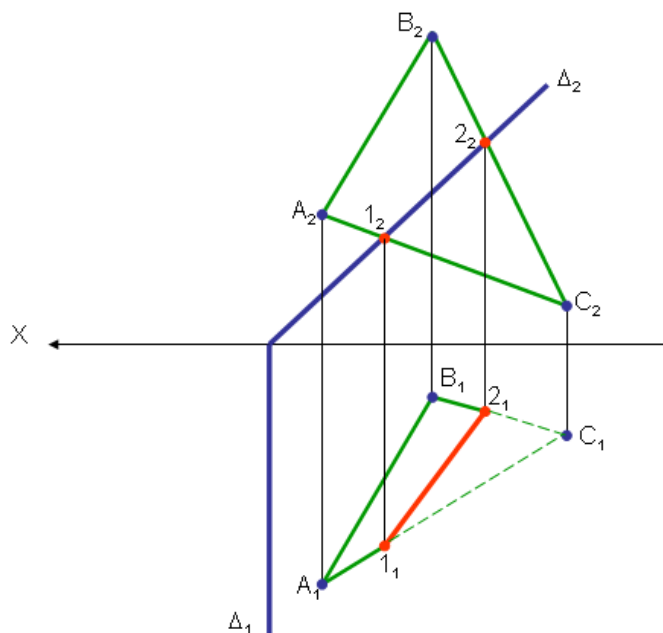


Рисунок 2.3 – Пересечение фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения

Пример пересечения двух плоскостей общего положения с учетом видимости плоскостей, приведен на рисунке 2.4. Решение данной задачи приведено в примере выполнения задания №2.

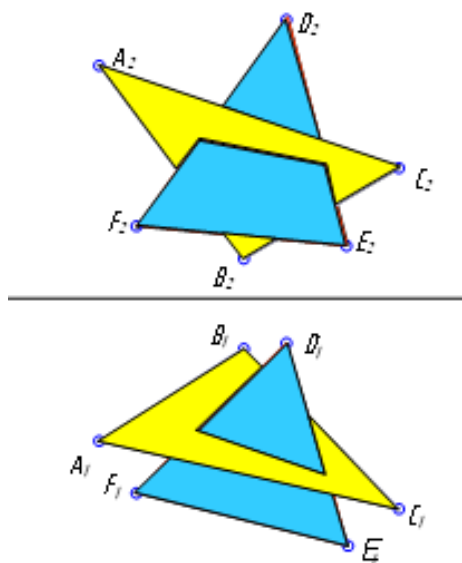


Рисунок 2.4 – Пересечение плоскостей общего положения

### 2.3. Задание № 2

Построить линию пересечения плоскостей, заданных треугольниками  $ABC$  и  $EDF$  методом вспомогательных секущих плоскостей. Показать относительную видимость треугольников в проекциях.

Данные для своего варианта взять из таблицы 2. Пример выполнения задания 2 приведен на рисунке 2.

#### Указания к решению задачи № 2.

В правой половине листа формата А4 (210x297 мм) намечаются оси координат и из таблицы 2 согласно своему варианту выбираются координаты точек  $A, B, C, D, E, F$  вершин треугольников (рисунок 2.5, страница 54 методического пособия). Стороны треугольников и другие вспомогательные прямые проводятся вначале тонкими сплошными линиями. Линии пересечения треугольников строятся по точкам пересечения сторон одного треугольника с другим или по точкам пересечения каждой из сторон одного треугольника с другим порознь. Такую линию можно построить, используя и вспомогательные проецирующие плоскости.

Видимость сторон треугольника определяется способом конкурирующих точек. Видимые отрезки сторон треугольников выделяют сплошными жирными линиями, невидимые следует показать штриховыми линиями. Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эюре и показать их тонкими сплошными линиями

Таблица 2

#### Исходные данные к задаче № 2 (координаты и размеры, мм)

№ вар	$X_A$	$Y_A$	$Z_A$	$X_B$	$Y_B$	$Z_B$	$X_C$	$Y_C$	$Z_C$	$X_D$	$Y_D$	$Z_D$	$X_E$	$Y_E$	$Z_E$	$X_F$	$Y_F$	$Z_F$
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	64	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	20	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52

Продолжение таблицы 2

8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	82	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	89	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	52	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	86	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	86	48	111	15	68	78

**Порядок выполнения задания:**

Для решения задачи необходимо найти точки пересечения двух прямых, принадлежащих одному из треугольников с двумя сторонами другого треугольника. Определяем эти точки, решая задачу на взаимное пересечение прямой и плоскости общего положения (основная задача начертательной геометрии)

1. Построить линию пересечения MN плоскостей, заданных треугольников ABC и DEF.

2. Определить взаимную видимость треугольников, методом конкурирующих точек.

**Пример выполнения задания 2 (рисунок 2.5):**

1. Построить линию пересечения плоскостей MN.

1.1. Заключаем одну (любую) из сторон треугольника (любого) в проецирующую плоскость.

Через горизонтальную проекцию стороны DE ( $D_1E_1$ ) треугольника DEF проводим горизонтальный след  $\Phi_1$  горизонтально – проецирующей плоскости  $\Phi$ .

1.2. Построить линию пересечения плоскости  $\Phi$  и плоскости, заданной треугольником ABC. Определяем положение точек 1 и 2.

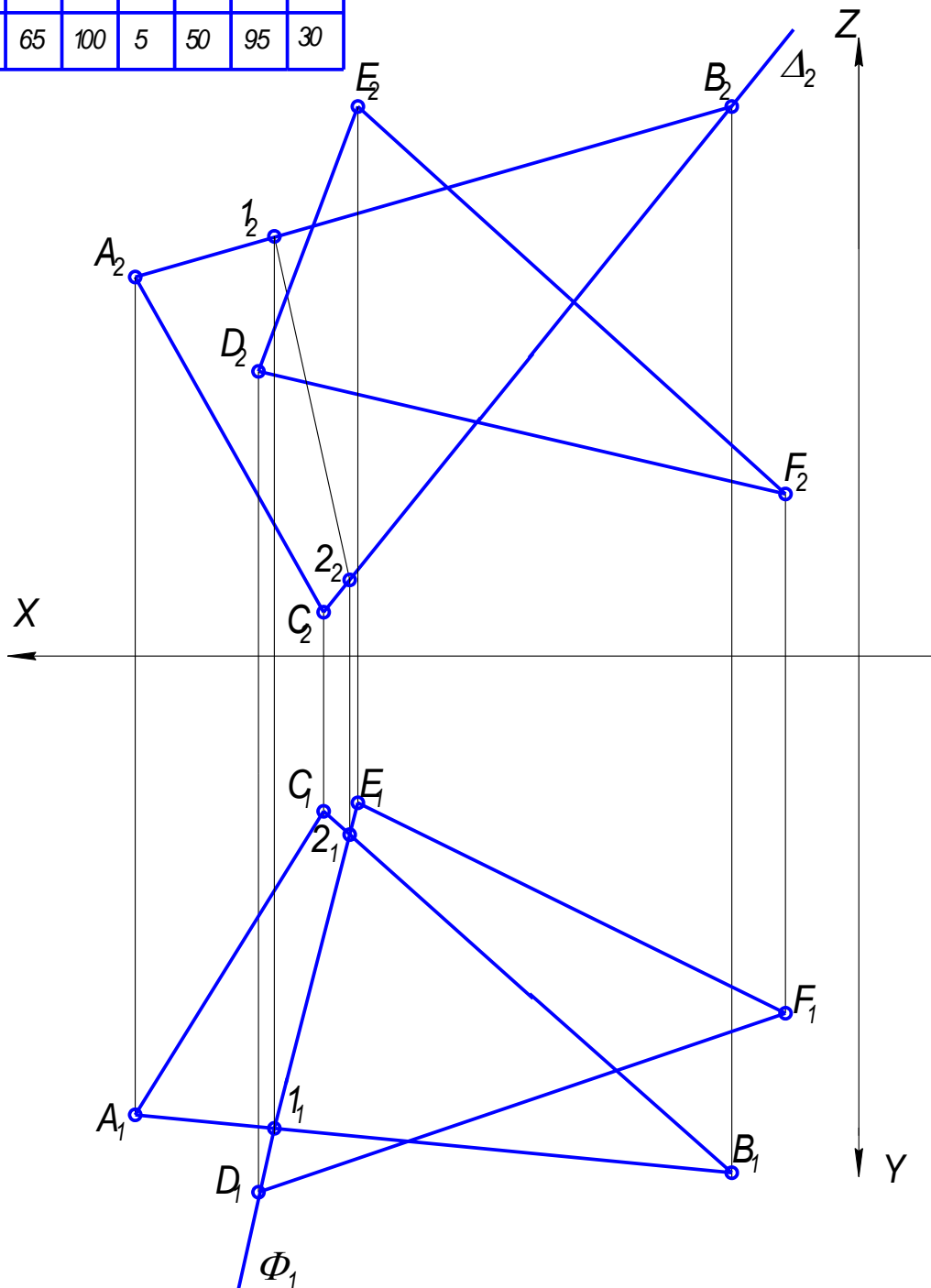
Так как горизонтальный след  $\Phi_1$  горизонтально – проецирующей плоскости обладает собирающим свойством, то горизонтальная проекция точки 1 ( $1_1$ ) определяется как точка пересечения горизонтального следа проецирующей плоскости  $\Phi_1$  и горизонтальной проекции стороны AB ( $A_1B_1$ ) треугольника ABC.

Горизонтальная проекция точки 2 ( $2_1$ ) – точка пересечения горизонтального следа проецирующей плоскости  $\Phi_1$  и горизонтальной проекции стороны CB ( $C_1B_1$ ) треугольника ABC.

С помощью линий связи достраиваем фронтальные проекции точек 1 ( $1_2$ ) и 2 ( $2_2$ ), как точек принадлежащим соответствующим сторонам AB и CB треугольника ABC.



	A	B	C	D	E	F
X	130	20	95	105	90	10
Y	65	90	25	95	25	65
Z	65	100	5	50	95	30



Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Гринял			

НГ 11.02.00 ЭП

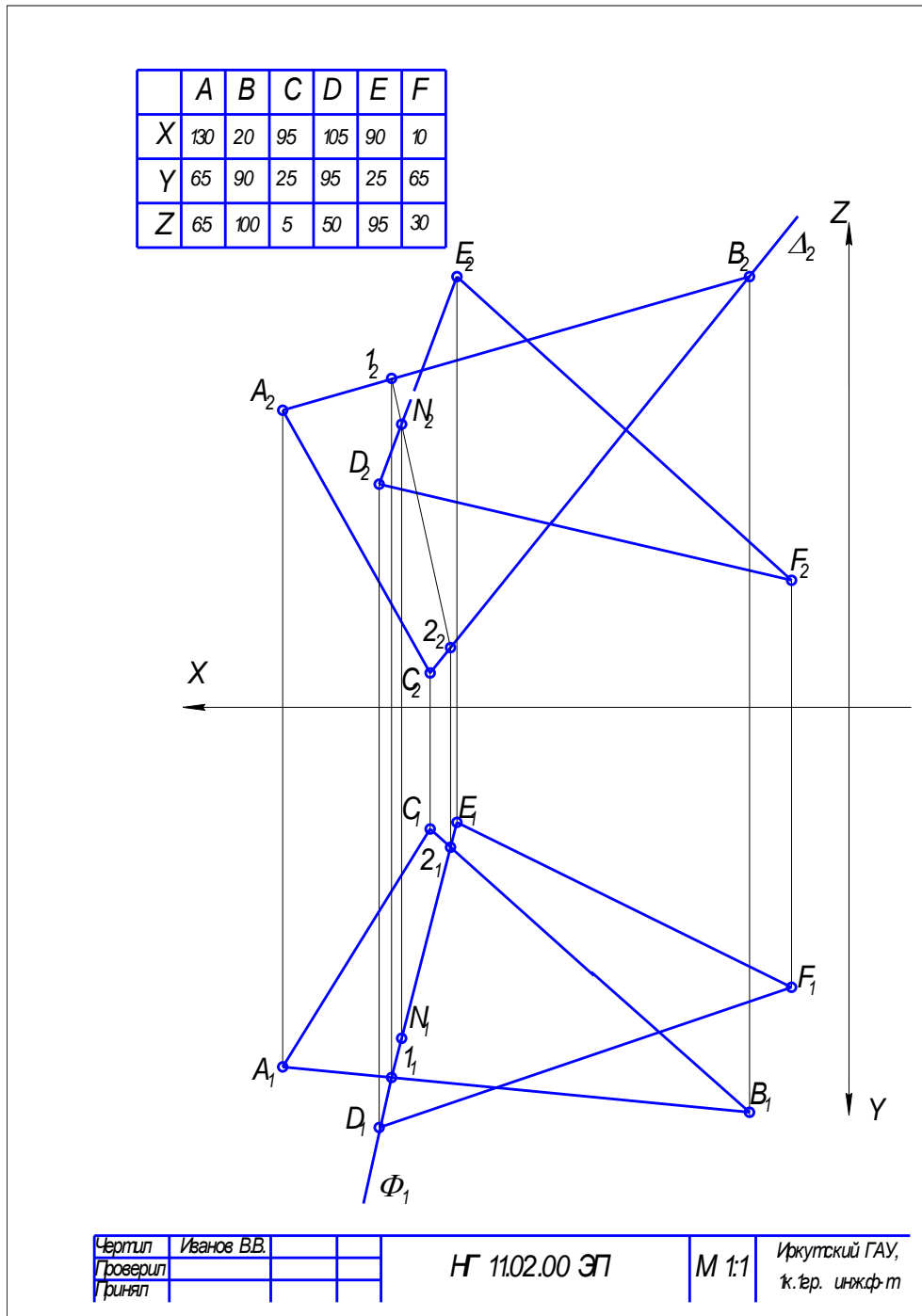
М 1:1

Иркутский ГАУ,  
1к.1гр. инж.ф-т

### 1.3. Определить положение точки N

Точка N - точка пересечения стороны DE треугольника DEF (той стороны, которую заключили в проецирующую плоскость) с горизонтально-проецирующей плоскостью  $\Phi$ .

Фронтальная проекция точки  $N(N_2)$  определена как точка пересечения фронтальных проекций отрезков  $1_22_2$  и  $D_2E_2$ . Горизонтальную проекцию точки  $N_1$  определяем с помощью линий связи.



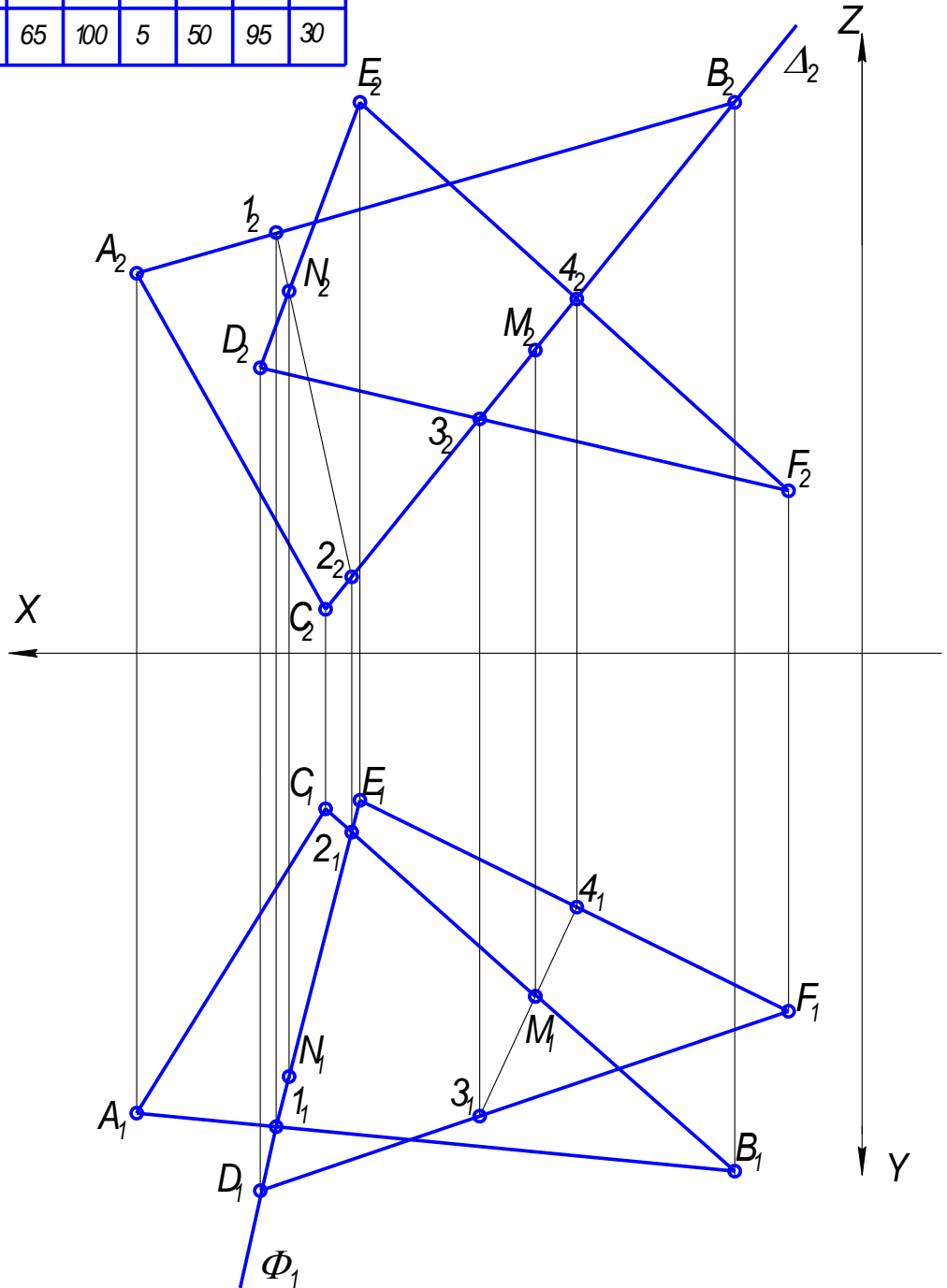
1.4. Найти положение точки  $M$  линии пересечения плоскостей аналогично точке  $N$ . Для этого заключаем в проецирующую плоскость любую сторону, любого треугольника.

Точка  $M$  определена как точка пересечения стороны  $BC$  и плоскости  $\Delta DEF$ . Через фронтальную проекцию  $B_2C_2$  стороны треугольника  $ABC$  проводим фронтальный след  $\Delta_2$  фронтально – проецирующую плоскости  $\Delta$ .

Определяем положения фронтальных проекций точек  $3_2$  и  $4_2$ , как точки пересечения фронтального следа  $\Delta_2$  и фронтальных проекций соответствующих сторон треугольника  $DEF$ :  $D_2F_2$  и  $E_2F_2$ .

Горизонтальная проекция  $M_1$  определена как точка пересечения горизонтальных проекций отрезков  $3_14_1$  и  $B_1C_1$ . С помощью линий связи достраиваем фронтальную проекцию точки  $M_2$ .

	A	B	C	D	E	F
X	130	20	95	105	90	10
Y	65	90	25	95	25	65
Z	65	100	5	50	95	30



Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Гринял			

НГ 11.02.00 ЭП

М 1:1

Иркутский ГАУ,  
к.тер. инж.ф-т

2. Определяем взаимную видимость треугольников  $ABC$  и  $DEF$ , методом конкурирующих точек.

Для определения видимости сравнить координаты конкурирующих точек. При направлении взгляда сверху на чертеже фронтальная проекция точка  $E$  (треугольника  $DEF$ ) и точка  $B$  (треугольника  $ABC$ ) самые ближайшие к наблюдателю, то есть имеют большие координаты  $z$ . Соответственно, на горизонтальной проекции от этих точек до линии пересечения  $MN$  участки сторон  $E_1N_1$  и  $B_1M_1$  видимые. При направлении взгляда снизу на чертеж горизонтальные проекции точки  $D$  и  $B$  самые ближайшие, то есть имеют наибольшие координаты  $y$ , тогда на фронтальной проекции от этих точек до линии пересечения участки сторон треугольников  $D_2N_2$  и  $B_2M_2$  видимые. Видимость остальных участков сторон треугольников определяется по построению.

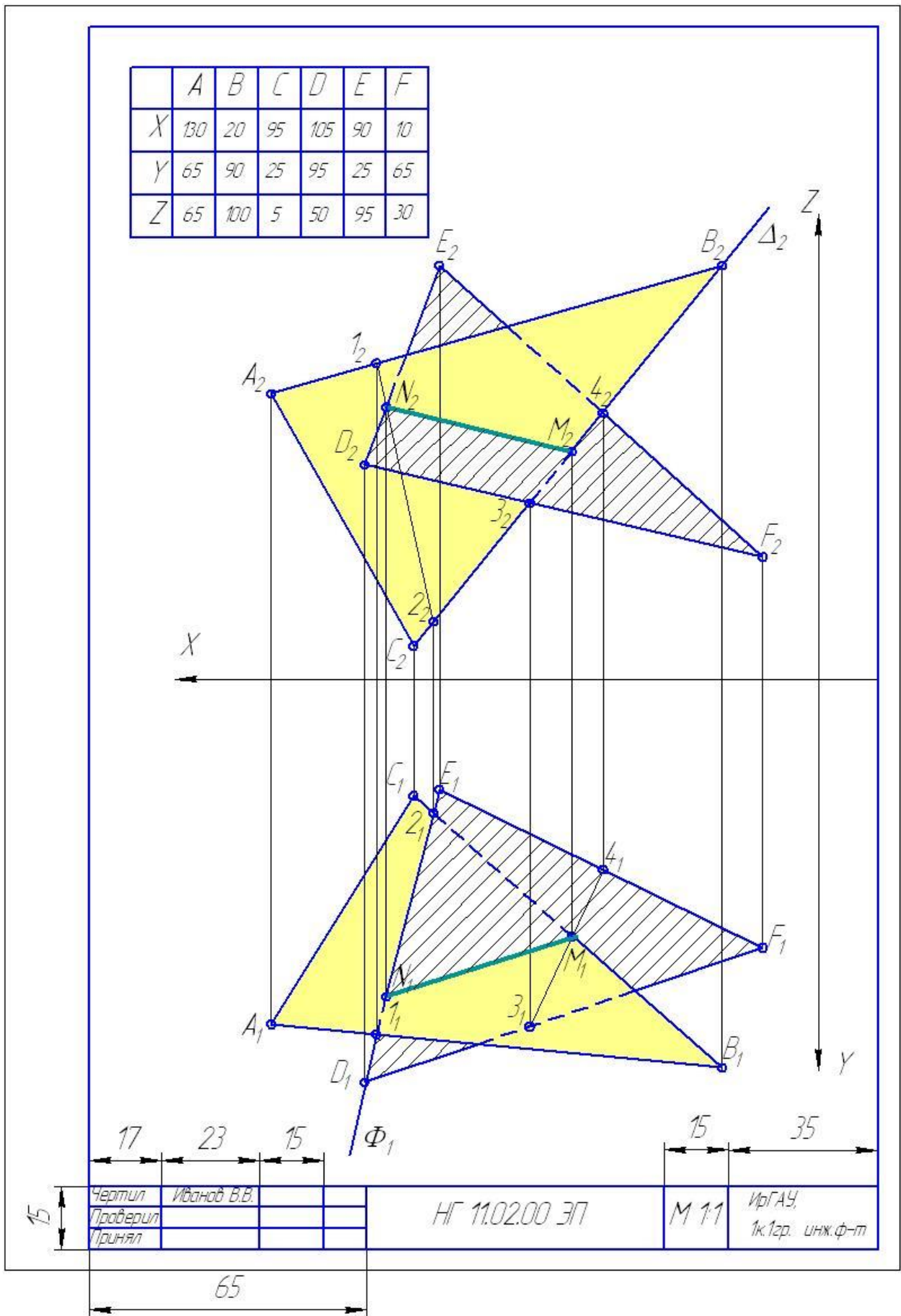


Рисунок 2.5 – Пример выполнения задания № 2.

### 3. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

**Решение метрических задач** позволяет определить натуральные размеры геометрических фигур.

При решении метрических задач преимущественно пользуются способам вращения (совмещения) или способом замены плоскостей проекций.

При способе замены плоскостей объект остается неизменным, изменяется положение одной из плоскостей проекций, т.е. меняется направление проецирования. Каждая новая система выбирается так, чтобы получить положение, наиболее удобное для выполнения требуемого построения.

#### 3.1. Способ замены плоскостей проекций

Так положение одной из плоскостей проекций, оставаясь перпендикулярной к другой неизменяемой плоскости проекций, то одна из координат остается неизменной, рисунок 3.1.

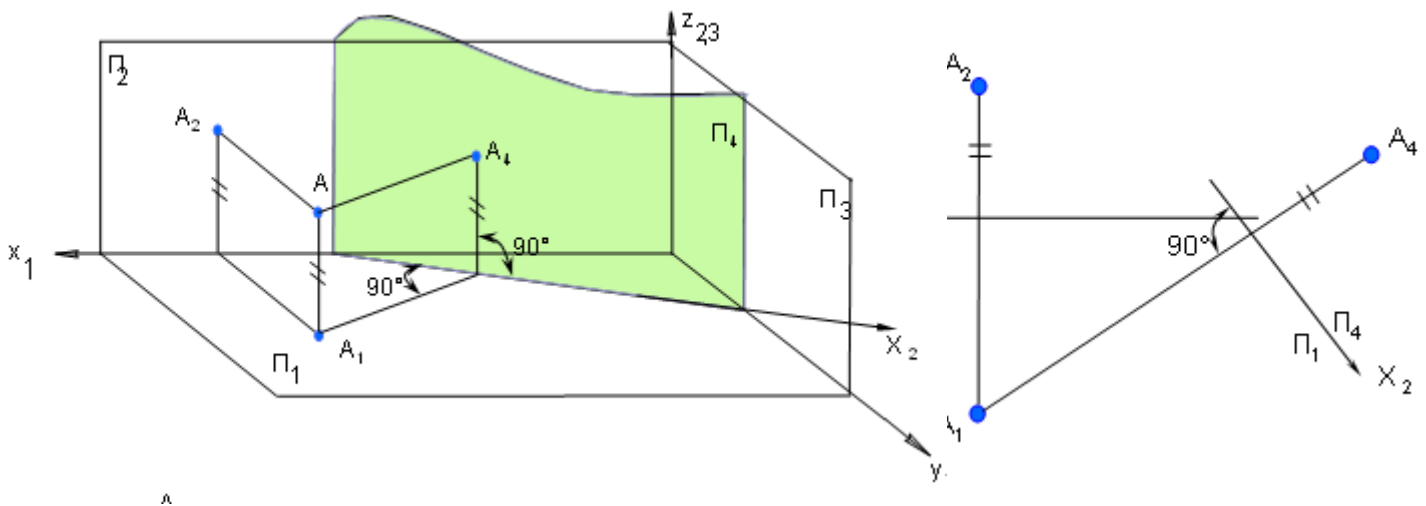


Рисунок 3.1 – замена фронтальной плоскости проекций на новую фронтальную

Таким образом, при замене фронтальной плоскости на новую фронтальную неизменной остается координата  $z$ , при замене горизонтальной плоскости на новую горизонтальную – координата  $y$ .

Заменой плоскостей проекций можно решить четыре основные задачи:

**1. Задача преобразования прямой общего положения в прямую уровня.**

Алгоритм решения задачи, рисунок 3.2:

1. Вводим дополнительную фронтальную плоскость проекций  $\Pi_4$  (перпендикулярную горизонтальной плоскости проекций, след плоскости параллелен горизонтальной проекции отрезка)
2. Строим проекцию отрезка в плоскости  $\Pi_4$ ;
3. Отрезок в системе плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$  является прямой частного положения – фронталью, и отображается на плоскости  $\Pi_4$  в натуральную величину;

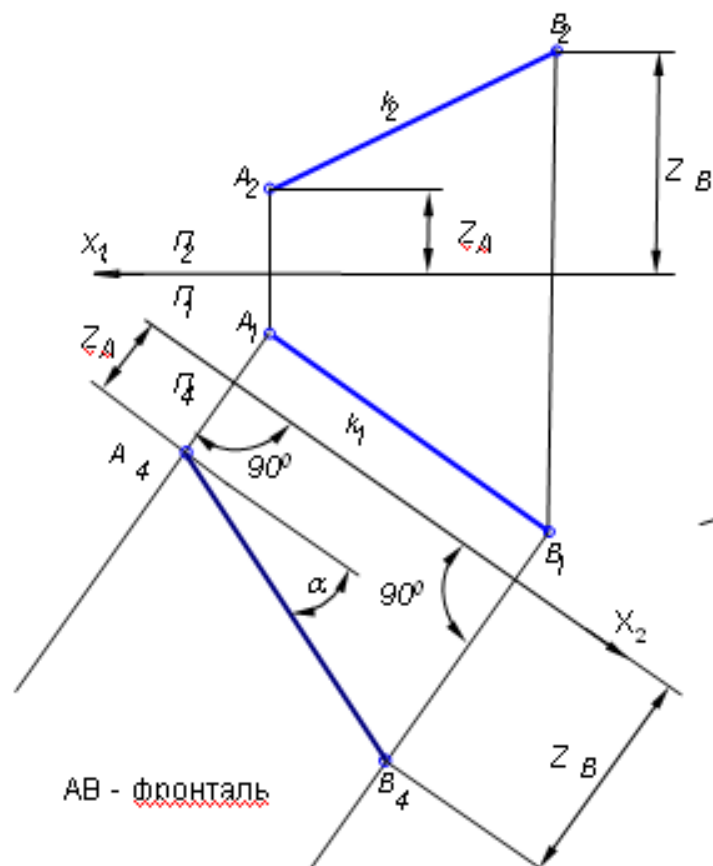


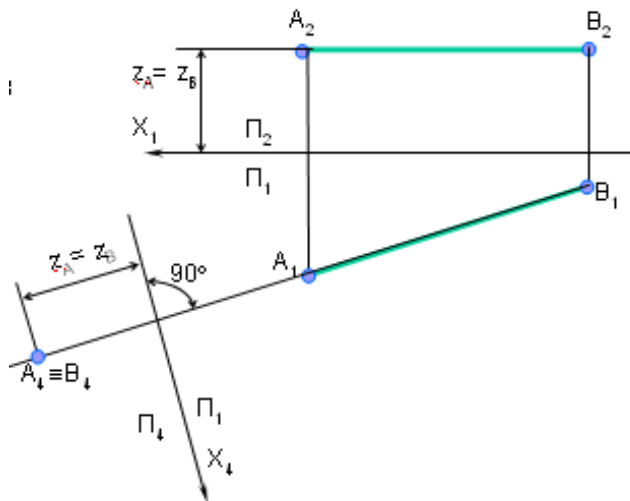
Рисунок 3.2 – Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую



## 2. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую

Алгоритм решения, рисунок 3.3:

1. Вводим вспомогательную плоскость  $\Pi_4$  – перпендикулярно проекции, представляющей натуральную величину;
2. Строим проекцию отрезка в новой плоскости проекций, при этом она



вырождается в точку. Таким образом, полученная проекция в системе плоскостей  $\Pi_1/\Pi_4$  является прямой частного положения – проецирующей прямой, на рисунке – фронтально проецирующей отрезок.

Рисунок 3.3 – Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую

### 4. Плоскость общего положения – в плоскость проецирующую.

### 5. Плоскость проецирующую – в плоскость уровня.

Алгоритм решения 3 и 4 задач, рисунок 3.4:

1. Проводим в плоскости треугольного отсека прямую уровня (горизонталь);
2. одной из плоскостей проекций перпендикулярно прямой уровня (горизонталью) проводим ось плоскостей проекций  $\Pi_1/\Pi_4$ ;

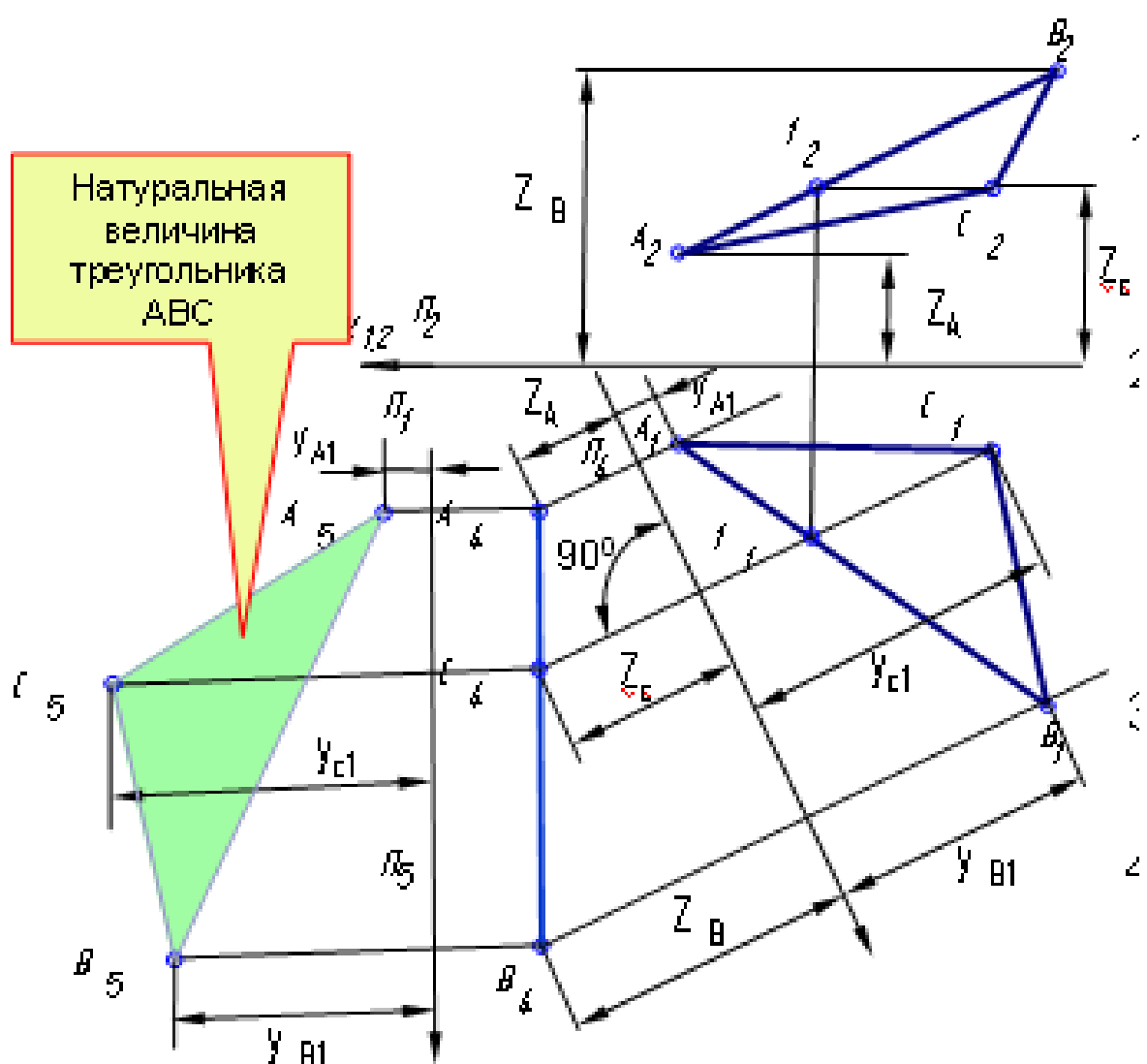


Рисунок 3.4—Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

3. Строим проекцию треугольного отсека в плоскости  $\Pi_4$ . Плоскость преобразована в проецирующую. В данном случае – это **фронтально-проецирующая плоскость**.
4. Параллельно полученной проекции отсека проводим ось плоскостей проекций  $\Pi_4/\Pi_5$ ;
5. Строим проекцию треугольного отсека в плоскости  $\Pi_5$ . Полученная проекция – плоскость **горизонтального уровня**. Построенный треугольник представляет собой натуральную величину.

### 3.2. Задание № 3

Построить проекции треугольной пирамиды, основанием которой является треугольник  $ABC$  и вершиной  $S$ .

Методом перемены плоскостей проекций определить:

1. Натуральную величину основания  $ABC$ .
2. Расстояние от вершины  $S$  до основания  $ABC$ .
3. Расстояния между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

Данные для своего варианта взять из таблицы 3.

#### Указания к решению задачи 3.

В правой половине листа формата А4 (210x297) намечаются оси координат и из таблицы 3, согласно своему варианту выбираются координаты точек  $A$ ,  $B$  и  $C$  вершин треугольника  $ABC$  и вершины  $S$ . По координатам построить треугольник  $ABC$  и вершину  $S$  в проекциях.

Способом конкурирующих точек определяется видимость ребер пирамиды. Видимые ребра пирамиды следует показать сплошными жирными линиями, невидимые – штриховыми линиями.

Все натуральные величины определяют методом перемены плоскостей проекций.

Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эюре и показать их тонкими сплошными линиями.

Таблица 3

#### Исходные данные к заданию 3 (координаты и размеры, мм)

	1 вариант					2 вариант					3 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
X	15	30	30	60	X	10	30	30	50	X	55	10	60	30
Y	10	30	45	20	Y	5	20	35	20	Y	5	20	45	35
Z	25	45	5	20	Z	20	45	5	15	Z	25	10	5	45

Продолжение таблицы 3

	4 вариант					5 вариант					6 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
<b>X</b>	45	30	15	30	<b>X</b>	90	70	45	35	<b>X</b>	50	35	10	20
<b>Y</b>	5	40	10	20	<b>Y</b>	5	40	30	5	<b>Y</b>	10	45	20	25
<b>Z</b>	20	10	20	5	<b>Z</b>	20	10	65	35	<b>Z</b>	15	0	5	45
	7 вариант					8 вариант					9 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
<b>X</b>	50	40	15	20	<b>X</b>	75	25	15	50	<b>X</b>	50	50	15	50
<b>Y</b>	30	5	15	40	<b>Y</b>	20	55	10	40	<b>Y</b>	20	10	20	50
<b>Z</b>	5	40	15	30	<b>Z</b>	10	5	30	55	<b>Z</b>	0	35	15	15
	10 вариант					11 вариант					12 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
<b>X</b>	65	40	25	50	<b>X</b>	50	40	10	25	<b>X</b>	45	45	20	45
<b>Y</b>	35	45	20	10	<b>Y</b>	10	35	5	40	<b>Y</b>	15	5	25	35
<b>Z</b>	5	20	15	40	<b>Z</b>	20	40	25	5	<b>Z</b>	5	35	20	20
	13 вариант					14 вариант					15 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
<b>X</b>	65	55	30	30	<b>X</b>	50	15	30	65	<b>X</b>	55	40	10	25
<b>Y</b>	30	5	15	30	<b>Y</b>	50	25	5	10	<b>Y</b>	5	35	20	25
<b>Z</b>	5	35	15	40	<b>Z</b>	15	5	40	10	<b>Z</b>	25	5	15	50

	16 вариант					17 вариант					18 вариант			
	A	B	C	S		A	B	C	S		A	B	C	S
<b>X</b>	5	20	30	25	<b>X</b>	5	20	30	25	<b>X</b>	75	90	60	45
<b>Y</b>	15	5	30	40	<b>Y</b>	10	5	25	40	<b>Y</b>	10	10	45	20
<b>Z</b>	5	20	10	40	<b>Z</b>	10	20	5	40	<b>Z</b>	0	35	50	30

**Порядок выполнения задания:**

Задание решают с помощью метода перемены плоскостей проекций.

1. Построить горизонтальную и фронтальную проекции пирамиды, с учетом видимости ребер.

2. Определить натуральную величину основания ABC

Преобразовать треугольник ABC общего положения в проецирующий, далее из проецирующего положения преобразовать треугольник в плоскость уровня, в результате получим натуральную величину основания пирамиды.

3. Определить расстояние от вершины S до основания ABC.

Перпендикуляр, опущенный из вершины S к преобразованному в проецирующее положение основанию пирамиды ABC и будет являться искомым расстоянием.

4. Определить расстояние между ребрами AS и BC.

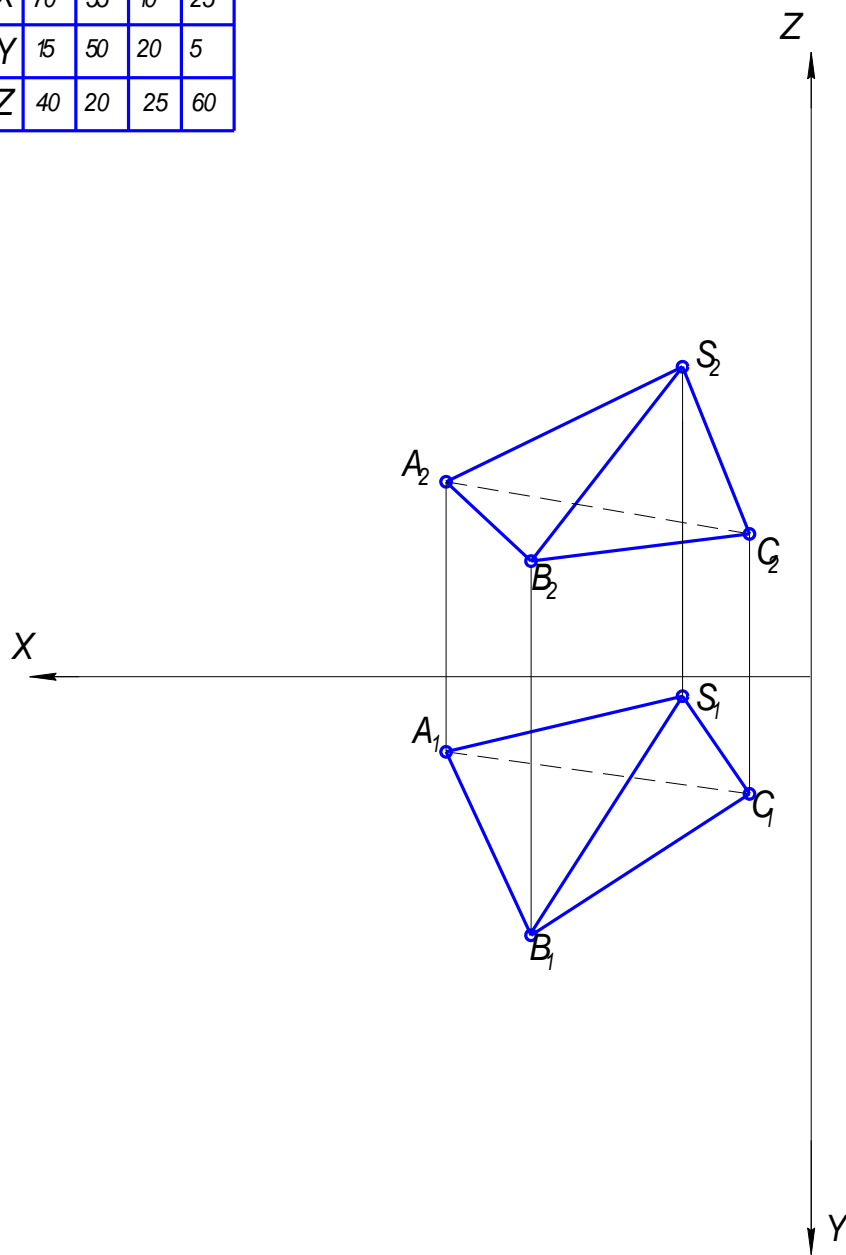
Расстояние между ребрами определится, как перпендикуляр опущенный из вырожденной проекции одного из отрезков к проекции другого отрезка.

Преобразовать отрезок AS или BC в прямую уровня, далее преобразовать один из отрезков AS или BC в проецирующий. Для нахождения расстояния необходимо опустить перпендикуляр из вырожденной проекции отрезка ко второму ребру.

**Пример выполнения задания 3 (рисунок 3.5):**

1. Строим проекции вершин пирамиды – точек основания  $A, B, C$  и вершины пирамиды  $S$ . Соединяем точки с учетом видимости, по методу конкурирующих точек.

	$A$	$B$	$C$	$S$
$X$	70	55	10	25
$Y$	15	50	20	5
$Z$	40	20	25	60



Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Принял			

НГ 11.03.00 ЭП

М 1:1

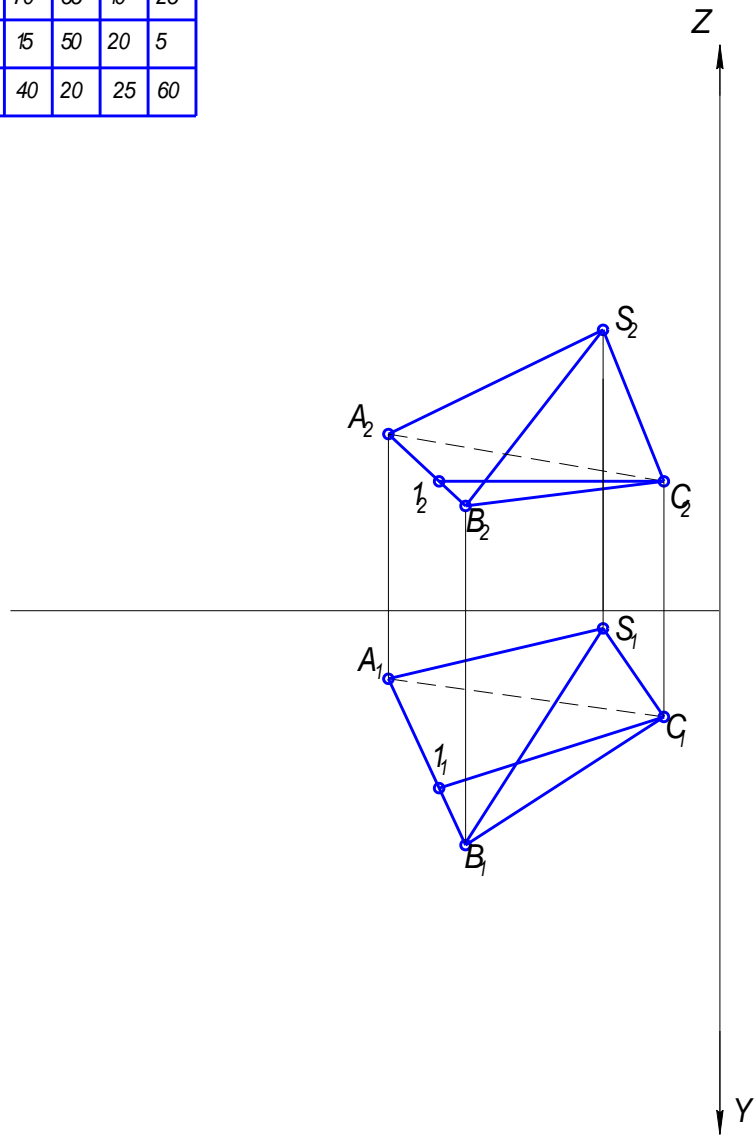
ИрГАУ,  
к.т.р. инж.ф.т

2. Определить натуральную величину основания ABC.

1.1. Проводим в треугольнике ABC горизонталь или фронталь.

На чертеже в треугольнике ABC построена горизонталь C1. Фронтальная проекция C<sub>2</sub>1<sub>2</sub> параллельна оси X. Горизонтальная проекция C<sub>1</sub>1<sub>1</sub> достраивается с помощью линий связи, с учетом того, что точка 1 принадлежит стороне AB. Горизонтальная проекция горизонтали C<sub>1</sub>1<sub>1</sub> натуральная величина.

	A	B	C	S
X	70	55	10	25
Y	15	50	20	5
Z	40	20	25	60



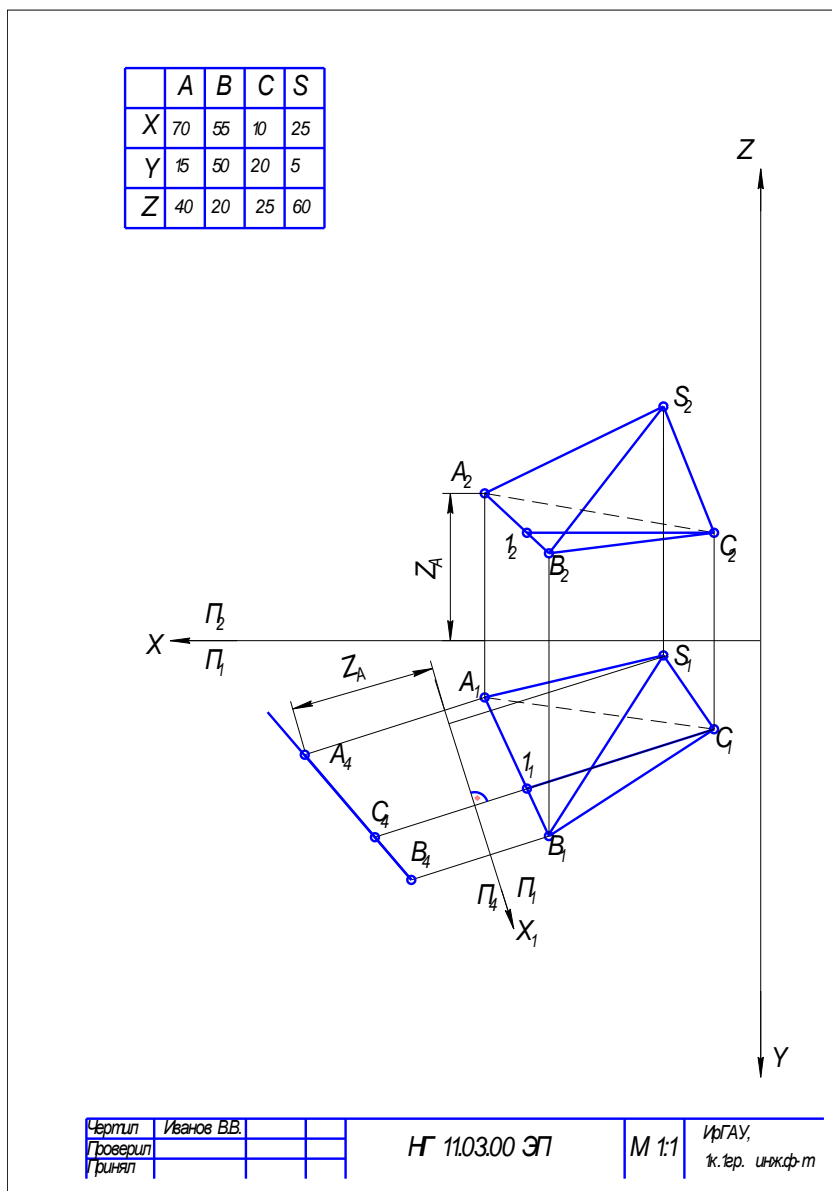
Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Рисовал			

НГ 11.03.00 ЭП

М 1:1

ИрГАУ,  
к.тер. инж.ф.т

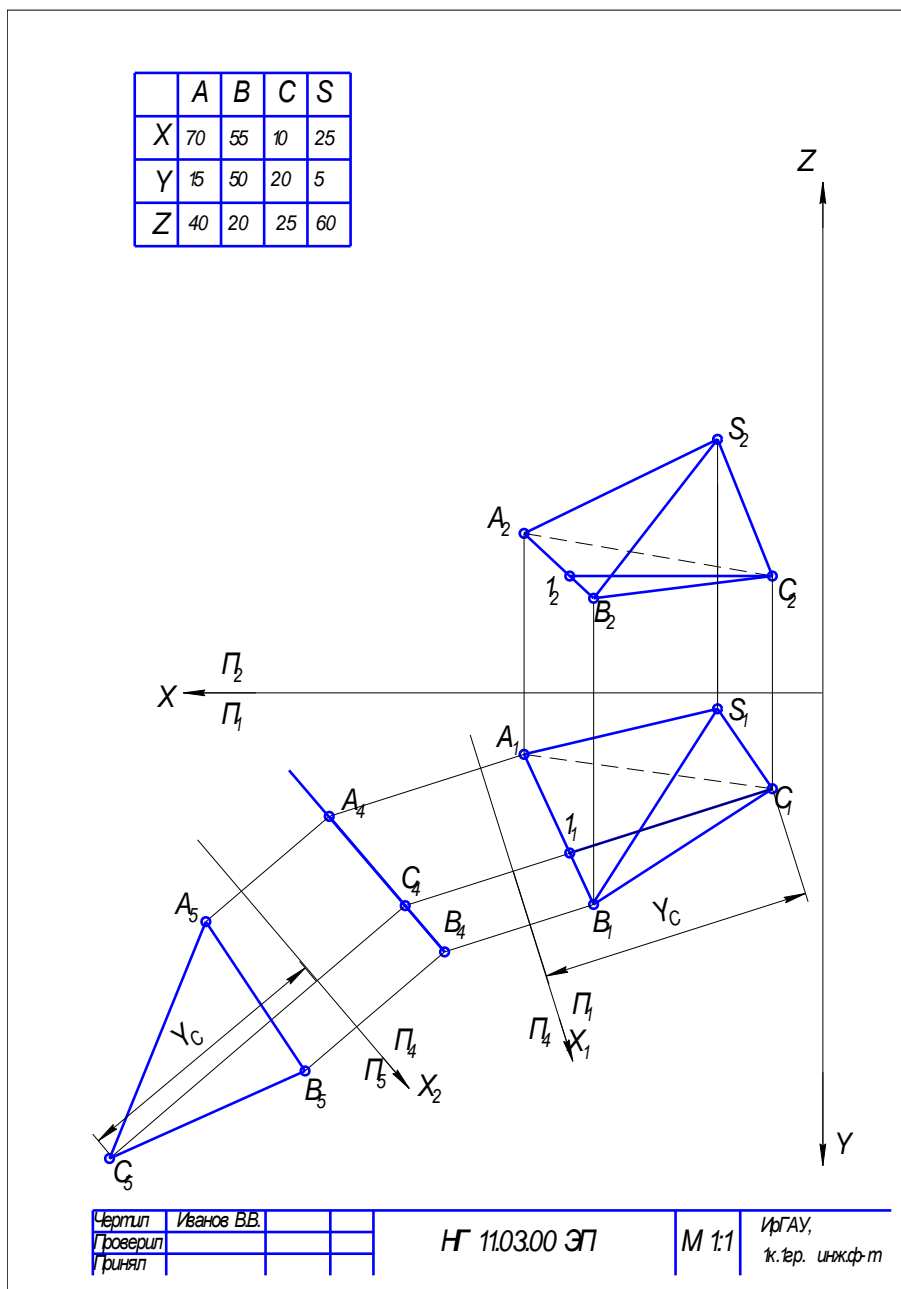
1.2. Преобразуем треугольник ABC общего положения в проецирующий. Производим первую замену. Фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  заменяем на новую фронтальную плоскость проекций  $\Pi_4$ . Новую ось  $X_1$  строим на свободном поле чертежа, перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали (натуральной величине)  $C_1I_1$ . Проекцию треугольника ABC в системе  $\Pi_1/\Pi_4$  получаем сохраняя неизменными положение фронтальной проекции и координату  $z$  (расстояние от оси  $X$  до фронтальных проекций точек A, B и C). Не нарушая проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси  $X_1$ ) получаем проекцию треугольника  $A_4B_4C_4$ , которая преобразовалась в прямую и представляет собой фронтально - проецирующую плоскость.





1.3. Преобразуем треугольник из проецирующего положения в плоскость уровня.

Производим вторую замену. Горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  заменяем на новую горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_5$ . Проводим на свободном поле чертежа новую ось  $X_2$  параллельно проекции треугольника  $A_4B_4C_4$ . Сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси  $X_2$ ) откладываем от оси  $X_2$  расстояния равные координатам  $y$  в системе  $\Pi_1/\Pi_4$ , т.е. расстояния от оси  $X_1$  до горизонтальных проекций точек основания  $A$ ,  $B$  и  $C$ . В результате получаем положение вершин  $A_5$ ,  $B_5$ ,  $C_5$  треугольника  $ABC$  – натуральную величину основания пирамиды.

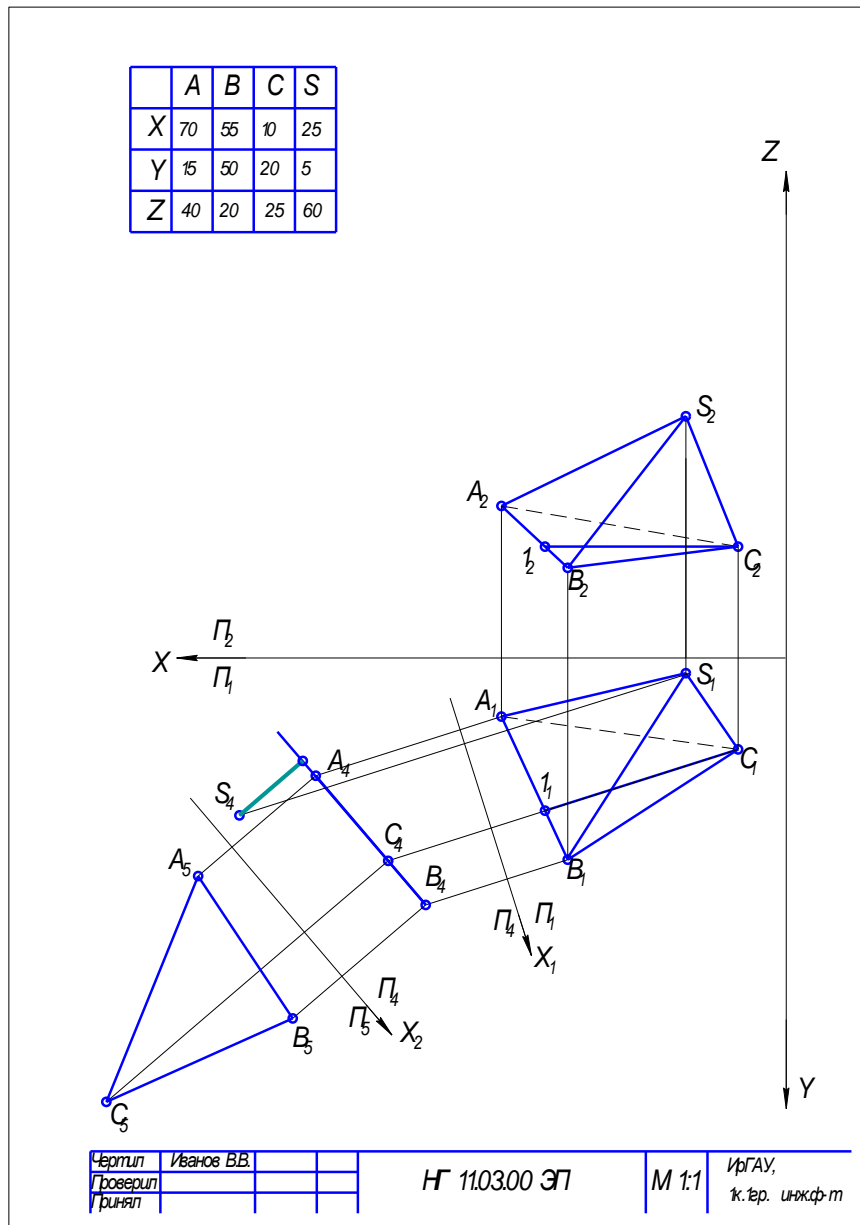


2. Определить расстояние от вершины  $S$  до основания  $ABC$ .

2.1. Построить проекцию вершины  $S$  в системе  $\Pi_1/\Pi_4$

Сохраняя неизменной координату  $z$  (расстояние от оси  $X$  до фронтальной проекции  $S_2$ ) и проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси  $X_1$ ) получаем новую фронтальную проекцию вершины  $S_4$  - положение вершины в системе  $\Pi_1/\Pi_4$ .

2.2. Опускаем перпендикуляр из полученной фронтальной проекции вершины  $S_4$  к основанию пирамиды  $A_4B_4C_4$ . Полученный отрезок и является высотой пирамиды.

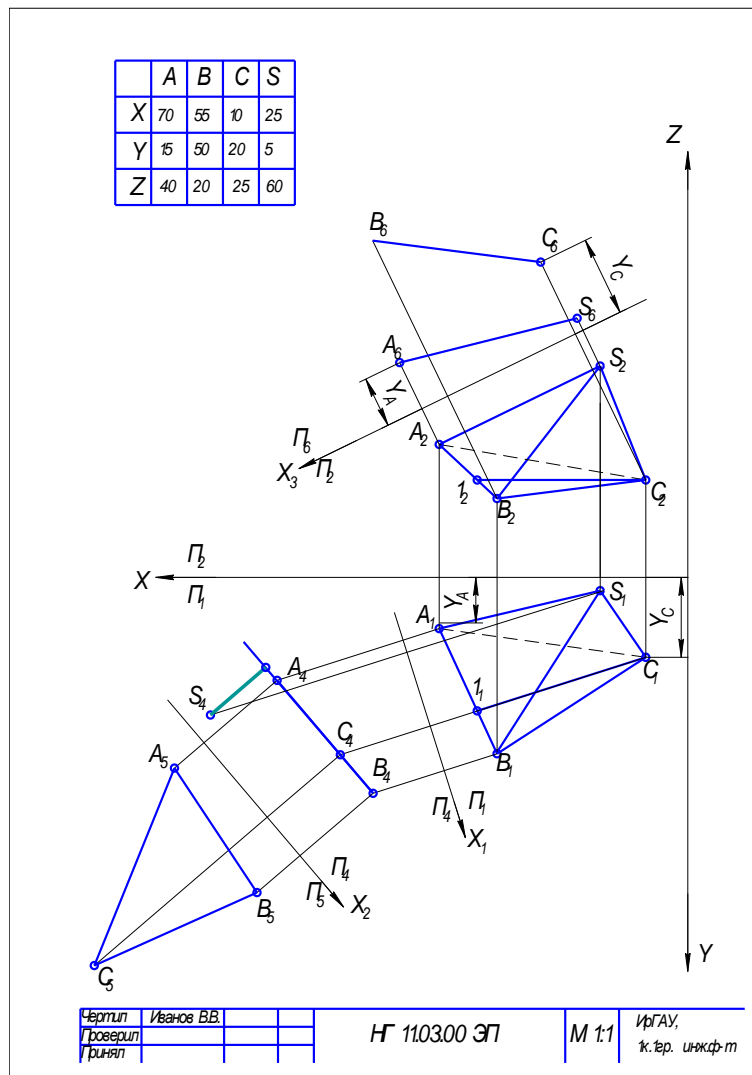


3. Определить расстояние между ребрами  $AS$  и  $BC$ .

3.1. Преобразовать отрезок  $AS$  или  $BC$  и, в зависимости от построений и свободного места на чертеже, в горизонталь или фронталь.

На чертеже преобразуем ребро  $AS$  в горизонталь. Произведем замену. Заменяем горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  на новую горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_6$ . На свободном поле чертежа проводим новую ось  $X_3$  параллельно фронтальной проекции отрезка  $AS$  ( $A_2S_2$ ). Строим проекции точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $S$  в новой системе  $\Pi_2/\Pi_6$  сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны  $X_3$ ) и координаты  $y$  (расстояния от оси  $X$  до горизонтальных проекций точек  $A_1, B_1, C_1$  и  $S_1$ ). Соединяем между собой полученные точки попарно:  $A_6$  и  $S_6$ ,  $B_6$  и  $C_6$ .

Отрезок  $A_6 S_6$  – горизонтальная проекция горизонтали (натуральная величина отрезка).

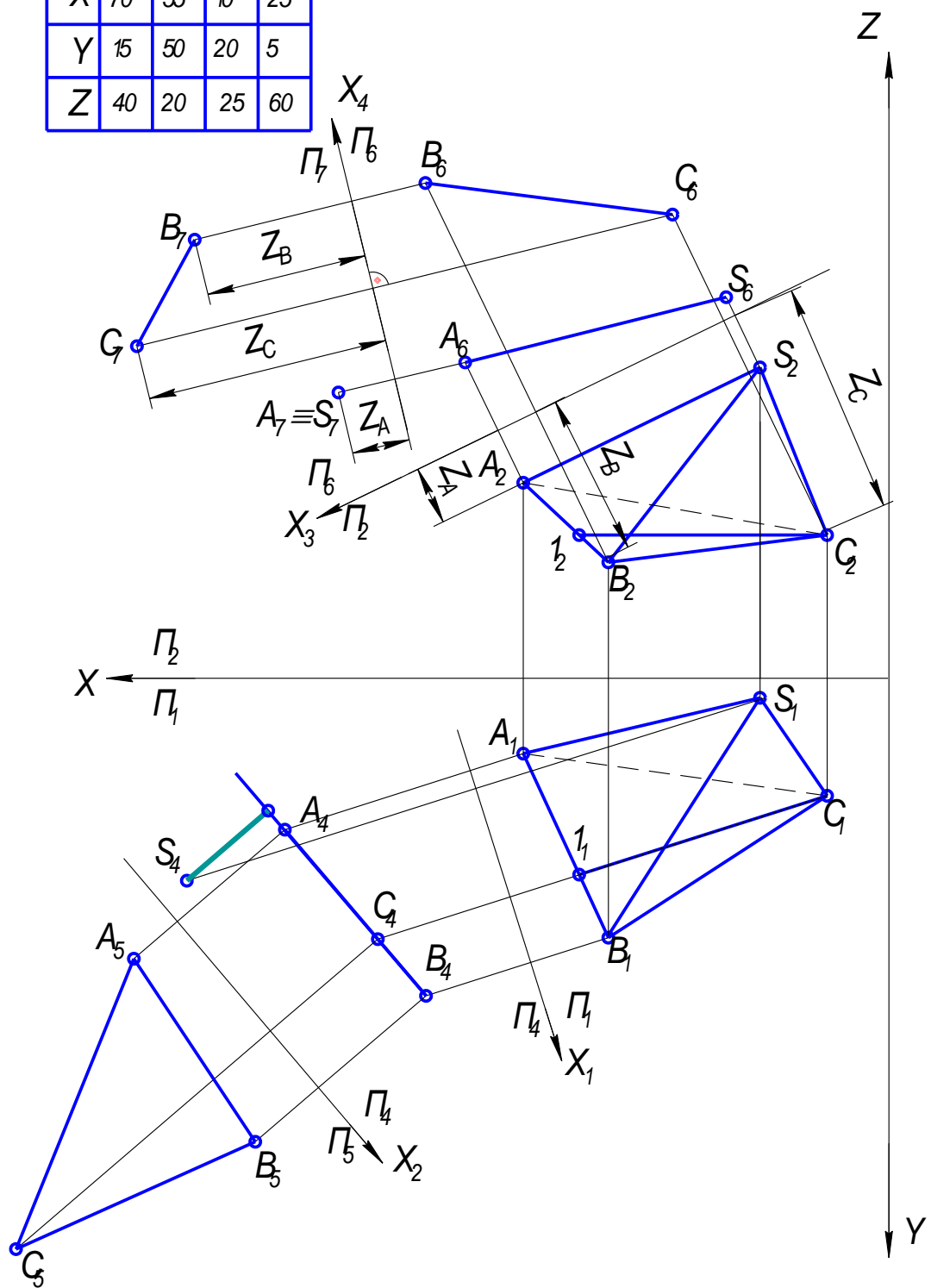


Преобразовать отрезок AS или BC в проецирующий.

Преобразуем отрезок AS во фронтально – проецирующий. Заменяем фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  на новую фронтальную плоскость проекций  $\Pi_7$ . На свободном поле чертежа проводим новую ось  $X_4$  перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали  $A_6S_6$ . Строим проекции точек A, B, C и S в новой системе  $\Pi_6/\Pi_7$  сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны  $X_4$ ) и координаты z (расстояния от оси  $X_3$  до фронтальных проекций точек  $A_2, B_2, C_2$  и  $S_2$ ).

Проекция отрезка  $A_7S_7$  представляет собой фронтальную проекцию фронтально – проецирующей прямой и преобразовался в точку. Фронтальная проекция отрезка  $B_7C_7$  – проекция отрезка общего положения.

	A	B	C	S
X	70	55	10	25
Y	15	50	20	5
Z	40	20	25	60



Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Грinyaл			

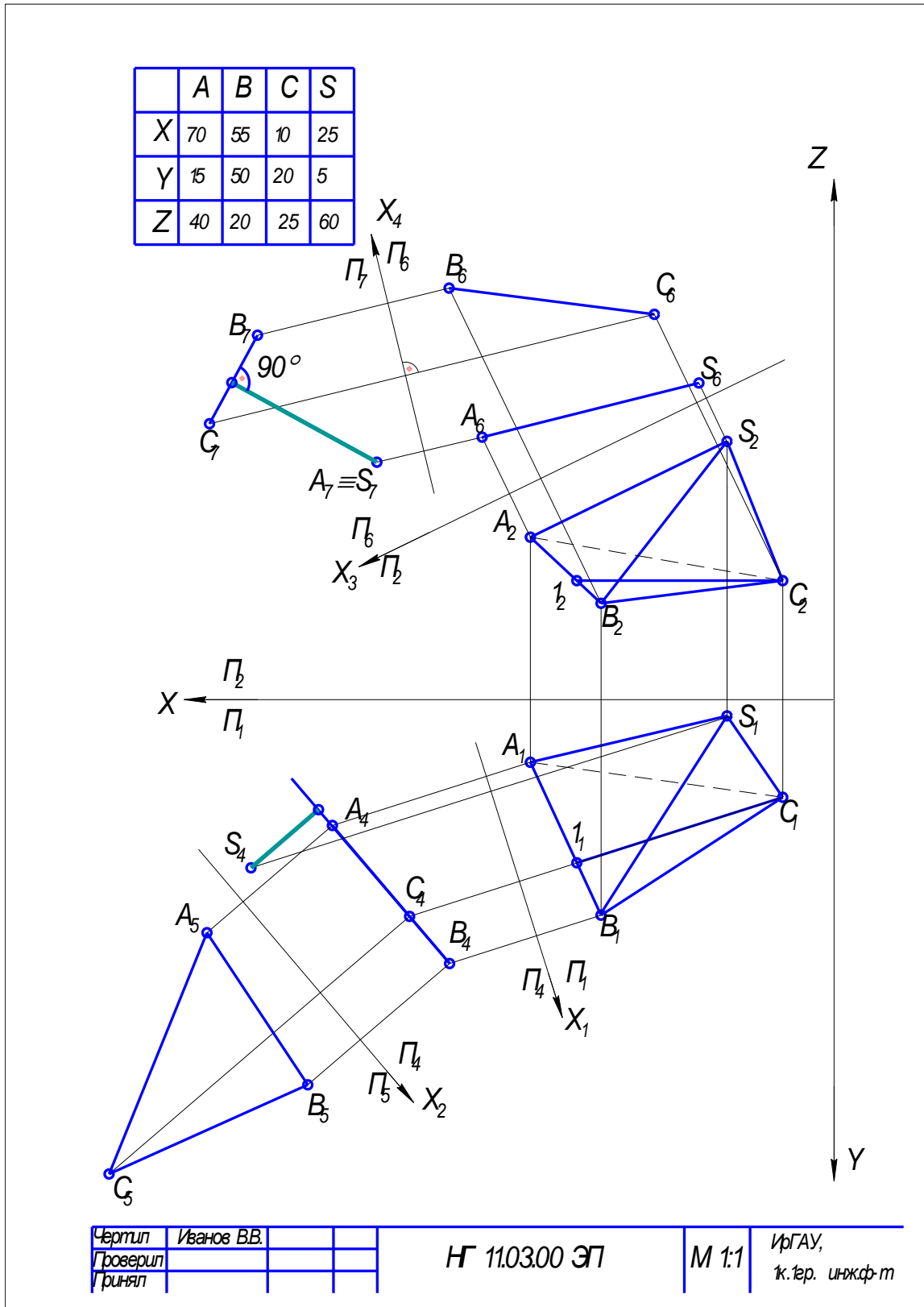
НГ 11.03.00 ЭП

М 1:1

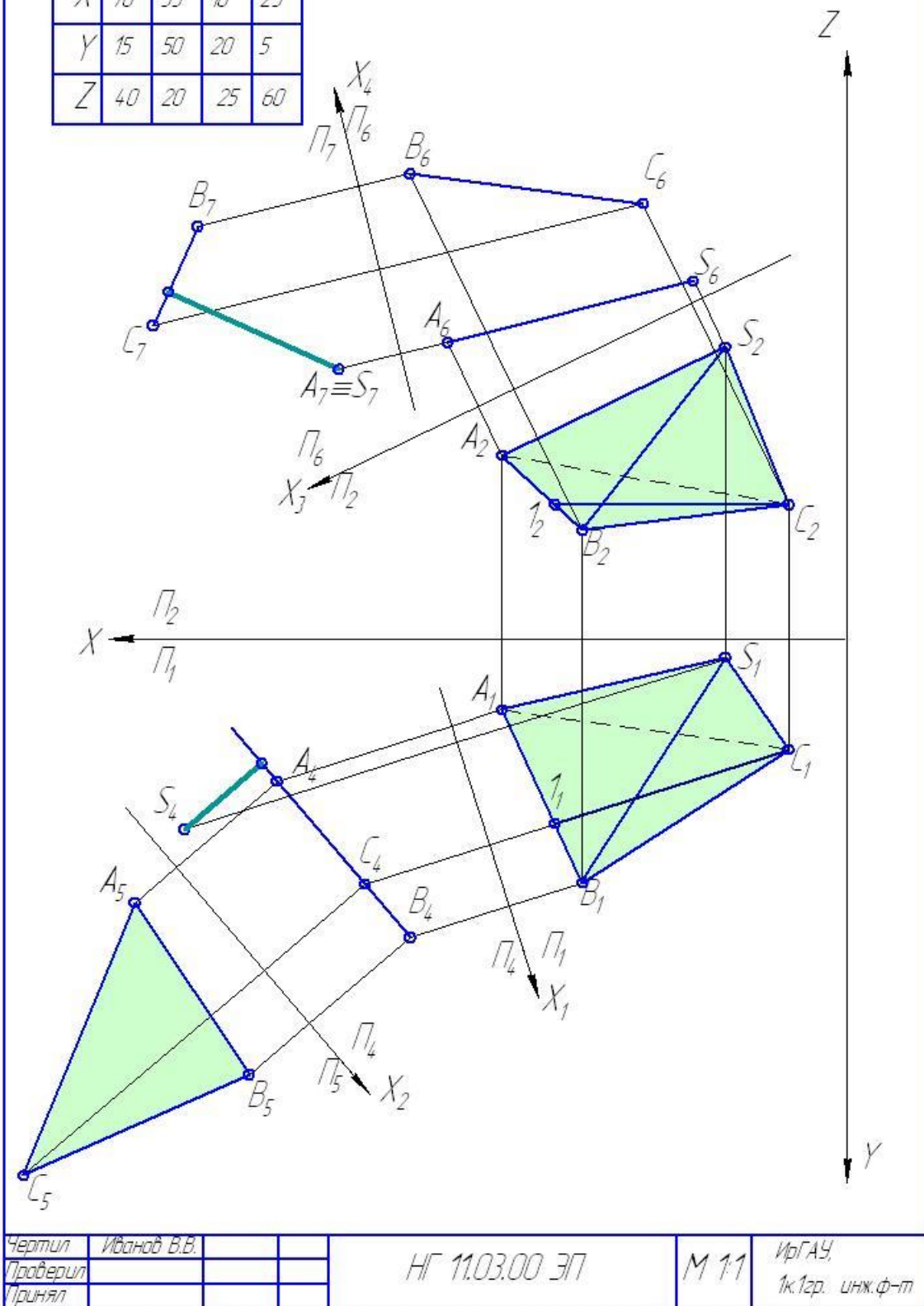
ИрГАУ,  
к.тер. инж.ф-т

Определяем расстояние между ребрами.

Для нахождения расстояния между ребрами опускаем перпендикуляр из вырожденной проекции отрезка  $A_7S_7$  к проекции ребра  $B_7C_7$ . Полученный отрезок – расстояние между ребрами AS и BC.



	A	B	C	S
X	70	55	10	25
Y	15	50	20	5
Z	40	20	25	60



Чертил	Иванов В.В.			НГ 11.03.00 ЭП	М 11	ИрГАУ, 1к.1гр. инж.ф-т
Проверил						
Принял						

Рисунок 3.5 – Пример выполнения задания 3

## 4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностью, называется **телом**. Построение проекций тел на плоскости сводится к построению точек.

Все тела можно разделить на две группы: многогранники и тела вращения.

### 4.1. Многогранники

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Построение многогранника сводится к построению точек – вершин многогранника, соединяя между собой которые получаем ребра и основания.

Многогранники описываются с помощью вершин, ребер, граней и оснований, рисунок 4.1

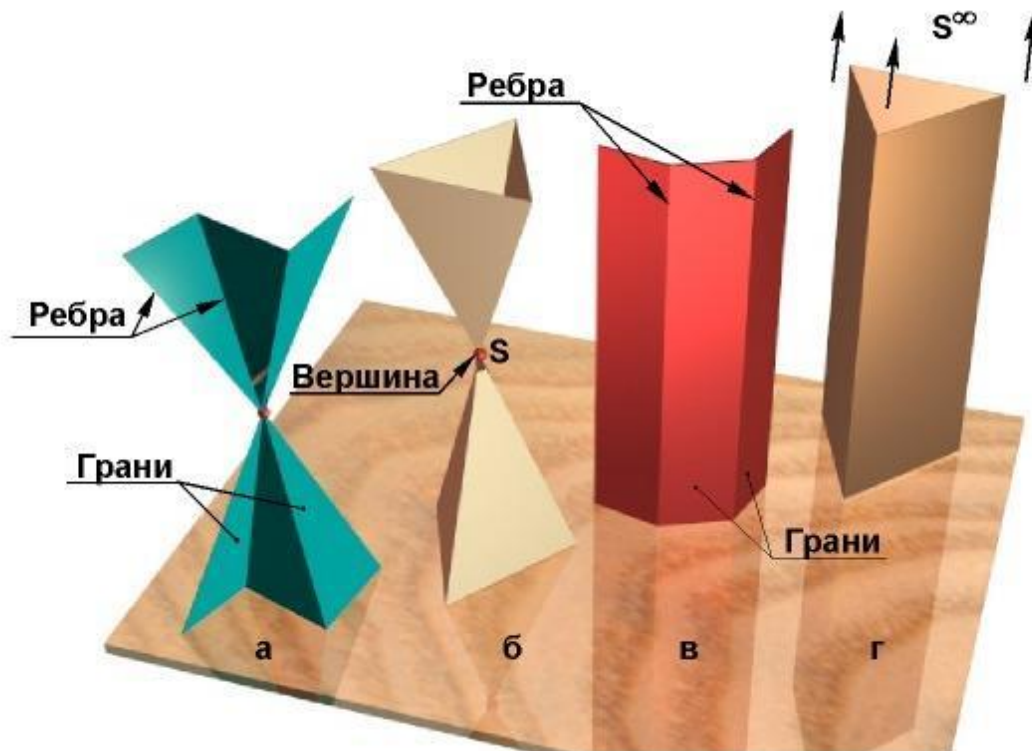


Рисунок 4.1 – Параметры многогранников



На чертеже призма, рисунок 4.2, а изображается только с помощью прямолинейных отрезков, которые являются проекциями либо ребер, либо граней, боковые грани представляют собой параллелограммы или прямоугольники. Основанием призмы является любой многоугольник. При этом, в зависимости от фигуры основания призмы делятся на правильные и неправильные, а по расположению ребер по отношению к плоскостям проекций – прямые и наклонные.

Для задания пирамиды, рисунок 4.2, б необходимо знать фигуры сечения боковых граней и точку их пересечения.

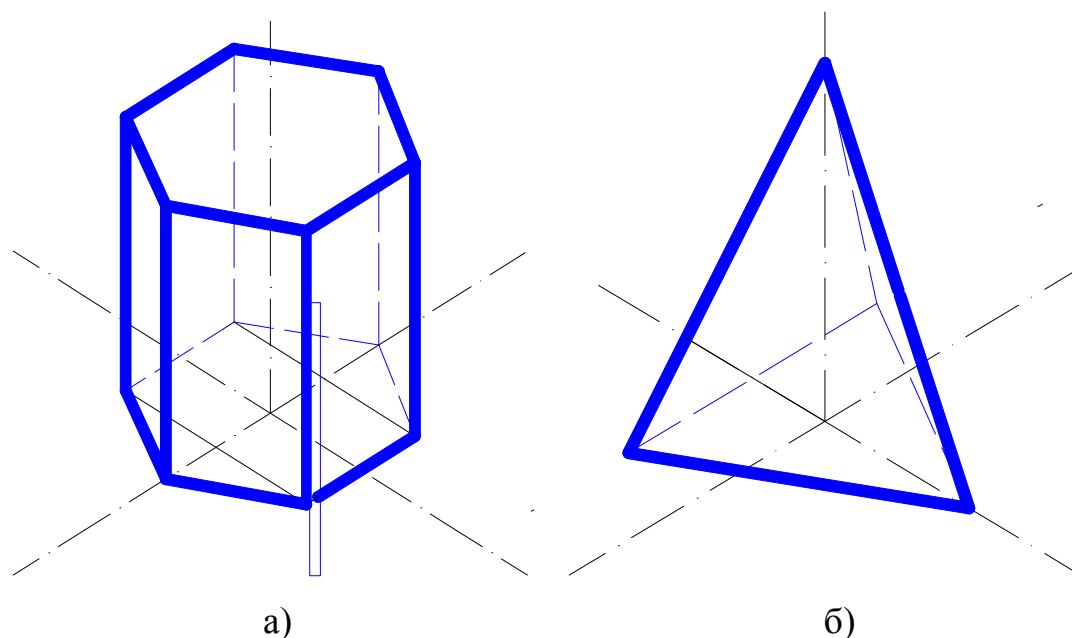


Рисунок 4.2 – Многогранники: призма и пирамида

#### 4.1.1. Нахождение точек на поверхности многогранника

Проекции точек, принадлежащих ребрам определяются как проекции точек, принадлежащих прямой, т.е. проекции точки, принадлежащей соответствующему ребру, будут принадлежать проекциям соответствующих ребер.

Точки принадлежащие граням, необходимо рассматривать, как точки принадлежащие плоскости. Таким образом, для нахождения их проекций можно воспользоваться двумя способами, рисунок 4.3:

- заключить точку в прямую, принадлежащую грани (как плоскости) и определить сначала положение проекций прямой, а затем и проекций точки, как принадлежащей этой прямой;

- заключить точку в плоскость, при этом сначала необходимо построить проекции фигуры сечения многогранника плоскостью, а затем определить положение проекции точки.

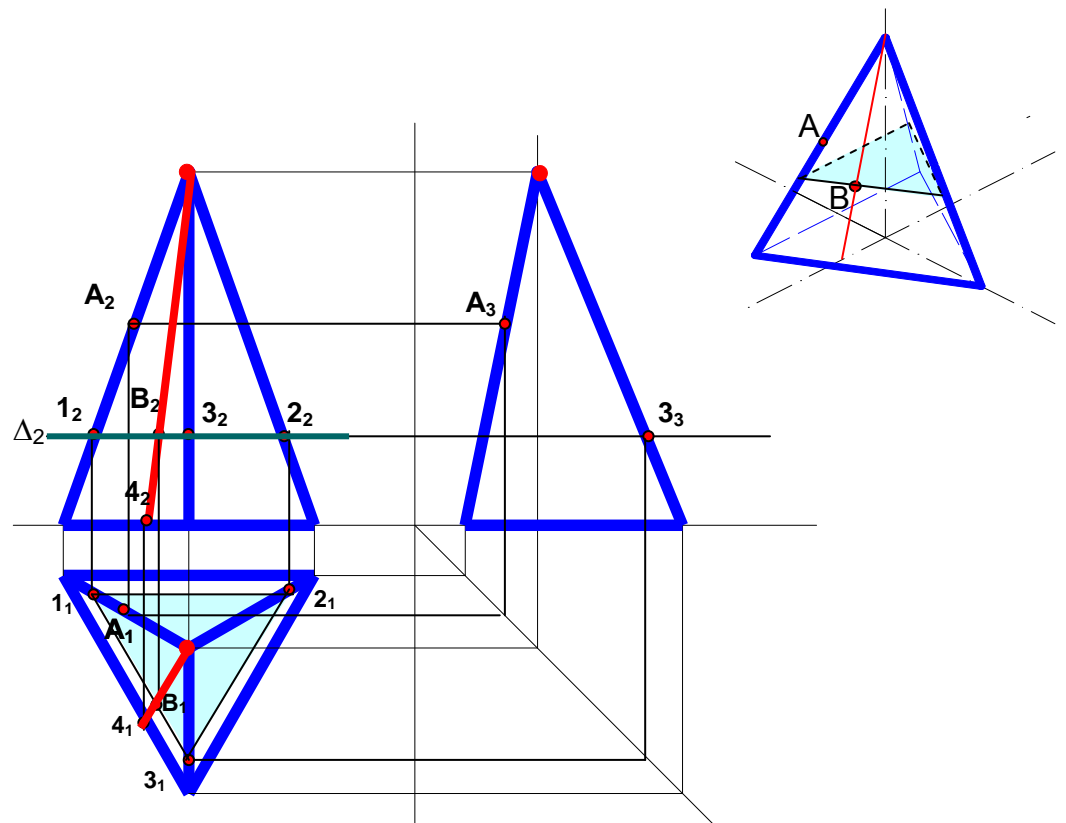


Рисунок 4.3 – Нахождение точек на поверхности пирамиды

#### 4.1.2. Сечение многогранников, плоскостями частного положения

Определение фигуры сечения многогранника плоскостью частного положения, рисунки 4.4 и 4.5 сводится к нахождению характерных точек сечения. Характерными точками являются, точки, расположенные на ребрах и

основаниях многогранников. Соединяем , полученные характерные точки с учетом видимости ребер многогранников.

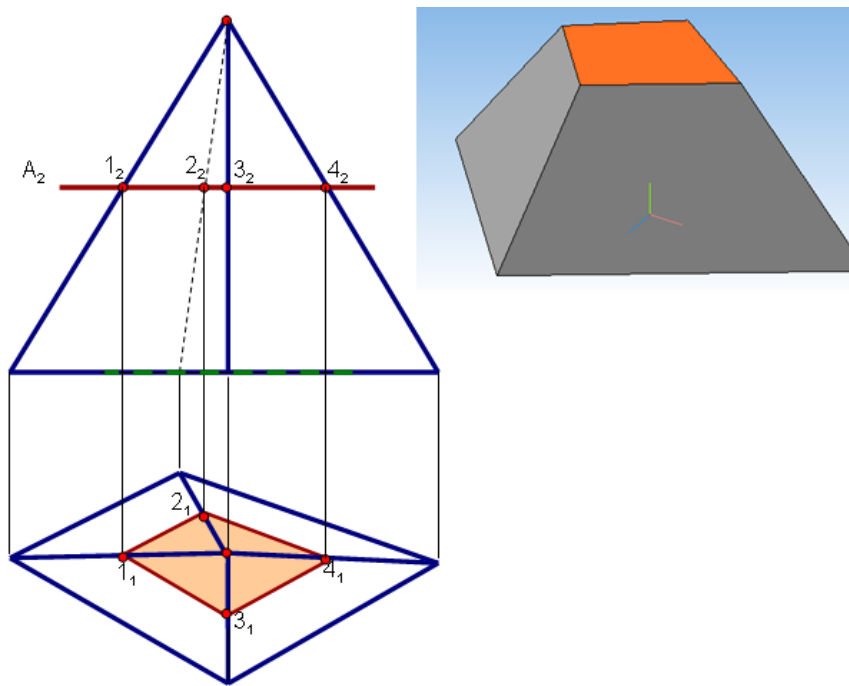


Рисунок 4.4 – Сечение пирамиды плоскостью горизонтального уровня

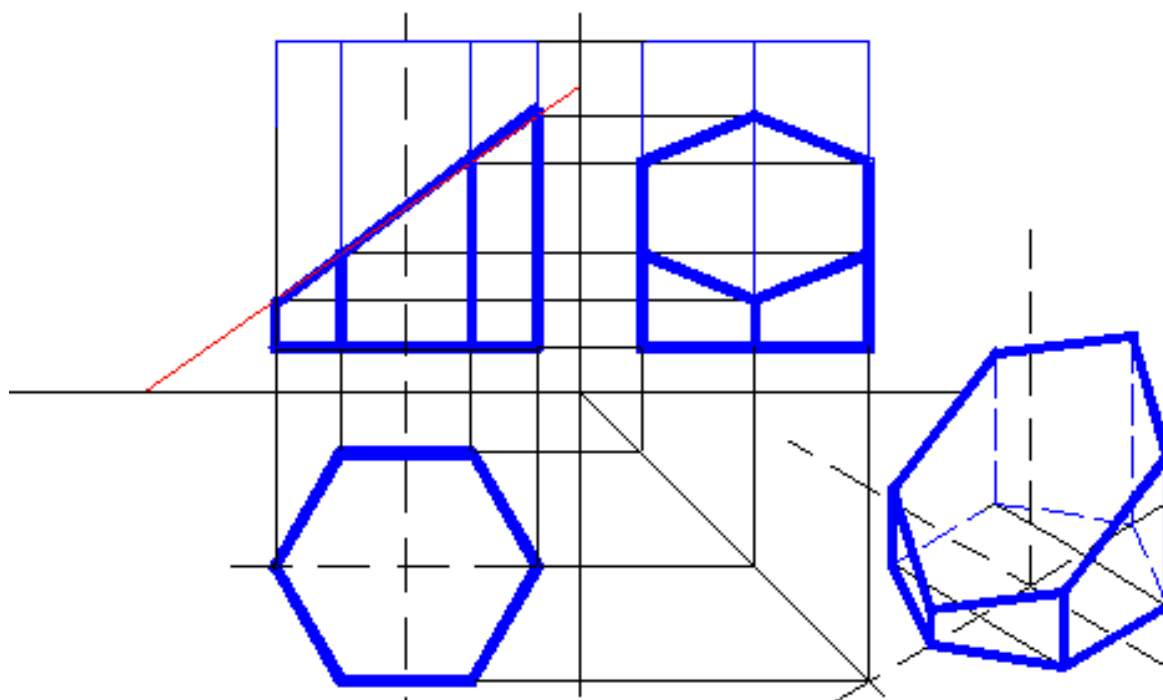
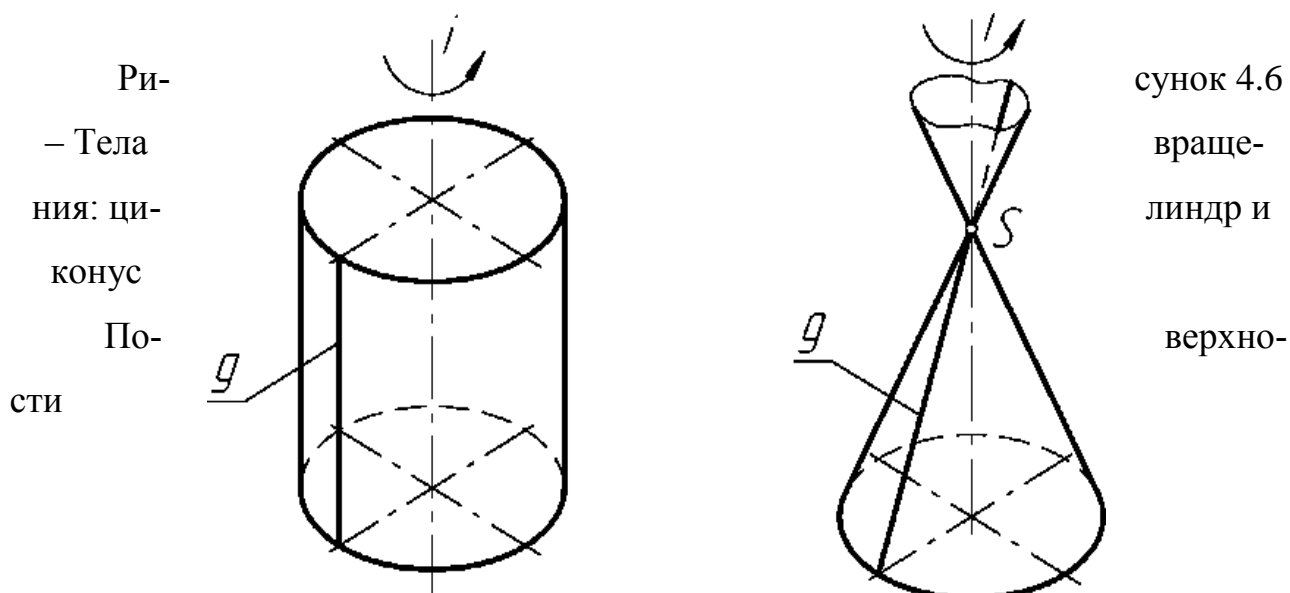


Рисунок 4.5 – Сечение призмы фронтально – проецирующей плоскостью

## 4.2. Тела вращения

**Тела вращения** – поверхности образованные вращением образующей линии (прямой или кривой) вокруг неподвижной прямой. Образующая очерчивающая поверхность, называется очерковой, рисунок 4.6.



описываются осями, параллелями, меридианами, вершинами и т.д., рисунок 4.7

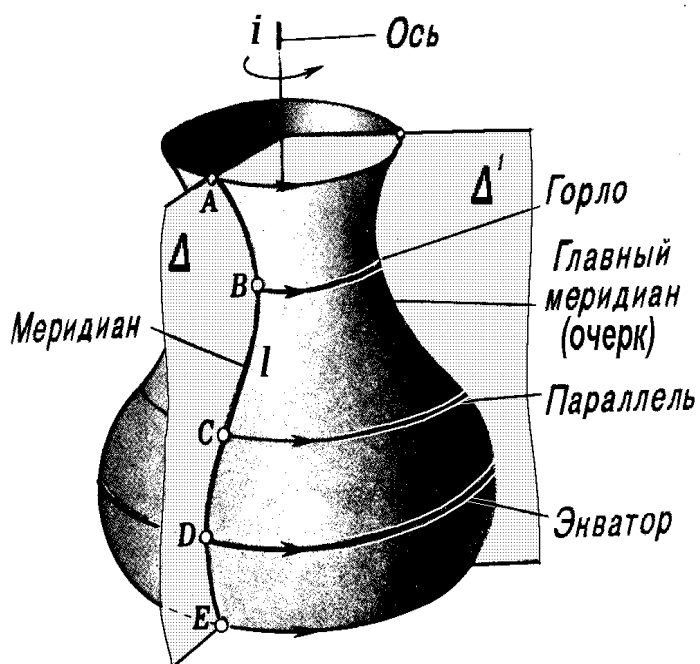


Рисунок 4.7 – Параметры поверхностей вращения

### 4.2.1. Нахождение точек на поверхности тел вращения

Положение точек на поверхности вращения можно определить с помощью образующих, либо с помощью окружностей, проходящих через точку поверхности, рисунок 4.8 и 4.9. Окружности получаются в результате сечения тел вращения вспомогательными плоскостями частного положения. На рисунке 4.8. вспомогательные плоскости горизонтального уровня проведены параллельно основанию конуса. С помощью таких окружностей определено положение точки  $C$ .

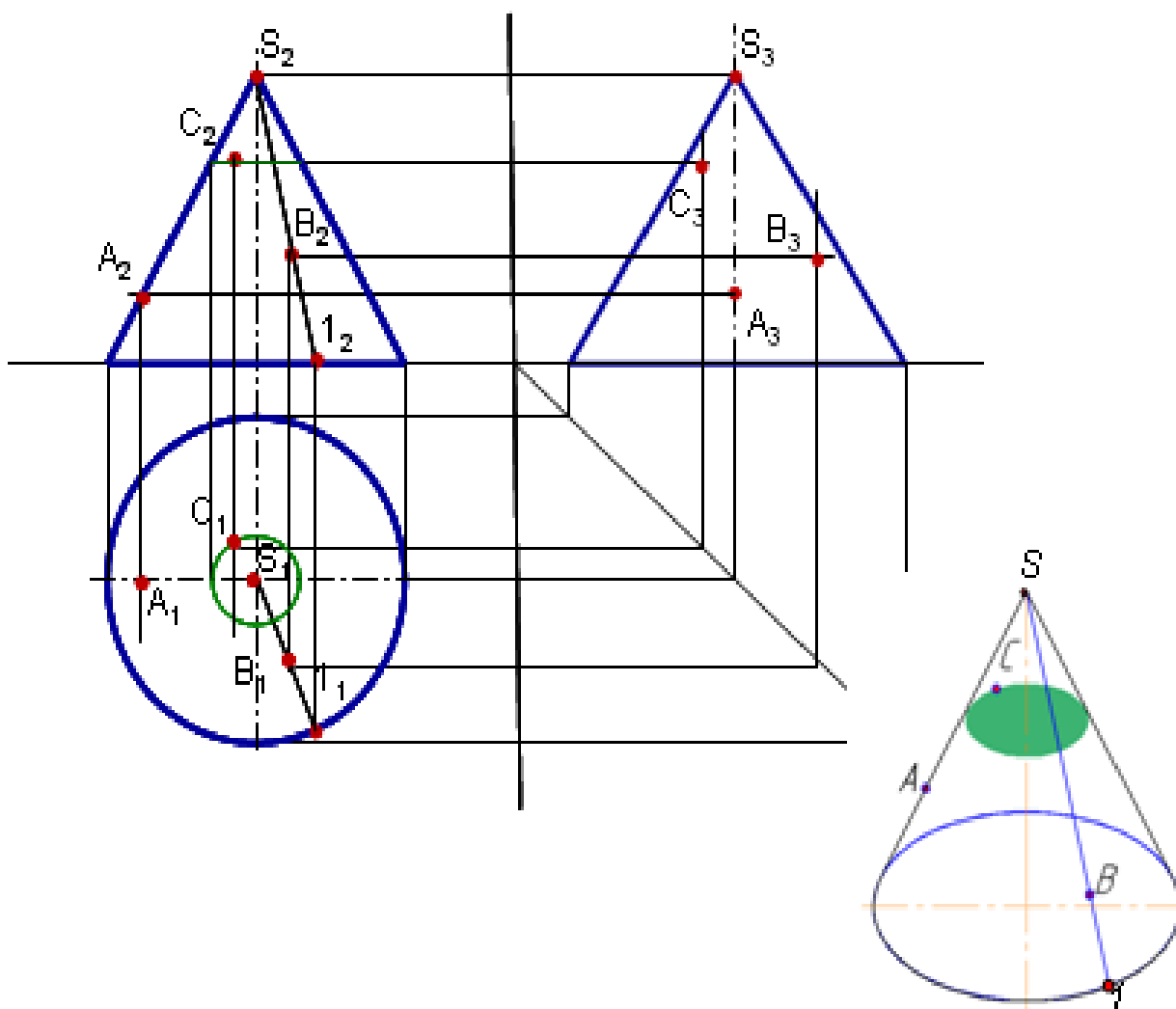


Рисунок 4.8 – Нахождение точек на поверхности конуса

На рисунке 4.9 для нахождения точек на поверхности сферы применены плоскости горизонтального уровня – в сечении окружность, проецирующаяся на горизонтальной плоскости в натуральную величину.

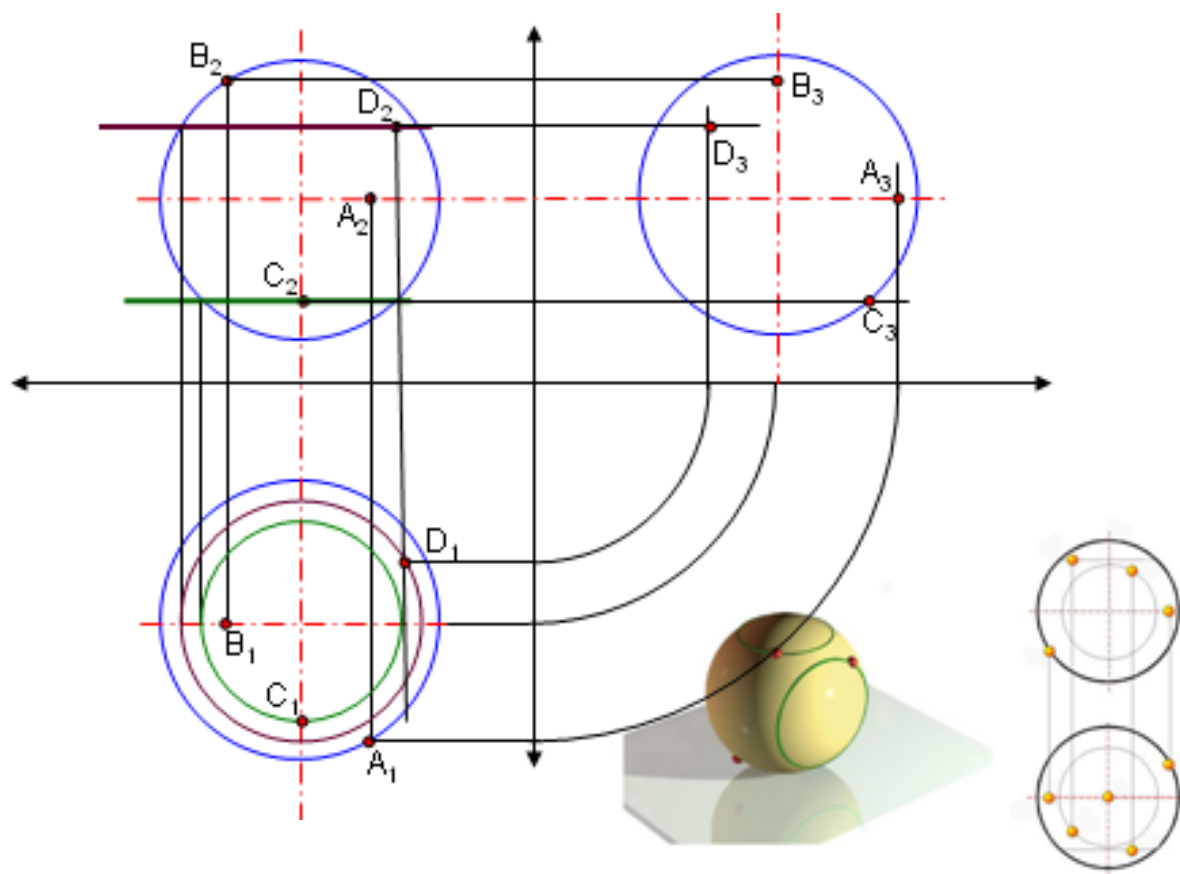


Рисунок 4.9 – Нахождение точек на поверхности сферы

#### 4.2.2. Сечение поверхностей вращения плоскостями частного положения

Для нахождения фигуры сечения, необходимо построить точки пересечения образующих с секущей плоскостью или применять вспомогательные плоскости.

На рисунке 4.10 показано сечение прямого кругового цилиндра фронтально - проецирующей плоскостью. Для построения фигуры сечения необходимо провести равномерно расположенные образующие.

В данном случае, ось цилиндра перпендикулярна горизонтальной проекции, поэтому фигура сечения совпадает с горизонтальной проекцией цилиндра. На фронтальной проекции фигура сечения совпадает со следом фронтально-проецирующей плоскости. Профильные проекции точек фигуры сечения построены геометрически, с использованием биссектрисы угла.

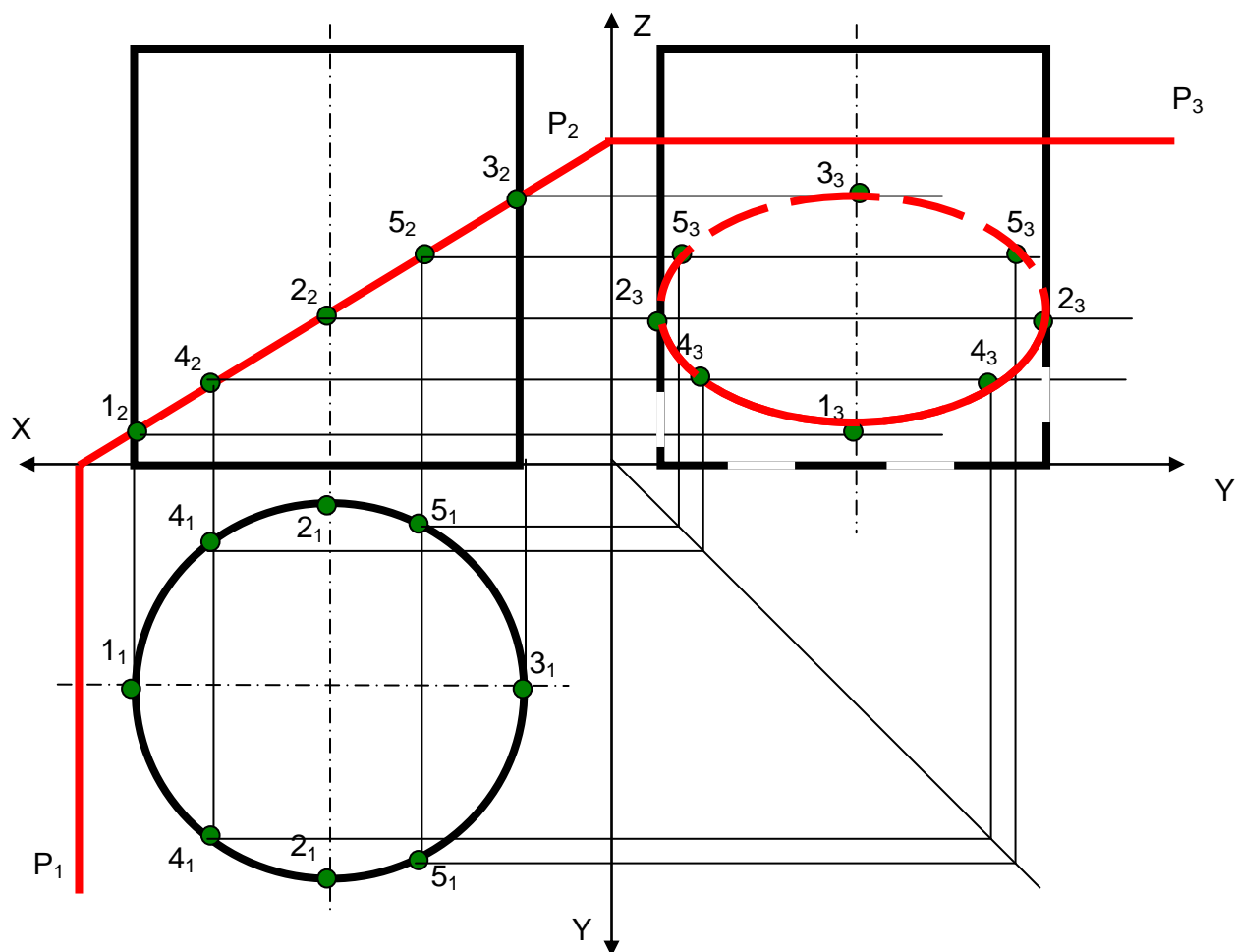


Рисунок 4.10 – Сечение цилиндра фронтально – проецирующей плоскостью

### 4.3. Метод вспомогательных секущих плоскостей

Данный метод предполагает введение вспомогательных секущих плоскостей, дающие наиболее простые фигуры в сечении, которые проводят через характерные точки сечения.

Примеры таких плоскостей для конуса (окружность – плоскость параллельная основанию, треугольник – плоскость, проходящая через вершину ко-

нуса) и цилиндра (прямоугольник- плоскость, параллельная образующим) показаны на рисунке 4.11. В сечении сферы и тора необходимо выбирать расположение плоскостей по отношению к плоскостям проекций так, чтобы они пересекали фигуры по окружности, рисунок 4.12.

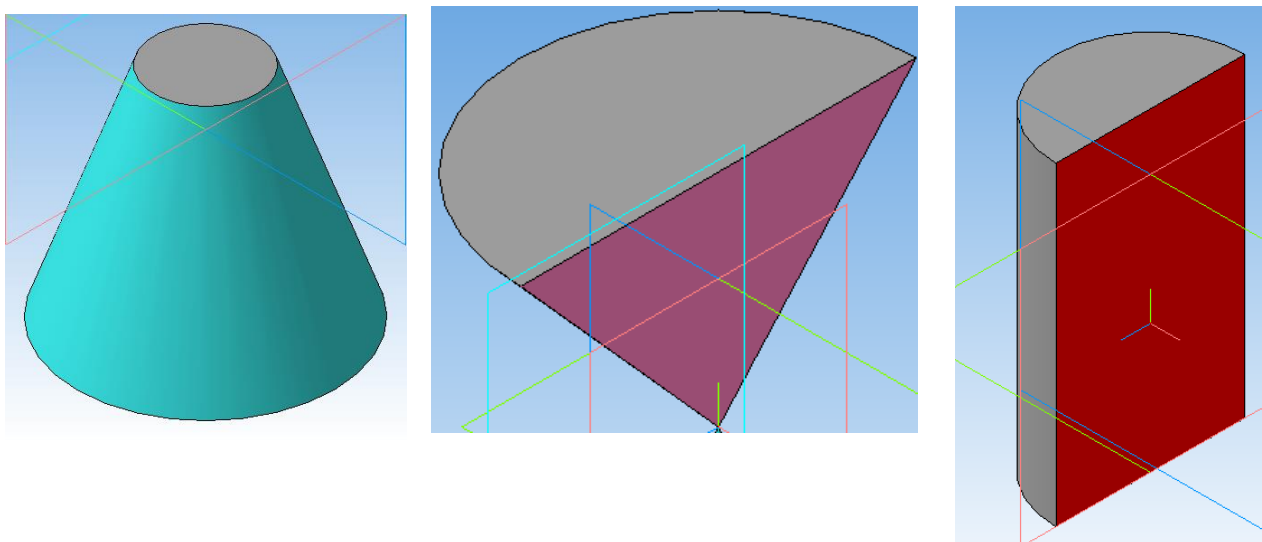


Рисунок 4.11– Примеры секущих плоскостей для конуса и цилиндра

Пример сечения сферы фронтально – проецирующей плоскостью, показан на рисунке 4.12. В качестве вспомогательных плоскостей выбраны плоскости горизонтального уровня. В сечении сферы такими плоскостями получаем окружности, радиус которых определяется как расстояние от оси до точки пересечения секущей плоскости с очерком сферы. Данные плоскости проведены через характерные точки сечения, расположенные на очерке (горизонтальная проекция таких точек расположена на окружности радиуса сферы, т.е. на горизонтальной проекции очерка), осях сферы (горизонтальная проекция будет расположена на горизонтальной оси сферы) и точку пересечения перпендикуляра опущенного из центра окружности на след секущей плоскости.



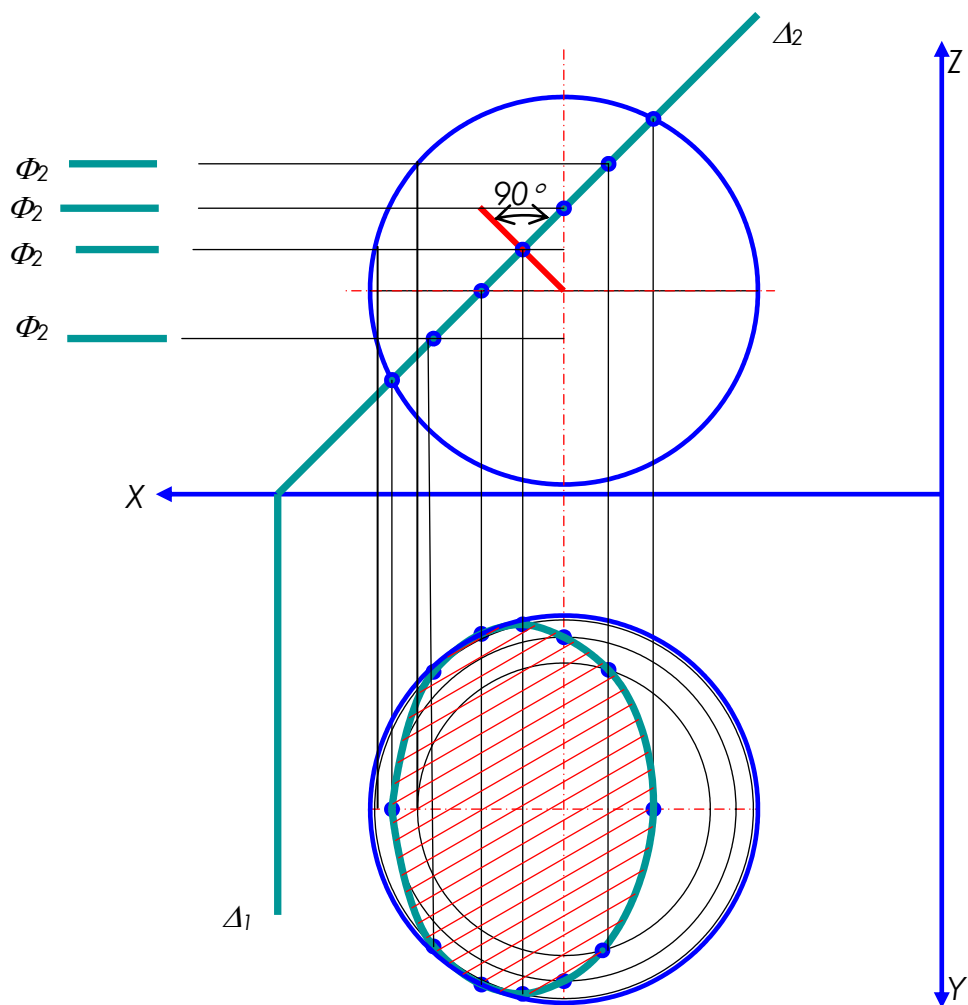


Рисунок 4.12 – Сечение сферы фронтально – проецирующей плоскостью

#### 4.4. Задание № 4

По заданному варианту задания построить три проекции линии пересечения битела, усеченного проецирующими плоскостями.

Определить натуральную величину фигуры сечения.

#### Указания к решению задачи № 4.

На листе формата А3 (297x420), согласно своему варианту, таблица 4, построить три проекции линии пересечения битела, проецирующей плоскостью с учетом видимости.

Видимость сторон битела и фигуры сечения определяется способом конкурирующих точек. Видимые отрезки выделяют сплошными жирными линиями, невидимые следует показать штриховыми линиями.

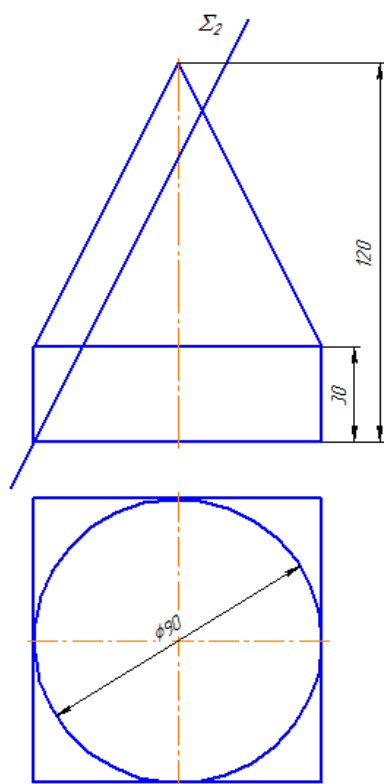
Натуральную величину фигуры сечения разместить на свободном поле чертежа. Полученную фигуру заштриховывать под углом  $45^{\circ}$ .

Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эюре и показать их тонкими сплошными линиями.

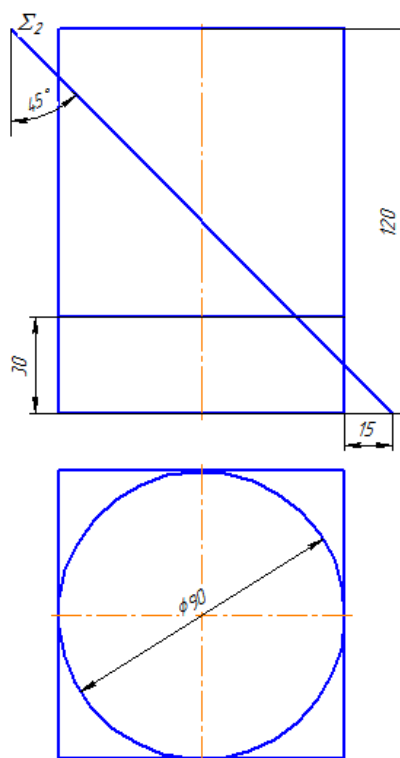
Таблица 4

**Исходные данные к заданию 4** (линейные размеры, мм, угловые размеры,  $^{\circ}$ )

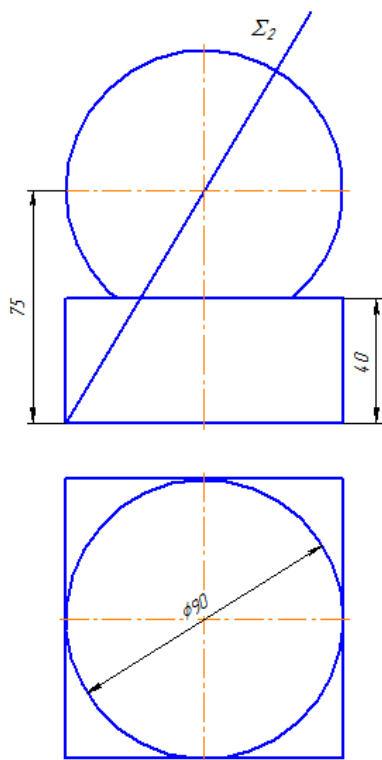
Вариант 1



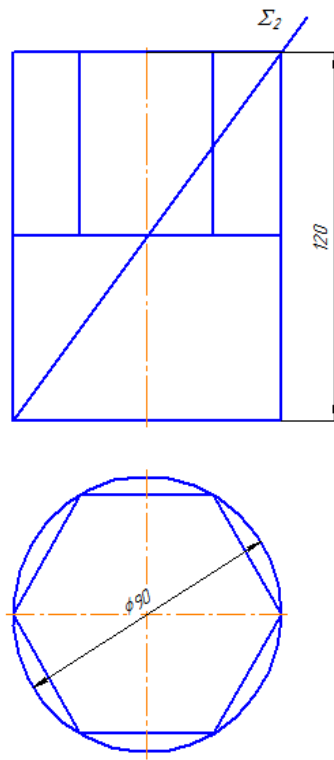
Вариант 2



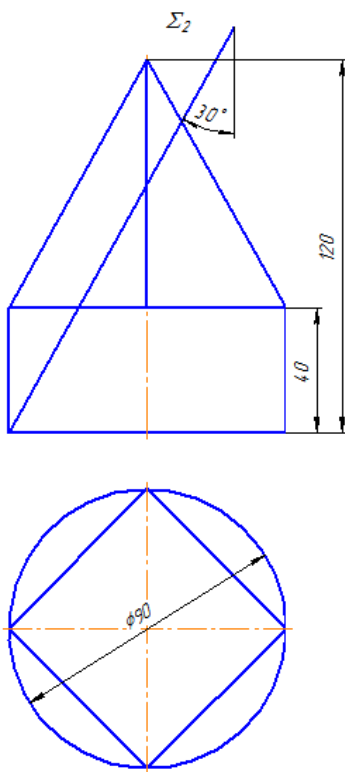
Вариант 3



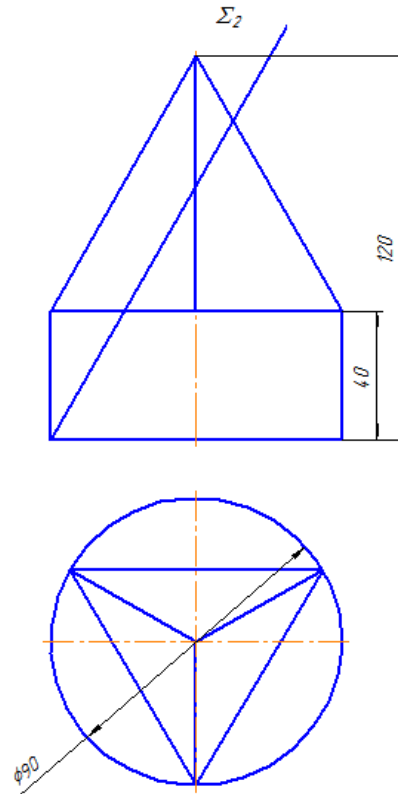
Вариант 4



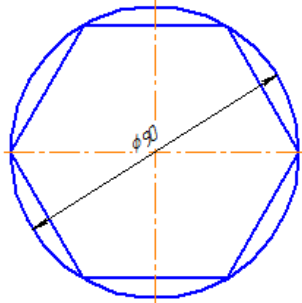
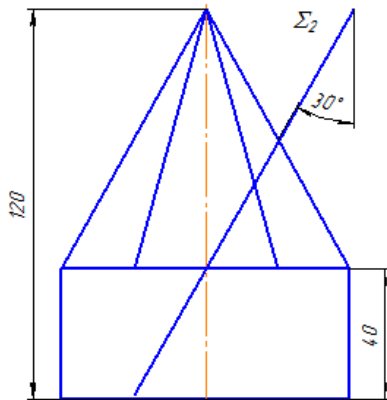
Вариант 5



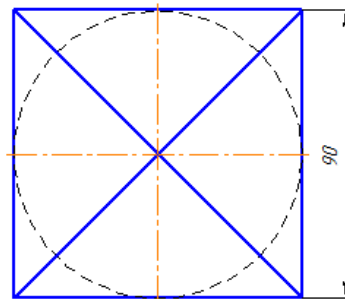
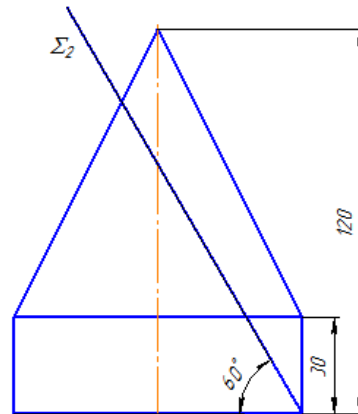
Вариант 6



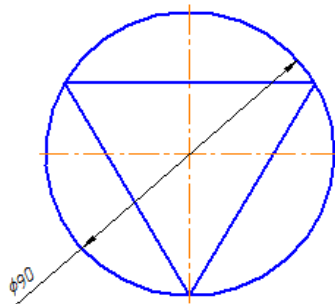
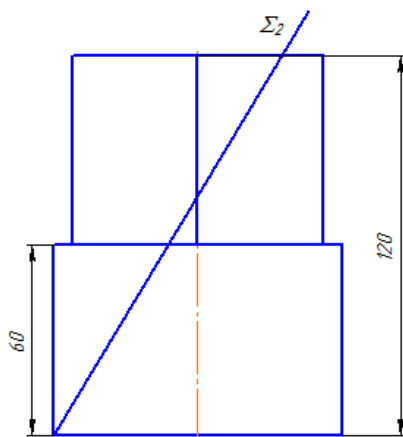
Вариант 7



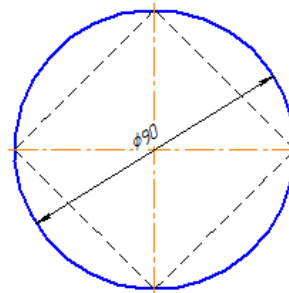
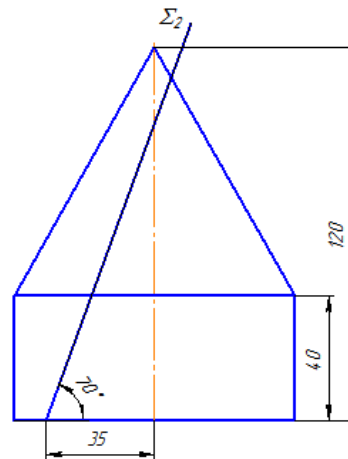
Вариант 8



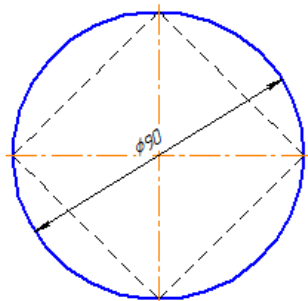
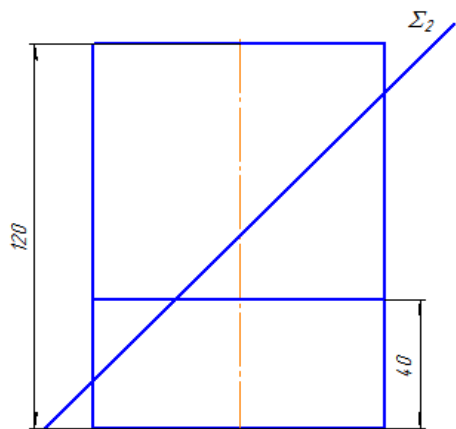
Вариант 9



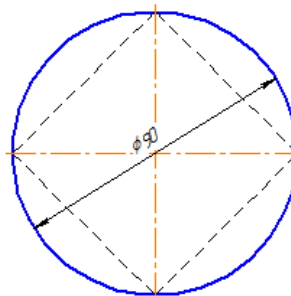
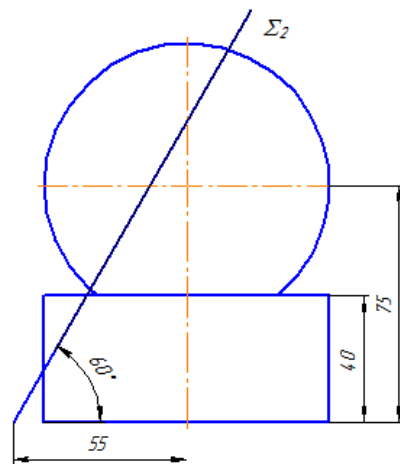
Вариант 10



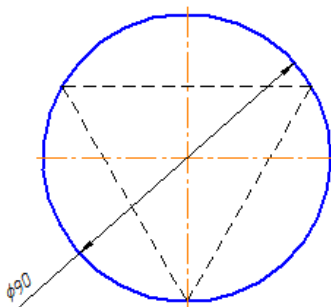
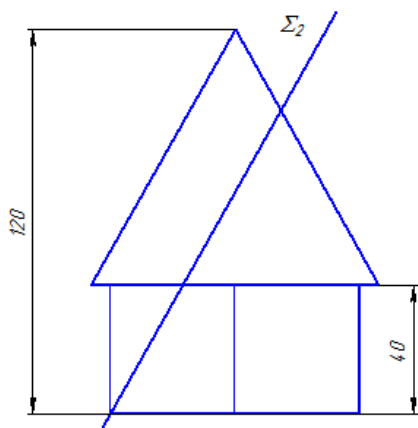
Вариант 11



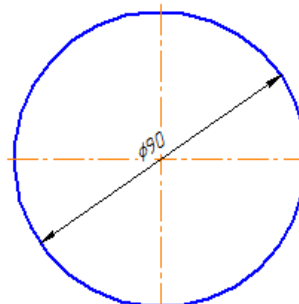
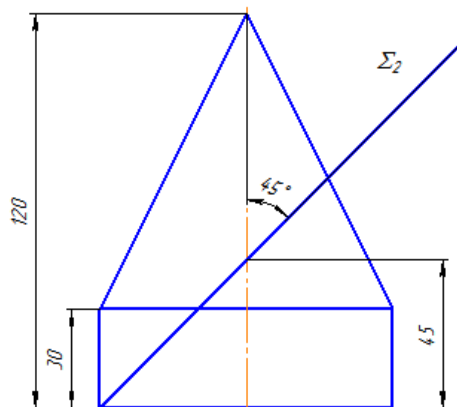
Вариант 12



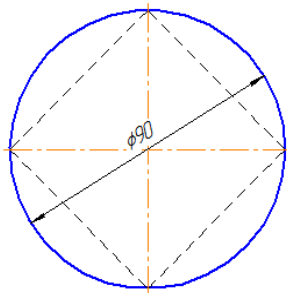
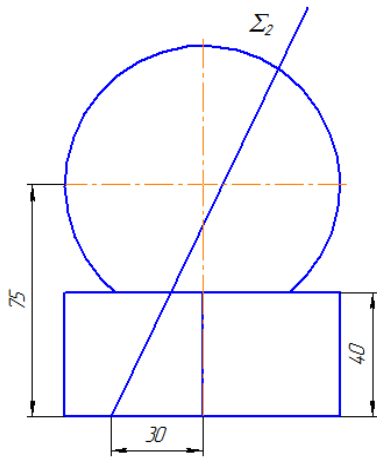
Вариант 13



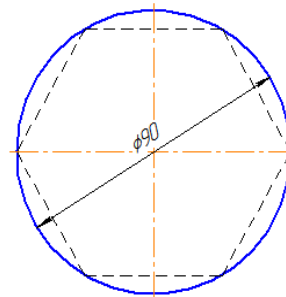
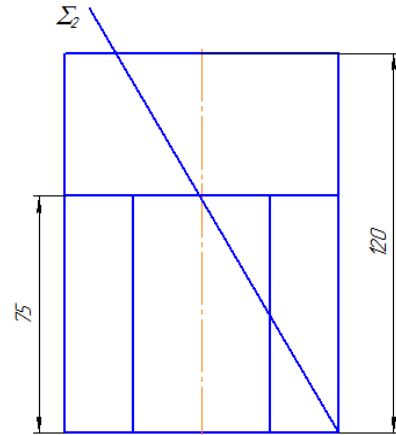
Вариант 14



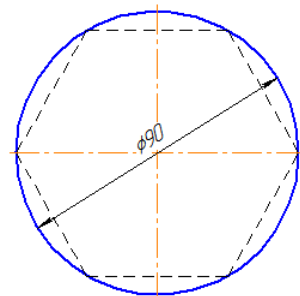
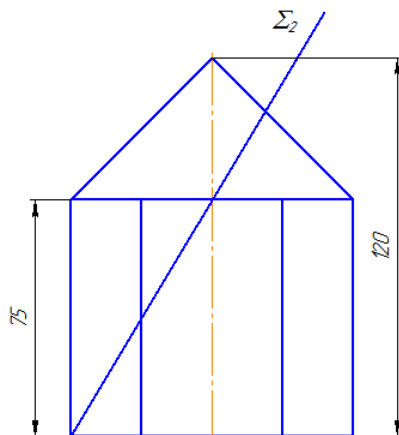
Вариант 15



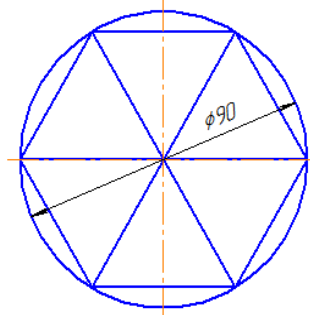
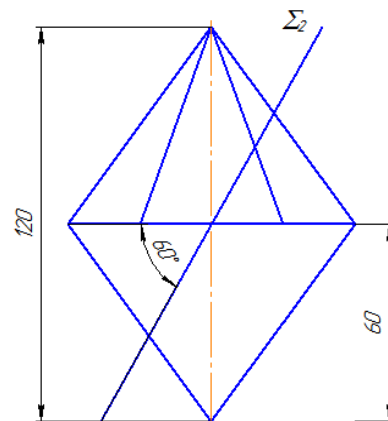
Вариант 16



Вариант 17



Вариант 18



### **Порядок выполнения задания:**

Задание решают с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Определить вид тел составляющих битело.
2. Обозначить характерные точки сечения на фронтальной проекции битела
3. Построить линию пересечения битела фронтально – проецирующей плоскостью на горизонтальной и профильной проекциях.
4. Определить натуральную величину фигуры сечения.
5. Заштриховать натуральную величину фигуры сечения под углом  $45^{\circ}$ .

### **Пример выполнения задания 5 (рисунок 4.13):**

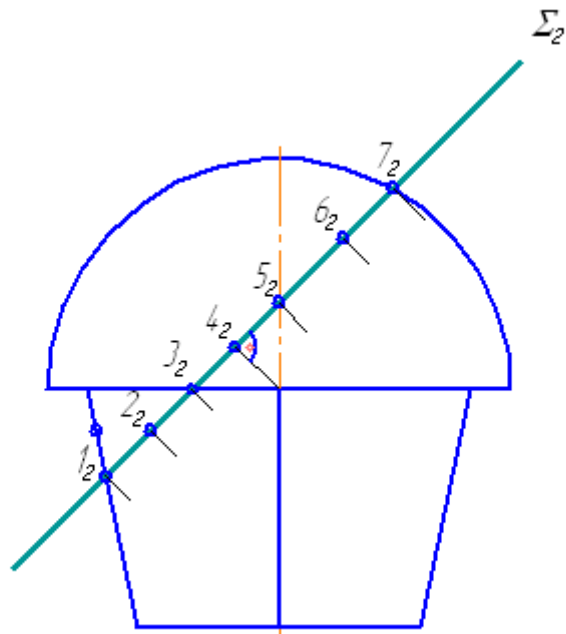
Задание решается с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Определить вид тел составляющих битело.

На примере, рисунок 4.13, битело состоит из полусферы и усеченной пирамиды.

2. Обозначить характерные точки на следе проецирующей плоскости.

Характерными точками являются точки расположенные на очерках тел вращения – точки 3 и 7, ребрах многогранников - точка 1 и осях – точка 5. Для сферы дополнительной характерной точкой является, точка образованная в пересечении перпендикуляра, опущенного из центра сферы к следу секущей плоскости - точка 4.

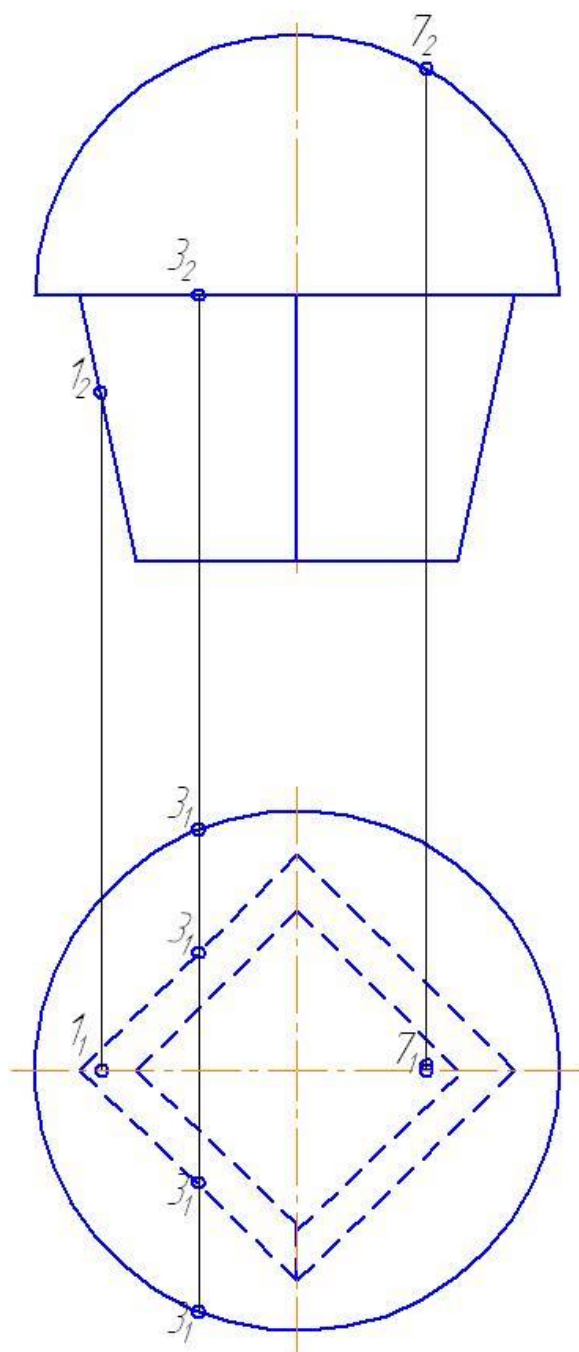


3. Достроить горизонтальные проекции обозначенных фронтальных проекций точек.

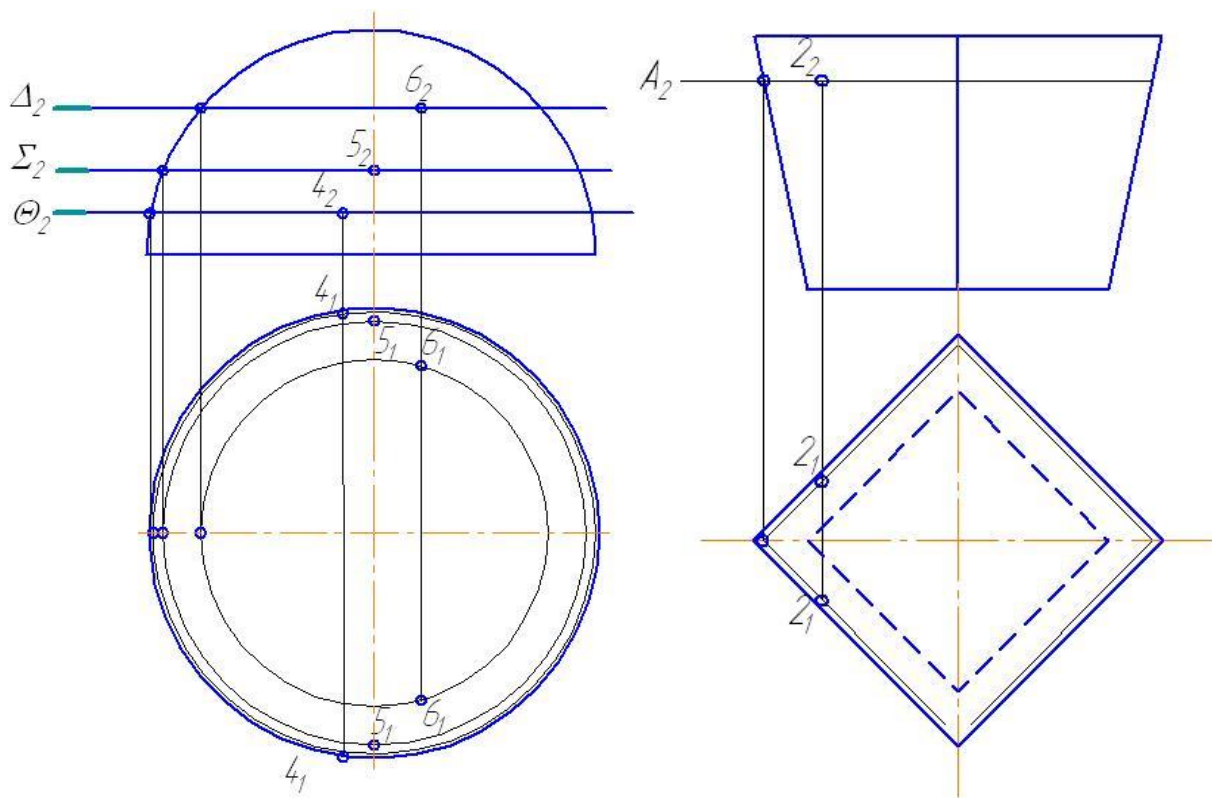
Для нахождения положения точек на горизонтальной проекции используем плоскости горизонтального уровня. В сечении такими плоскостями у сферы получаем окружности, радиусы которых определяются как расстояние от оси сферы до ее очерка. В сечении пирамиды – четырехугольники, подобные основанию.

Горизонтальные проекции точек  $1(1_1)$  и  $7(7_1)$  определяем как точки принадлежащие очерку. Горизонтальная проекция точки  $3(3_1)$  как точка принадлежащая основанию пирамиды и полусферы.



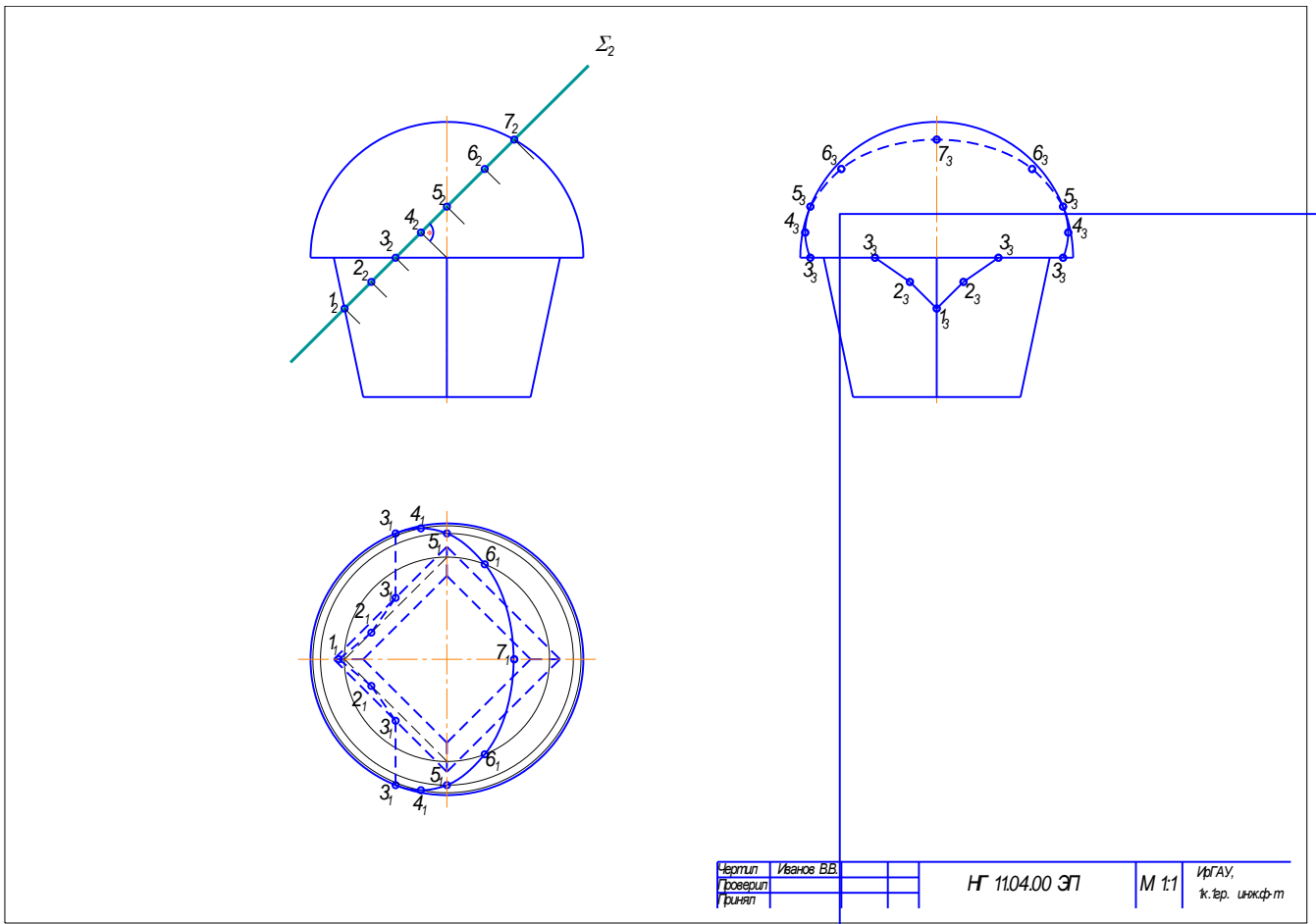


Остальные точки определяем с помощью вспомогательных секущих плоскостей – плоскостей горизонтального уровня, как точки принадлежащие соответствующему сечению.



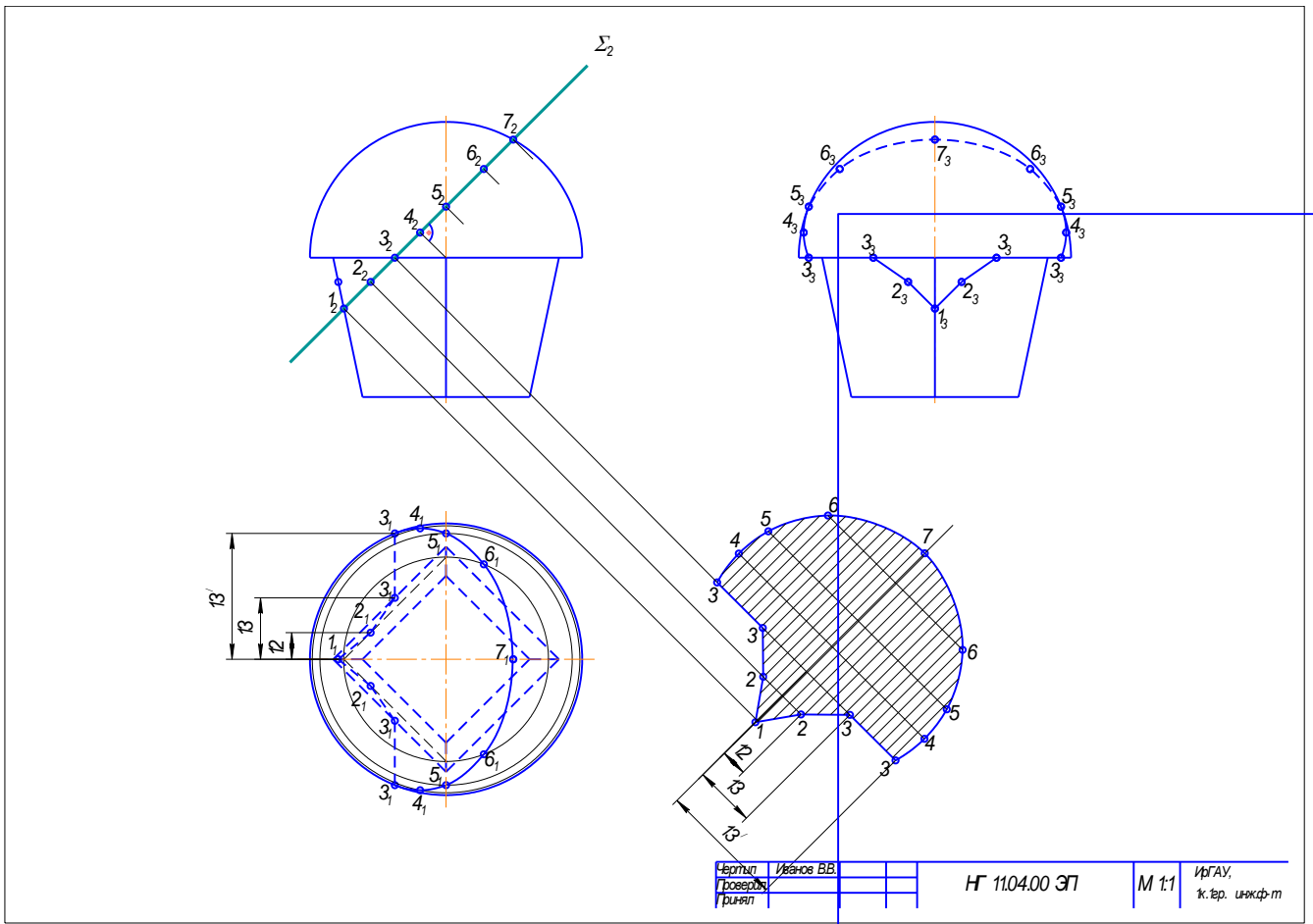
4. Соединить полученные на горизонтальной проекции точки с учетом видимости.
5. С помощью линий связи по горизонтальной и фронтальной проекциям линии пересечения достроить профильную проекцию.
6. Соединить полученные на профильной проекции точки с учетом видимости.

Границей видимости линии пересечения является точка 3. Таким образом, на горизонтальной проекции точки 3, 4, 5, 6 и 7 – видимые, так как на фронтальной проекции эти точки расположены на видимой стороне полусферы, выше точки 3. Точки 1 и 2 – невидимые, т.к. на фронтальной проекции точки расположены на невидимой стороне усеченной пирамиды, ниже точки 3.



7. Определить натуральную величину фигуры сечения.

- 7.1. На свободном поле чертежа провести прямую, параллельную следу проецирующей плоскости.
- 7.2. Опустить перпендикуляры из фронтальных проекций характерных точек сечения к прямой, параллельной следу проецирующей плоскости.
- 7.3. Вдоль перпендикуляров, от прямой, параллельной следу проецирующей плоскости, в разные стороны, отложить расстояния равные расстояниям, измеренным от оси битела на горизонтальной проекции, до горизонтальных проекций характерных точек (фигуры сечения).



7.4. Соединить полученные точки основной сплошной линией.

8. Заштриховать натуральную величину фигуры сечения под углом  $45^{\circ}$ .



## 5. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ТЕЛ

Геометрические тела пересекаясь образуют линию пересечения. Проекции линии пересечения получаются в пределах общей части проекций обеих поверхностей.

При этом может быть **проницание**, при этом образуются либо две линии, рисунок 5.1 а, б, либо одна с узловой точкой или **врезка**, когда получается одна линия, рисунок 5.1 в.

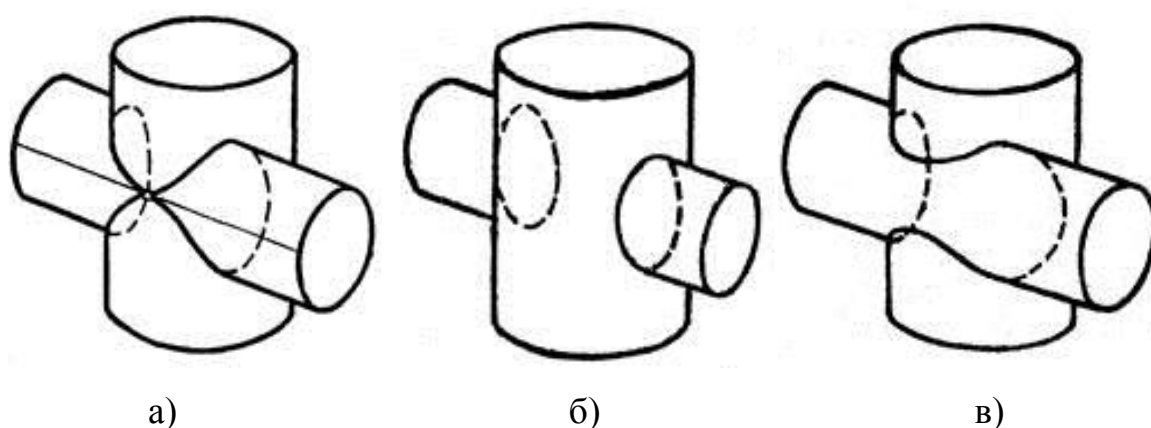


Рисунок 5.1 – Виды пересечения поверхностей

Для нахождения линии пересечения двух поверхностей необходимо определить общие точки, принадлежащие обеим поверхностям. Одним из способов нахождения таких точек является метод вспомогательных секущих плоскостей частного и общего положения.

Правило построения линии пересечения поверхностей:

- определяем характерные точки (наивысшая, низшая, определяющие границы видимости и промежуточные)
- выбирают вид вспомогательных поверхностей;
- строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;

- находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой плавной кривой;
- определяют видимость поверхностей.

Характерными точками линии пересечения обязательно являются низшая и высшая точки, как правило, определяемые как точки пересечения проекций очерков (ребер). Промежуточные точки выбирают на экваторе, осях тел вращения - точки определяющие границы видимости участков линии пересечения.

В качестве вспомогательных поверхностей выбирают такие, которые в пересечении заданных поверхностей дают наиболее простые линии – прямые или окружности, причем окружности должны быть параллельны одной из плоскостей проекций.

### 5.1. Задание № 5

Построить линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения – взаимно перпендикулярные проецирующие скрещивающиеся прямые. Данные для своего варианта взять из таблицы 5.

#### Указания к решению задания № 5.

В правой половине листа намечают оси координат и из таблицы 5 выбирают согласно своему варианту величины, которыми задаются поверхности конуса вращения и цилиндра вращения. Определяют центр (точка  $K$ ) окружности радиуса  $R$  основания конуса вращения в горизонтальной координатной плоскости. На вертикальной оси на расстоянии  $h$  от плоскости уровня и выше ее определяют вершину конуса вращения.

Осью цилиндра вращения является фронтально-проецирующая прямая, проходящая через точку  $E$ ; основаниями цилиндра являются окружности радиуса  $R_1$ . Образующие цилиндра имеют длину, равную  $3R_1$ , и делятся пополам фронтальной меридиональной плоскостью конуса вращения.

С помощью вспомогательных секущих плоскостей определяют точки пересечения очерковых образующих одной поверхности с другой и промежу-

точные точки линии пересечения поверхностей. Проводя вспомогательную секущую фронтальную меридиональную плоскость конуса вращения, определяют точки пересечения главного меридиана (очерковых образующих) конуса вращения с параллелью (окружностью) проецирующего цилиндра. Выбирая горизонтальную секущую плоскость, проходящую через ось цилиндра вращения, определяют две точки пересечения очерковых образующих цилиндра с поверхностью конуса.

Высшую и низшую, а также промежуточные точки линии пересечения поверхности находят с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей – плоскостей уровня. По точкам строят линию пересечения поверхности конуса вращения с цилиндром вращения и устанавливают ее видимость в проекциях.

Все основные вспомогательные построения на эюре сохранить и показать тонкими сплошными линиями.

Таблица 5

**Исходные данные к заданию 5 (координаты и размеры в мм)**

№ варианта	КОНУС					ЦИЛИНДР			
	X <sub>к</sub>	Y <sub>к</sub>	Z <sub>к</sub>	R	h	X <sub>е</sub>	Y <sub>е</sub>	Z <sub>е</sub>	R <sub>1</sub>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	80	70	0	45	100	50	70	32	35
2	80	70	0	45	100	50	70	32	30
3	80	72	0	45	100	53	72	32	32
4	80	72	0	45	100	60	72	35	35
5	70	70	0	44	102	50	70	32	32
6	75	70	0	45	98	65	70	35	35
7	75	70	0	45	98	70	70	35	35
8	75	72	0	45	98	75	72	35	35
9	75	72	0	43	98	80	72	35	35
10	75	75	0	44	102	50	75	35	35
11	80	75	0	43	102	85	75	36	36



Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	80	75	0	43	102	85	75	40	35
13	80	75	0	42	102	80	75	40	35
14	80	70	0	42	102	80	70	40	32
15	80	70	0	42	100	75	70	40	32
16	70	72	0	43	100	75	72	42	32
17	70	72	0	44	100	70	72	40	32
18	70	74	0	44	100	70	74	36	32

**Порядок выполнения задания:**

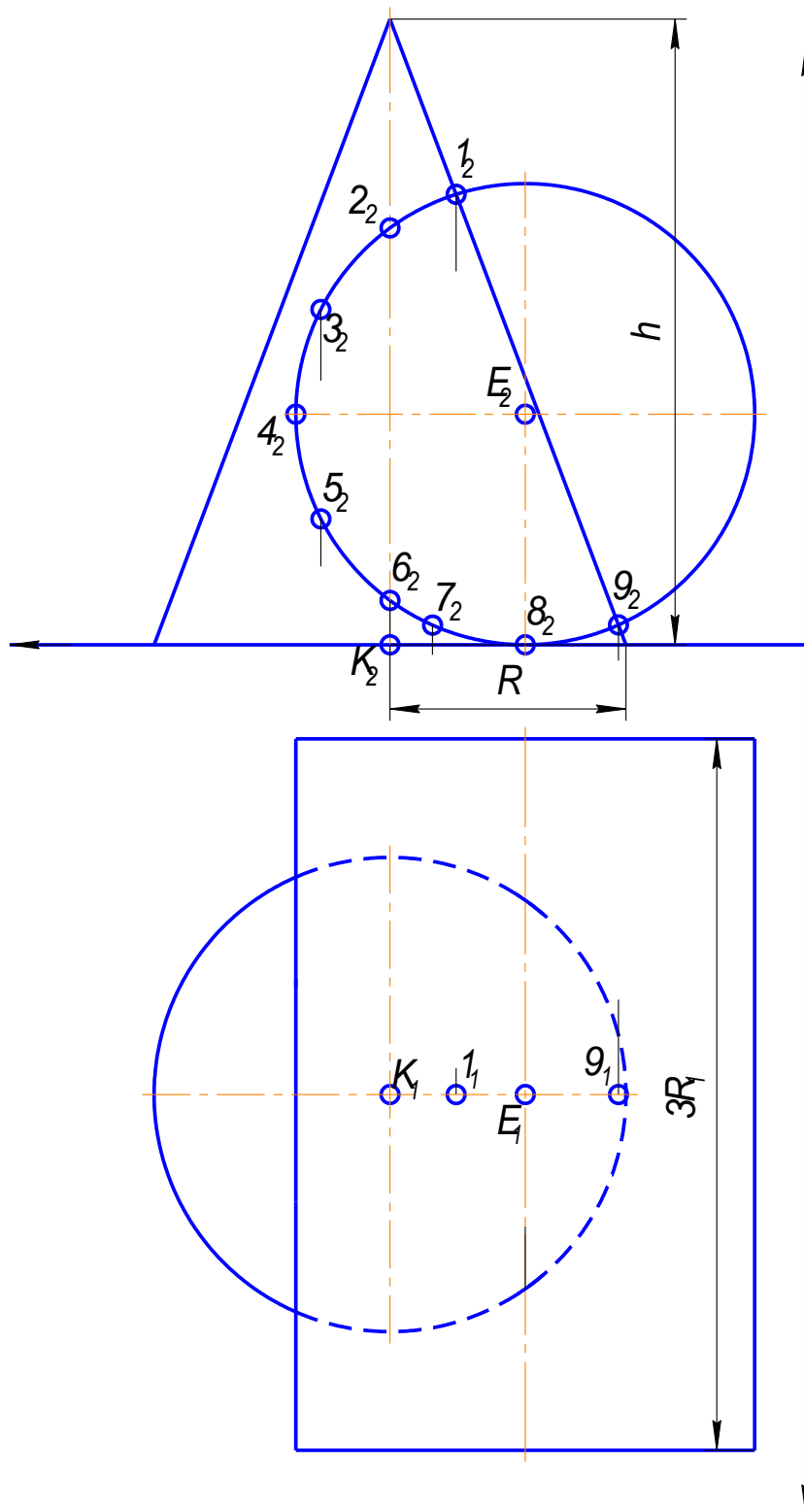
Задание решается с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Проанализировать взаимное положение тел.
2. Обозначить характерные точки на фронтальной проекции.
3. Выбрать положение вспомогательных секущих плоскостей.
4. Достроить горизонтальные проекции линии пересечения.
5. Соединить полученные точки кривой линией от руки или с помощью лекала, с учетом видимости.
6. Обозначить видимость тел.

**Пример выполнения задания 5 (рисунок 5.2):**

На примере выполнения задания, рисунок 5.2 при сечении конуса плоскостью горизонтального уровня в сечении получаем окружности, при сечении цилиндра – прямоугольники.

1. Анализируем взаимное положение конуса и цилиндра. Конус расположен вертикально, цилиндр – горизонтально. На фронтальной проекции линия пересечения тел совпадает с основанием цилиндра.
2. На фронтальной проекции обозначаем характерные точки. Характерными точками являются точки, расположенные на очерках (точки 1 и 9) и осях (точки 2, 4, 6, 8). Для более точного построения кривой выбираем дополнительные точки (точки 3, 5, 7).
3. Дистраиваем горизонтальные проекции линии пересечения.
  - 3.1. Положение горизонтальных проекций точек, расположенных на очерковых образующих конуса (точки 1 и 9) определяются с помощью линий связи, аналогично точкам 1,3 и 7 в предыдущей задаче.



Чертил	Иванов В.В.		
Проверил			
Рисовал			

НГ 11.05.00 ЭП

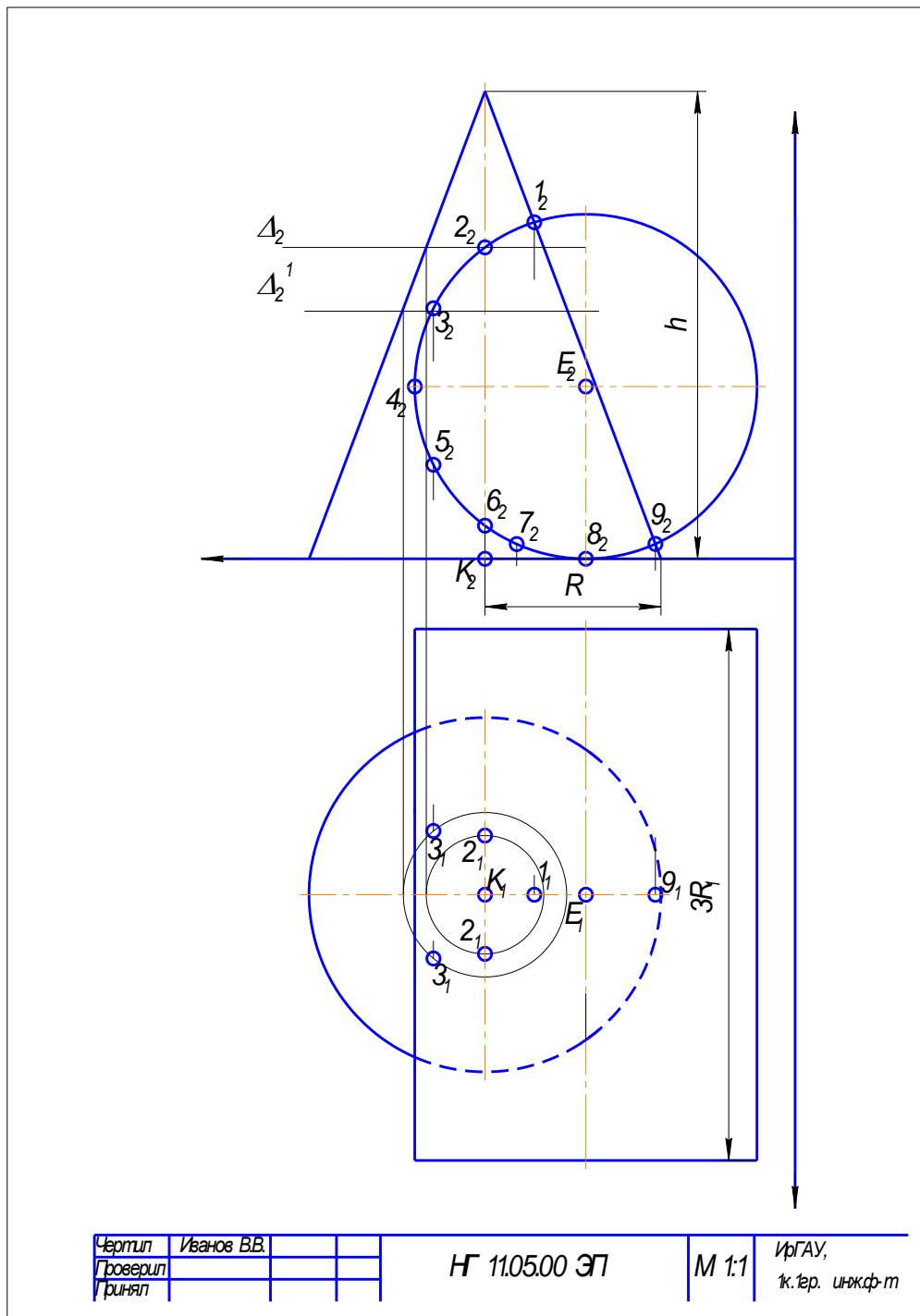
М 1:1

ИрГАУ,  
к.т.р. инж.ф-т

3.2. Горизонтальные проекции остальных точек определяем с помощью вспомогательных плоскостей горизонтального уровня (плоскости  $\Delta$ ).

В сечении конуса плоскостью горизонтального уровня получаем окружности. На рисунке 7 сечения обозначены тонкой сплошной линией, в сечении цилиндра – прямоугольники, на рисунке 7 контуры обозначены засечками.

Точки пересечения вспомогательных окружностей и прямоугольников определяет положение искомых точек.



4. Соединяем полученные точки кривой линией от руки или с помощью лекала, с учетом видимости.

Границей видимости линии пересечения является точка 4. Таким образом, на горизонтальной проекции точки 1, 2, 3 – видимые, так как на фронтальной проекции эти точки расположены на видимой стороне цилиндра, выше точки 4. Точки 5, 6, 7, 8, 9 - невидимые, т.к. на фронтальной проекции точки расположены на невидимой стороне цилиндра, ниже точки 4.

5. Обозначаем видимость конуса и цилиндра.



**ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**  
**по разделу НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

1. Какие известны вам основные методы проецирования?
2. Какой чертеж называют эпюром Монжа?
3. Какие прямые называют линиями уровня?
4. Какие прямые называют проецирующими прямыми линиями?
5. Что называют следом прямой линии? Правило построения следов прямой линии
6. Как изображаются на чертеже пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые линии?
7. Как можно на чертеже задать плоскость?
8. Назовите виды плоскостей? Какие плоскости называются проецирующими; плоскостями уровня?
9. Назовите главные линии плоскости.
10. Назовите особенности проецирующих плоскостей.
11. Укажите последовательность решения задачи на построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения?
12. Как определяю видимость элементов геометрических образов относительно плоскостей проекций?
13. Укажите последовательность построения линии пересечения двух плоскостей?
14. Сформулируйте условие параллельности двух плоскостей?
15. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом перемены плоскостей проекций?
16. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом вращения вокруг проецирующих прямых?
17. Укажите основные свойства многогранников и поверхностей вращения?
18. Укажите общую схему определения точек линии пересечения поверхности плоскостью?
19. Изобразите общую схему построения линий пресечения поверхностей?

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	
Теоретические основы	3
Требования к выполнению контрольной работы по разделу «Начертательная геометрия»	5
Литература	5
Содержание контрольно-графической работы и основные рекомендации по её оформлению	7
1. Основные понятия и определения начертательной геометрии	9
1.1. Проецирование	9
1.2. Эпюр Монжа точки	11
1.3. Проецирование прямой	13
1.3.1. Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника	16
1.3.2. Взаимное положение прямых в пространстве	17
1.4. Плоскость	18
1.4.1. Способы задания плоскости на чертеже	18
1.4.2. Виды плоскостей	19
1.4.3. Прямая и точка в плоскости	23
1.4.4. Определение точки пересечения прямой и плоскости	24
1.4.5. Перпендикулярность прямой и плоскости	26
1.4.6. Взаимное положение плоскостей	26
1.4.7. Прямые особого положения в плоскости	28
1.5. Задание № 1	29
2. Позиционные задачи	43
2.1. Проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения	43
2.2. Построение линии пересечения плоскостей	44



2.3. Задание № 2	46
3. Метрические задачи	55
3.1. Способ замены плоскостей проекций	55
3.2.Задание №3	59
4. Геометрические тела	72
4.1.Многогранники	72
4.1.1. Нахождение точек на поверхности многогранника	73
4.1.2. Сечение многогранников, плоскостями частного положения	74
4.2.Тела вращения	76
4.2.1. Нахождение точек на поверхности тел вращения	77
4.2.2. Сечение тел вращения, плоскостями частного положения	78
4.3.Метод вспомогательных секущих плоскостей	79
4.4. Задание № 4	81
5. Взаимное пересечение тел	94
5.1. Задание №5	95
Вопросы для самопроверки	102

