Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0341BE0F0000AEF1994783B067B4B3C28D
Владелец: Дмитриев Николай Николаевич
Действителен: с 16.12.2021 до 16.03.2023

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

для студентов инженерных направлений

Иркутск 2019

УДК 515 (07578)

Рекомендовано методическим советом Иркутского Государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского (протокол № 6 от 27 мая 2019 года) для студентов инженерных направлений.

Данные учебное пособие по содержанию соответствуют примерным рабочим программам, Государственным образовательным стандартам и предназначены для самостоятельной работы студентов инженерных направления.

Составитель: к.т.н., доцент Косарева А.В. /кафедра технического сервиса и общеинженерных дисциплин ИрГАУ им. А.А. Ежевского/

Рецензенты: к.т.н., доцент Алтухов С.В. /кафедра технического сервиса и общеинженерных дисциплин, ИрГАУ им. А.А. Ежевского

© ИрГСХА

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Учебная дисциплина «Начертательная геометрия и инженерная графика» состоит из двух частей: «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика». Программа курса переработана с учетом и в соответствии с новыми стандартами ЕСКД. Программы едины для дневной и заочной форм обучения и определяют объем знаний, необходимый для студентов инженерных направлений.

При изучении начертательной геометрии предусматривается: лекционное изложение курса, работа с учебником, учебными и методическими пособиями, практические занятия, выполнение домашних контрольных заданий и расчетно-графических работ, консультации по курсу. Завершающим этапом является собеседование по домашним заданиям, расчетно-графическим и контрольным работам (выявляется самостоятельность их выполнения). Знания, умения, навыки и способности к представлению пространственных форм проверяются на экзамене.

Студенты выполняют ряд комплексных домашних заданий (расчетно-графических работ – РГР) с решением позиционных и метрических задач по основным разделам курса.

По курсу «Начертательная геометрия и инженерная графика» предусматривается контрольная работа, состоящая из двух частей, каждая по соответствующему разделу курса. К экзамену и зачету допускают студентов, выполнившие контрольные работы и прошедшие собеседование.

Перед началом изучения курса необходимо, прежде всего, ознакомиться с программой, прочитать учебную литературу. Наряду с изучением теории необходимо ознакомиться с решением типовых задач каждой темы курса и выполнить контрольную работу.

Надо учитывать уровень своей математической подготовки, уметь достаточно точно и аккуратно выполнять графические построения при решении конкретных геометрических задач. Правильно построенные самостоятельные занятия по начертательной геометрии и инженерной графике разрешат трудности в изучении этой дисциплины и научат студента логически мыслить, представлять всевозможные сочетания геометрических форм в пространстве. Начертательная геометрия и инженерная графика способствует развитию пространственного вообра-

жения (мышления), умению «читать» чертежи и с помощью чертежа передавать свои мысли и правильно понимать мысли другого, что крайне необходимо инженеру.

При изучении начертательной геометрии следует придерживаться следующих общих указаний:

1. Начертательную геометрию и инженерную графику нужно изучать строго последовательно и систематически.
2. Прочитанный в учебной литературе материал должен быть глубоко освоен. Студент должен разобраться в теоретическом материале и уметь применить его как общую схему к решению конкретных задач.
3. Очень большую помощь в изучении курса оказывает хороший конспект учебника или аудиторных лекций, где записывают основные положения изучаемой темы и краткие пояснения графических построений в решении геометрических задач. Такой конспект поможет глубже понять и запомнить изучаемый материал.
4. Прежде чем приступить к решению той или иной задачи, надо понять её условие и четко представлять себе схему решения, т.е. установить последовательность выполнения операций.
5. В начальной стадии изучения курса начертательной геометрии и инженерной графики полезно прибегнуть к моделированию изучаемых геометрических форм и их сочетаний. Значительную помощь оказывают зарисовки воображаемых моделей, а также их простейшие макеты.
6. Выполнив, контрольные работы по курсу начертательной геометрии и инженерной графике, и имея рецензии на них с отметкой «зачтено», студент имеет право сдавать экзамен и зачет. На экзамене студенту предлагается решить три задачи и ответить на один-два теоретических вопроса. На зачете ответить на теоретические вопросы по разделу курса инженерной графики.

Требования к выполнению контрольной работы по разделу «Начертательная геометрия»

Контрольная работа по начертательной геометрии представляет собой эпюры (чертежи), которые выполняются по мере последовательности прохождения курса.

Задания на контрольную работу индивидуальные. Они представлены в вариантах. **Студент выполняет тот вариант задания, номер которого соответствует сумме двух последних цифр его кода (номер зачетной книжки).**

Контрольная работа представляется на проверку в полном объеме (необходимое количество эпюров). Представление контрольной работы по частям не разрешается.

Эпюры контрольной работы выполняются на листах чертежной бумаги форматов А4 (210х297) и А3 (297х420 мм). На расстоянии 5 мм от линии обреза листа проводится рамка поля чертежа. С левой стороны линии рамки проводится от линии обреза листа на расстоянии 20 мм. В правом нижнем углу формата вплотную к рамке помещается учебная основная надпись. Размеры и её заполнение показаны на чертежах (рисунок 1) - образцах настоящего пособия.

Все надписи, как и отдельные обозначения, в виде букв и цифр на чертеже, должны быть выполнены стандартным шрифтом размером 5 мм в соответствии с ГОСТ 2.304 – 81. Чертежи выполняются с помощью чертежных инструментов: вначале тонкими линиями (карандашом марки «Т») с последующей обводкой всех основных построений сплошной основной линией или чёрной тушью.

Перед обводкой чертежа рекомендуется тщательно проверить правильность его выполнения. На тщательность построений должно быть обращено серьезное внимание. Небрежно выполненные построения не только снижают качество чертежа, но и приводят к неправильным результатам.

При обводке карандашом характер и толщина линий берутся в соответствии с ГОСТ 2.303 – 68. Все видимые основные линии – сплошные толщиной s = 0,8÷1,0 мм. Линии центров и осевые – штрихпунктирные толщиной от s/2 до s/3

мм. Линии построений и линии связи должны быть сплошными и наиболее тонкими. Линии невидимых контуров вычерчивают штриховыми линиями.

Задания к эпюрам выбирают в соответствии с вариантами из таблиц. Чертежи заданий вычерчивают в заданном масштабе и размещают в заданном масштабе с учетом наиболее равномерного размещения всего эпюра в пределах формата листа.

Чертежи, помещённые в методических указаниях, не являются эталонами исполнения, а служат лишь примерами расположения материала на листе, характеризуют объём и содержание темы.

Литература

Основная

1. Государственные стандарты «Единая система конструкторской документации» (ЕСКД).
2. Гордон, Владимир Осипович. Курс начертательной геометрии : учеб. пособие для втузов / В. О. Гордон, М. А. Семенцов-Огиевский ; под ред. В. О. Гордона, 2004. - 271 с.: ил
3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: Гуманитарно изд. центр ВЛАДОС, 2005 – 471 с.

Дополнительная

1. Начертательная геометрия. Инженерная графика : тесты : для студентов инж. спец. сельхозвузов направлений 660300 "Агроинженерия", 650900 "Электроэнергетика", 650800 "Теплоэнергетика", 050000 "Образование и педагогика" / Иркут. гос. с.-х. акад., 2009. - 42 с.
2. Талалай, Павел Григорьевич. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Интернет-тестирование базовых знаний : учеб. пособие / П. Г. Талалай, 2010. - 254 с.

Содержание контрольно-графической работы и основные рекомендации по её оформлению

Контрольно-графическая работа должна быть выполнена на нескольких листах (табл.1)

Таблица 1

Содержание контрольной работы

№ листа	Наименование чертежа	Содержание листа	Формат
1	Пересечение прямой с плоскостью	Построение точки пересечения прямой с плоскостью	А3
2	Взаимное пересечение плоскостей	Построение двух проекций плоскостей, заданных треугольниками, определить видимость треугольников	А4
3	Построение пирамиды	Построение двух проекций пирамиды, основанием которой является треугольник АВС. Определить натуральные величины основания, высоты и расстояния между ребрами	А3
4	Сечение бителя плоскостями частного положения	Построение трех проекций бителя, рассеченного проецирующими плоскостями, определить натуральную величину фигуры сечения	А4
5	Пересечение тел вращения	Построение двух проекций линию пересечения цилиндра и конуса вращения Определить видимость тел и линии пересечения	

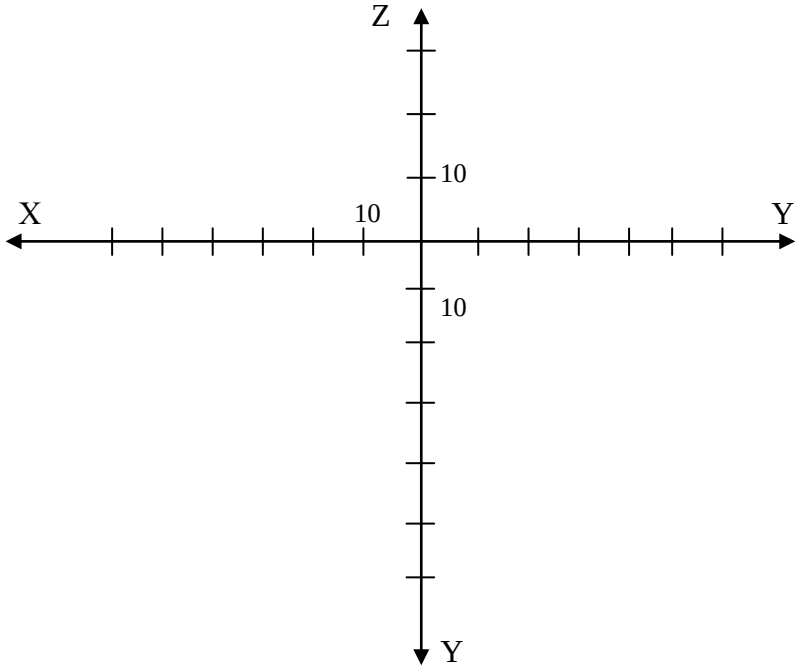
- Номер варианта контрольной работы должен соответствовать последней цифре шифра зачетной книжки (студенческого билета) студента.
- Контрольную работу следует представить преподавателю в полном комплекте. Представление контрольных работ по частям не разрешается.
- Чертежи контрольной работы выполняются на листах чертежной бумаги формата А3 (297 х 420 мм). В соответствии с ГОСТ 2.104- 2006 ЕСКД каждый чертеж имеет рамку на расстоянии от левой стороны формата 20 мм, от трех других сторон на расстоянии -5 мм. Левое поле чертежа используется для подшивки.
- Линии чертежа должны иметь начертание в соответствии с их назначением по ГОСТ 2.303-68 ЕСКД. Основные сплошные толстые линии на чертежах выполнять толщиной s = 0,8 - 1 мм, а тонкие толщиной s/3 - s/2.
- Все надписи, как и отдельные обозначения в виде букв и цифр на чертеже, должны быть выполнены стандартным чертежным шрифтом в соответствии с ГОСТ 2.304-81 ЕСКД.
- Чертежи должны сопровождаться основной надписью по ГОСТ 2.104 - 68 ЕСКД, которую располагают в правом нижнем углу листа.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

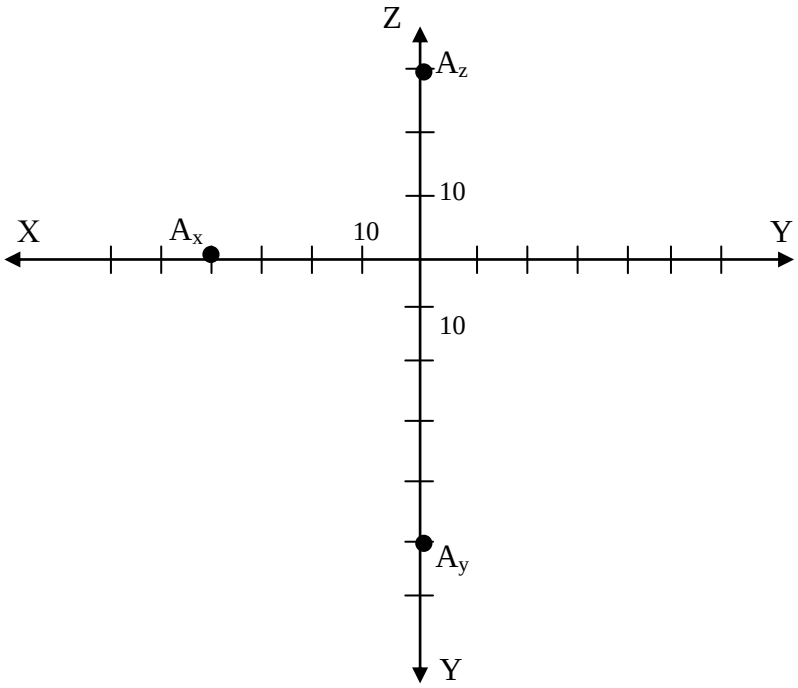
Построение эпюра Монжа точки по заданным координатам.

Для построения комплексного чертежа (эпюра) точки А(40, 50, 30), x=40мм, y=50мм, z=30мм, необходимо:

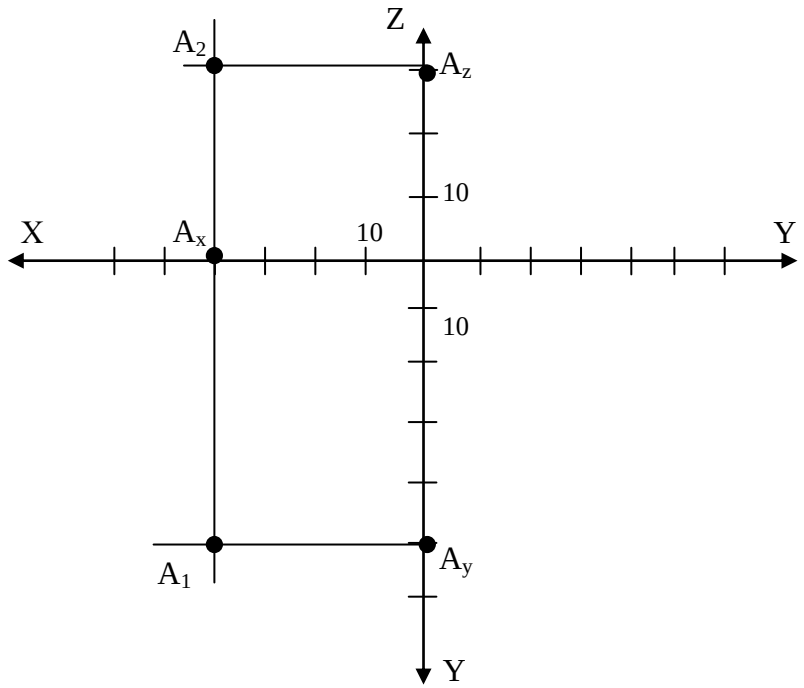
1. Построить координатные оси;



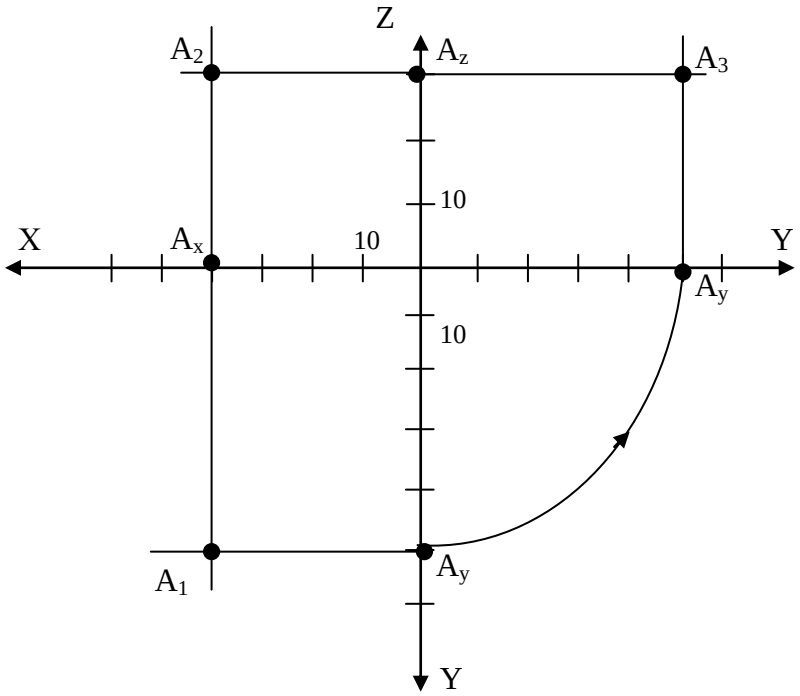
2. Отложить координаты x и y по соответствующим осям;



3. Восстановить перпендикуляры к осям (линии связи) из точек на осях, точки пересечения перпендикуляров и будут являться горизонтальной $A_1(x;y)$ и фронтальной $A_2(x;z)$ проекциями точки А;



4. Достроить профильную проекцию $A_3(y;z)$ точки А.



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Задание 1

На формате А3 (297×420) по заданным точкам построить горизонтальные и фронтальные проекции точек A, B, C и D, данные заданы в миллиметрах.

Определить расстояние от точки D до плоскости, заданной треугольником ABC, методом прямоугольного треугольника.

Построить плоскость, параллельную плоскости, заданной треугольником ABC и отстоящую от нее на расстоянии **45 мм**.

Данные для своего варианта взять из таблицы 1. Пример выполнения приведен на рисунке 1.

Указания к решению задания.

В левой половине листа формата А3 (297х420 мм) намечаются оси координат и из таблицы 1 согласно своему варианту выбираются координаты точек *A*, *B*, *C* и *D*.

Стороны треугольника и другие вспомогательные прямые проводятся вначале тонкими сплошными линиями. После проверки правильности построения чертеж обводят. Все вспомогательные линии необходимо сохранить на эпюре и показать их тонкими сплошными линиями.

Таблица 1

Исходные данные для задания 1 (координаты и размеры, мм)

Вариант 1					**Вариант 2**					**Вариант 3**				
	A	**B**	**C**	**D**		**A**	**B**	**C**	**D**		**A**	**B**	**C**	**D**
X	117	52	0	68	**X**	120	50	0	70	**X**	115	10	0	64
Y	90	25	83	110	**Y**	90	25	85	110	**Y**	90	52	80	105
Z	9	79	48	85	**Z**	10	80	50	85	**Z**	10	25	45	80

Продолжение таблицы 1

Вариант 4					Вариант 5					Вариант 6				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	120	50	0	70	X	117	52	0	68	X	115	50	0	70
Y	92	20	80	115	Y	9	79	48	85	Y	7	80	50	85
Z	10	75	46	85	Z	90	25	83	110	Z	85	25	85	110
Вариант 7					**Вариант 8**					**Вариант 9**				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	120	48	0	65	X	116	50	0	70	X	115	50	0	70
Y	10	82	52	80	Y	8	78	46	85	Y	10	80	50	85
Z	90	20	82	110	Z	88	25	80	108	Z	92	25	85	110
Вариант 10					**Вариант 11**					**Вариант 12**				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	18	83	135	67	X	20	85	135	70	X	15	80	130	70
Y	10	79	48	85	Y	12	80	50	85	Y	10	80	50	80
Z	90	25	83	110	Z	92	25	85	110	Z	85	20	80	108
Вариант 13					**Вариант 14**					**Вариант 15**				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	16	85	130	75	X	18	85	135	70	X	18	83	135	67
Y	12	80	50	85	Y	12	80	50	85	Y	90	25	83	110
Z	88	25	80	110	Z	85	25	80	110	Z	10	79	48	85
Вариант 16					**Вариант 17**					**Вариант 18**				
	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
X	18	83	135	67	X	18	83	135	67	X	117	52	0	135
Y	40	117	47	20	Y	75	6	38	0	Y	75	6	38	0
Z	75	6	38	0	Z	40	107	47	20	Z	40	107	47	20

Основы теории.

Проецирование

Для построения изображений в начертательной геометрии пользуются методом проецирования. Метод заключается в том, что любая точка пространства может быть спроецирована с помощью проецирующих лучей на любую поверхность. Плоскость, на которой получают проекцию называют п*лоскостью проекций*. Точка пересечения проецирующего луча с плоскостью – *проекцией точки*. В машиностроении пользуются *методом Монжа* – методом ортогонального проецирования, когда проецирующие лучи параллельны меду собой и перпендикулярны к плоскостям проекций. При этом плоскости проекций перпендикулярны межу собой и линии их пересечения – оси проекций. Таким образом, любая точка может быть спроецирована на три плоскости проекций: *горизонтальную ($П_1$), фронтальную ($П_2$) и профильную ($П_3$)*, рисунок 1.

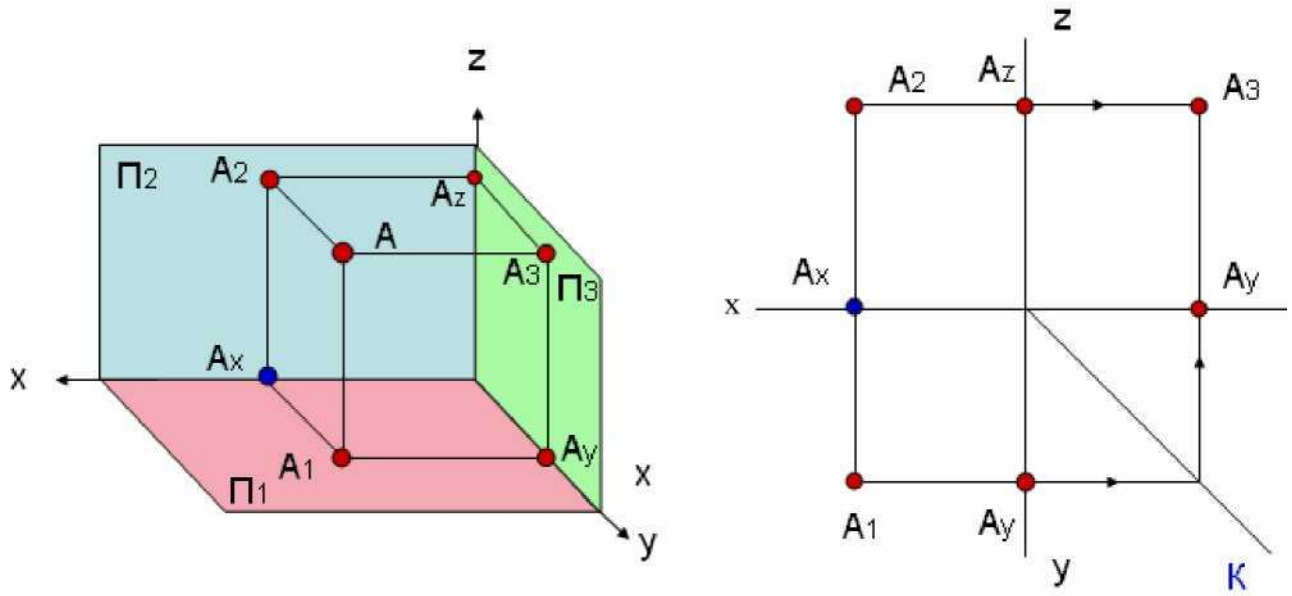


Рисунок 1 – Ортогональное проецирование точки.

Положение точки в пространстве может быть определено с помощью координат: x – абсциссы (отрезок OA_x, рисунок 1), y – ординаты (отрезок OA_y, рисунок 1), z - аппликаты (отрезок OA_z, рисунок 1).

Проецирование прямой

Чтобы спроецировать отрезок прямой необходимо из крайних точек отрезка опустить перпендикуляры к плоскости проекций. Полученные точки соединяют между собой – это и будет проекция отрезка. Проекция прямой – прямая.

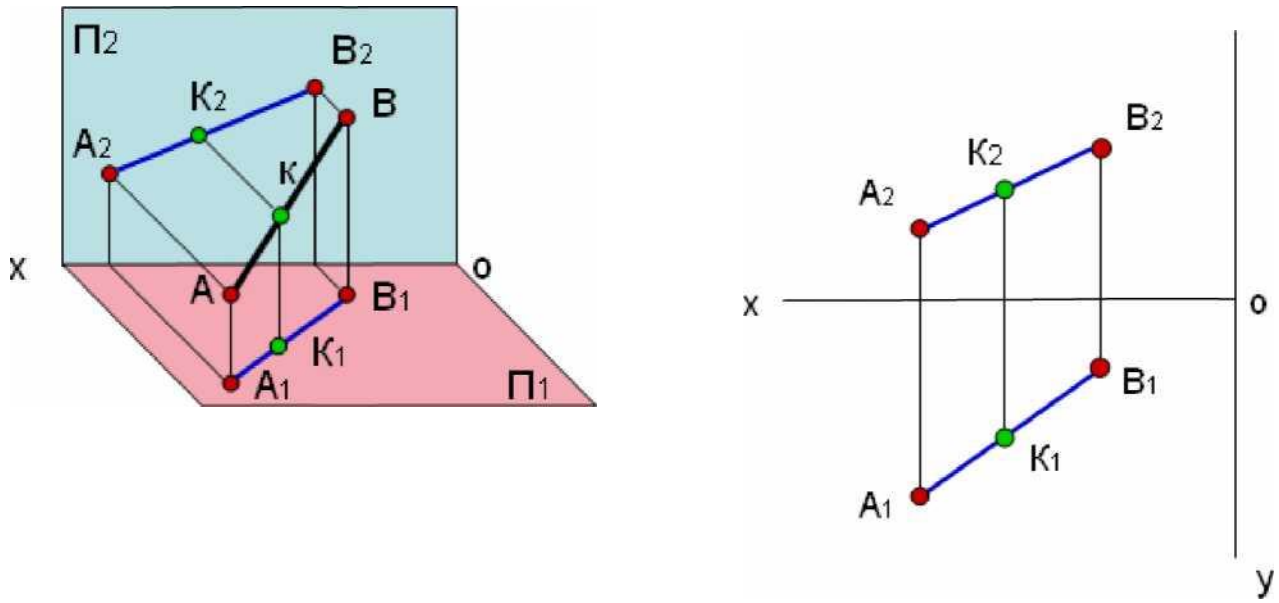


Рисунок 2 – Ортогональное проецирование прямой.

Прямая, наклонная ко всем плоскостям проекций называется прямой *общего положения.* Прямые параллельные одной из плоскостей проекций - прямые *частного положения*.

Прямые частного положения можно разделить на три группы:

- прямые, параллельные двум плоскостям проекций и перпендикулярные к третьей (*проецирующие прямые*), рисунок 3. Одна проекция этих прямых вырождается в точку;

- прямые, параллельные одной плоскости проекций, а к двум другим направлены под углом (*прямые уровня*). Одна проекция параллельна самой прямой и представляет собой натуральную величину, а также определяет углы наклона этой прямой к двум другим плоскостям проекций.

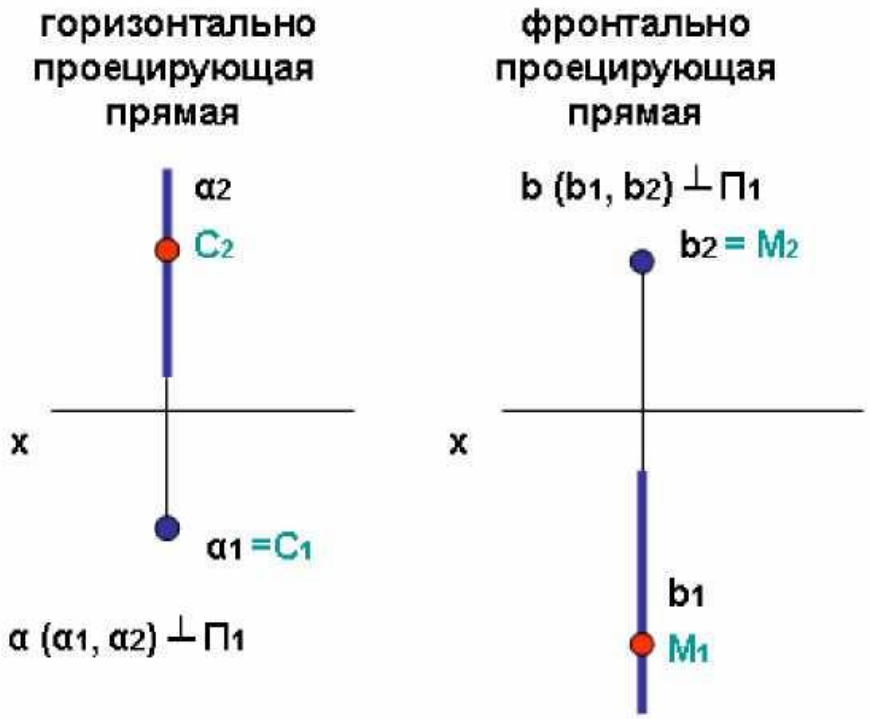


Рисунок 3 – Изображение проецирующих прямых

В зависимости от того, какой плоскости проекций параллельна прямая различают:

Горизонталь - прямая параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонталь (h) , в этом случае горизонтальная проекция натуральная величина, рисунок 4.

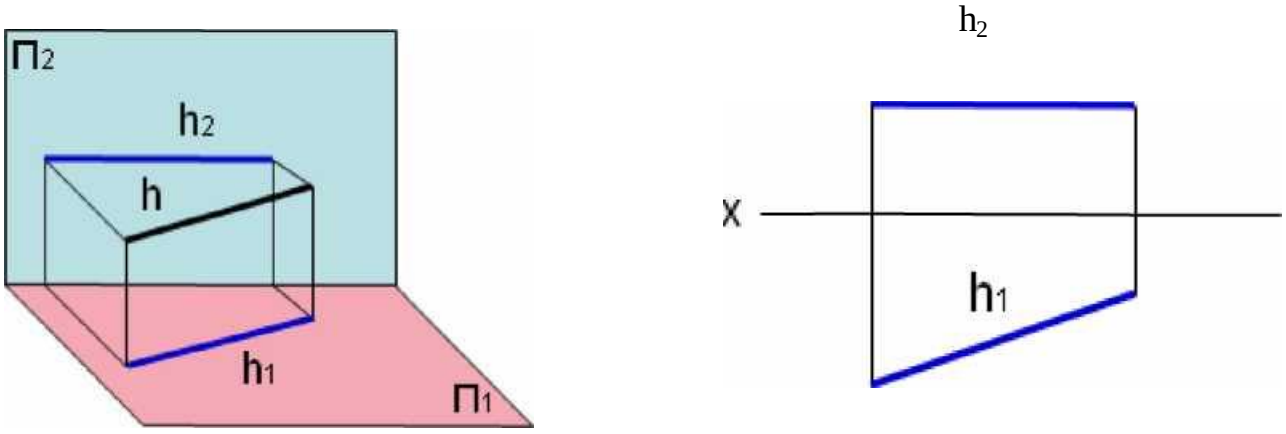


Рисунок 4 – Изображение горизонтали

Фронталь - прямая параллельная фронтальной плоскости проекций – фронталь (f), фронтальная проекция натуральная величина, рисунок 5.

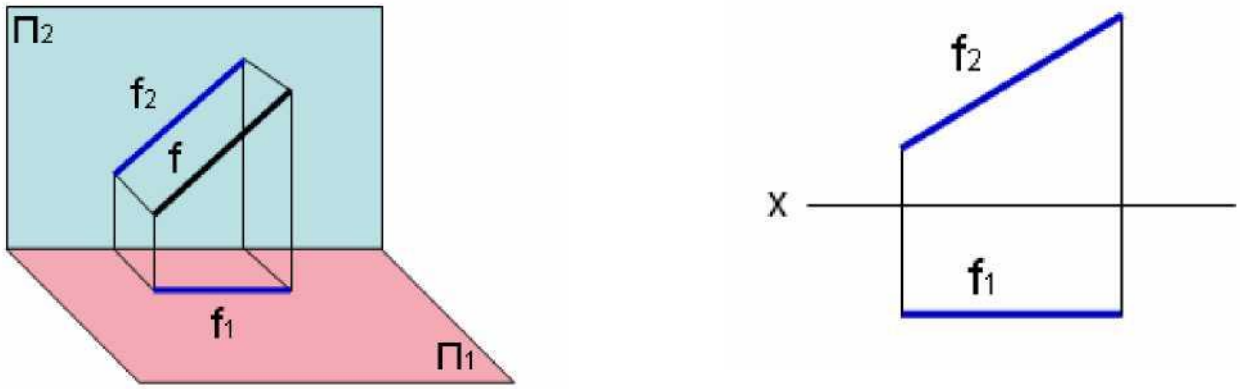


Рисунок 5 – Изображение фронтали

Профильную прямую (параллельна $П_3$);

- прямые, лежащие в плоскости проекций. Две проекции этих прямых расположены на осях координат.

Условие принадлежности точки прямой:

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции принадлежат одноименным проекциям этой прямой.

Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника

Для нахождения натуральной величины можно воспользоваться методом прямоугольного треугольника: *Натуральная длина отрезка равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен одной из проекций отрезка, другой – разности расстояний концов второй проекции от оси проекций*, рисунок 6.

Без определения натуральной величины отрезка нельзя найти натуральный угол наклона к плоскостям проекций

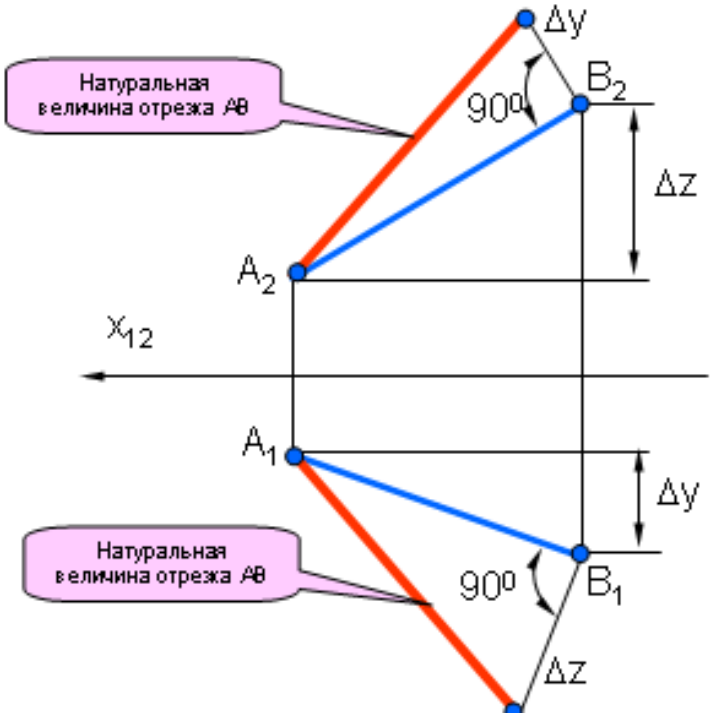


Рисунок 6 – Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника.

Взаимное положение прямых в пространстве

Прямые в пространстве могут быть:

- параллельны (одноименные проекции параллельны между собой);

- пересекаться (прямые лежащие в одной плоскости и имеющие общую точку);

- скрещиваться (не параллельны и не пересекаются).

Частным случаем пересекающихся прямых является их взаимная перпендикулярность. Прямой угол между пересекающимися прямыми проецируется в натуральную величину только в том случае, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, рисунок 7.

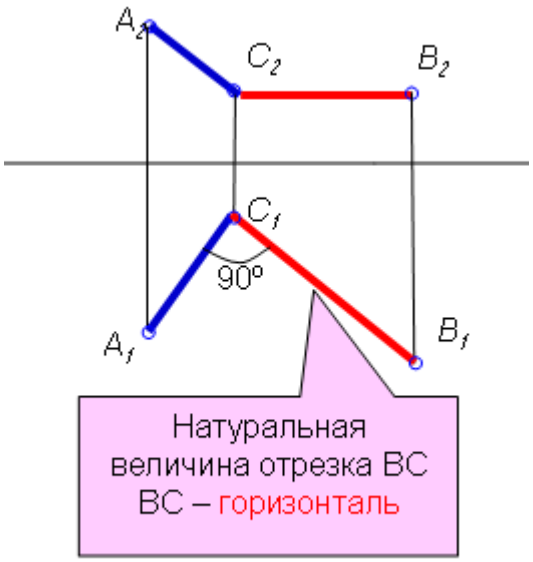


Рисунок 7 – Изображение прямого угла.

Способы задания плоскости на чертеже

Положение плоскости в пространстве определяется:

Проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой; проекциями прямой и точки, не лежащей на данной прямой; проекциями параллельных и пересекающихся прямых; любой плоской фигурой, рисунок 8.

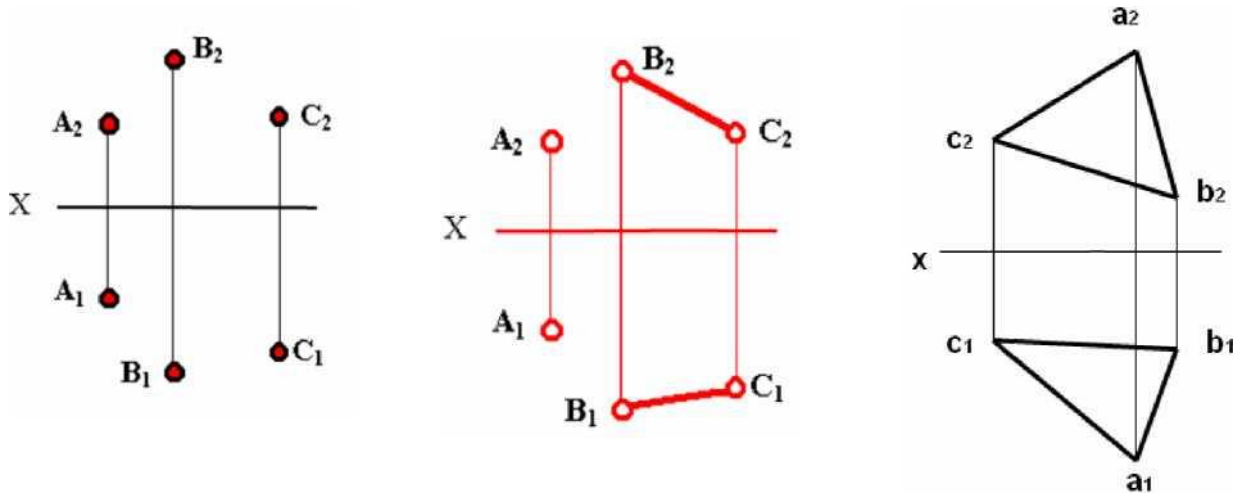


Рисунок 8 – Изображение плоскости на чертеже.

Плоскость в пространстве может быть задана следами. След плоскости – линия пересечения плоскости и плоскости проекций, рис. 9.

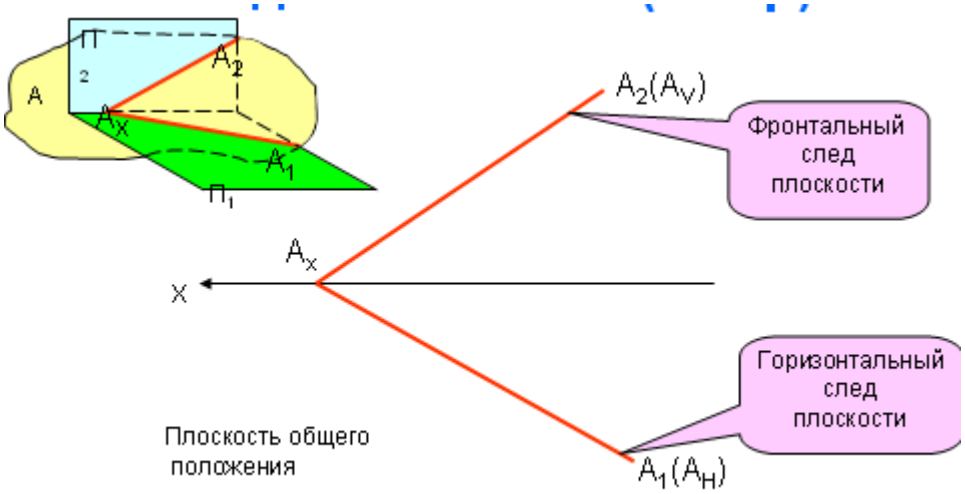


Рисунок 9 – Задание плоскости следами.

Виды плоскостей

Все плоскости делятся на плоскости общего и частного положения. плоскости общего положения не параллельны и не перпендикулярны ни одной из плоскостей проекций. Плоскости частного положения можно разделить на две группы: первая – перпендикулярные к двум плоскостям проекций и параллельные одной из них (плоскости уровня); вторая – перпендикулярные одной плоскости проекций и наклоненные к двум другим (проецирующие).

Плоскость общего положения ни параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекций.

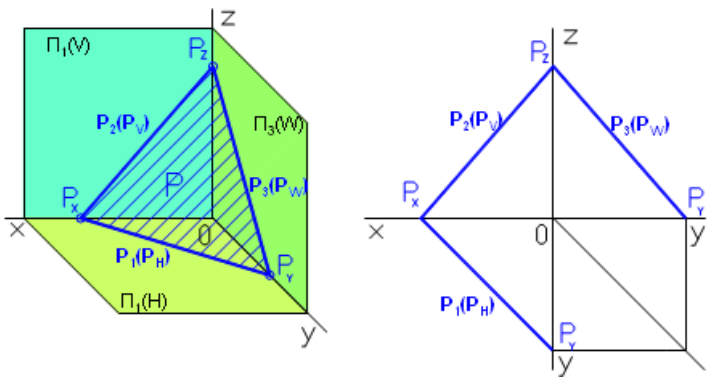


Рисунок 9 – Изображение плоскости общего положения

Плоскости уровня – параллельны одной из плоскостей проекций

Горизонтального уровня – параллельна горизонтальной плоскости проекций.

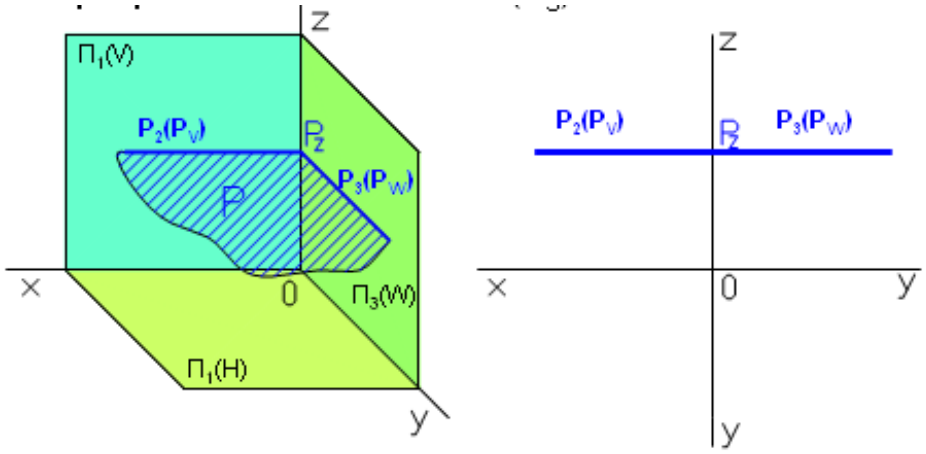


Рисунок 10 – Изображение плоскости горизонтального уровня

Фронтально уровня - параллельна фронтальной плоскости проекций.

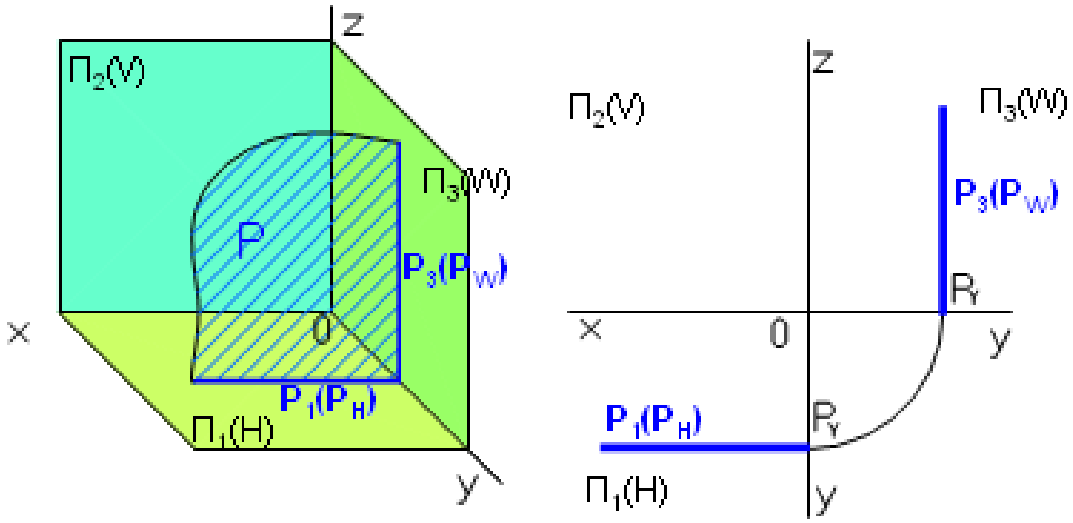


Рисунок 11 – Изображение плоскости фронтального уровня

Профильного уровня - параллельна профильной плоскости проекций.

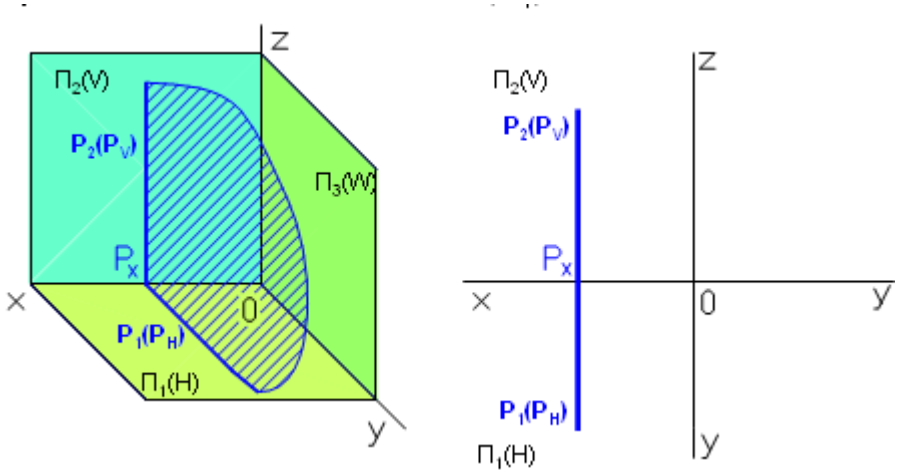


Рисунок 12 – Изображение плоскости профильного уровня

Проецирующие плоскости – перпендикулярны одной из плоскостей проекций.

Горизонтально – проецирующая – перпендикулярна горизонтальной плоскости проекций.

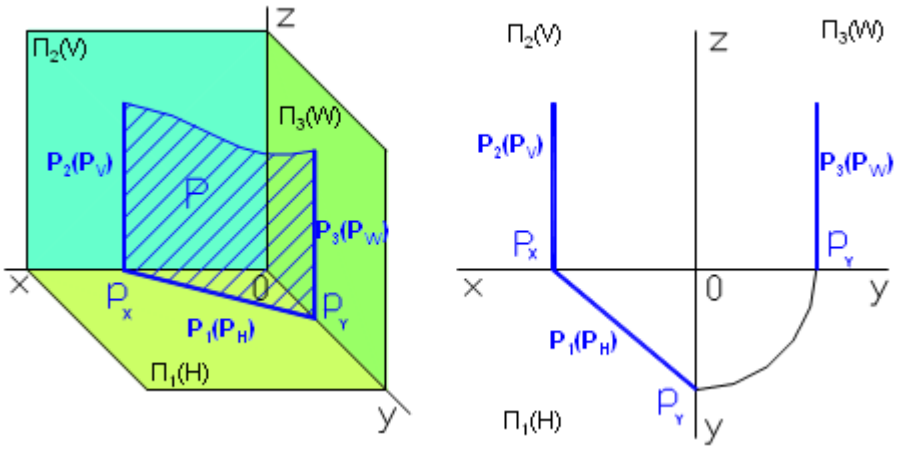


Рисунок 13 – Изображение плоскости горизонтально- проецирующей

Фронтально – проецирующая – перпендикулярна фронтальной плоскости проекций.

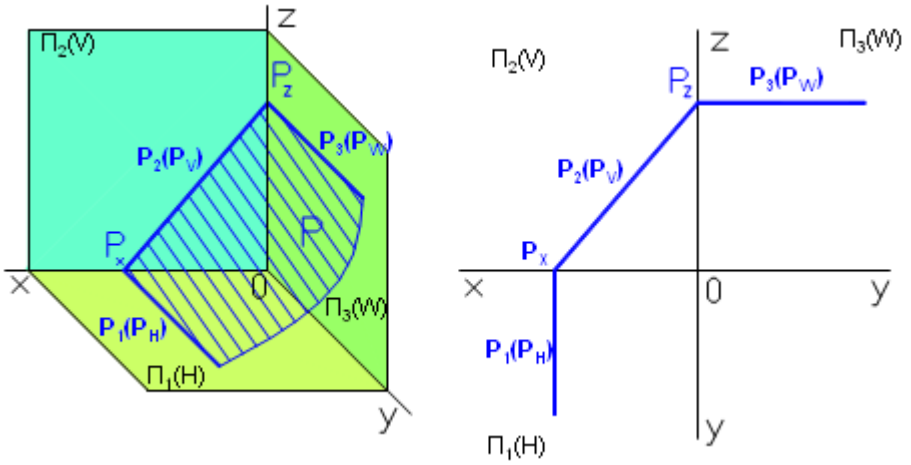


Рисунок 14 – Изображение плоскости фронтально- проецирующей

Профильно – проецирующая – перпендикулярна профильной плоскости проекций.

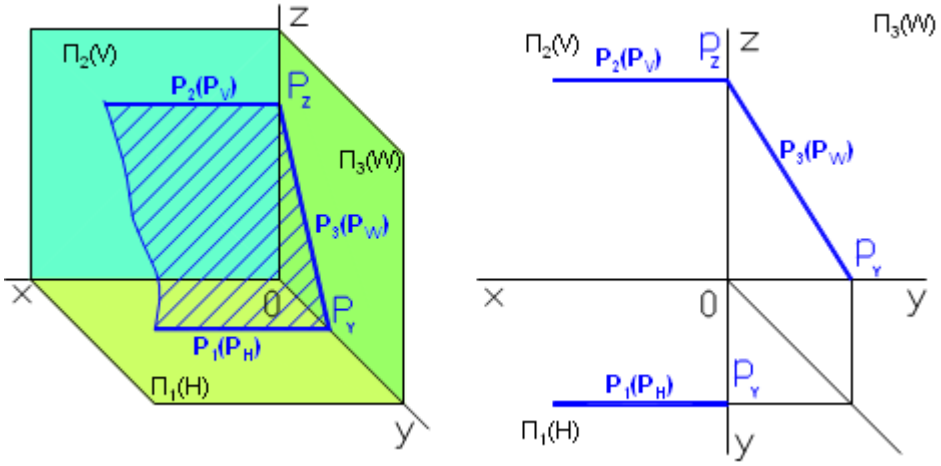


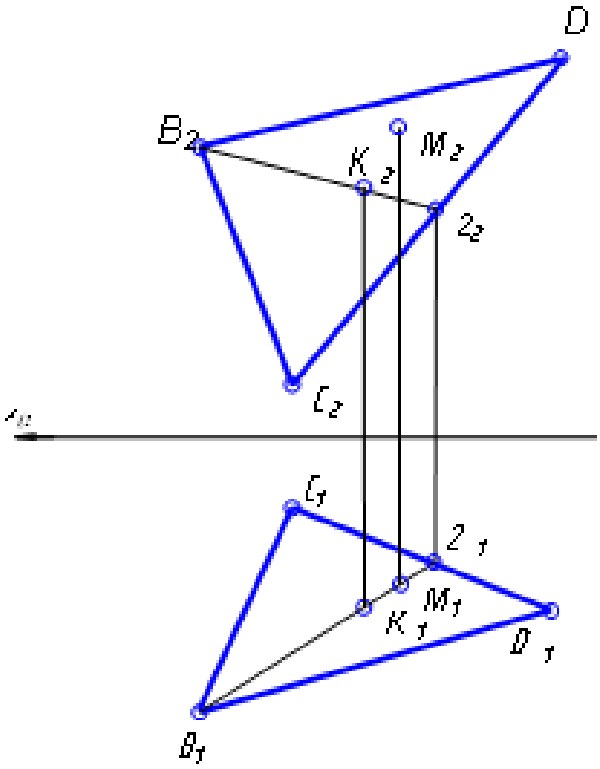
Рисунок 15 – Изображение плоскости профильно- проецирующей

Прямая и точка в плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если имеет с ней две общие точки;

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через точку, принадлежащую плоскости, и параллельна прямой, находящейся в этой плоскости или параллельной ей.

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой этой плоскости**.**



Точка К принадлежит плоскости треугольника, так как принадлежит прямой В2, лежащей в плоскости. Точка М не принадлежит плоскости треугольника, так как не принадлежит прямой, лежащей в плоскости треугольника.

Рисунок 16 – Принадлежность точки плоскости

Определение пересечения точки прямой и плоскости

Случай пересечения плоскости частного положения (проецирующей) и прямой общего положения.

Точка пересечения прямой и плоскости должна одновременно принадлежать и проекциям прямой и проекциям плоскости. Одна из проекций проецирующей плоскости обладает собирающим свойством, т.е. все, что принадлежит плоскости, будет расположено на этой проекции. Таким образом, точка пересечения прямой и плоскости будет расположена в точке пересечения заданной прямой и проекции плоскости, вырожденной в прямую. На рисунке точка пересечения (т.К) совпадает с точкой пересечения прямой АВ и фронтальным следом плоскости. Горизонтальная проекция этой точки определяется с помощью проекционных линий связи.

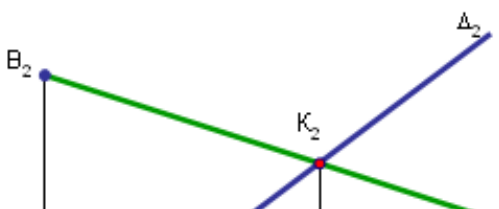
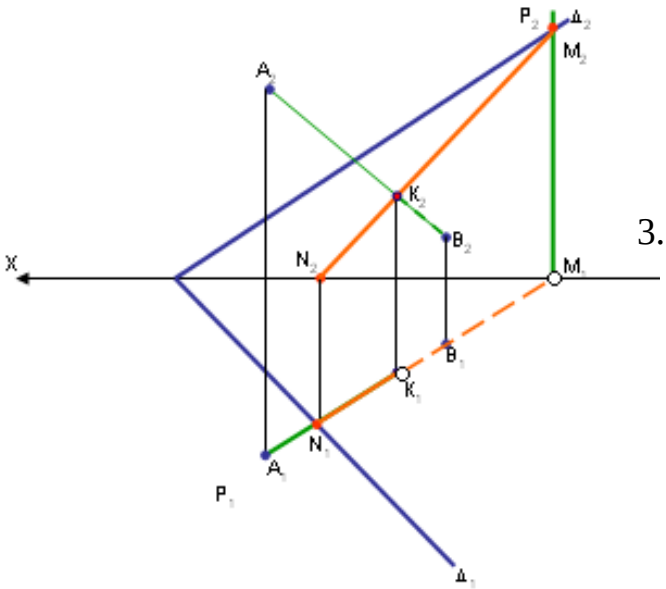


Рисунок 17 – Пересечение прямой общего положения и проецирующей

Случай пересечения плоскости общего положения и прямой общего положения.

Алгоритм решения:

1. Заключить прямую в проецирующую плоскость.
2. Построить линию пересечения плоскостей



3. Определить точку пересечения заданной прямой и линии пересечения плоскостей

3. 4. Определить видимость прямой относительно плоскости.

Рисунок 18 – Определение точки пересечения
прямой и плоскости общего положения

Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая **перпендикулярна** плоскости, если:

- горизонтальная проекция перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали и горизонтальному следу плоскости,

- фронтальная проекция – перпендикулярна к фронтальной проекции фронтали и фронтальному следу плоскости, рисунок .

Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна к горизонтальному следу плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна к фронтальному следу, рисунок .

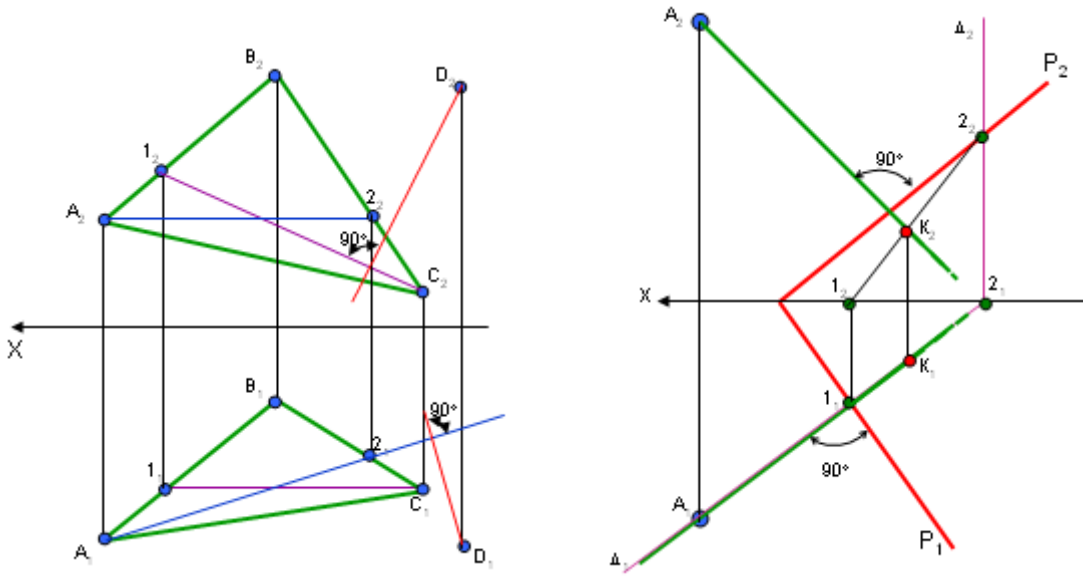


Рисунок 19 – Перпендикулярность прямой и плоскости

Взаимное положение плоскостей

Плоскости в пространстве могут быть:

Параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, рисунок .

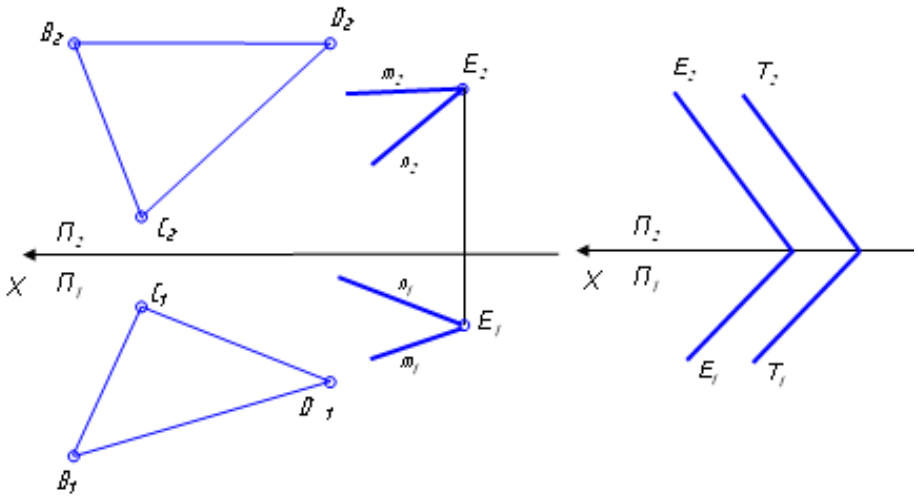


Рисунок 20 – Параллельность плоскостей

Пересекаться. Линия пересечения плоскостей определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям

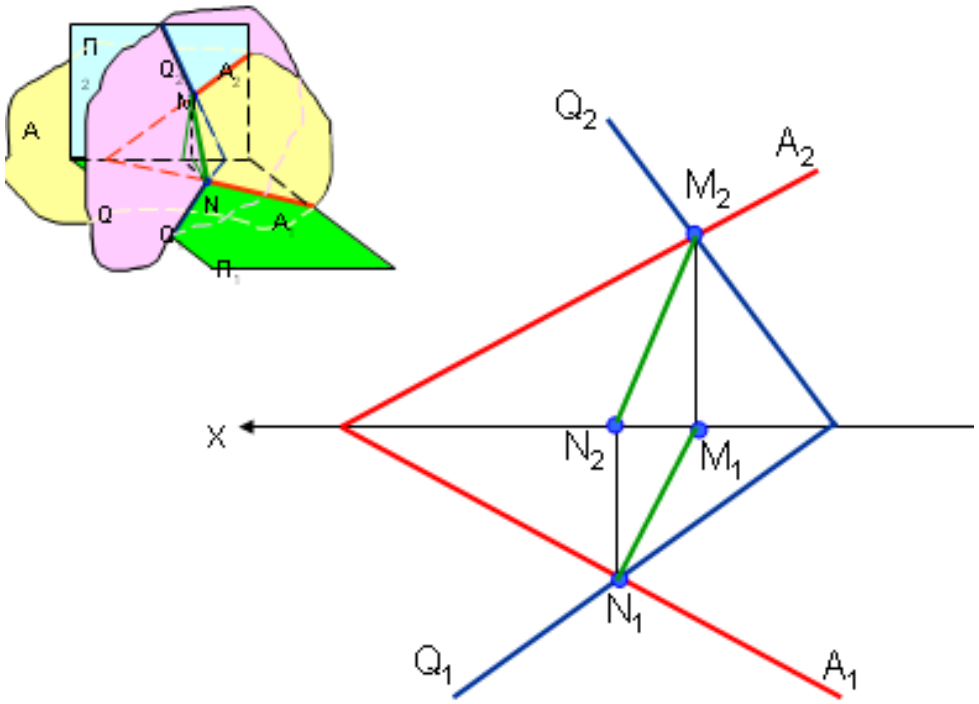


Рисунок 21- Пересечение плоскостей.

Прямые особого положения в плоскости

Горизонталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельна горизонтальной плоскости проекций $П_1$.

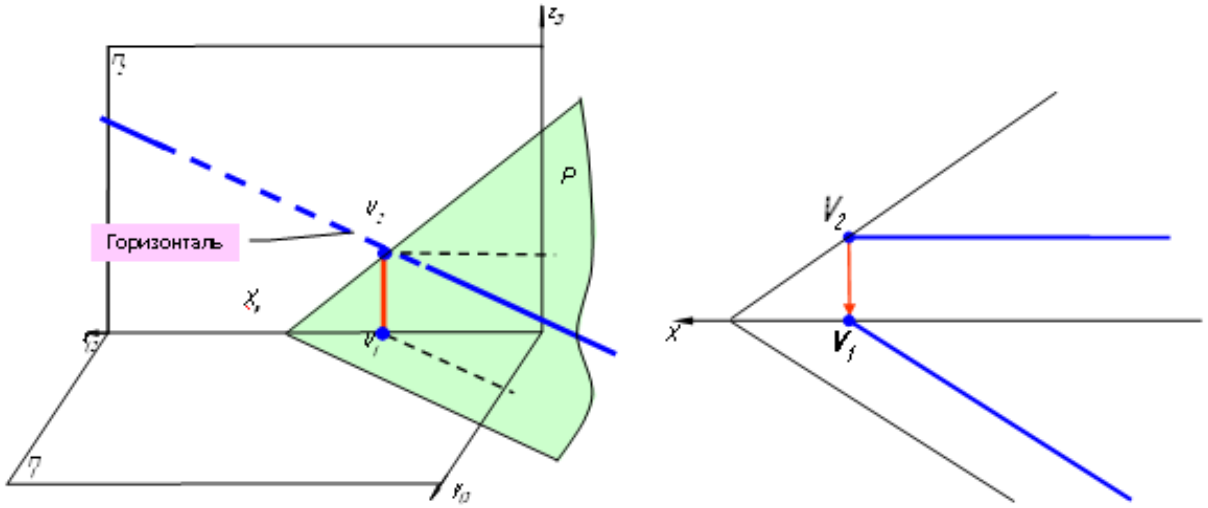


Рисунок – Горизонталь плоскости

Фронталь – прямая, лежащая в плоскости и параллельна фронтальной плоскости проекций $П_2$.

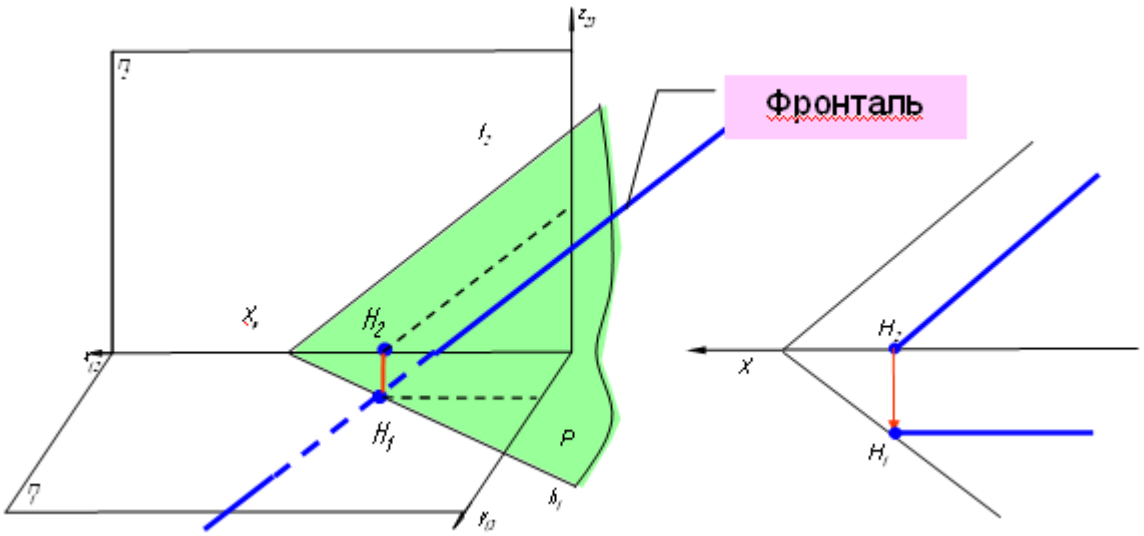


Рисунок – Фронталь в плоскости

Порядок решения задания:

1.Опустить перпендикуляр из точки D к плоскости, заданной треугольником ABC.

2. Определяем точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника ABC – точку К.

3. Методом прямоугольного треугольника найти натуральную величину расстояния от точки D до плоскости - отрезка DK.

4. Определить относительную видимость перпендикуляра.

5. Построить точку, удаленную от плоскости на расстояние 45мм – точку F.

6. Построить плоскость параллельную плоскости, заданной треугольником ABC. Плоскость задать пересекающимися прямыми.

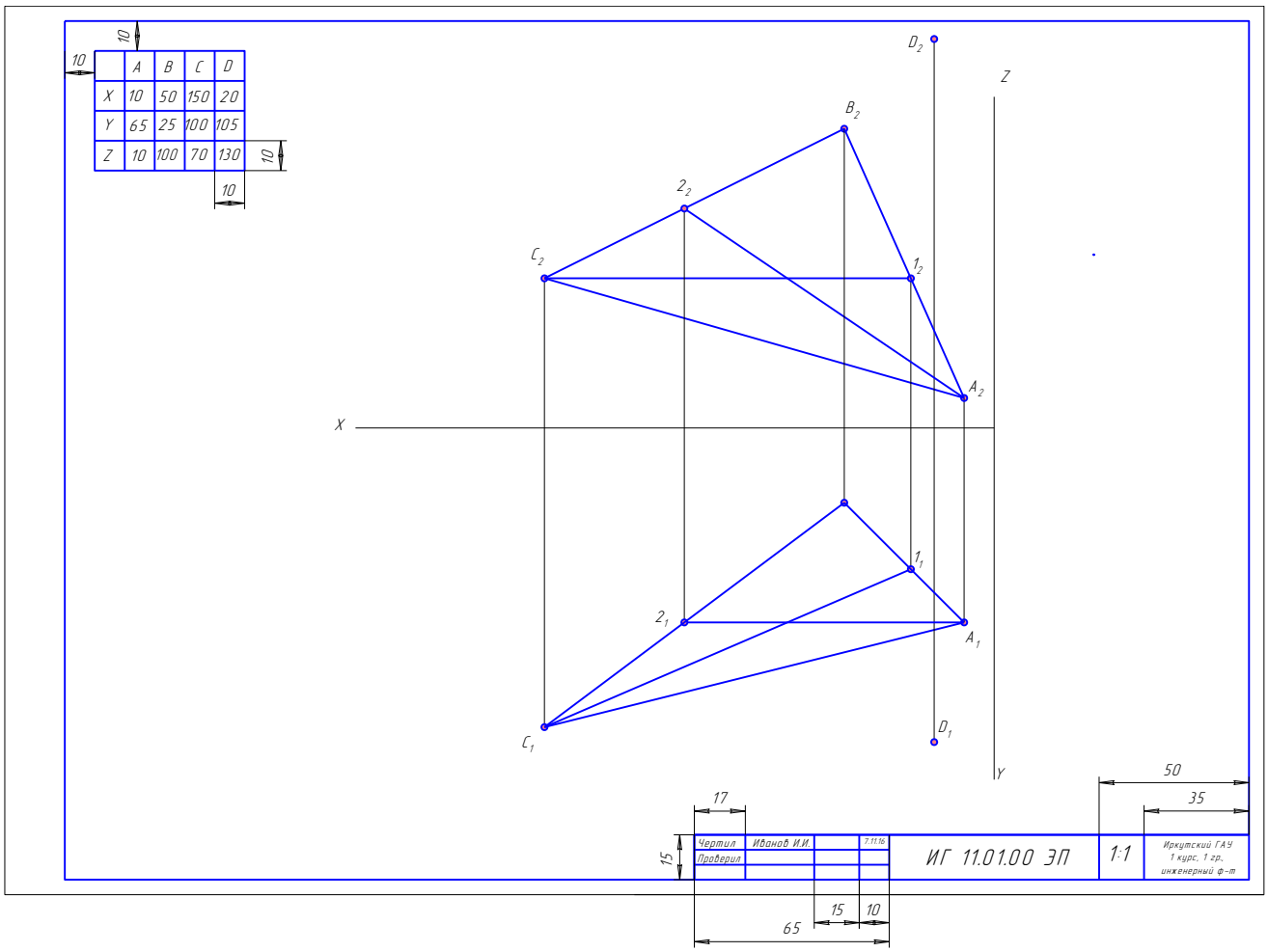
Пример выполнения задания 1 (рисунок 1):

1.Опустить перпендикуляр из точки D к плоскости, заданной треугольником ABC.

1.1. В плоскости, заданной треугольником ABC, построить горизонталь и фронталь.

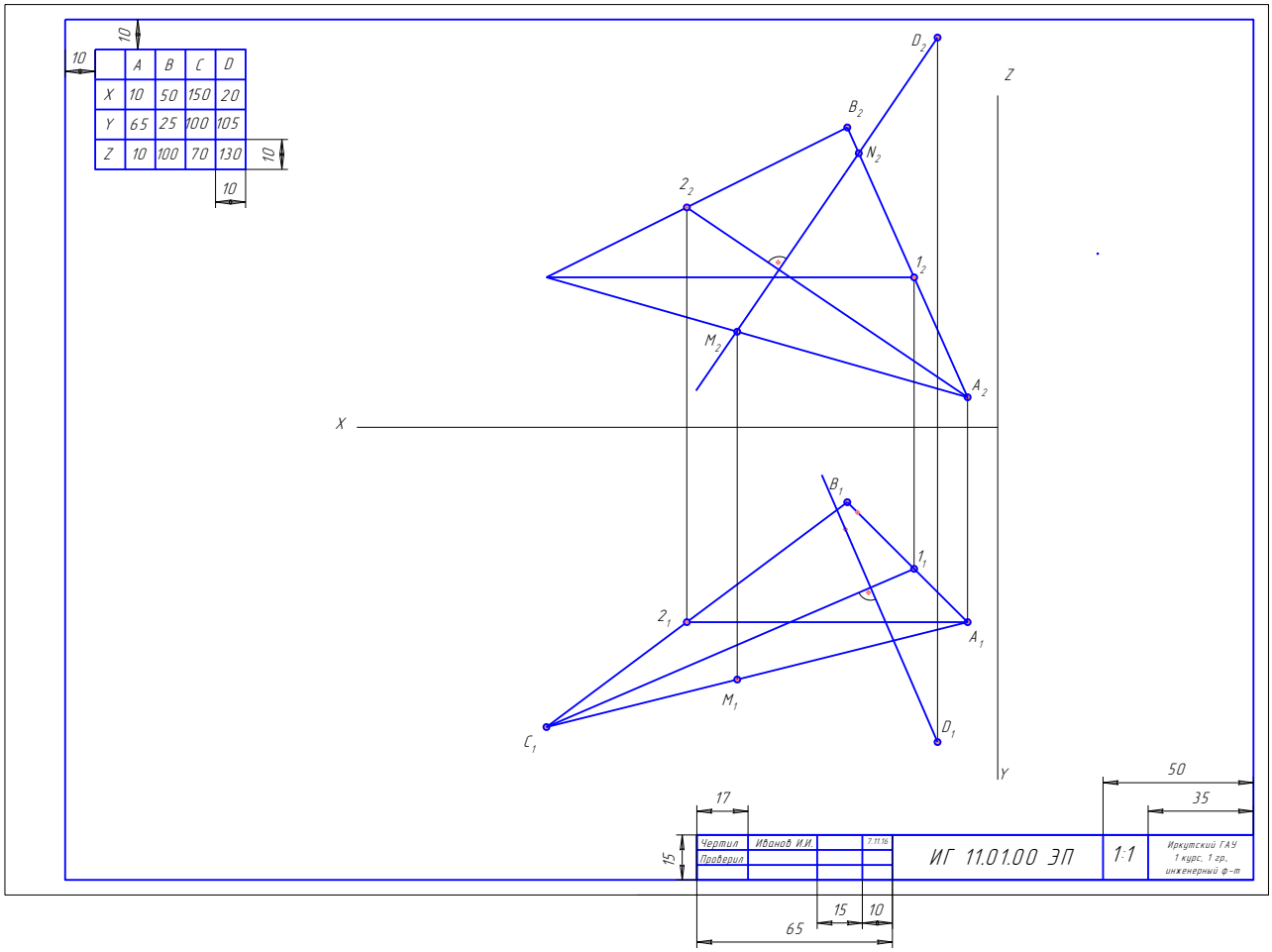
Горизонталь - С1. Фронтальная проекция горизонтали ($C_2 1_2$) параллельна оси X. Горизонтальная проекция горизонтали ($C_1 1_1$) натуральная величина

Фронталь - А2. Горизонтальная проекции фронтали ($A_1 1_1$) параллельна оси X. Фронтальная проекция горизонтали ($A_2 2_2$) натуральная величина.



1.2. Согласно теореме о проекциях перпендикуляра, опустить перпендикуляр из горизонтальной проекции точки D (D_1) к горизонтальной проекции горизонтали ($C_1 1_1$). Из фронтальной проекции точки D (D_2) к фронтальной проекции фронтали ($A_2 2_2$).

2. Определить точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника ABC (точку K).

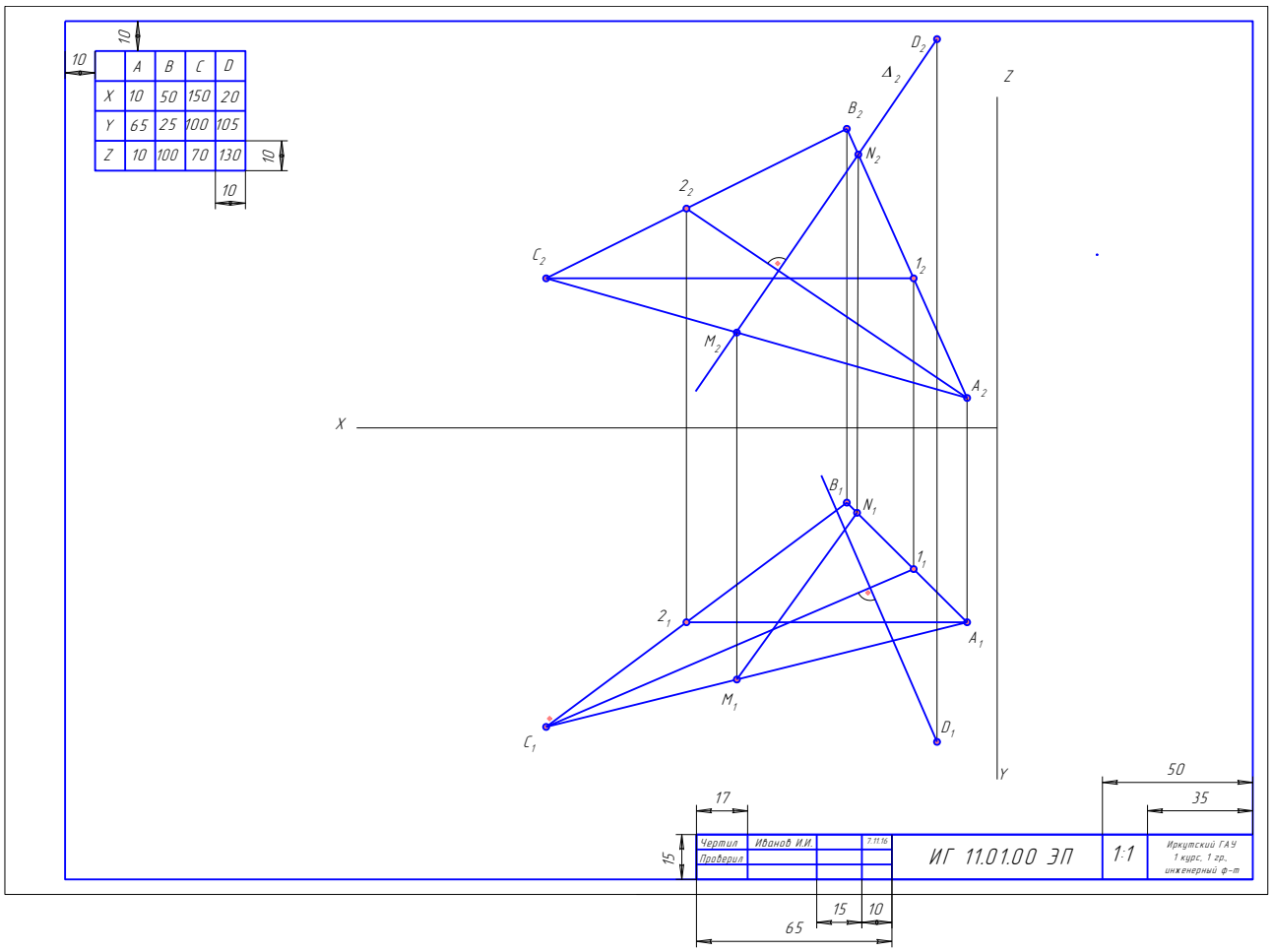


Для нахождения точки встречи перпендикуляра с плоскостью необходимо:

2.1. Заключить перпендикуляр в проецирующую плоскость, след плоскости совпадает с проекцией прямой. Фронтальный след фронтально – проецирующей плоскости $\Delta_2(\Delta)$, совпадает с фронтальной проекцией перпендикуляра, опущенного из точки D_2.

2.2. Определить точки пересечения проецирующей плоскости и плоскости треугольника АВС. Фронтальные проекции точек М и N (M_2 и N_2)– точки пересечения перпендикуляра и фронтальных проекций соответствующих сторон A_2C_2 и A_2B_2 треугольника АВС.

2.3. Достроить горизонтальные проекции лини пересечения проецирующей и заданной плоскостей - M_1N_1.



2.4. Найти точку пересечения перпендикуляра с плоскостью треугольника, как точку пересечения линии пересечения MN плоскостей и построенного перпендикуляра.

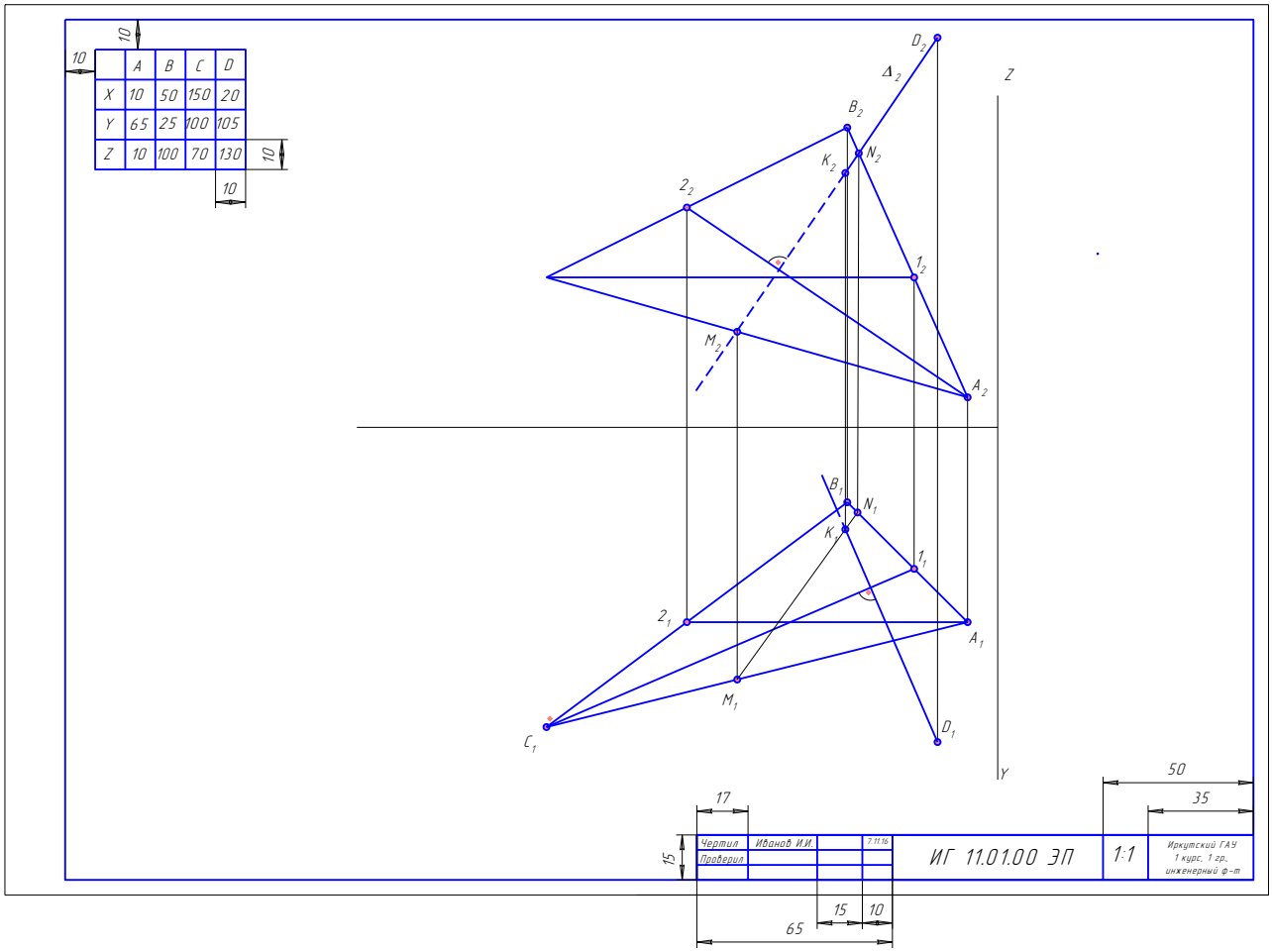
Горизонтальная проекция точки К ($К_1$) определена как точка пересечения горизонтальной проекции прямой MN (M_1N_1) и горизонтальной проекции прямой, опущенной из горизонтальной проекции точки D (D_1) к отрезку C_11_1. Далее по линиям связи достроить фронтальную проекцию точки К ($К_2$), как точку принадлежащую MN.

2.5. Определить видимость перпендикуляра, методом конкурирующих точек.

На горизонтальной проекции отрезок DK (D_1K_1) видимый, далее от горизонтальной проекции точки К ($К_1$) часть отрезка невидимая, так как при направлении взгляда на чертеж сверху на фронтальной проекции точка D(D_2)

расположена ближе к наблюдателю, чем точка К ($К_2$) (координата **z** точки D больше координаты **z** точки К).

На фронтальной проекции отрезок DK (D_2K_2) видимый, далее от фронтальной проекции точки К ($К_2$) часть отрезка невидимая, так как при направлении взгляда на чертеж снизу на горизонтальной проекции точка D (D_1) расположена ближе к наблюдателю, чем точка К ($К_1$) (координата **y** точки D больше координаты y точки К).



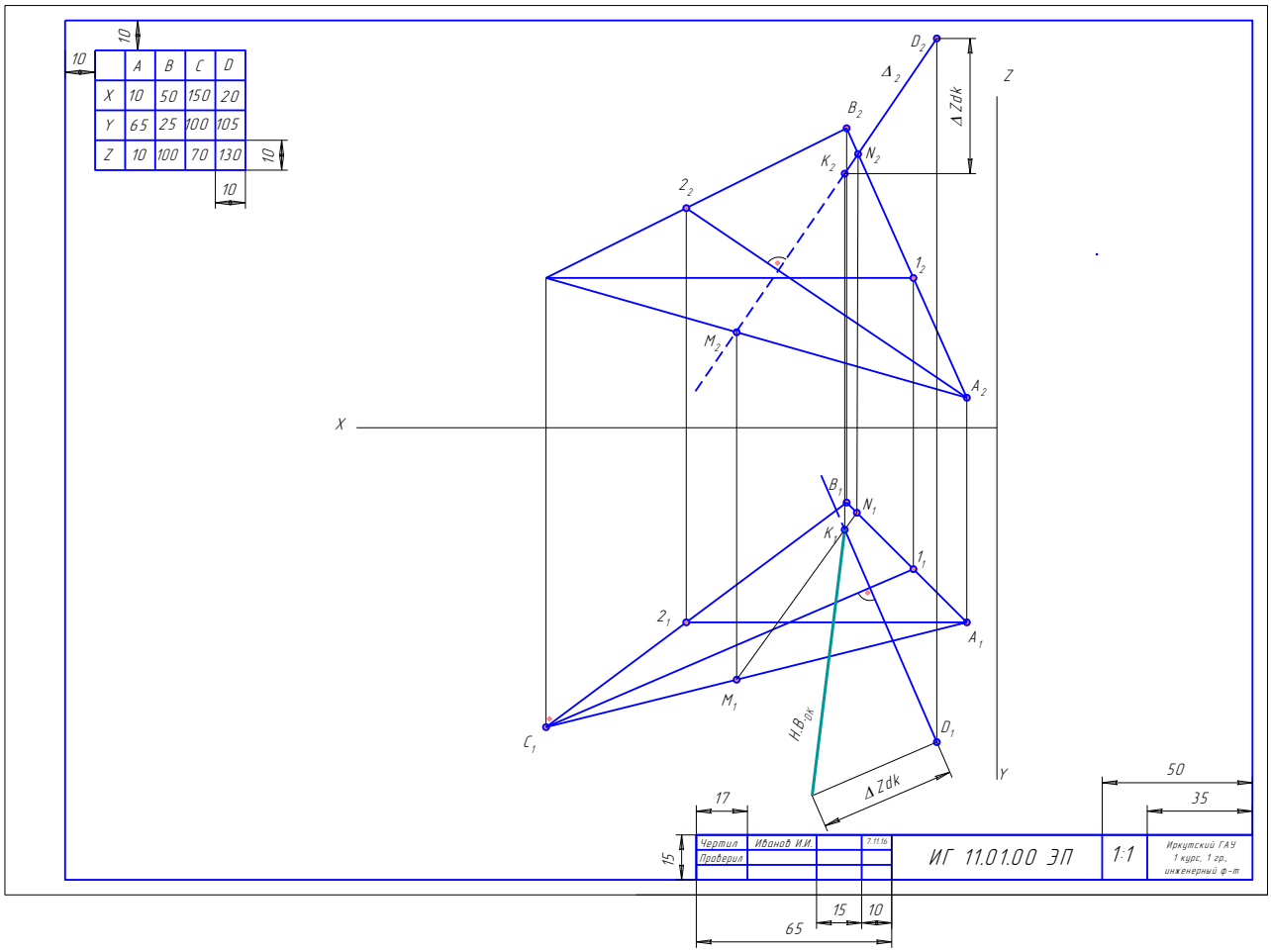
3. Методом прямоугольного треугольника найти натуральную величину расстояния от точки D до плоскости - длину отрезка DK.

3.1. Определить разность координат точек D и К.

Из фронтальных проекций из точек D (D_2) и К($К_2$) проводим прямые параллельные оси X и определяем разность координат **z** - ΔZ_{DK}.

3.2. Построить прямоугольный треугольник, один катет которого - проекция, другой – разность координат концов отрезка. Гипотенуза треугольника – натуральная величина расстояния от точки D до плоскости.

На горизонтальной проекции строим прямоугольный треугольник. Один катет – горизонтальная проекция отрезка DK (D_1K_1), другой катет – расстояние ΔZ_{DK}, взятое с фронтальной проекции. Гипотенуза построенного треугольника натуральная величина $НВ_{DK}$ - искомое расстояние.

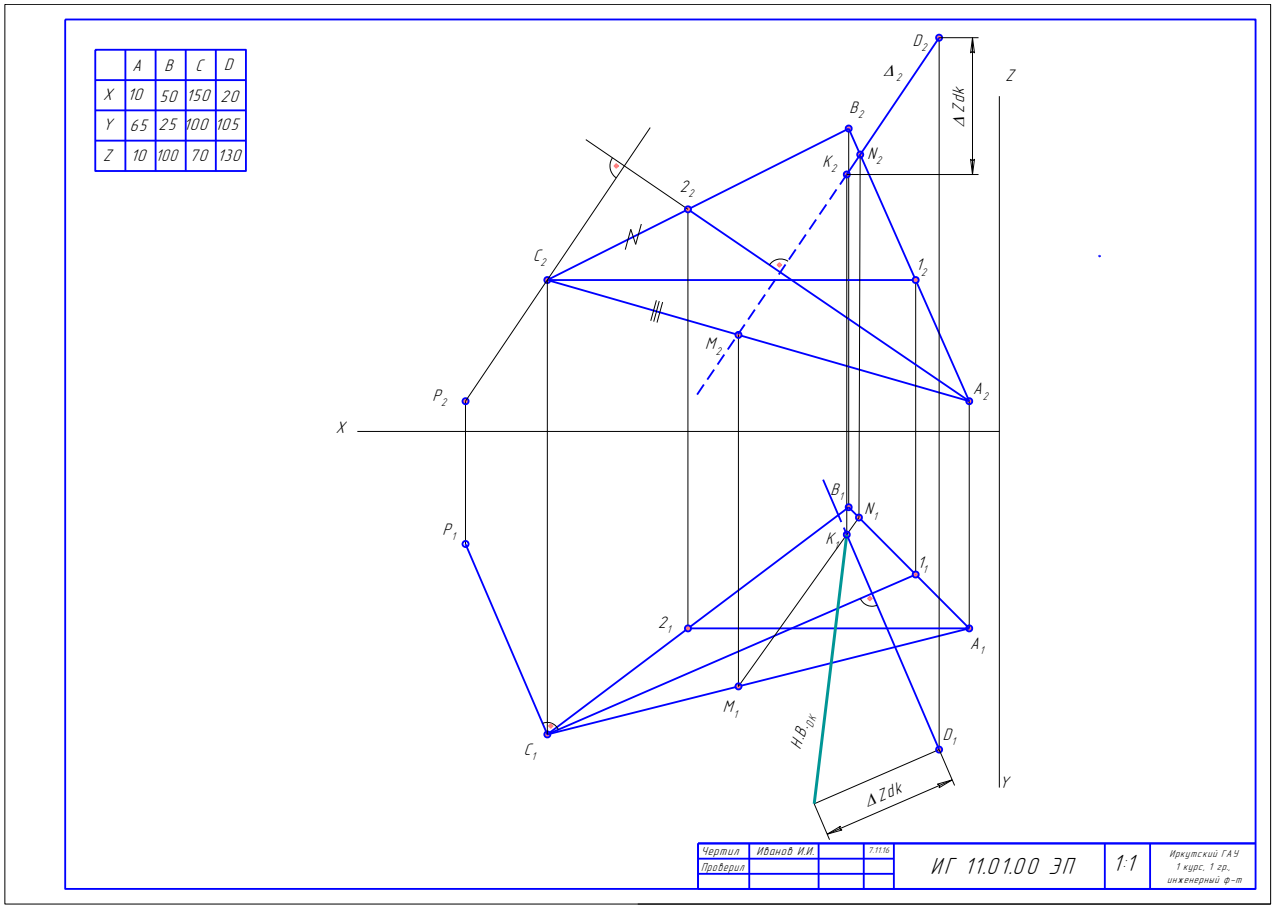


4. Построить точку, удаленную от плоскости на расстояние 45мм.

4.1. Из крайней левой точки треугольника АВС (точка С), рисунок 1, опустить перпендикуляр к натуральным величинам горизонтали и к фронтали.

Проводим перпендикуляр из фронтальной проекции точки С (C_2) к фронтальной проекции фронтали $A_2 2_2$, из горизонтальной проекции точки С (C_1) опустить перпендикуляр горизонтальной проекции горизонтали ($C_1 1_1$).

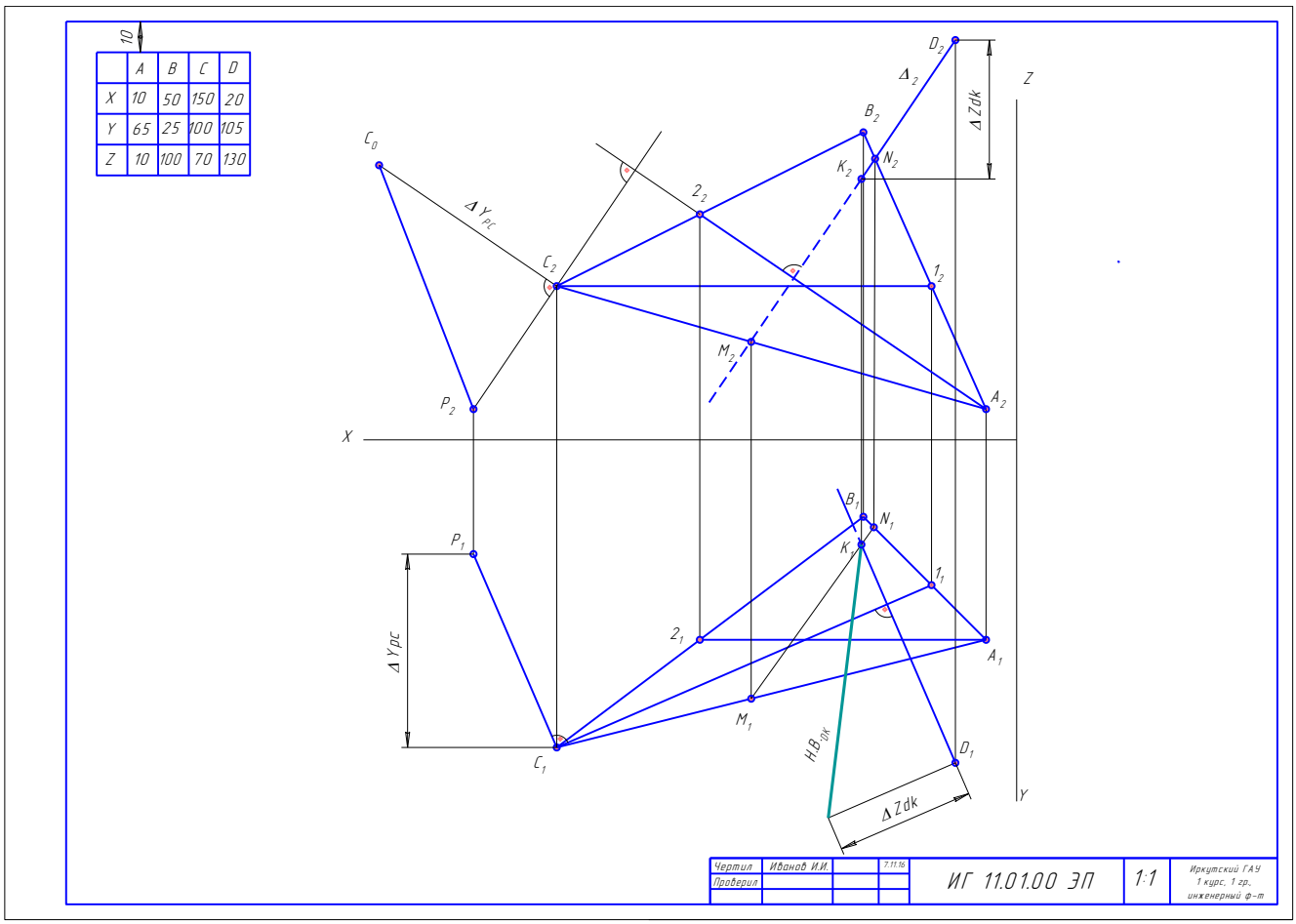
4.2. На горизонтальной и фронтальной проекциях, построенных перпендикуляров взять произвольную точку. В любом месте перпендикуляра строим точку, на примере точка Р (P_1 и P_2);



4.3. Методом прямоугольного треугольника определить расстояние от вершины С треугольника АВС до точки Р – расстояние СР.

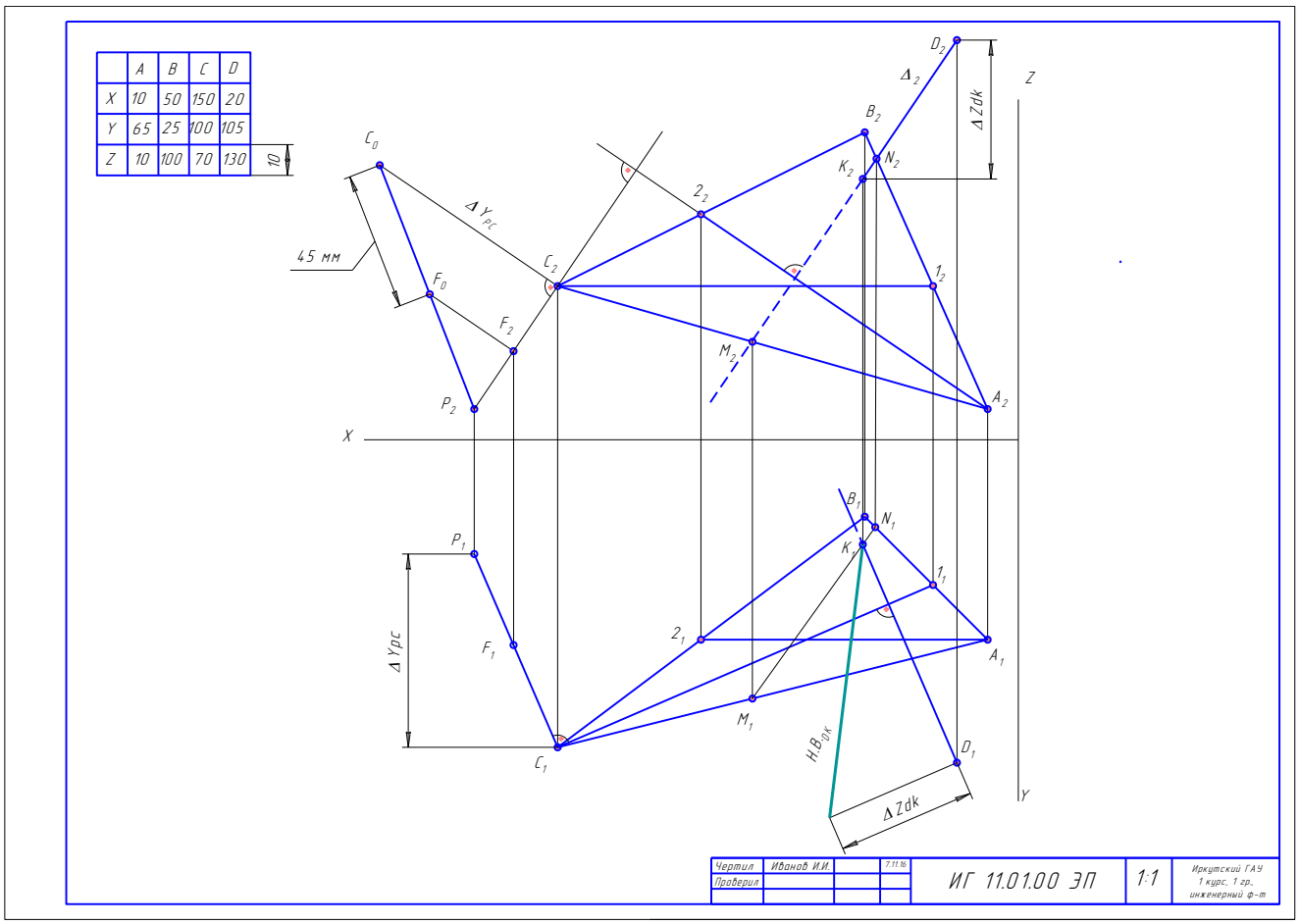
На горизонтальной проекции из точек P_1 и C_1 провести прямые параллельные оси Х и определить разность координат **у** - ΔY_{CP}.

На фронтальной проекции построить прямоугольный треугольник один катет которого фронтальная проекция отрезка СР (C_2P_2), второй катет – разность координат $\Delta Y_{ср}$, взятая с горизонтальной проекции. Фронтальная проекция гипотенузы P_2C_0 прямоугольного треугольника – натуральная величина.



4.4. Построить точку F, расположенную на расстоянии 45мм от плоскости, заданной треугольником АВС.

На фронтальной проекции от точки C_0 вдоль отрезка P_2C_0 откладываем расстояние равное 45мм, получаем положение точки F_0. Далее, на фронтальной проекции, через полученную точку F_0, параллельно катету C_2C_0 проводим прямую F_0F_2 до пересечения с перпендикуляром C_2P_2. В результате получаем положение фронтальной проекции точки F_2. Горизонтальную проекцию точки F (F_1), достраиваем с помощью линий связи, как точку, принадлежащую горизонтальной проекции перпендикуляра СР (C_1P_1).



5. Построить плоскость параллельную плоскости, заданной треугольником АВС.

5.1. Согласно теореме, плоскости параллельные, если две пересекающиеся прямые одной плоскости, параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

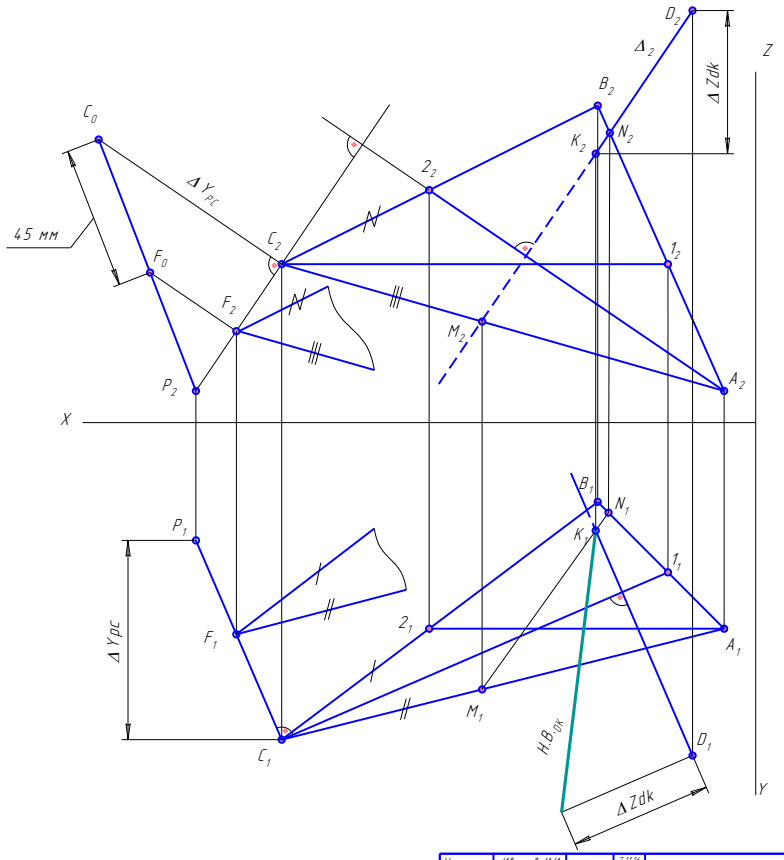
Через точку F провести две пересекающиеся прямые, параллельные двум смежным сторонам треугольника АВС.

Через проекции точки F проведены прямые параллельные сторонам треугольника АВС - АС и ВС, соответственно через горизонтальную проекцию точки F (F_1) параллельно горизонтальным проекциям сторон треугольника АВС: A_1C_1 и B_1C_1, через фронтальную проекцию точки F (F_2) параллельно фронтальным проекциям сторон треугольника АВС: A_2C_2 и B_2C_2.

5.2. Ограничить плоскость сплошной тонкой линией обрыва.

5.3. Заштриховать, полученные отсеки плоскостей, под углом 45^0.

	A	B	C	D
X	10	50	150	20
Y	65	25	100	105
Z	10	100	70	130



Чертил	Иванов И.И.			ИГ 11.01.00 ЭП	1:1	Иркутский ГАУ 1 курс, 1 гр. инженерный ф-т
Проверил						

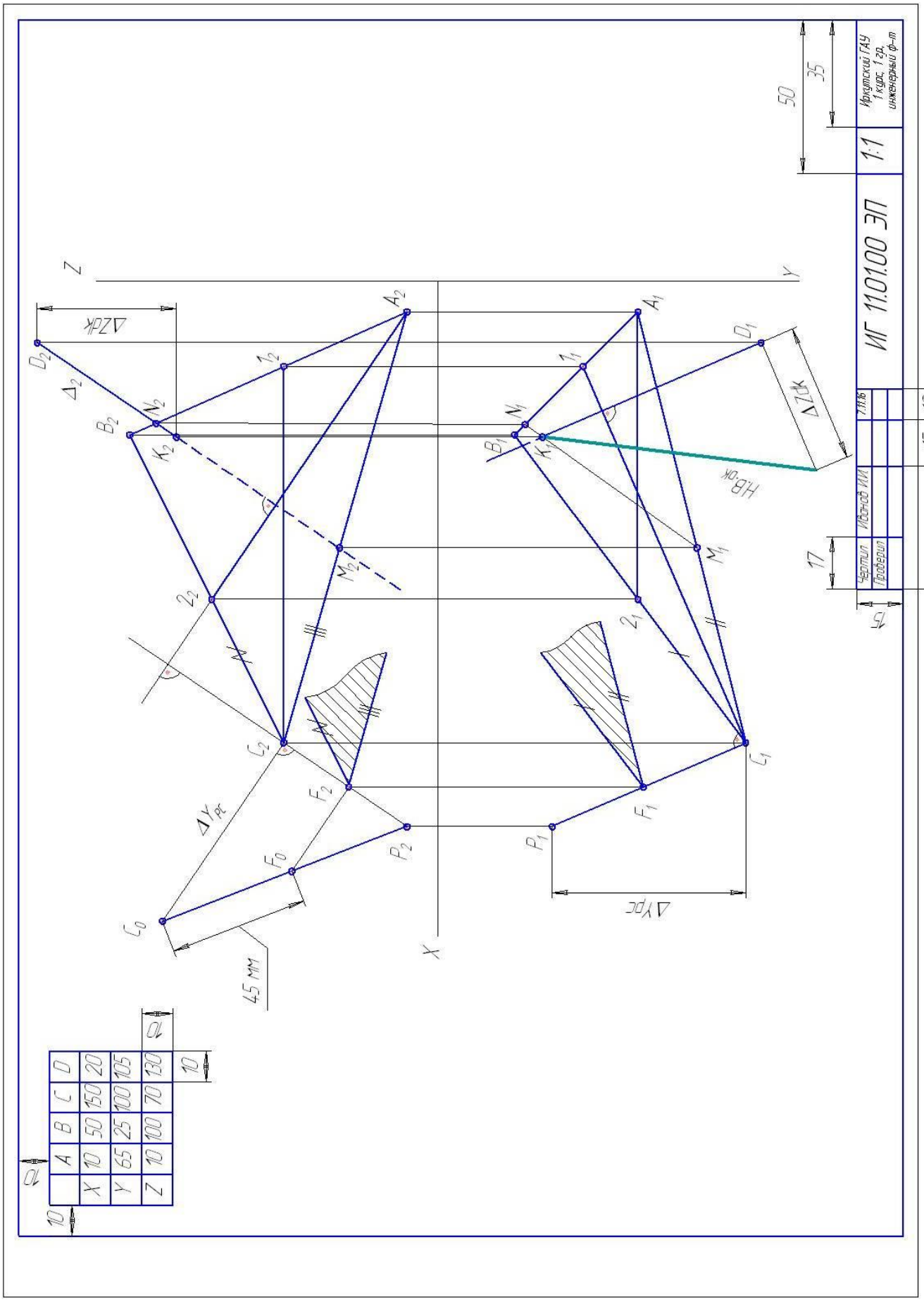


Рисунок 1 - Пример выполнения задания 1

Задание 2

Построить линию пересечения плоскостей, заданных треугольниками *ABC* и *EDF* методом вспомогательных секущих плоскостей. Показать относительную видимость треугольников в проекциях.

Данные для своего варианта взять из таблицы 2. Пример выполнения задания 2 приведен на рисунке 2.

Указания к решению задачи 2.

В правой половине листа формата А4 (210х297 мм) намечаются оси координат и из таблицы 2 согласно своему варианту выбираются координаты точек *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* вершин треугольников (рисунок 2). Стороны треугольников и другие вспомогательные прямые проводятся вначале тонкими сплошными линиями. Линии пересечения треугольников строятся по точкам пересечения сторон одного треугольника с другим или по точкам пересечения каждой из сторон одного треугольника с другим порознь. Такую линию можно построить, используя и вспомогательные проецирующие плоскости.

Видимость сторон треугольника определяется способом конкурирующих точек. Видимые отрезки сторон треугольников выделяют сплошными жирными линиями, невидимые следует показать штриховыми линиями. Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эпюре и показать их тонкими сплошными линиями

Таблица 2

Исходные данные к задаче 2 (координаты и размеры, мм)

№ вар	X_A	$У_A$	Z_A	Хв	Ув	Zв	Хс	Ус	Zс	X_D	$У_D$	Z_D	X_E	$У_E$	Z_E	X_F	$У_F$	Z_F
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	64	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0

Продолжение таблицы 2

5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	20	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	82	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	89	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	52	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	86	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	86	48	111	15	68	78

Порядок выполнения задания:

Для решения задачи необходимо найти точки пересечения двух прямых, принадлежащих одному из треугольников с двумя сторонами другого треугольником. Определяем эти точки, решая задачу на взаимное пересечение прямой и плоскости общего положения (основная задача начертательной геометрии)

1. Построить линию пересечения MN плоскостей, заданных треугольников ABC и DEF.

2. Определить взаимную видимость треугольников, методом конкурирующих точек.

Основы теории

Проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения

Через прямую общего положения можно провести проецирующую плоскость, при этом след проецирующей плоскости проходит через одну из проекций отрезка.

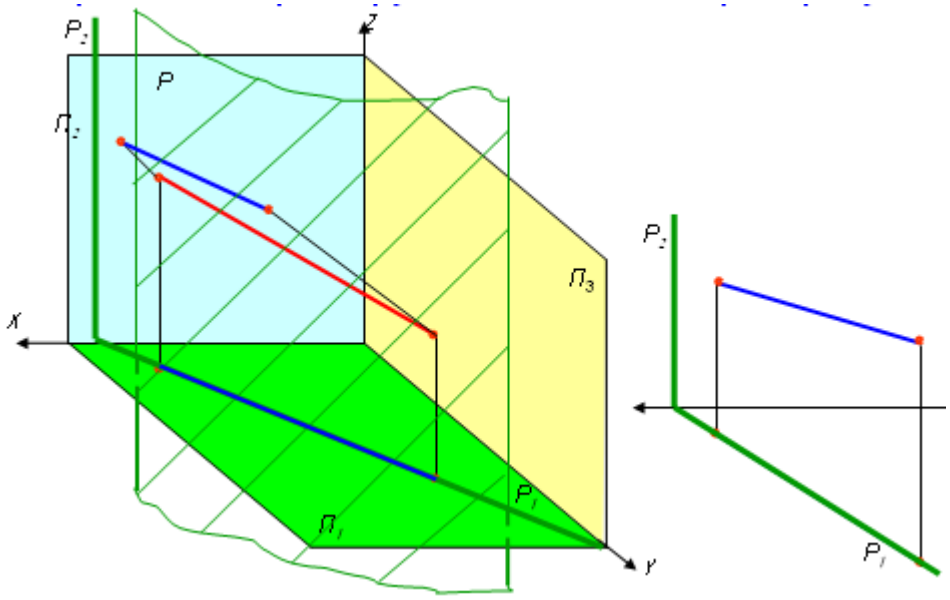


Рисунок – Заключение прямой в проецирующую плоскость

Построение линии пересечения плоскостей

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям. Таким образом, задача нахождения линии пересечения плоскостей сводится к построению каких-либо двух точек, принадлежащих обеим плоскостям. Если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей перпендикулярна к плоскости проекций (проецирующая), то построение линии пересечения упрощается, рисунок. Точки 1 и 2 определяются сразу, как точки пересечения

фронтального следа фронтально-проецирующей плоскости и сторон треугольника, представляющего плоскость общего положения.

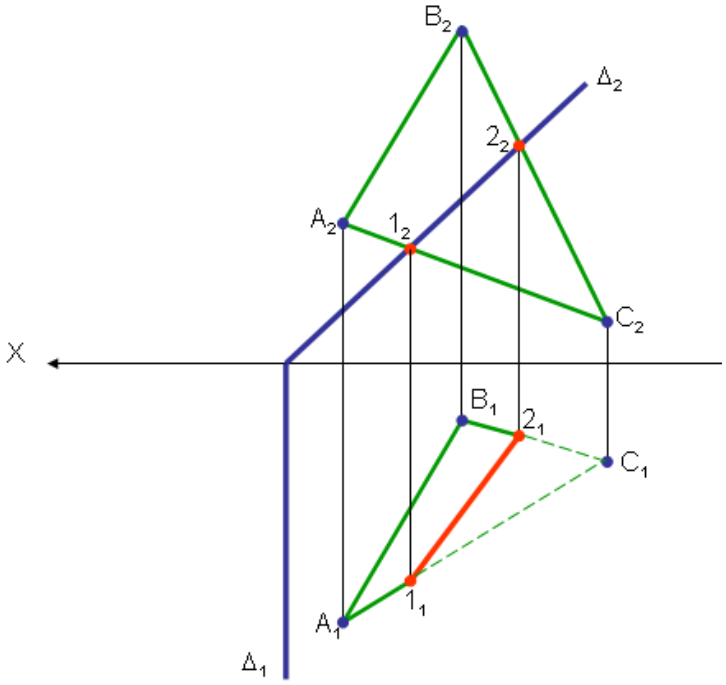


Рисунок – Пересечение фронтально- проецирующей плоскости и плоскости общего положения

Пример пересечения двух плоскостей общего положения с учетом видимости плоскостей, приведен на рисунке

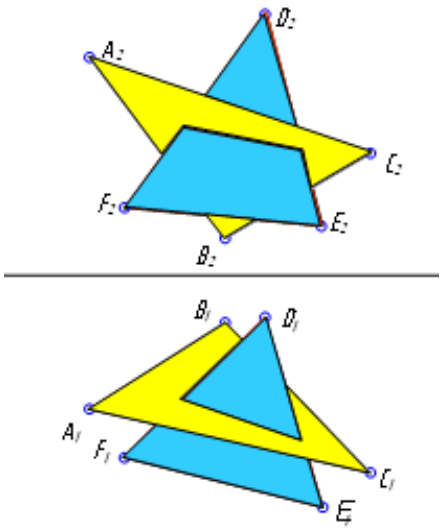


Рисунок – Пересечение плоскостей общего положения

Пример выполнения задания 2 (рисунок):

1. Построить линию пересечения плоскостей MN.

1.1. Заключаем одну (любую) из сторон треугольника (любого) в проецирующую плоскость.

Через горизонтальную проекцию стороны DE (D_1E_1) треугольника DEF проводим горизонтальный след $Ф_1$ горизонтально – проецирующей плоскости Ф.

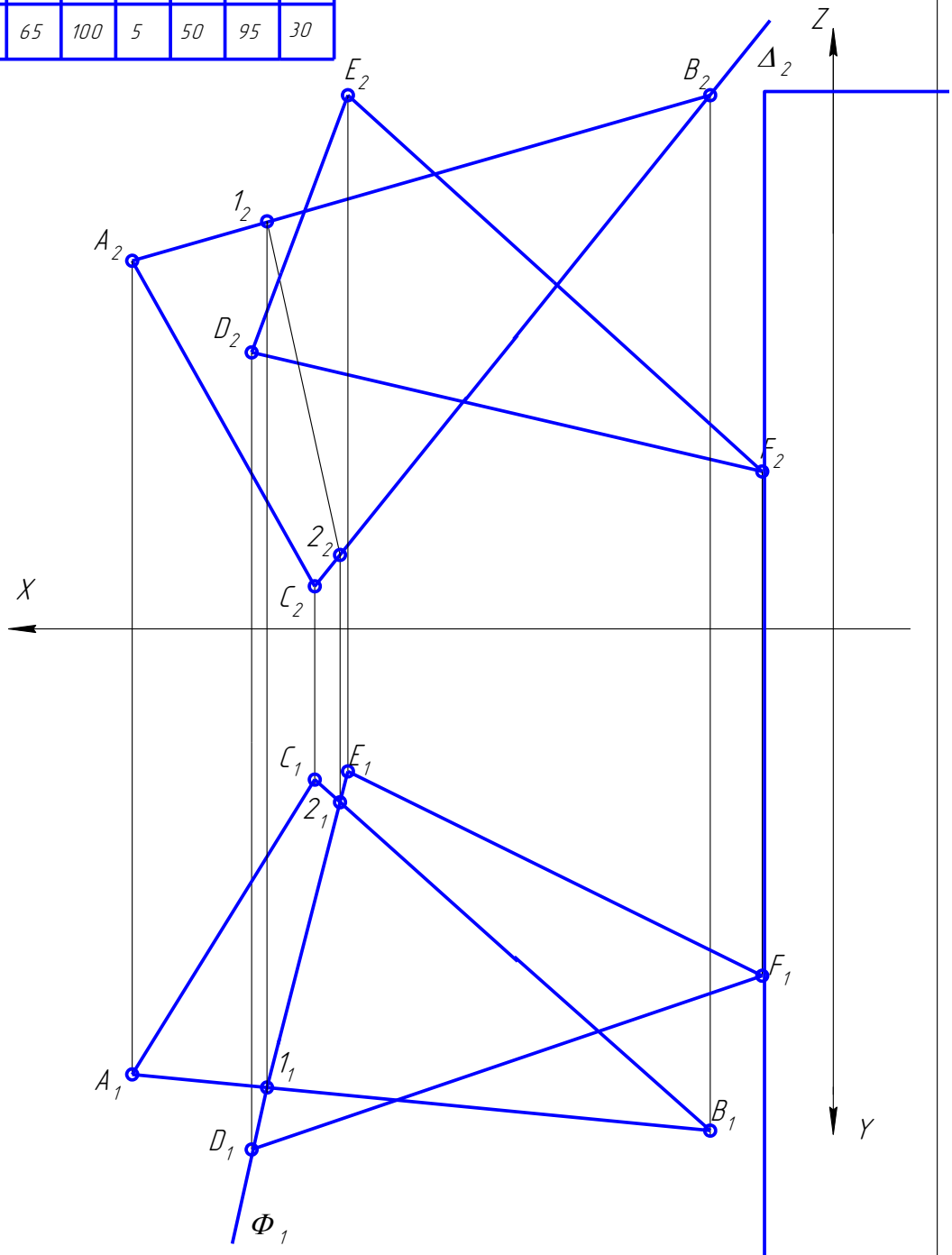
1.2. Построить линию пересечения плоскости Ф и плоскости, заданной треугольником АВС. Определяем положение точек 1 и 2.

Так как горизонтальный след $Ф_1$ горизонтально – проецирующей плоскости обладает собирающим свойством, то горизонтальная проекция точки 1 (1_1) определяется как точка пересечения горизонтального следа проецирующей плоскости $Ф_1$ и горизонтальной проекции стороны АВ (A_1B_1) треугольника АВС.

Горизонтальная проекция точки 2 (2_1)– точка пересечения горизонтального следа проецирующей плоскости $Ф_1$ и горизонтальной проекции стороны СВ (C_1B_1) треугольника АВС.

С помощью линий связи достраиваем фронтальные проекции точек 1(1_2) и 2 (2_2), как точек принадлежащим соответствующим сторонам АВ и СВ треугольника АВС.

	A	B	C	D	E	F
X	130	20	95	105	90	10
Y	65	90	25	95	25	65
Z	65	100	5	50	95	30

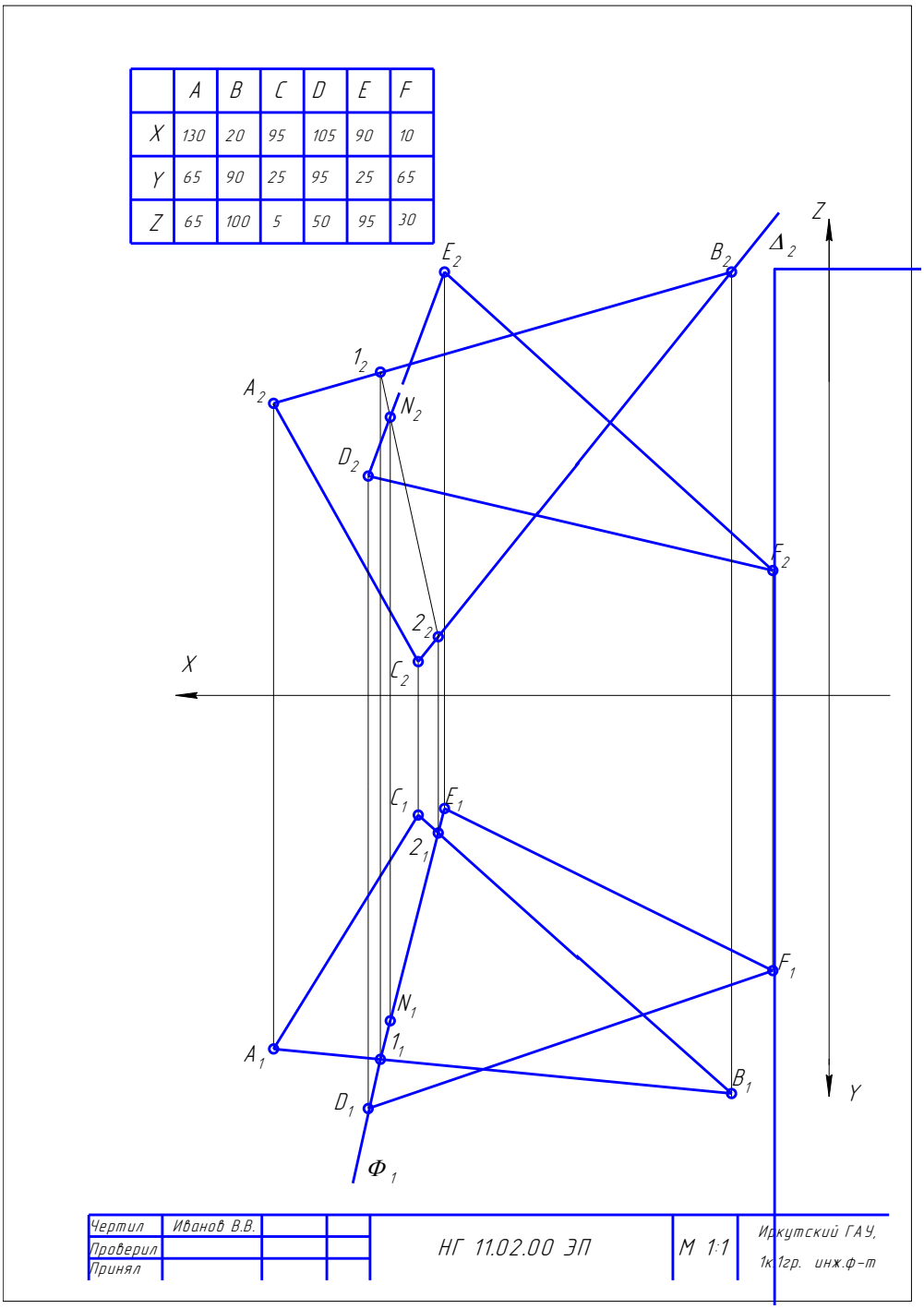


Чертил	Иванов В.В.			НГ 11.02.00 ЭП	М 1:1	Иркутский ГАУ, 1к 1гр. инж.ф-т
Проверил						
Принял						

1.3. Определить положение точки N

Точка N - точка пересечения стороны DE треугольника DEF (той стороны, которую заключили в проецирующую плоскость) с горизонтально- проецирующей плоскостью Ф.

Фронтальная проекция точки N(N_2) определена как точка пересечения фронтальных проекций отрезков $1_2 2_2$ и D_2E_2. Горизонтальную проекцию точки N_1 определяем с помощью линий связи.



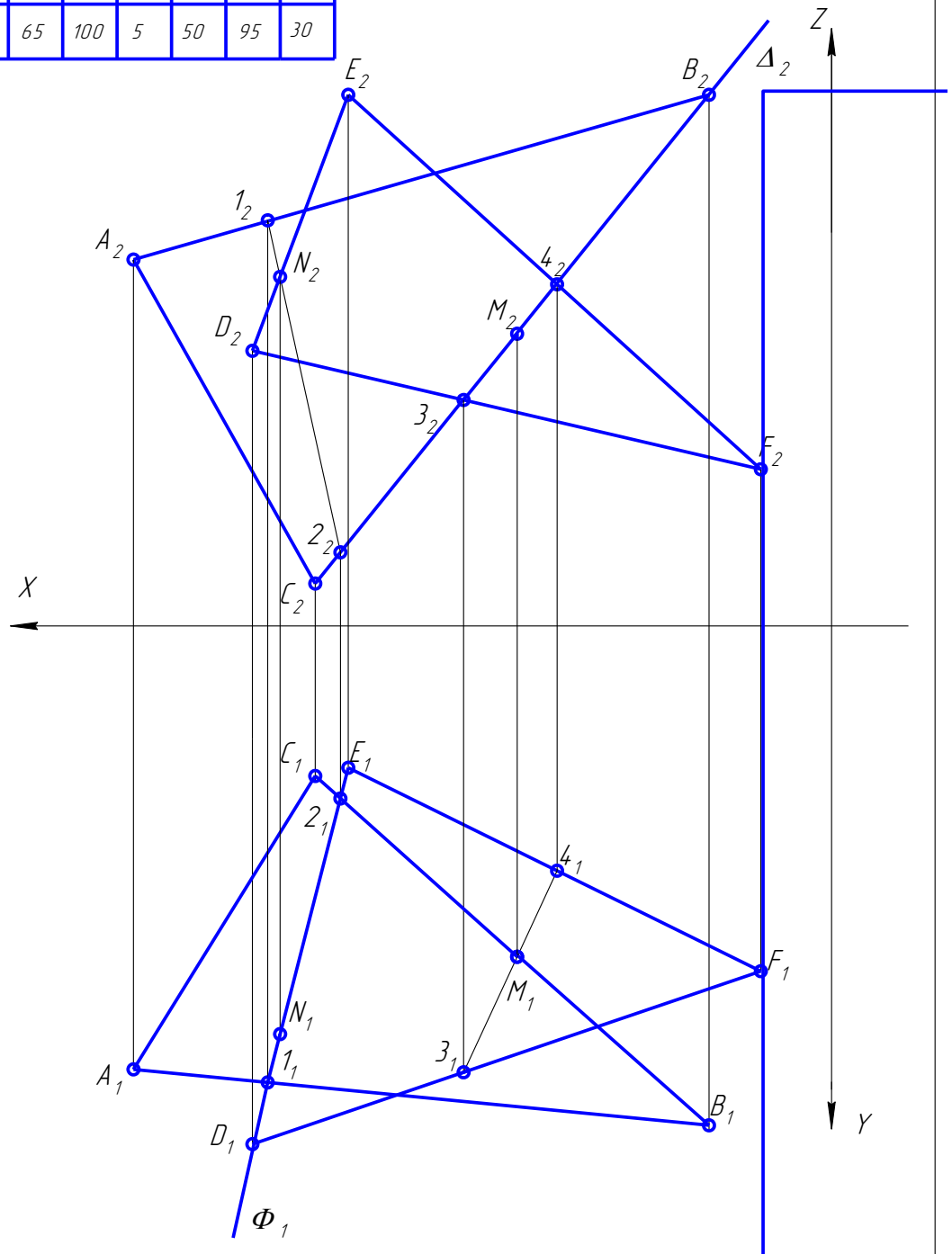
1.4. Найти положение точки M линии пересечения плоскостей аналогично точке N.

Точка M определена как точка пересечения стороны BC и фронтально - проецирующей плоскости Δ. Через фронтальную проекцию B_2C_2 стороны треугольника ABC проводим фронтальный след Δ_2 фронтально – проецирующую плоскости Δ.

Определяем положения фронтальных проекций точек 3_2 и 4_2, как точки пересечения фронтального следа Δ_2 и фронтальных проекций соответствующих сторон треугольника DEF: D_2F_2 и E_2F_2.

Горизонтальная проекция M_1 определена как точка пересечения горизонтальных проекций отрезков 3_14_1 и B_1C_1. С помощью линий связи достраиваем фронтальную проекцию точки M_2.

	A	B	C	D	E	F
X	130	20	95	105	90	10
Y	65	90	25	95	25	65
Z	65	100	5	50	95	30



Чертил	Иванов В.В.			НГ 11.02.00 ЭП	М 1:1	Иркутский ГАУ, 1к 1гр. инж.ф-т
Проверил						
Принял						

2. Определяем взаимную видимость треугольников ABC и DEF, методом конкурирующих точек.

Для определения видимости сравнить координаты конкурирующих точек. При направлении взгляда сверху на чертеже фронтальная проекция точка E (треугольника DEF) и точка B (треугольника ABC) самые ближайшие к наблюдателю, то есть имеют большие координаты **z**. Соответственно, на горизонтальной проекции от этих точек до линии пересечения MN участки сторон E_1N_1 и B_1M_1 видимые. При направлении взгляда снизу на чертеж горизонтальные проекции точки D и B самые ближайшие, то есть имеют наибольшие координаты **y**, тогда на фронтальной проекции от этих точек до линии пересечения участки сторон треугольников D_2N_2 и B_2M_2 видимые. Видимость остальных участков сторон треугольников определяется по построению.

3. Заштриховать треугольник ABC под углом 45^0 на обеих проекциях, с учетом видимости.

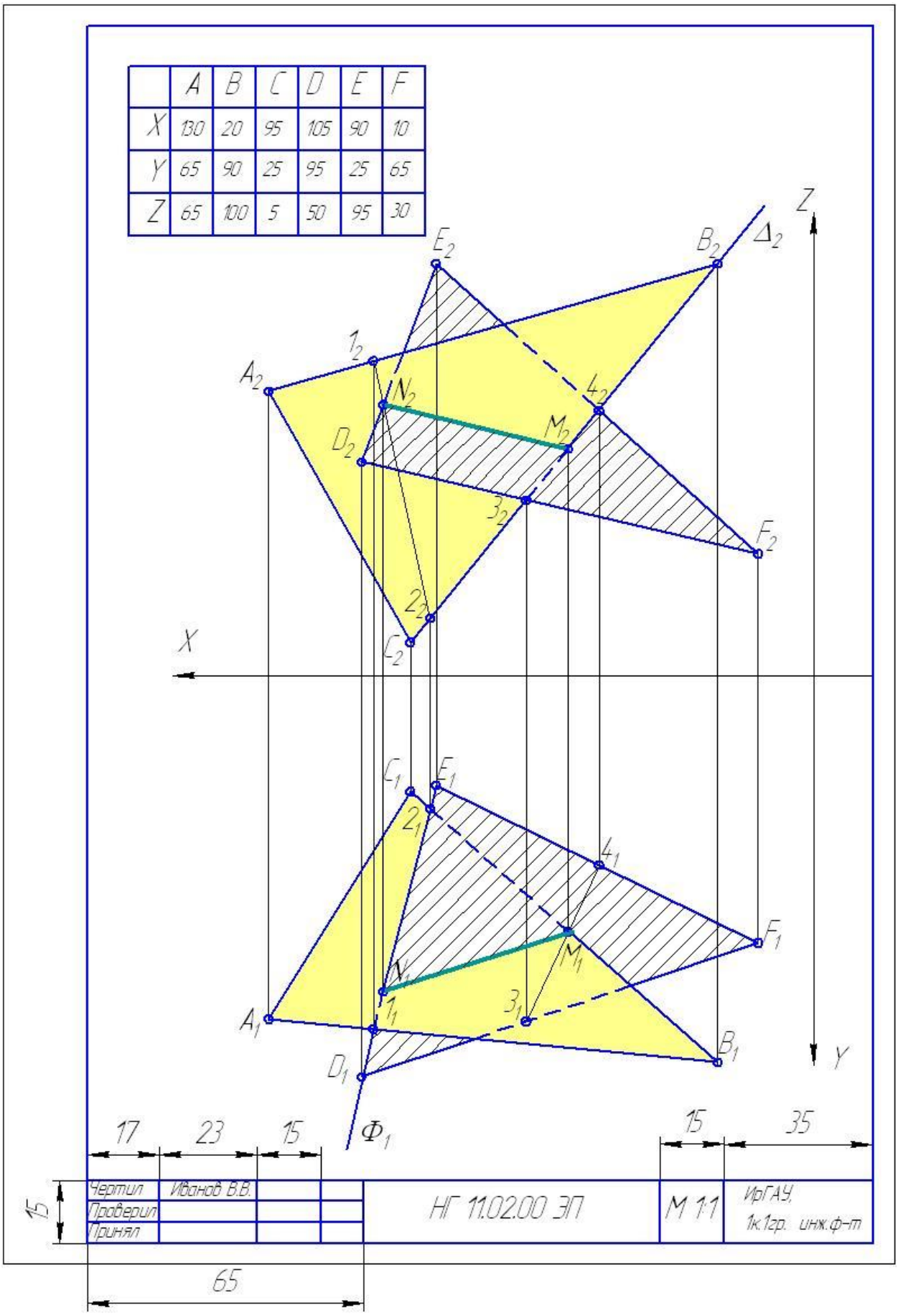


Рисунок 2 – Пример выполнения задания 2.

Задание 3

Построить проекции треугольной пирамиды, основанием которой является треугольник *ABC* и вершиной *S*.

Методом перемены плоскостей проекций определить:

1. Натуральную величину основания ABC.

2. Расстояние от вершины S до основания ABC.

3. Расстояния между ребрами AS и BC.

Данные для своего варианта взять из таблицы 3.

Указания к решению задачи 3.

В правой половине листа формата А4 (210х297) намечаются оси координат и из таблицы 3, согласно своему варианту выбираются координаты точек *A*, *B* и C вершин треугольника *ABC* и вершины *S*. По координатам построить треугольник ABC и вершину S в проекциях.

Способом конкурирующих точек определяется видимость ребер пирамиды. Видимые ребра пирамиды следует показать сплошными жирными линиями, невидимые – штриховыми линиями.

Все натуральные величины определяют методом перемены плоскостей проекций.

Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эпюре и показать их тонкими сплошными линиями.

Таблица 3

Исходные данные к заданию 3 (координаты и размеры, мм)

	1 вариант					**2 вариант**					3 вариант			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	15	30	30	60	**X**	10	30	30	50	**X**	55	10	60	30
Y	10	30	45	20	**Y**	5	20	35	20	**Y**	5	20	45	35
Z	*25*	*45*	*5*	*20*	***Z***	*20*	*45*	*5*	*15*	***Z***	*25*	*10*	*5*	45

Продолжение таблицы 3

	4 вариант					5 вариант					6 вариант			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	45	30	15	30	**X**	90	70	45	35	**X**	50	35	10	20
Y	5	40	10	20	**Y**	5	40	30	5	**Y**	10	45	20	25
Z	20	10	20	5	**Z**	20	10	65	35	**Z**	15	0	5	45
	7 вариант					**8 вариант**					**9 вариант**			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	50	40	15	20	**X**	75	25	15	50	**X**	50	50	15	50
Y	30	5	15	40	**Y**	20	55	10	40	**Y**	20	10	20	50
Z	5	40	15	30	**Z**	10	5	30	55	**Z**	0	35	15	15
	10 вариант					**11 вариант**					**12 вариант**			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	65	40	25	50	**X**	50	40	10	25	**X**	45	45	20	45
Y	35	45	20	10	**Y**	10	35	5	40	**Y**	15	5	25	35
Z	5	20	15	40	**Z**	20	40	25	5	**Z**	5	35	20	20
	13 вариант					**14 вариант**					**15 вариант**			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	65	55	30	30	**X**	50	15	30	65	**X**	55	40	10	25
Y	30	5	15	30	**Y**	50	25	5	10	**Y**	5	35	20	25
Z	*5*	*35*	*15*	*40*	***Z***	*15*	*5*	*40*	*10*	***Z***	*25*	*5*	*15*	50

Продолжение таблицы 3

	16 вариант					17 вариант					18 вариант			
	A	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**		**A**	**B**	**C**	**S**
X	5	20	30	25	**X**	5	20	30	25	**X**	75	90	60	45
Y	15	5	30	40	**Y**	10	5	25	40	**Y**	10	10	45	20
Z	*5*	*20*	*10*	*40*	***Z***	*10*	*20*	*5*	*40*	***Z***	*0*	*35*	*50*	30

Основы теории:

Способы преобразования чертежа

Задачи начертательной геометрии можно разделит на позиционные и метрические.

В позиционных задачах требуется определить положение геометрических фигур.

В метрических задачах необходимо определить натуральные размеры геометрических фигур.

При решении метрических задач преимущественно пользуются способам вращения (совмещения) или способом замены плоскостей проекций.

При вращении происходит изменение положения тела относительно плоскостей проекций. При способе замены плоскостей объект остается неизменным, изменяется положение одной из плоскостей проекций, т.е. меняется направление проецирования. Каждая новая система выбирается так, чтобы получить положение, наиболее удобное для выполнения требуемого построения.

Способ замены плоскостей проекций

Так положение одной из плоскостей проекций, оставаясь перпендикулярной к другой неизменяемой плоскости проекций, то одна из координат остается неизменной, рисунок .

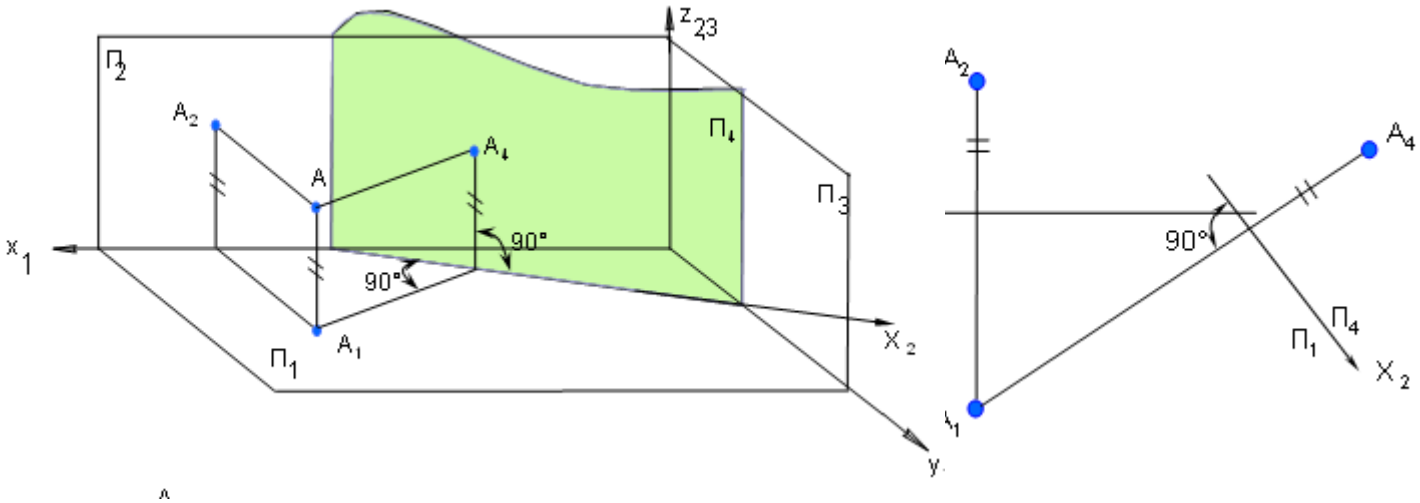


Рисунок – замена фронтальной плоскости проекций на новую фронтальную

Таким образом, при замене фронтальной плоскости на новую фронтальную неизменной остается координата z, при замене горизонтальной плоскости на новую горизонтальную – координата y.

Заменой плоскостей проекций можно решить четыре основные задачи:

1. Прямая общего положения преобразована в прямую уровня.

Алгоритм решения задачи:

1. Вводим дополнительную фронтальную плоскость проекций $П_4$ (перпендикулярную горизонтальной плоскости проекций, след плоскости параллелен горизонтальной проекции отрезка)
2. Строим проекцию отрезка в плоскости $П_4$;
3. Отрезок в системе плоскостей $П_1/П_4$ является прямой частного положения – фронталью, и отображается на плоскости П4 в натуральную величину;

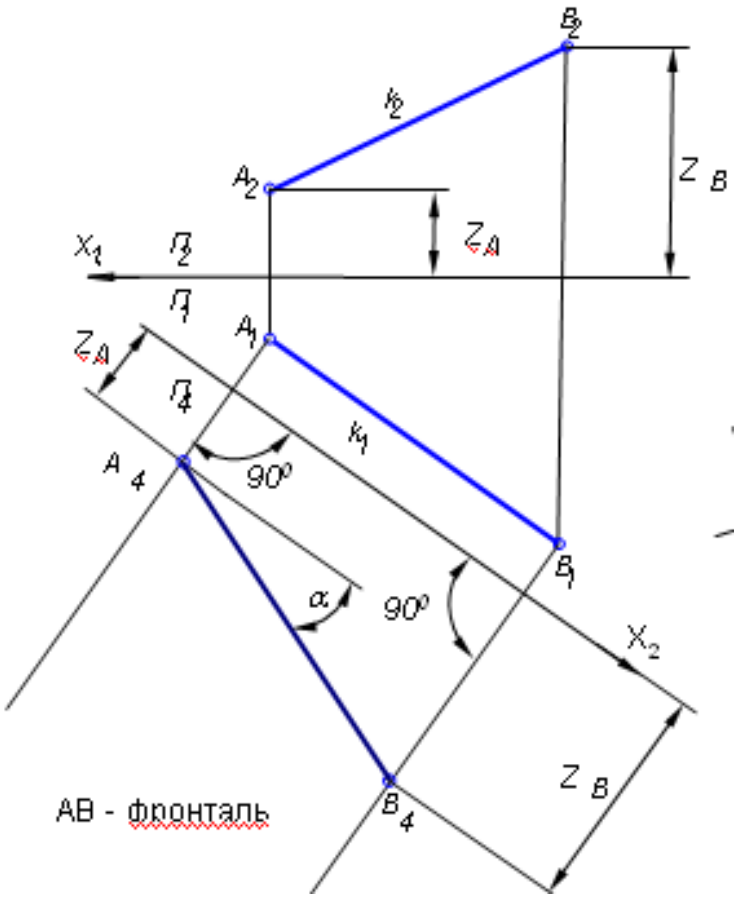


Рисунок – Преобразование прямой общего положения

в проецирующую прямую

2. Прямая уровня – в проецирующую.

Алгоритм решения:

1. Вводим вспомогательную плоскость $П_4$ – перпендикулярно проекции, представляющей натуральную величину;
2. Строим проекцию отрезка в новой плоскости проекций, при этом она вырождается в точку. Таким образом, полученная проекция в системе плоскостей $П_1/П_4$ является прямой частного положения - проецирующей прямой, на рисунке – фронтально проецирующий отрезок.

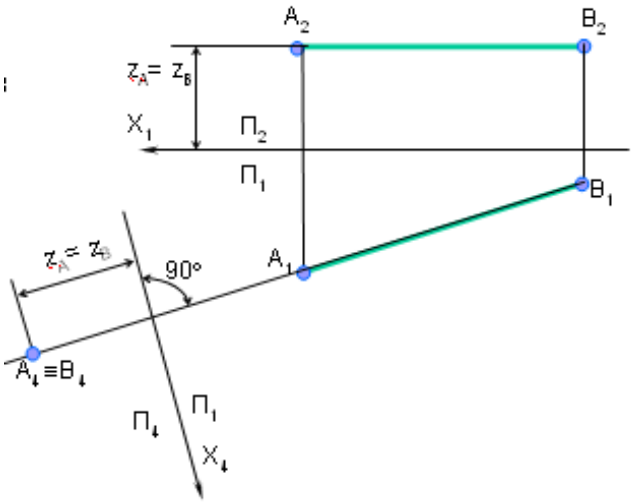


Рисунок – Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую

3. Плоскость общего положения – в плоскость проецирующую.

4. Плоскость проецирующую – в плоскость уровня.

Алгоритм решения 3 и 4 задач:

1. Проводим в плоскости треугольного отсека прямую уровня (горизонталь);

2. одной из плоскостей проекций перпендикулярно прямой уровня (горизонтали) проводим ось плоскостей проекций $П_1/П_4$;

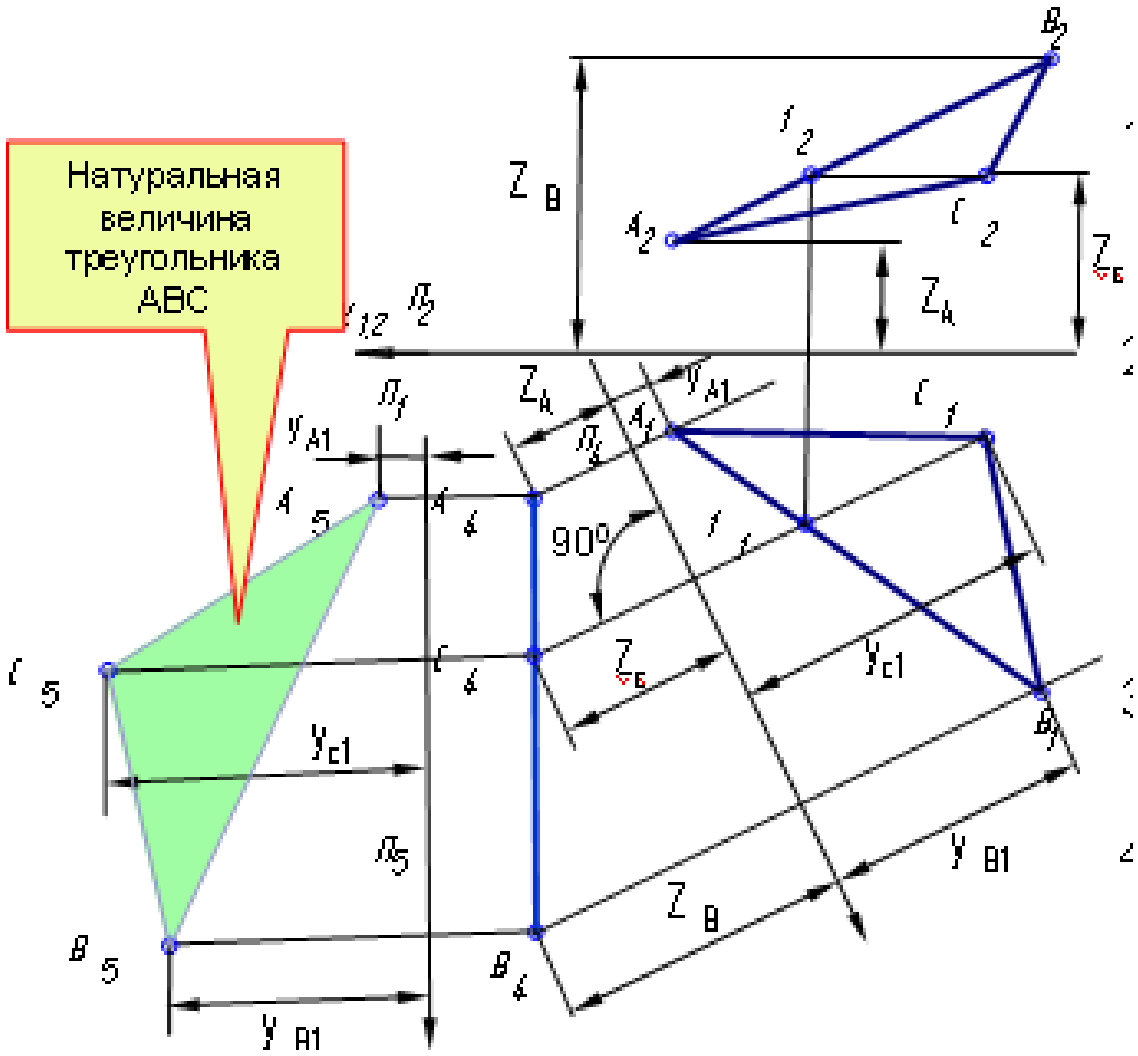


Рисунок – Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

3. Строим проекцию треугольного отсека в плоскости $П_4$. Плоскость преобразована в проецирующую. В данном случае – это фронтально- проецирующая плоскость.
4. Параллельно полученной проекции отсека проводим ось плоскостей проекций $П_4/П_5$;
5. Строим проекцию треугольного отсека в плоскости $П_5$. Полученная проекция – плоскость горизонтального уровня. Построенный треугольник представляет собой натуральную величину.

Порядок выполнения задания:

Задание решают с помощью метода перемены плоскостей проекций.

1. Построить горизонтальную и фронтальную проекции пирамиды, с учетом видимости ребер.

2. Определить натуральную величину основания ABC

Преобразовать треугольник ABC общего положения в проецирующий, далее из проецирующего положения преобразовать треугольник в плоскость уровня, в результате получим натуральную величину основания пирамиды.

3. Определить расстояние от вершины S до основания ABC.

Перпендикуляр, опущенный из вершины S к преобразованному в проецирующее положение основанию пирамиды ABC и будет являться искомым рассотянием.

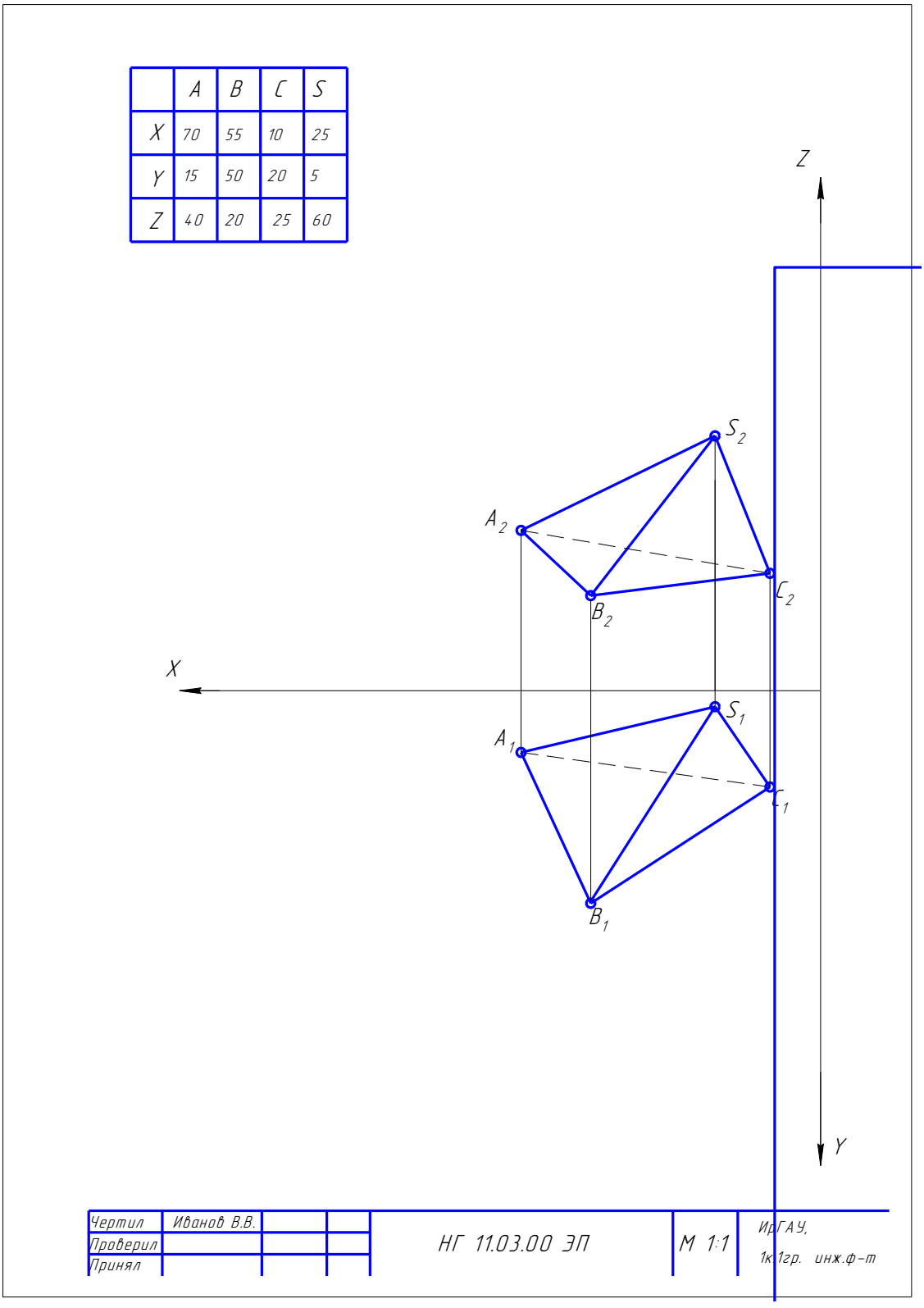
4. Определить расстояние между ребрами AS и BC.

Расстояние между ребрами определиться, как перпендикуляр опущенный из вырожденной проекции одного из отрезков к проекции другого отрезка.

Преобразовать отрезок AS или BC в прямую уровня, далее преобразовать один из отрезков AS или BC в проецирующий. Для нахождения расстояния необходимо опустить перпендикуляр из вырожденной проекции отрезка ко второму ребру.

Пример выполнения задания 3 (рисунок):

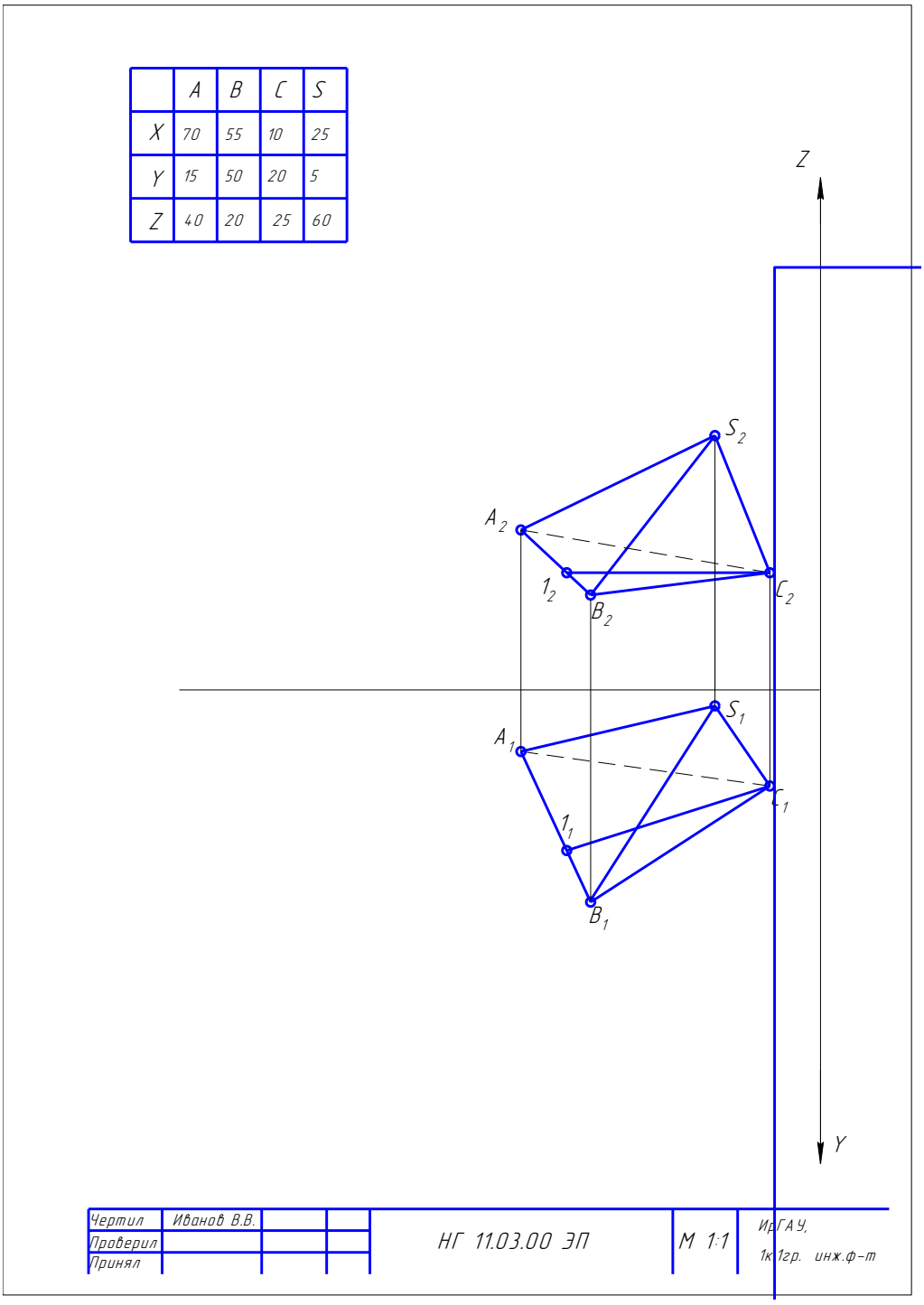
1. Строим проекции вершин пирамиды – точек основания A, B, C и вершины пирамиды S. Соединяем точки с учетом видимости, по методу конкурирующих точек.



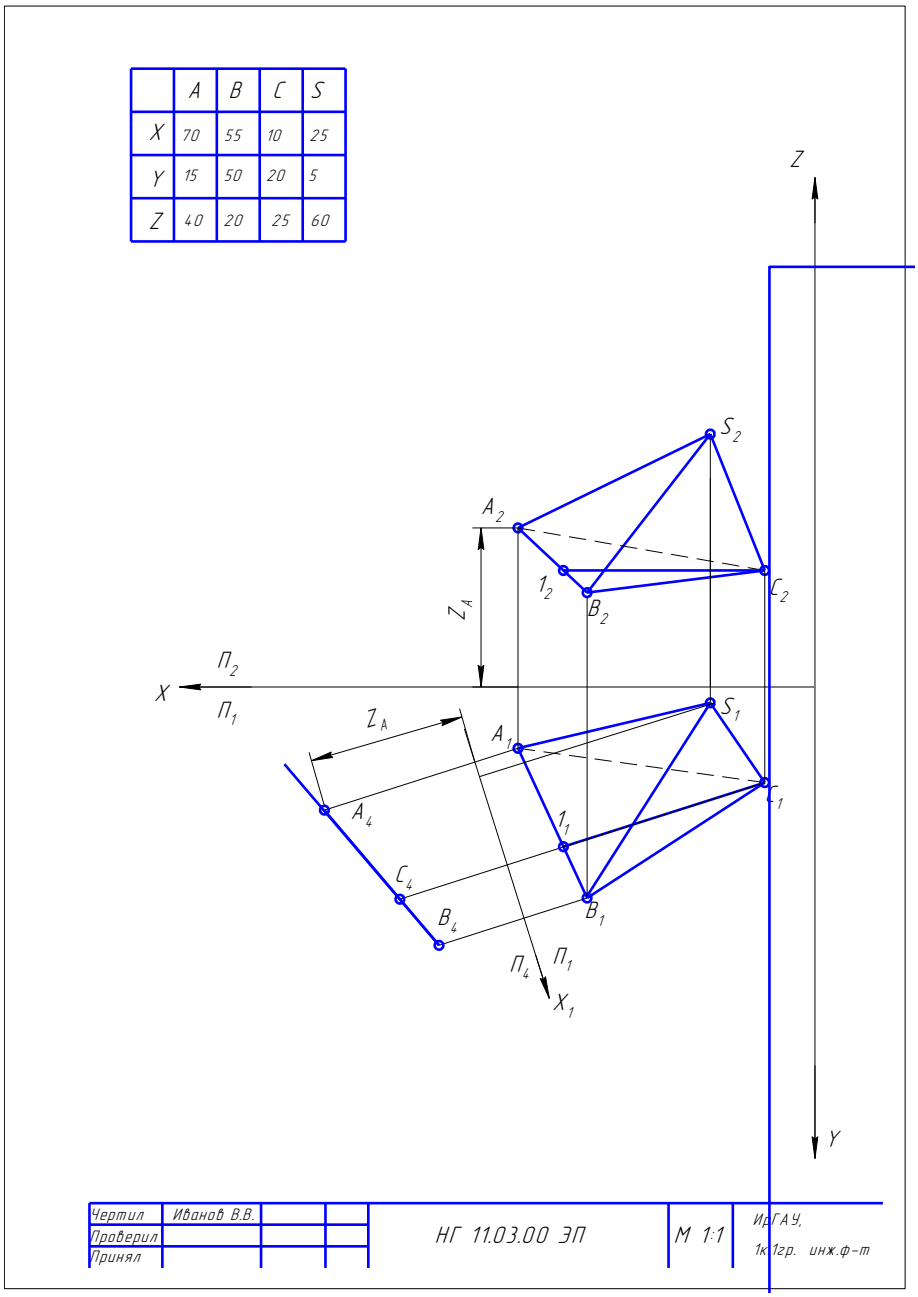
2. Определить натуральную величину основания АВС.

1.1. Проводим в треугольнике АВС горизонталь или фронталь.

На чертеже, рисунок 3, в треугольнике АВС построена горизонталь С1. Фронтальная проекция $C_2 1_2$ параллельна оси X. Горизонтальная проекция $C_1 1_1$ достраивается с помощью линий связи, с учетом того, что точка 1 принадлежит стороне АВ. Горизонтальная проекция горизонтали $C_1 1_1$ натуральная величина.

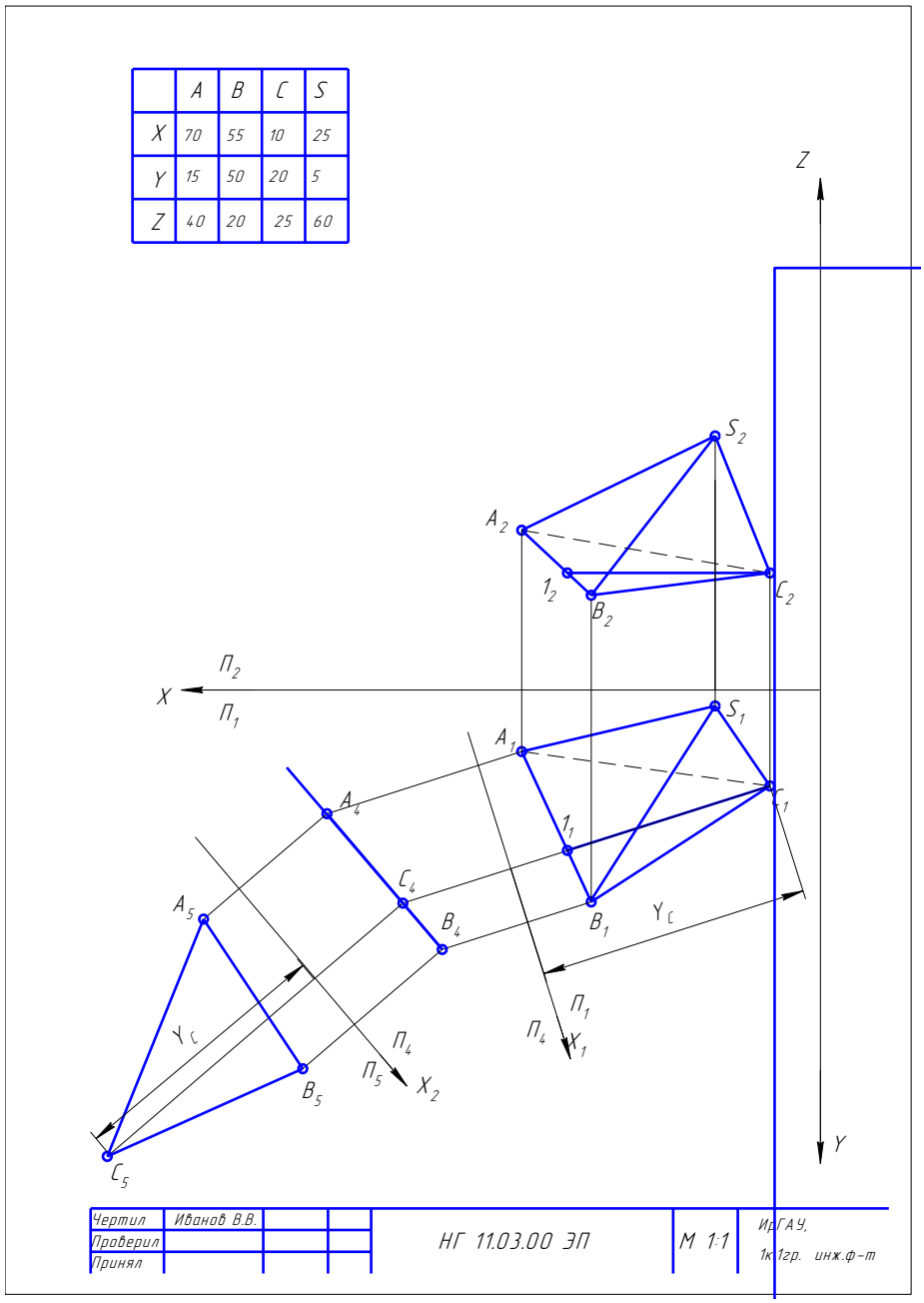


1.2. Преобразуем треугольник АВС общего положения в проецирующий. Производим первую замену. Фронтальную плоскость проекций $П_2$ заменяем на новую фронтальную плоскость проекций $П_4$. Новую ось X_1 строим на свободном поле чертежа, перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали (натуральной величине) $C_1 1_1$. Проекцию треугольника АВС в системе $П_1/П_4$ получаем сохраняя неизменными положение фронтальной проекции и координату **z** (расстояние от оси X до фронтальных проекций точек А, В и С). Не нарушая проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси X_1) получаем проекцию треугольника $A_4B_4C_4$, которая преобразовалась в прямую и представляет собой фронтально - проецирующую плоскость.



1.3. Преобразуем треугольник из проецирующего положения в плоскость уровня.

Производим вторую замену. Горизонтальную плоскость проекций $П_1$ заменяем на новую горизонтальную плоскость проекций $П_5$. Проводим на свободном поле чертежа новую ось X_2 параллельно проекции треугольника $A_4B_4C_4$. Сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси X_2) откладываем от оси X_2 расстояния равные координатам **y** в системе $П_1/П_4$, т.е. расстояния от оси X_1 до горизонтальных проекций точек основания A, B и C. В результате получаем положение вершин A_5, B_5, C_5 треугольника ABC – натуральную величину основания пирамиды.

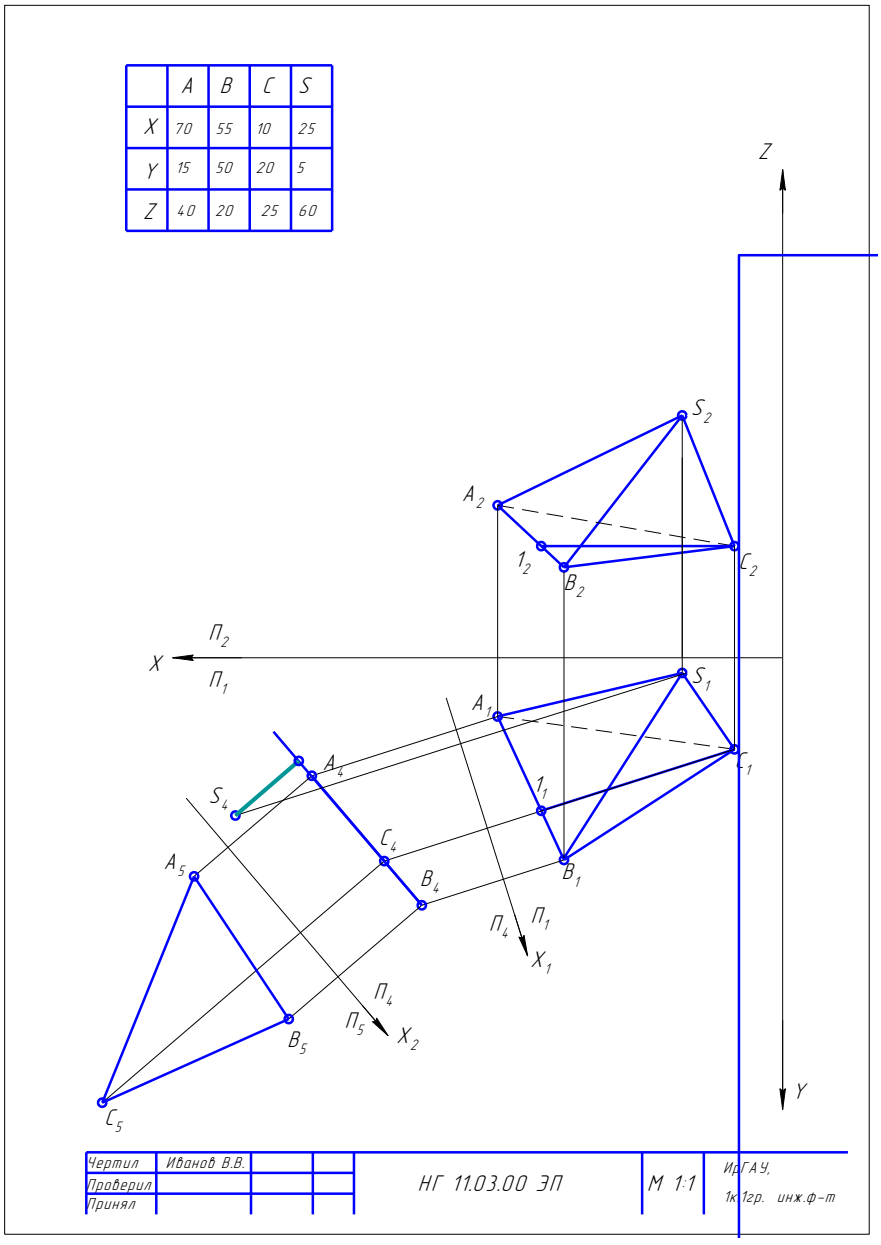


2. Определить расстояние от вершины S до основания ABC.

2.1. Построить проекцию вершины S в системе $П_1/П_4$

Сохраняя неизменной координату **z** (расстояние от оси X до фронтальной проекции S_2) и проекционную связь (линии связи перпендикулярны к оси X_1) получаем новую фронтальную проекцию вершины S_4 - положение вершины системе $П_1/П_4$.

2.2. Опускаем перпендикуляр из полученной фронтальной проекции вершины S_4 к основанию пирамиды $A_4B_4C_4$. Полученный отрезок и является высотой пирамиды.

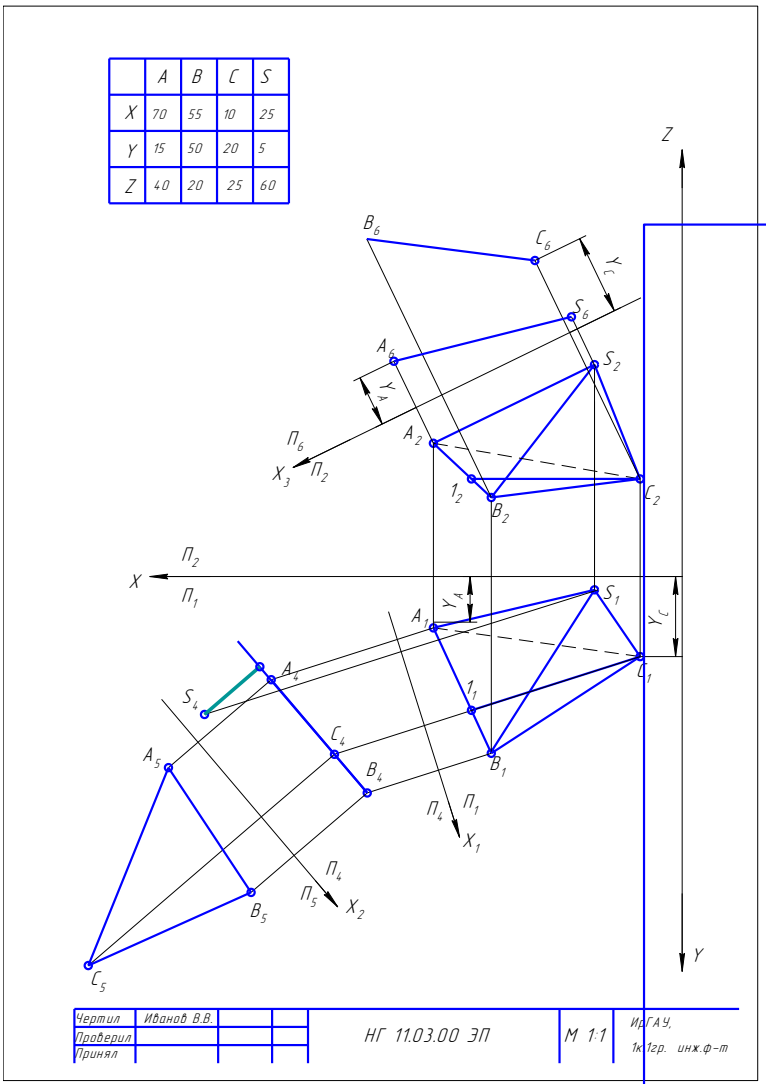


3. Определить расстояние между ребрами AS и BC.

3.1. Преобразовать отрезок AS или BC в горизонталь или фронталь.

Преобразуем ребро AS в горизонталь. Произведем замену. Заменим горизонтальную плоскость проекций $П_1$ на новую горизонтальную плоскость проекций $П_6$. На свободном поле чертежа проводим новую ось X_3 параллельно фронтальной проекции отрезка AS (A_2S_2). Строим проекции точек A, B, C и S в новой системе $П_2/П_6$ сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны X_3) и координаты **y** (расстояния от оси X до горизонтальных проекций точек A_1 ,B_1, C_1 и S_1). Соединяем между собой полученные точки попарно: A_6 и S_6, B_6 и C_6.

Отрезок A_6 S_6 – горизонтальная проекция горизонтали (натуральная величина отрезка).



Преобразовать отрезок AS или BC в проецирующий.

Преобразуем отрезок AS во фронтально – проецирующий. Заменим фронтальную плоскость проекций $П_2$ на новую фронтальную плоскость проекций $П_7$. На свободном поле чертежа проводим новую ось X_4 перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали A_6S_6. Строим проекции точек A, B, C и S в новой системе $П_6/П_7$ сохраняя проекционную связь (линии связи перпендикулярны X_4) и координаты **z** (расстояния от оси X_3 до фронтальных проекций точек A_2 ,B_2, C_2 и S_2).

Проекция отрезка A_7S_7 представляет собой фронтальную проекцию фронтально – проецирующей прямой и преобразовался в точку. Фронтальная проекция отрезка B_7C_7 – проекция отрезка общего положения.

Определяем расстояние между ребрами.

Для нахождения расстояния между ребрами опускаем перпендикуляр из вырожденной проекции отрезка A_7S_7 к проекции ребра B_7C_7. Полученный отрезок – расстояние между ребрами AS и BC.

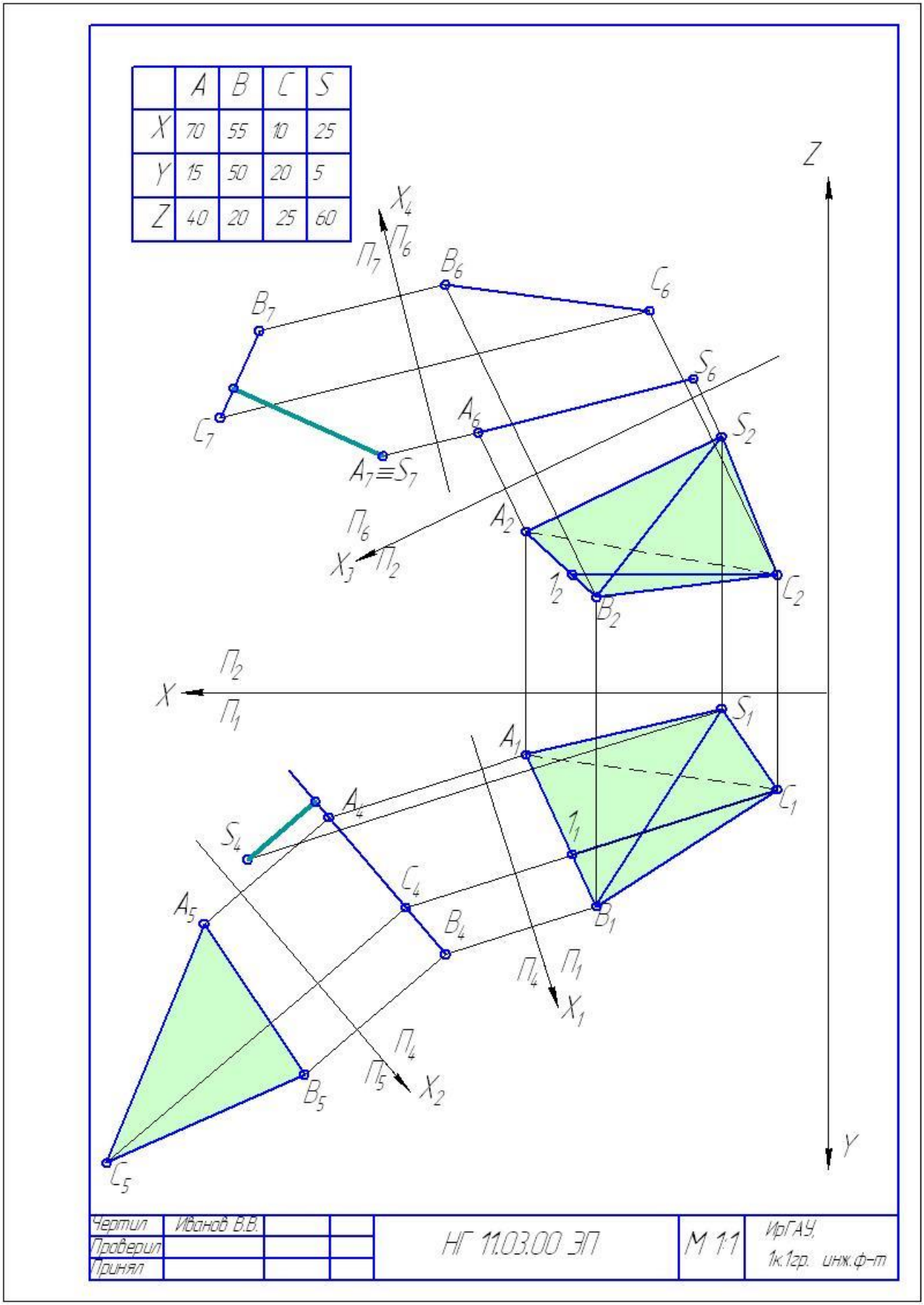


Рисунок 3 – Пример выполнения задания 3

Задание 4

По заданному варианту задания построить три проекции линии пересечения битела, усеченного проецирующими плоскостями.

Определить натуральную величину фигуры сечения.

Указания к решению задачи 4.

На листе формата А3 (297х420), согласно своему варианту, таблица 4, построить три проекции линии пересечения битела, проецирующей плоскостью с учетом видимости.

Видимость сторон битела и фигуры сечения определяется способом конкурирующих точек. Видимые отрезки выделяют сплошными жирными линиями, невидимые следует показать штриховыми линиями.

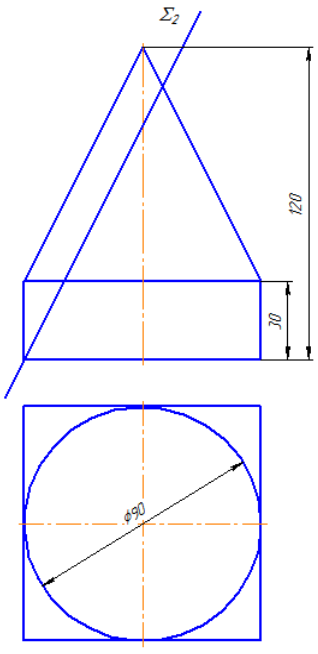
Натуральную величину фигуры сечения разместить на свободном поле чертежа. Полученную фигуру заштриховывать под углом 45^0.

Все вспомогательные построения необходимо сохранить на эпюре и показать их тонкими сплошными линиями.

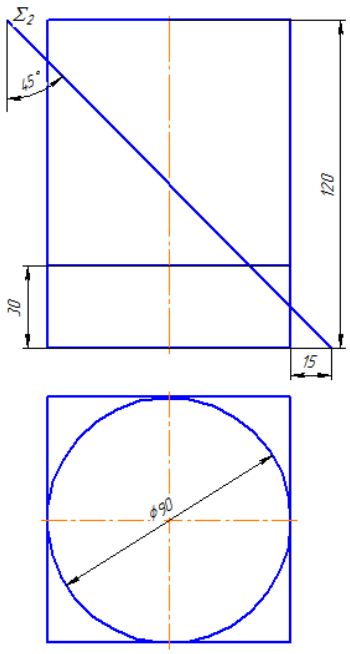
Таблица 4

Исходные данные к заданию 4 (линейные размеры, мм, угловые размеры, °)

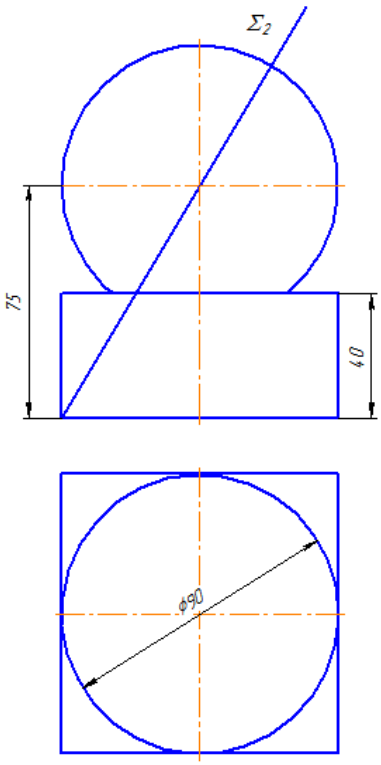
Вариант 1



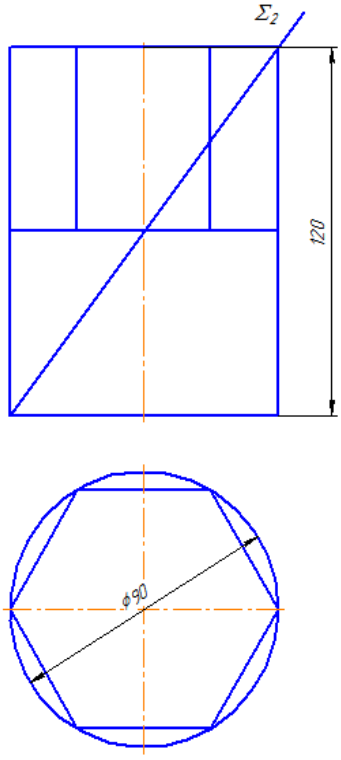
Вариант 2



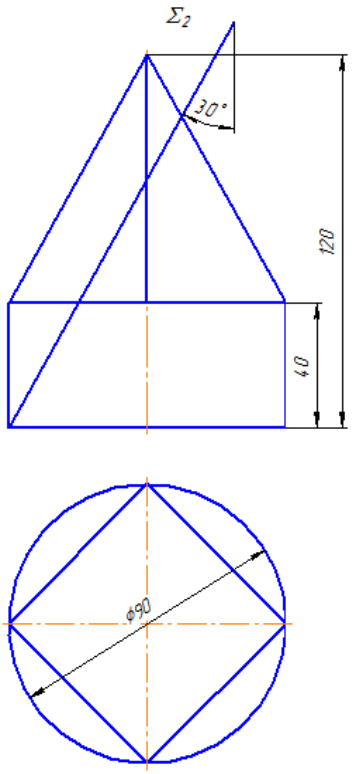
Вариант 3



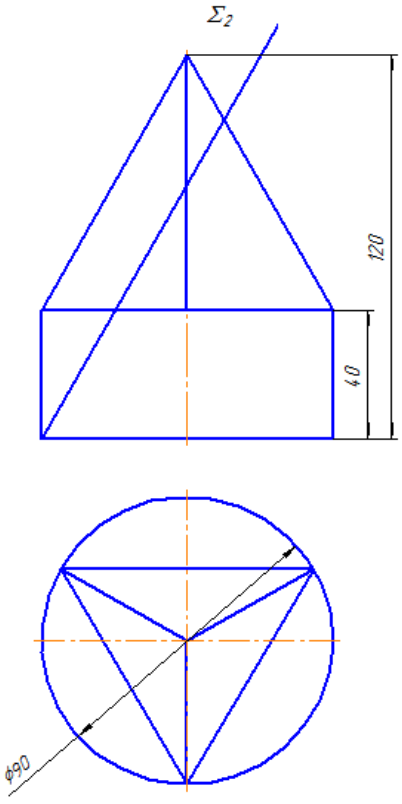
Вариант 4



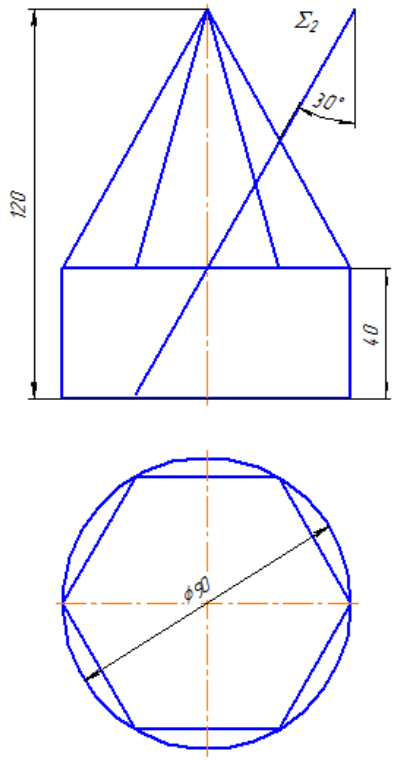
Вариант 5



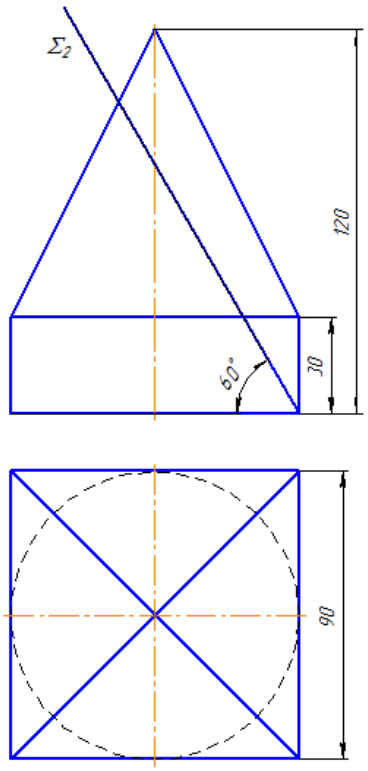
Вариант 6



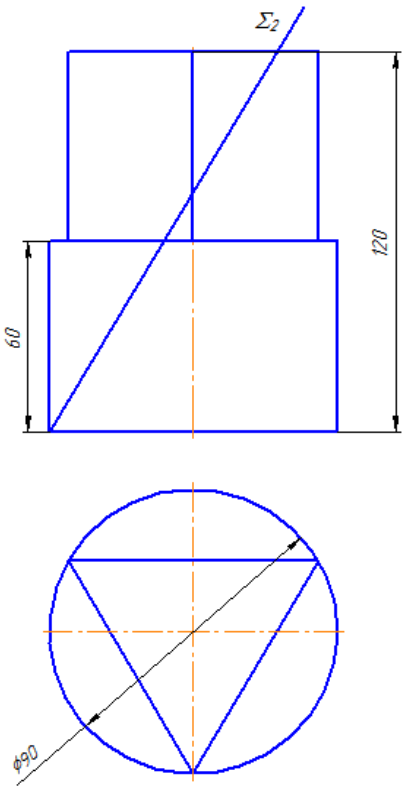
Вариант 7



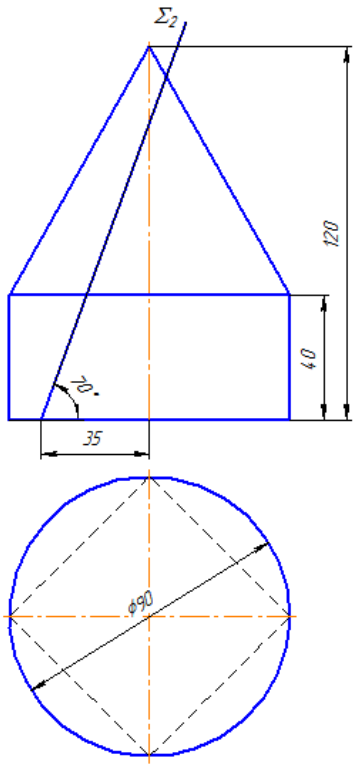
Вариант 8



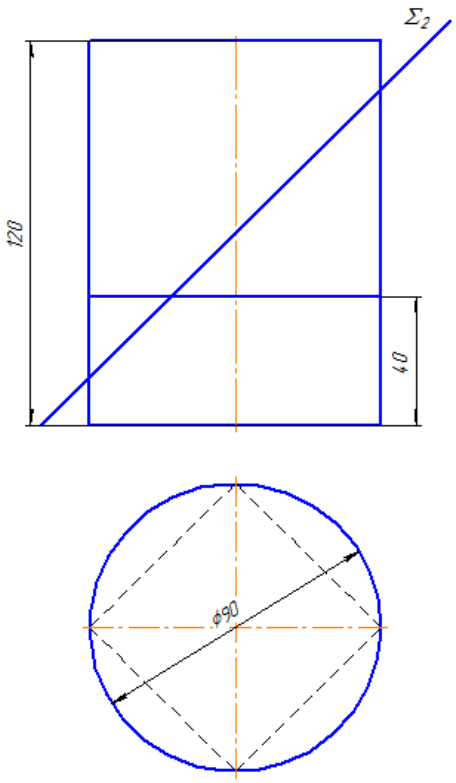
Вариант 9



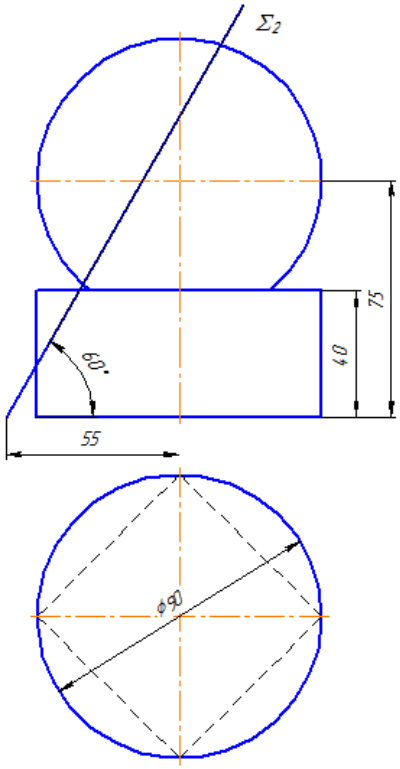
Вариант 10



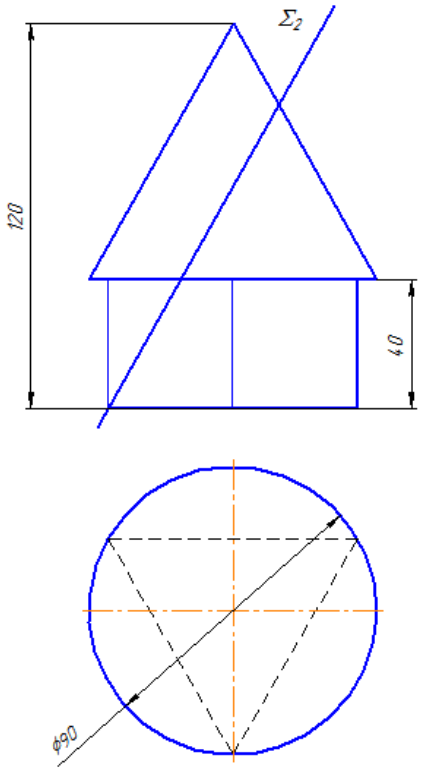
Вариант 11



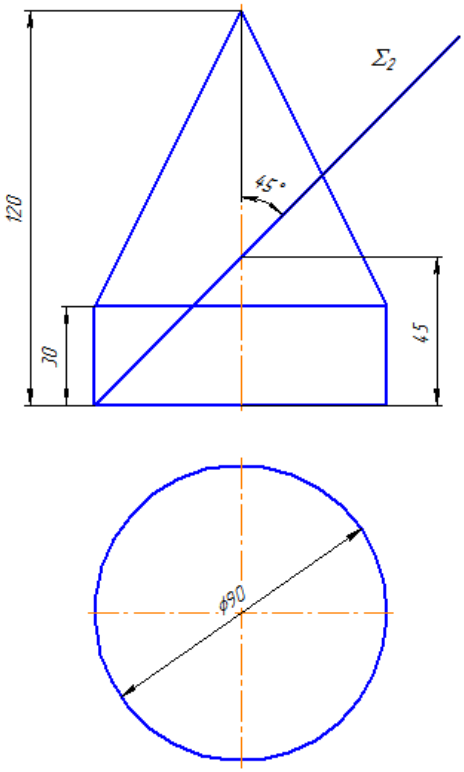
Вариант 12



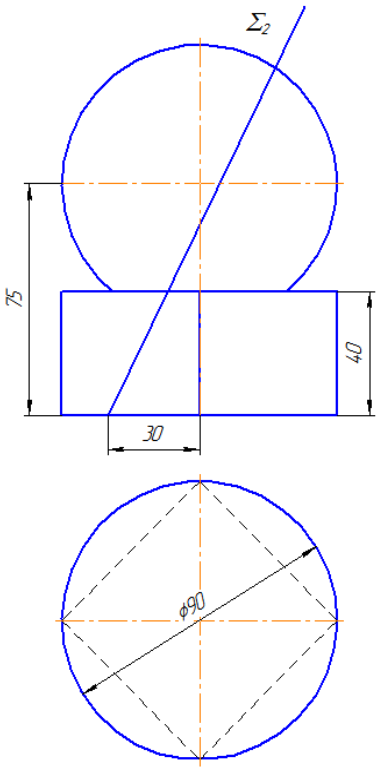
Вариант 13



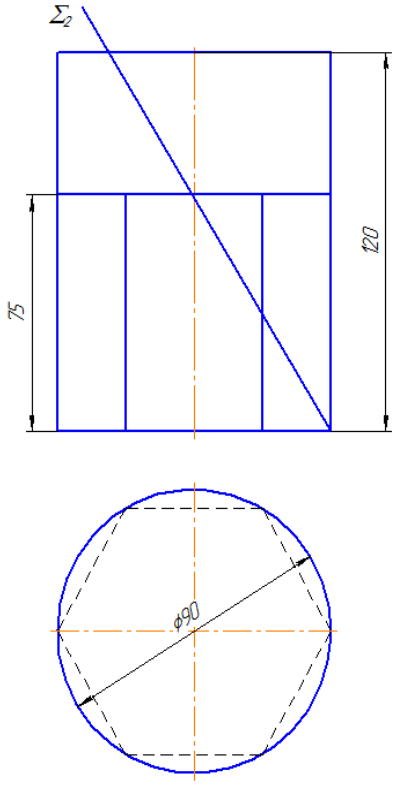
Вариант 14



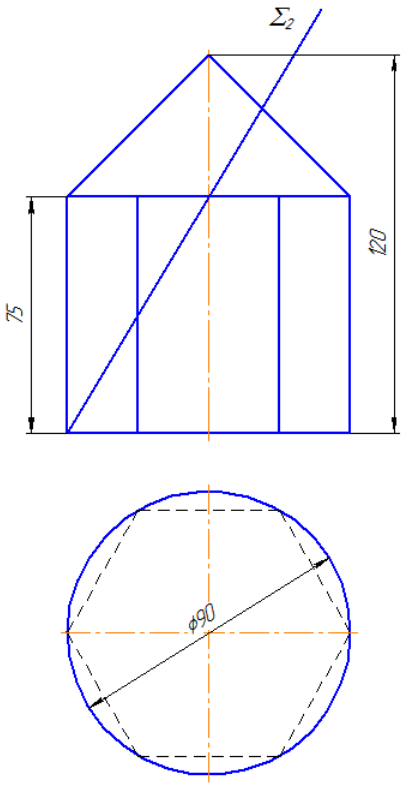
Вариант 15



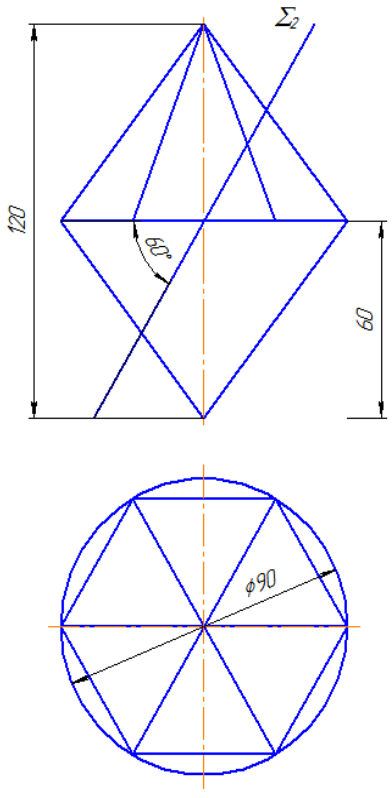
Вариант 16



Вариант 17



Вариант 18



Основы теории:

Часть пространства, ограниченная со всех сторон поверхностью, называется телом. Построение проекций тел на плоскости сводится к построению точек.

Все тела делятся на две группы: многогранники и тела вращения.

Многогранником называется тело, ограниченное плоскими многоугольниками. Построение многогранника сводится к построению точек – вершин многогранника, соединяя между собой которые получаем ребра и основания.

Многогранники описываются с помощью вершин, ребер, граней и оснований, рис.

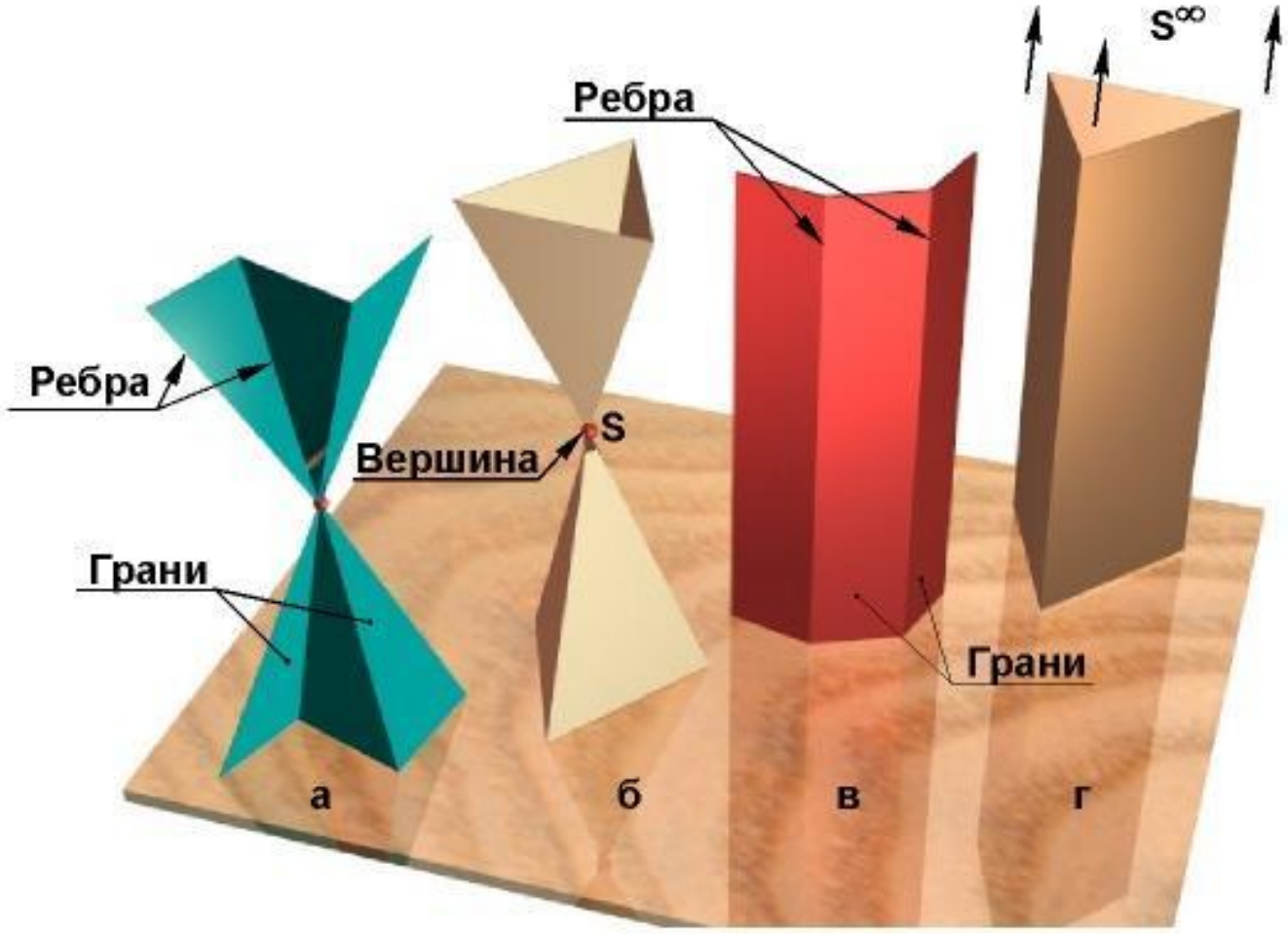


Рисунок – Параметры многогранников

На чертеже призма изображается только с помощью прямолинейных отрезков, которые являются проекциями либо ребер, либо граней, боковые грани представляют собой параллелограммы или прямоугольники. Основанием призмы является любой многоугольник. При этом, в зависимости от фигуры основания призмы делятся на правильные и неправильные, а по расположению ребер по отношению к плоскостям проекций – прямые и наклонные.

Для задания пирамиды необходимо знать фигуры сечения боковых граней и точку их пересечения.

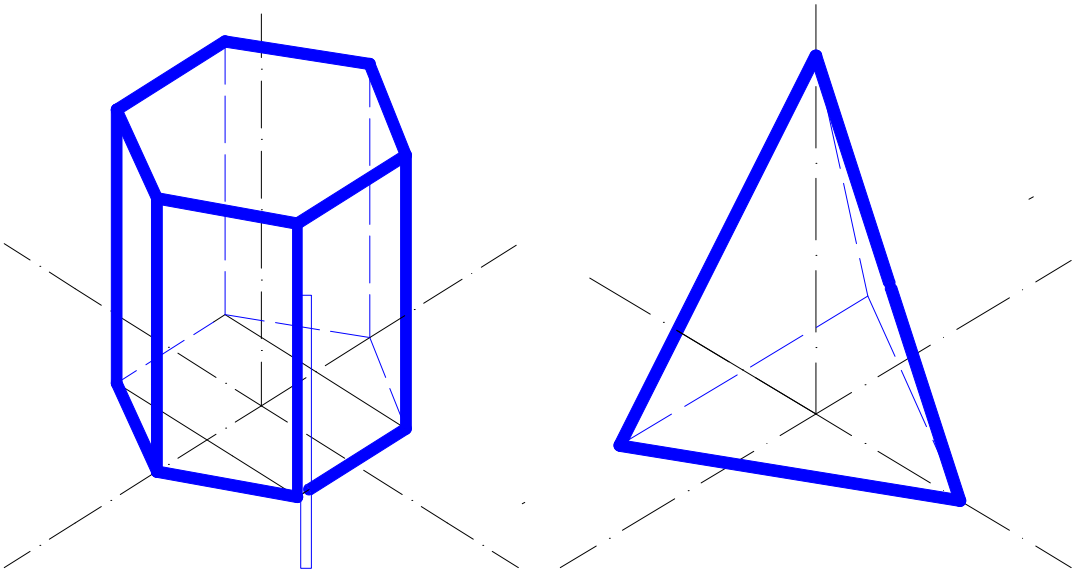


Рисунок – Многогранники: призма и пирамида

Нахождение точек на поверхности многогранника:

Проекции точек, принадлежащих ребрам определяются как проекции точек, принадлежащих прямой, т.е. проекции точки, принадлежащей соответствующему ребру, будут принадлежать проекциям соответствующих ребер.

Точки принадлежащие граням, необходимо рассматривать, как точки принадлежащие плоскости. Таким образом, для нахождения их проекций можно воспользоваться двумя способами:

- заключить точку в прямую, принадлежащую грани (как плоскости) и определить сначала положение проекций прямой, а затем и проекций точки, как принадлежащей этой прямой;

- заключить точку в плоскость, при этом сначала необходимо построить проекции фигуры сечения многогранника плоскостью, а затем определить положение проекции точки.

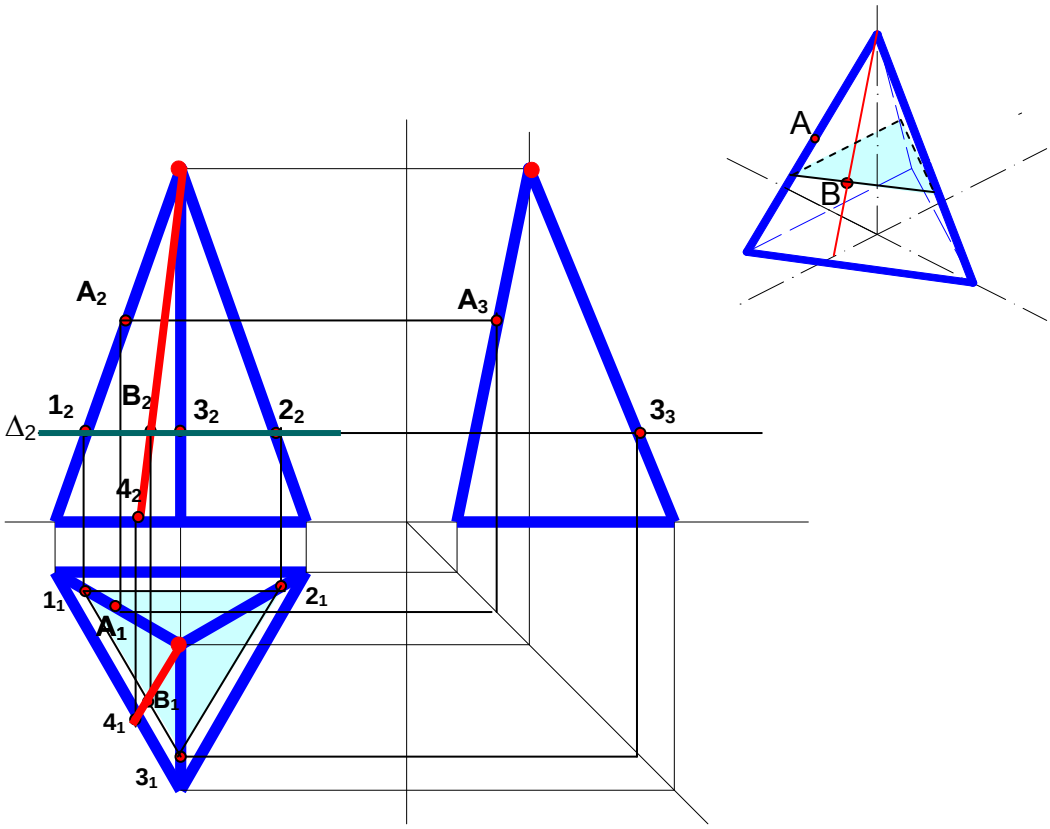


Рисунок – нахождение точек на поверхности пирамиды

Сечение многогранников, плоскостями частного положения.

Определение фигуры сечения многогранника плоскостью частного положения сводится к нахождению характерных точек сечения. Характерными точками являются, точки, расположенные на ребрах и основаниях многогранников.

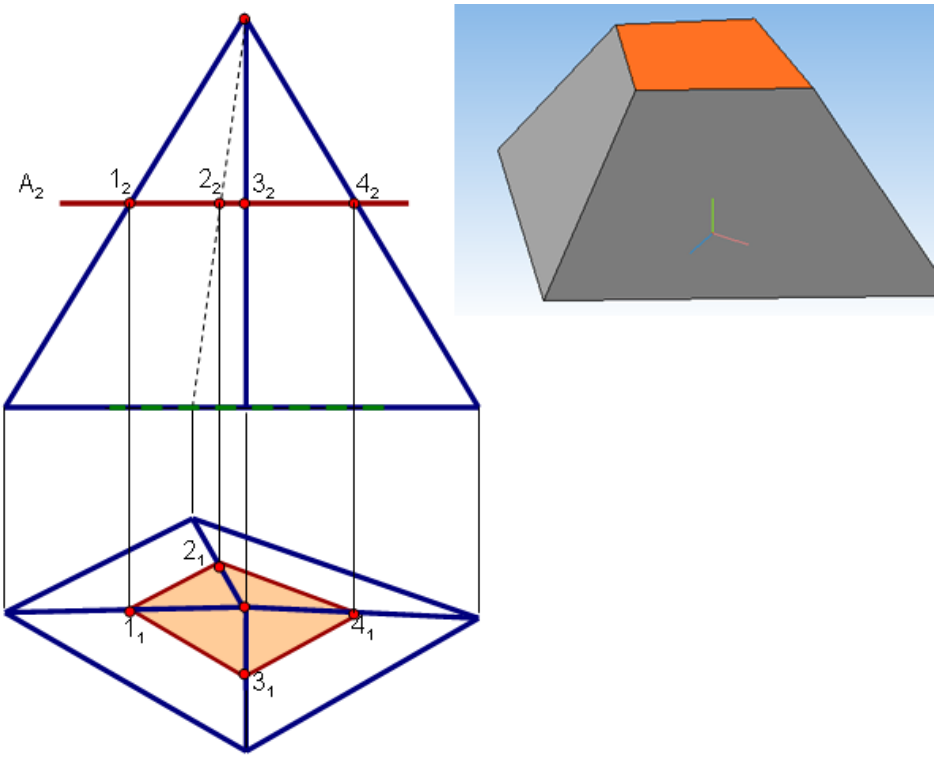


Рисунок – Сечение пирамиды плоскостью горизонтального уровня

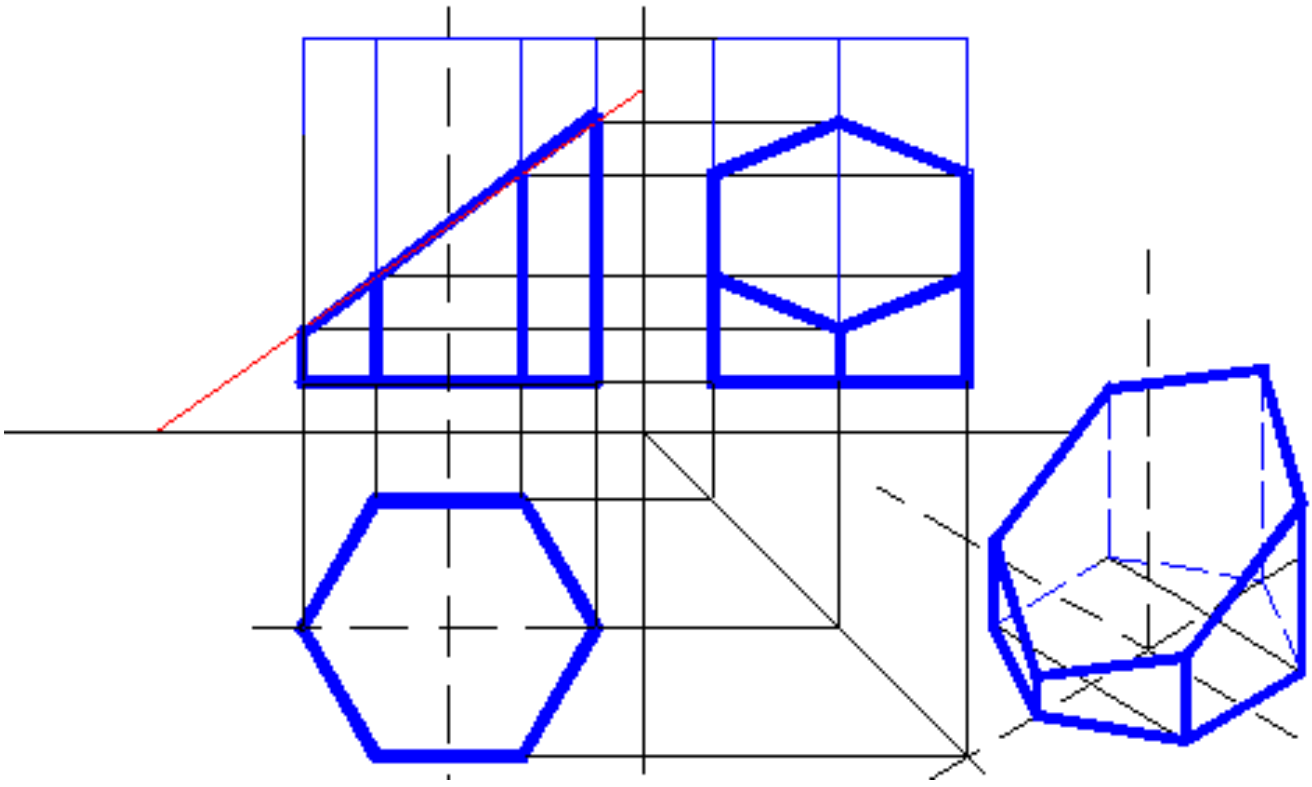
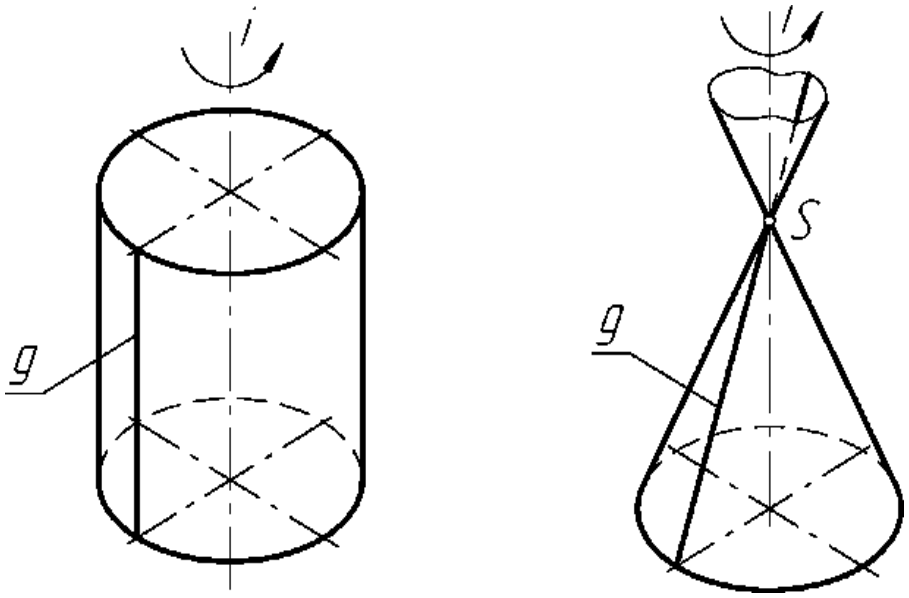


Рисунок – Сечение призмы фронтально – проецирующей плоскостью

Тела вращения – поверхности образованные вращением образующей линии (прямой или кривой) вокруг неподвижной прямой. Образующая очерчивающая поверхность, называется очерковой.

Рисунок – Тела вращения: цилиндр и конус



Поверхности описываются параллелями, осями, параллелями и т.д., вершинами и т.д.

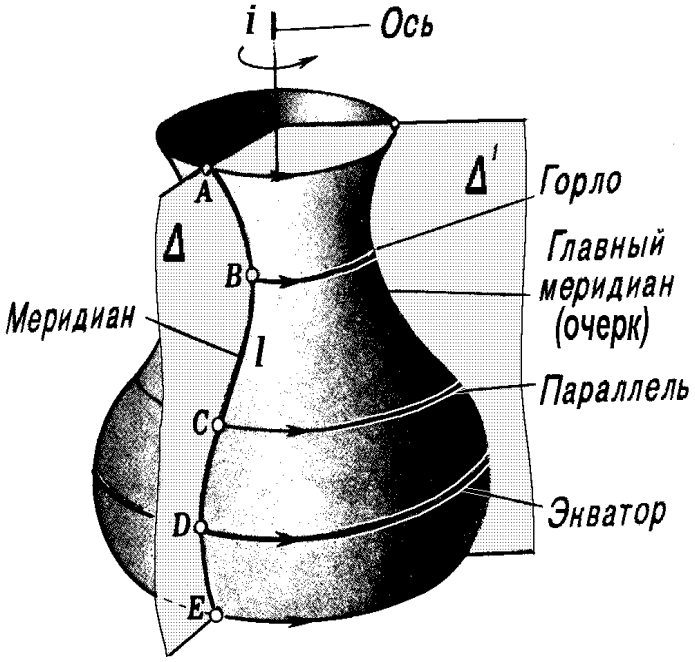


Рисунок – Параметры поверхностей вращения

Нахождение точек на поверхности тел вращения.

Положение точек на поверхности вращения можно определить с помощью образующих, либо с помощью окружностей, проходящих через точку поверхности.

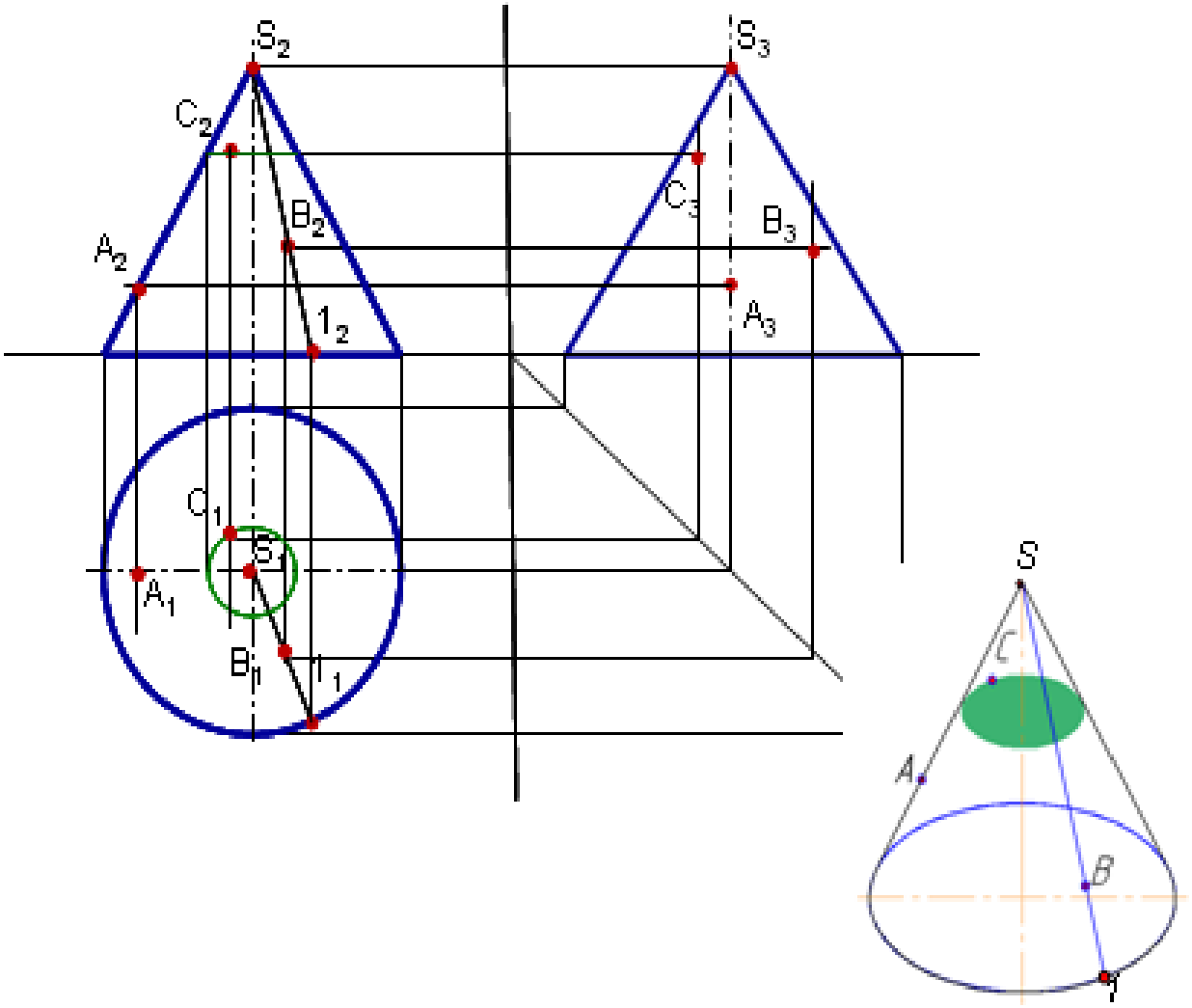


Рисунок – Нахождение точек на поверхности конуса

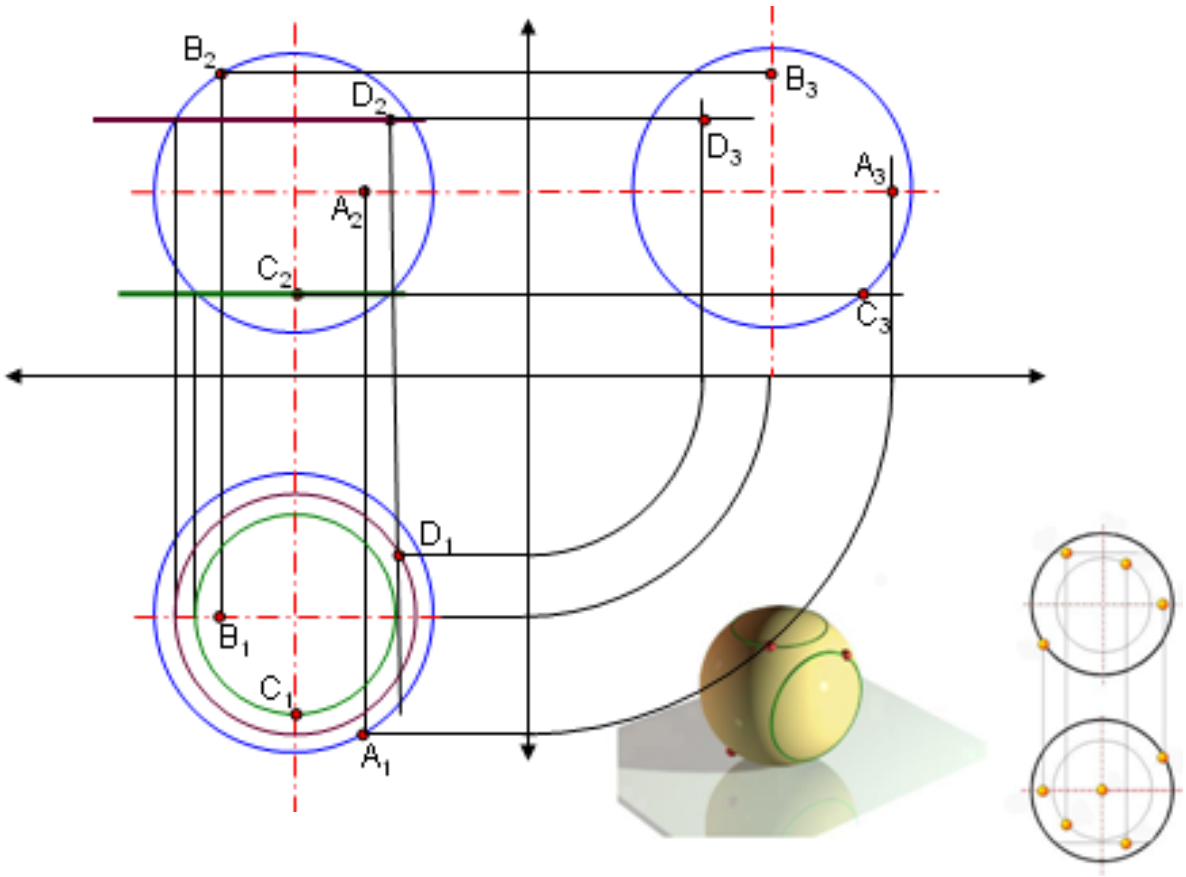


Рисунок – Нахождение точек на поверхности сферы

Сечение поверхностей вращения плоскостями частного положения.

Для нахождения фигуры сечения, необходимо построить точки пересечения образующих с секущей плоскостью или применять вспомогательные плоскости.

На рис. показано сечение прямого кругового цилиндра фронтально - проецирующей плоскостью. Для построения фигуры сечения необходимо провести равномерно расположенные образующие. В данном случае, ось цилиндра перпендикулярна горизонтальной проекции, поэтому фигура сечения совпадает с горизонтальной проекцией цилиндра.

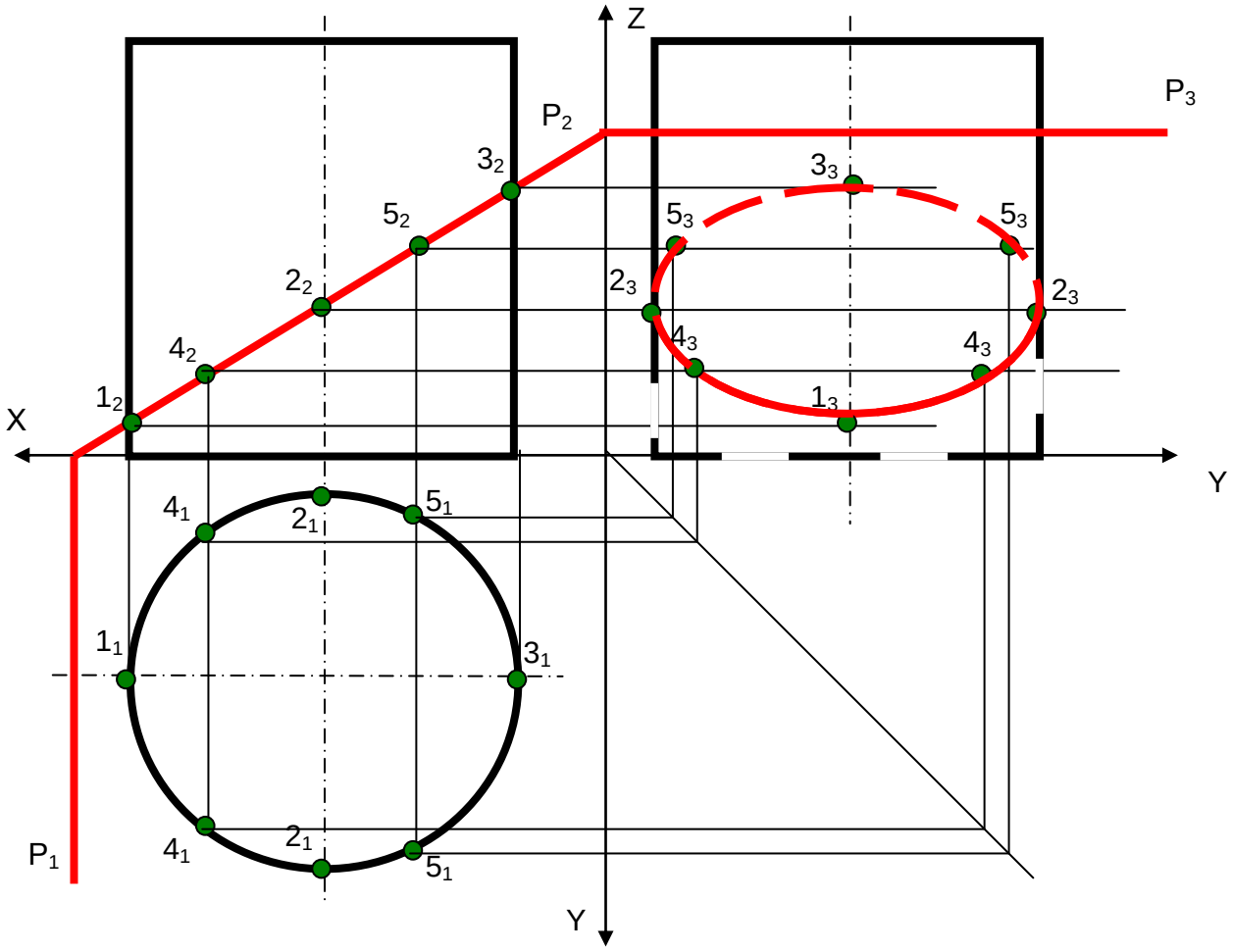


Рисунок – Сечение цилиндра фронтально – проецирующей плоскостью

Метод вспомогательных секущих плоскостей.

Данный метод предполагает введение вспомогательных секущих плоскостей, дающие наиболее простые фигуры в сечении, которые проводят через характерные точки сечения.

Примеры таких плоскостей для конуса (окружность – плоскость параллельная основанию, треугольник – плоскость, проходящая через вершину конуса) и цилиндра (прямоугольник- плоскость, параллельная образующим) показаны на рис. В сечении сферы и тора необходимо выбирать расположение плоскостей по отношению к плоскостям проекций так, чтобы они пересекали фигуры по окружности.

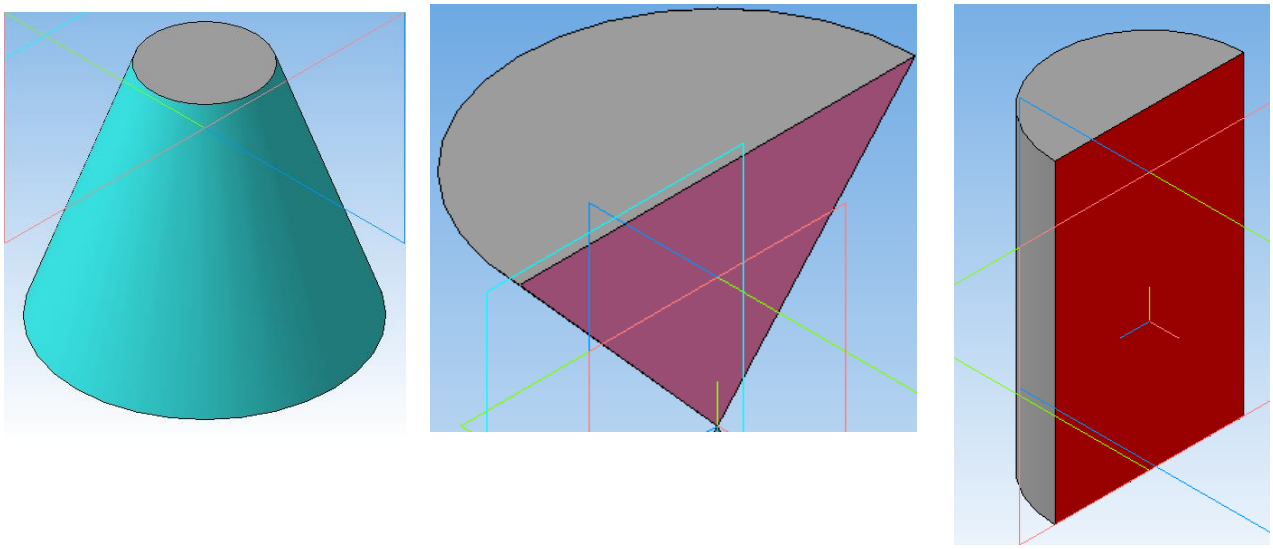


Рисунок – Примеры секущих плоскостей для конуса и цилиндра

Пример сечения сферы фронтально – проецирующей плоскостью, показан на рис. в качестве вспомогательных плоскостей выбраны плоскости горизонтального уровня. В сечении сферы такими плоскостями получаем окружности, радиус которых определяется как расстояние от оси до точки пересечения секущей плоскости с очерком сферы. Данные плоскости проведены через характерные точки сечения, расположенные на очерке (горизонтальная проекция таких точек расположена на окружности радиуса сферы, т.е. на горизонтальной проекции очерка), осях сферы (горизонтальная проекция будет расположена на горизонтальной оси сферы) и точку пересечения перпендикуляра опущенного из центра окружности на след секущей плоскости.

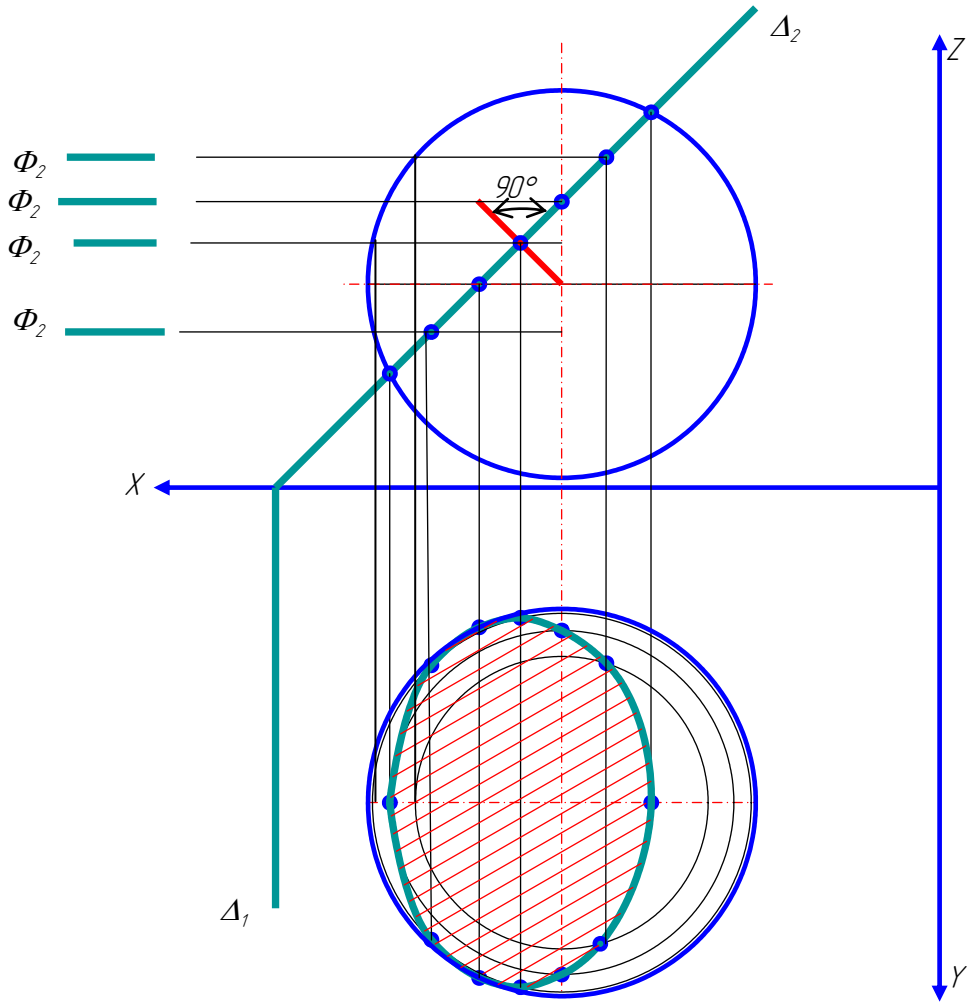


Рисунок – Сечение сферы фронтально – проецирующей плоскостью

Порядок выполнения задания:

Задание решают с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Определить вид тел составляющих бителo.
2. Обозначить характерные точки сечения на фронтальной проекции бителa
3. Построить линию пересечения бителa фронтально – проецирующее плоскостью на горизонтальной и профильной проекциях.
4. Определить натуральную величину фигуры сечения.
5. Заштриховать натуральную величину фигуры сечения под углом 45^0.

Пример выполнения задания 5 (рисунок 6):

Задание решается с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Определить вид тел составляющих бителo.

На примере, рисунок 6, бителo состоит из полусферы и усеченной пирамиды.

2. Обозначить характерные точки на следе проецирующей плоскости.

Характерными точками являются точки расположенные на очерках тел вращения – точки 3 и 7, ребрах многогранников - точка 1 и осях – точка 5. Для сферы дополнительной характерной точкой является, точка образованная в пересечении перпендикуляра, опущенного из центра сферы к следу секущей плоскости - точка 4.

3. Достроить горизонтальные проекции обозначенных фронтальных проекций точек.

Для нахождения положения точек на горизонтальной проекции используем плоскости горизонтального уровня. В сечении такими плоскостями у сферы получаем окружности, радиусы которых определяются как расстояние от оси сферы до ее очерка. В сечении пирамиды – четырехугольники, подобные основанию.

Горизонтальные проекции точек $1(1_1)$ и $7(7_1)$ определяем как точки принадлежащие очерку. Горизонтальная проекция точки $3(3_1)$ как точка принадлежащая основанию пирамиды и полусферы, рисунок 4.

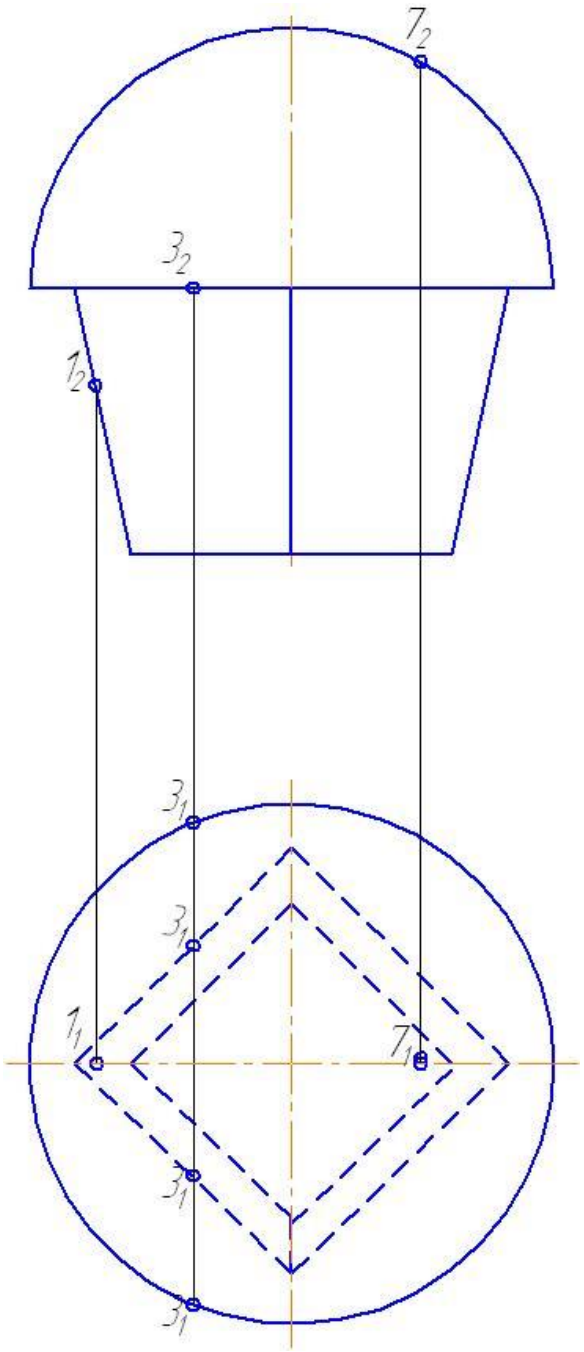


Рисунок 4 – Определение горизонтальных проекций точек фигуры сечения, принадлежащих очерку и основанию

Остальные точки определяем с помощью вспомогательных секущих плоскостей – плоскостей горизонтального уровня, рисунок 5, как точки принадлежащие соответствующему сечению.

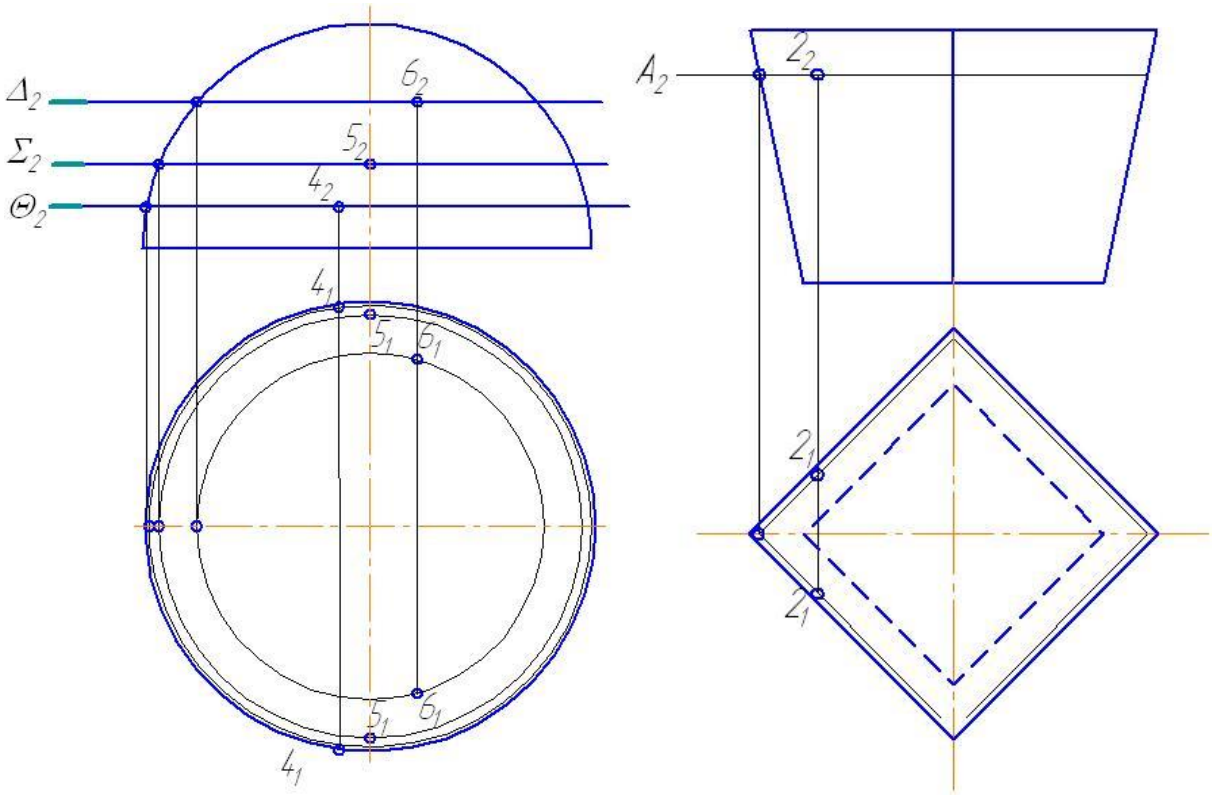


Рисунок 5 – Определение горизонтальных проекций точек фигуры сечения с помощью вспомогательных секущих плоскостей.

1. Соединить полученные на горизонтальной проекции точки с учетом видимости.
2. С помощью линий связи по горизонтальной и фронтальной проекциям линии пересечения достроить профильную проекцию.
3. Соединить полученные на профильной проекции точки с учетом видимости.

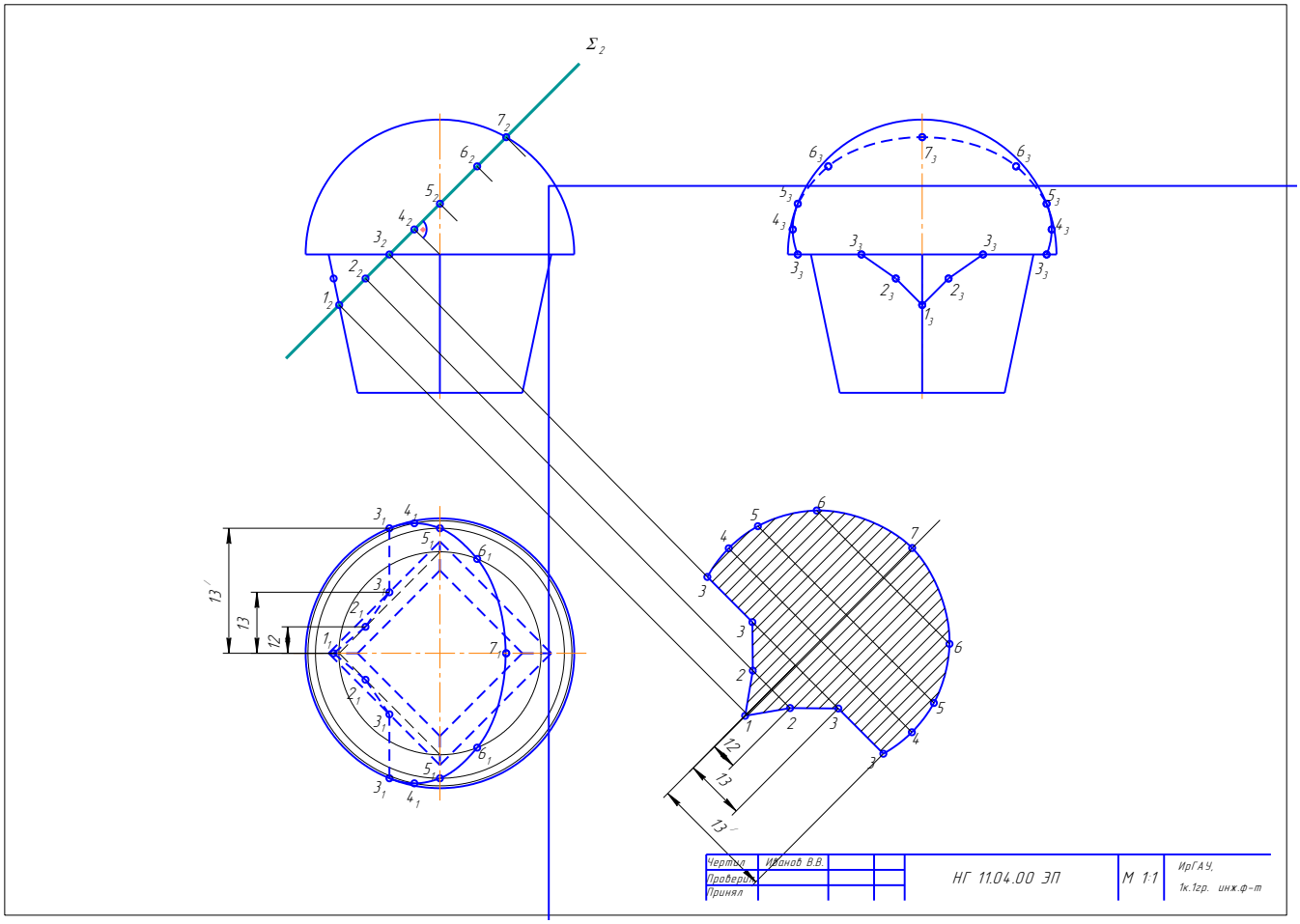
Границей видимости линии пересечения является точка 3. Таким образом, на горизонтальной проекции точки 3, 4, 5, 6 и 7– видимые, так как на фронтальной проекции эти точки расположены на видимой стороне полусферы, выше точки 3. Точки 1 и 2 - невидимые, т.к. на фронтальной проекции точки расположены на невидимой стороне усеченной пирамиды, ниже точки 3.

4. Определить натуральную величину фигуры сечения.

7.1. На свободном поле чертежа провести прямую, параллельную следу проецирующей плоскости.

7.2. Опустить перпендикуляры из фронтальных проекций характерных точек сечения к прямой, параллельной следу проецирующей плоскости.

7.3. Вдоль перпендикуляров, от прямой, параллельной следу проецирующей плоскости, в разные стороны, отложить расстояния равные расстояниям, измеренным от оси на горизонтальной проекции битела до горизонтальных проекций характерных точек.



7.4. Соединить полученные точки основной сплошной линией.

8. Заштриховать натуральную величину фигуры сечения под углом 45^0.

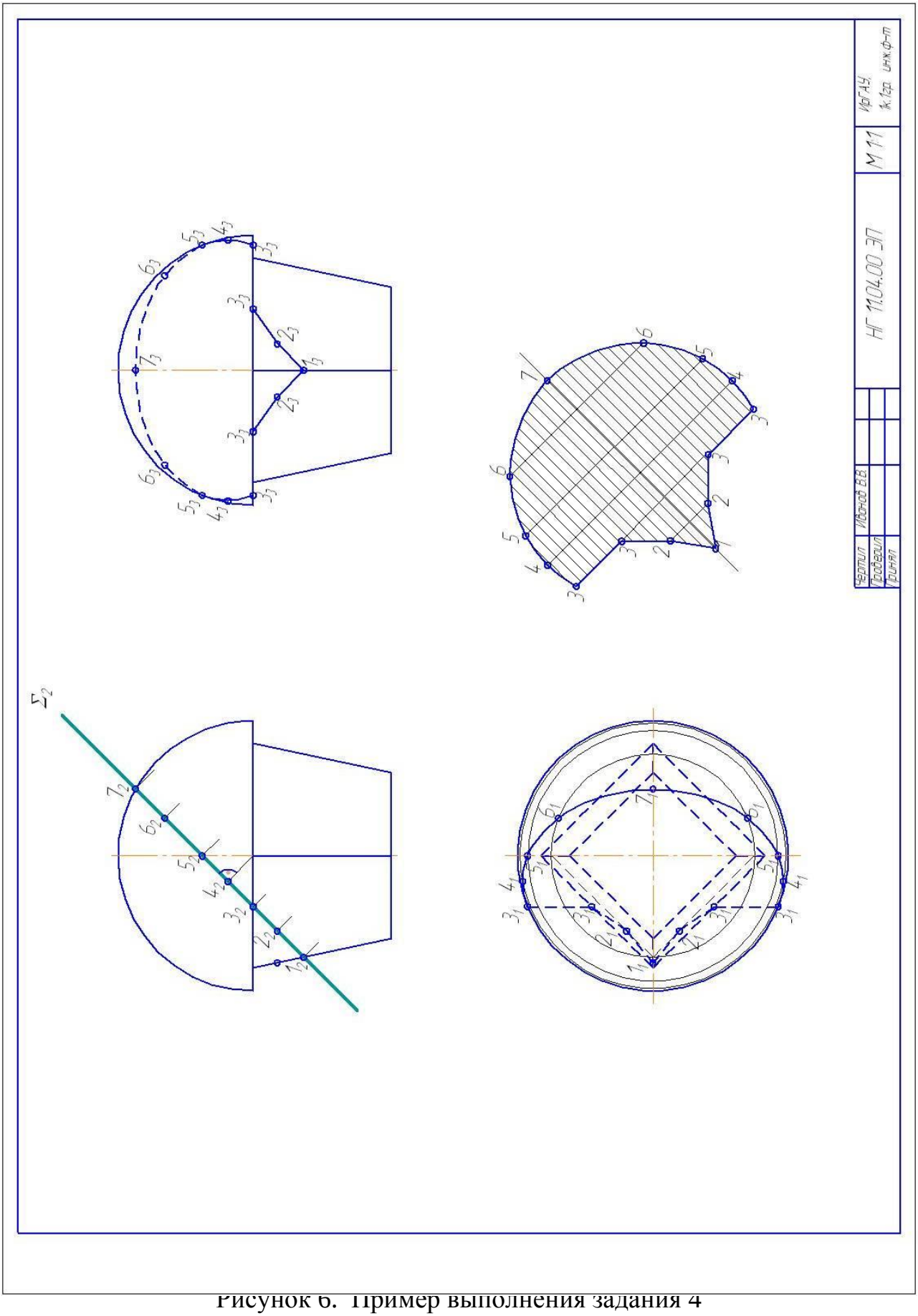


Рисунок 6. Пример выполнения задания 4

Задание 5

Построить линию пересечения конуса вращения с цилиндром вращения. Оси поверхностей вращения – взаимно перпендикулярные проецирующие скрещивающиеся прямые. Данные для своего варианта взять из таблицы 5.

Указания к решению задания 5.

В правой половине листа намечают оси координат и из таблицы 5 выбирают согласно своему варианту величины, которыми задаются поверхности конуса вращения и цилиндра вращения. Определяют центр (точка *K)* окружности радиуса R основания конуса вращения в горизонтальной координатной плоскости. На вертикальной оси на расстоянии h от плоскости уровня и выше ее определяют вершину конуса вращения.

Осью цилиндра вращения является фронтально-проецирующая прямая, проходящая через точку *E*; основаниями цилиндра являются окружности радиуса R_1. Образующие цилиндра имеют длину, равную $3R_1$, и делятся пополам фронтальной меридиональной плоскостью конуса вращения.

С помощью вспомогательных секущих плоскостей определяют точки пересечения очерковых образующих одной поверхности с другой и промежуточные точки линии пересечения поверхностей. Проводя вспомогательную секущую фронтальную меридиональную плоскость конуса вращения, определяют точки пересечения главного меридиана (очерковых образующих) конуса вращения с параллелью (окружностью) проецирующего цилиндра. Выбирая горизонтальную секущую плоскость, проходящую через ось цилиндра вращения, определяют две точки пересечения очерковых образующих цилиндра с поверхностью конуса.

Высшую и низшую, а также промежуточные точки линии пересечения поверхности находят с помощью вспомогательных горизонтальных плоскостей – плоскостей уровня. По точкам строят линию пересечения поверхности конуса ращения с цилиндром вращения и устанавливают ее видимость в проекциях.

Все основные вспомогательные построения на эпюре сохранить и показать тонкими сплошными линиями.

Таблица 5

Исходные данные к заданию 5 (координаты и размеры в мм)

№ варианта	X_A	$У_A$	Z_A	R	h	X_E	$У_E$	Z_E	R_1
1	80	70	0	45	100	50	70	32	35
2	80	70	0	45	100	50	70	32	30
3	80	72	0	45	100	53	72	32	32
4	80	72	0	45	100	60	72	35	35
5	70	70	0	44	102	50	70	32	32
6	75	70	0	45	98	65	70	35	35
7	75	70	0	45	98	70	70	35	35
8	75	72	0	45	98	75	72	35	35
9	75	72	0	43	98	80	72	35	35
10	75	75	0	44	102	50	75	35	35
11	80	75	0	43	102	85	75	36	36
12	80	75	0	43	102	85	75	40	35
13	80	75	0	42	102	80	75	40	35
14	80	70	0	42	102	80	70	40	32
15	80	70	0	42	100	75	70	40	32
16	70	72	0	43	100	75	72	42	32
17	70	72	0	44	100	70	72	40	32
18	70	74	0	44	100	70	74	36	32

Основы теории.

Геометрические тела пересекаясь образуют линию пересечения. Проекции линии пересечения получаются в пределах общей части проекций обеих поверхностей.

При этом может быть **проницание**, при этом образуются либо две линии, либо одна с узловой точкой или **врезка**, когда получается одна линия, рис..

Для нахождения линии пересечения двух поверхностей необходимо определить общие точки, принадлежащие обеим поверхностям. Одним из способов нахождения таких точек является метод вспомогательных секущих плоскостей частного и общего положения.

Правило построения линии пересечения поверхностей:

- выбирают вид вспомогательных поверхностей;
- строят линии пересечения вспомогательных поверхностей с заданными поверхностями;
- находят точки пересечения построенных линий и соединяют их между собой плавной кривой;
- определяют видимость поверхностей.

Порядок выполнения задания:

Задание решается с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей.

1. Проанализировать взаимное положение тел.
2. Обозначить характерные точки на фронтальной проекции.
3. Выбрать положение вспомогательных секущих плоскостей.
4. Достроить горизонтальные проекции линии пересечения.
5. Соединить полученные точки кривой линией от руки или с помощью лекала, с учетом видимости.
6. Обозначить видимость тел.

Пример выполнения задания 5 (рисунок 7):

На примере выполнения задания, рисунок 7 при сечении конуса плоскостью горизонтального уровня в сечении получаем окружности, при сечении цилиндра – прямоугольники.

1. Анализируем взаимное положение конуса и цилиндра. Конус расположен вертикально, цилиндр – горизонтально. На фронтальной проекции линия пересечения тел совпадает с основанием цилиндра.
2. На фронтальной проекции обозначаем характерные точки. Характерными точками являются точки, расположенные на очерках (точки 1 и 9) и осях (точки 2, 4, 6, 8). Для более точного построения кривой выбираем дополнительные точки (точки 3, 5, 7).
3. Достраиваем горизонтальные проекции линии пересечения.

   3.1. Положение горизонтальных проекций точек, расположенных на очерковых образующих конуса (точки 1 и 9) определяются с помощью линий связи, аналогично точкам 1,3. 7 в предыдущей задаче, рисунок 4.

   3.2. Горизонтальные проекции остальных точек определяем с помощью вспомогательных плоскостей горизонтального уровня (плоскости Δ).

В сечении конуса плоскостью горизонтального уровня получаем окружности. На рисунке 7 сечения обозначены тонкой сплошной линией, в сечении цилиндра – прямоугольники, на рисунке 7 контуры обозначены засечками.

Точки пересечения вспомогательных окружностей и прямоугольников определяет положение искомых точке.

4. Соединяем полученные точки кривой линией от руки или с помощью лекала, с учетом видимости.

Границей видимости линии пересечения является точка 4. Таким образом, на горизонтальной проекции точки 1, 2, 3 – видимые, так как на фронтальной проекции эти точки расположены на видимой стороне цилиндра, выше точки 4. Точки 5, 6, 7, 8, 9 - невидимые, т.к. на фронтальной проекции точки расположены на невидимой стороне цилиндра, ниже точки 4.

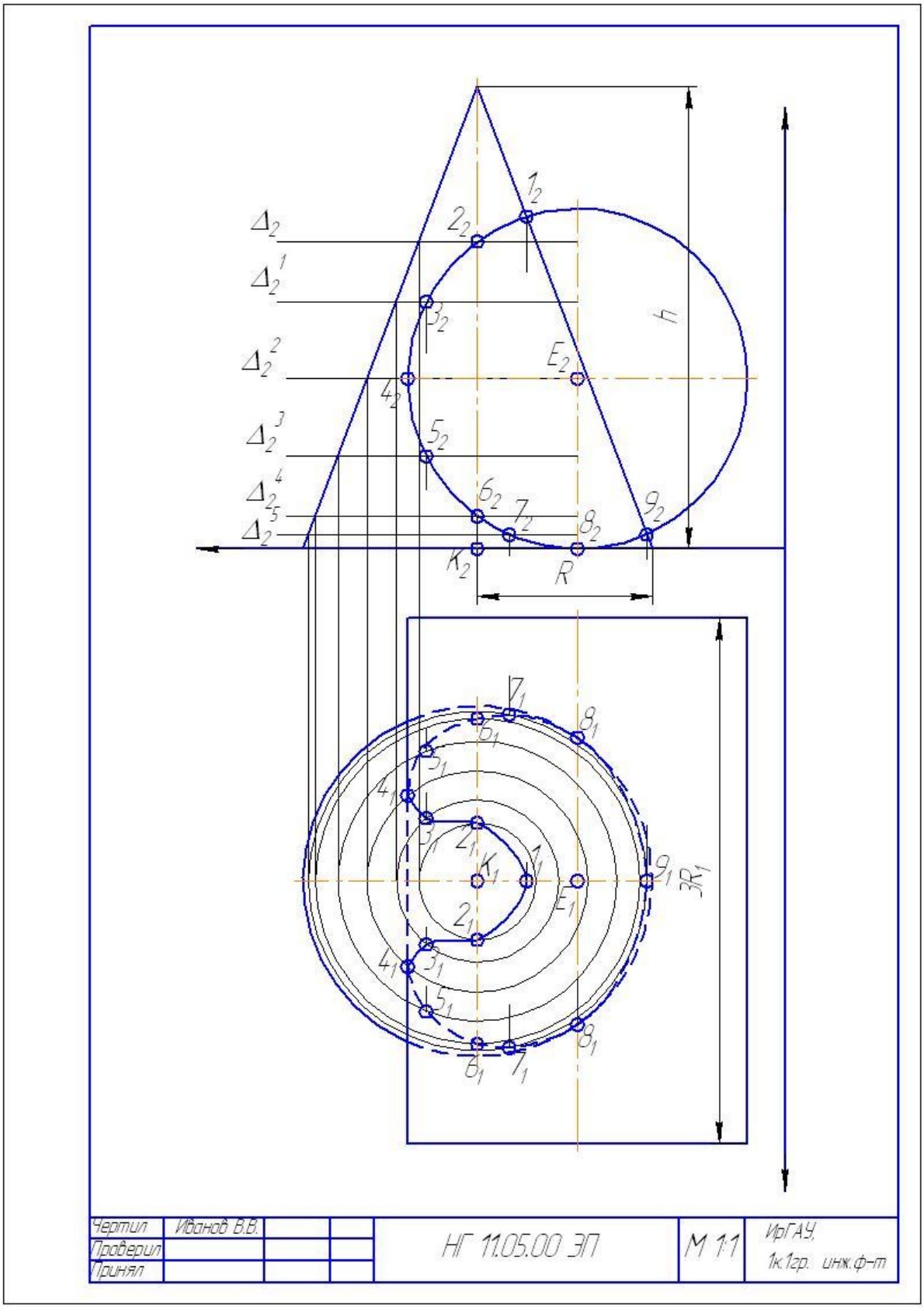


Рисунок 7 - Пример выполнения задания 5

Вопросы для самопроверки

по разделу НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Какие известны вам основные методы проецирования?

2. Какой чертеж называют эпюром Монжа?
3. Какие прямые называют линиями уровня?
4. Какие прямые называют проецирующими прямыми линиями?
5. Что называют следом прямой линии? Правило построения следов прямой линии
6. Как изображаются на чертеже пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые линии?
7. Как можно на чертеже задать плоскость?
8. Назовите виды плоскостей? Какие плоскости называются проецирующими; плоскостями уровня?
9. Назовите главные линии плоскости.
10. Назовите особенности проецирующих плоскостей.
11. Укажите последовательность решения задачи на построение точки пересечения прямой с плоскостью общего положения?
12. Как определяю видимость элементов геометрических образов относительно плоскостей проекций?
13. Укажите последовательность построения линии пересечения двух плоскостей?
14. Сформулируйте условие параллельности двух плоскостей?
15. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом перемены плоскостей проекций?
16. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом вращения вокруг проецирующих прямых?
17. Укажите основные свойства многогранников и поверхностей вращения?
18. Укажите общую схему определения точек линии пересечения поверхности плоскостью?
19. Изобразите общую схему построения линий пресечения поверхностей?

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Теоретические основы 3

Требования к выполнению контрольной работы по разделу «Начертательная геометрия» 5

Литература 5

Содержание контрольно-графической работы и основные рекомендации по ее оформлению 7

1. Основные понятия и определения начертательной геометрии 9

1.1.Проецирование 9

1.2.Эпюр Монжа точки 11

1.3.Проецирование прямой 13

1.3.1. Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника 16

1.3.2. Взаимное положение прямых в пространстве 17

1.4. Плоскость 18

1.4.1.Способы задания плоскости на чертеже 18

1.4.2. Виды плоскостей 19

1.4.3. Прямая и точка в плоскости 23

1.4.4. Определение точки пересечения прямой и плоскости 26

1.4.5. Перпендикулярность прямой и плоскости 26

1.4.6. Взаимное положение плоскостей 26

1.4.7. Прямые особого положения в плоскости 28

1.5. Задание № 1 29

2. Позиционные задачи 43

2.1. Проведение проецирующей плоскости через прямую общего положения 43

2.2. Построение линии пересечения плоскостей 44

2.3. Задание № 2 46

3. Метрические задачи 55

3.1. Способ замены плоскостей проекций 55

3.2.Задание №3 59

4. Геометрические тела 72

4.1.Многогранники 72

4.1.1. Нахождение точек на поверхности многогранника 73

4.1.2. Сечение многогранников, плоскостями частного положения 74
4.2.Тела вращения 76
4.2.1. Нахождение точек на поверхности тел вращения 77
4.2.2. Сечение тел вращения, плоскостями частного положения 78
4.3.Метод вспомогательных секущих плоскостей 79
4.4. Задание № 4 81
5. Взаимное пересечение тел 94
5.1. Задание №5 95
Вопросы для самопроверки 102