

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И  
ОБРАЗОВАНИЯ  
ФГБОУ ВПО ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А.А.ЕЖЕВСКОГО

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРИКЛАДНОЙ  
ИНФОРМАТИКИ

Кафедра информатики и математического моделирования

## **ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

для студентов  
специальности 09.03.03 – Прикладная информатика



Молодежный 2020

УДК 004.94

Печатается по решению научно-методического совета Иркутского ГАУ

Рецензенты: Ю.М. Краковский, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой информационной безопасности Иркутского государственного университета путей сообщения»;  
В.И. Зоркальцев, д.т.н., профессор, зав. лабораторией моделирования и оптимизации систем энергетики ИСЭМ СО РАН

Белякова А.Ю. Имитационное моделирование. Учебное пособие для студентов направления 09.03.03 – Прикладная информатика / А.Ю. Белякова. - Иркутск: Изд-во Иркутский ГАУ, 2020. – 120 с.

Учебное пособие составлено в помощь студенту для изучения дисциплины «Имитационное моделирование». В пособии рассмотрены теоретические основы дисциплины, приведено описание современных программ имитационного моделирования, значительное внимание уделено моделированию систем массового обслуживания и планированию имитационного компьютерного эксперимента. разработанные тесты позволяют самостоятельно изучать дисциплину.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 09.03.03 - Прикладная информатика и выпускников технических направлений.

ISBN

© Белякова А.Ю., 2020

© Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского

## Оглавление

1. Теоретические основы имитационного моделирования.....	4
1.1 Понятие имитационной модели и моделирования.....	4
1.2 Классификация моделей .....	6
1.3 Этапы имитационного моделирования .....	10
1.4 Обзор программных комплексов, применяемых в имитационном моделировании.....	14
2. Марковские процессы.....	31
2.1. Марковские цепи .....	32
2.2 Непрерывные марковские цепи.....	40
3. Системы массового обслуживания.....	49
3.1 Основные понятия теории массового обслуживания .....	49
3.2 Классификация СМО.....	50
3.3 Показатели эффективности СМО .....	52
3.5 Многоканальные системы массового обслуживания .....	58
3.6 Замкнутые многоканальные системы массового обслуживания.....	64
4. Планирование имитационного компьютерного эксперимента .....	66
5. Тесты для самопроверки.....	73
Вариант 1 .....	73
Вариант 2 .....	76
Вариант 3 .....	79
Вариант 4 .....	82
Вариант 5 .....	84
Вариант 6 .....	87
Вариант 7 .....	89
Вариант 8 .....	91
Вариант 9 .....	94
Вариант 10 .....	96
Цели и задачи освоения дисциплины.....	99
Фонд оценочных средств для текущей аттестации .....	115
Литература .....	119

## **1. Теоретические основы имитационного моделирования.**

### **1.1 Понятие имитационной модели и моделирования**

В общем виде модель - это образ реального объекта, процесса, явления для более глубокого изучения свойств и поведения исследуемого. *Модель есть материально или теоретически сконструированный объект, который заменяет (представляет) объект исследования в процессе познания, находится в отношении сходства с последним и более удобен для исследования [1].*

Под моделированием понимается метод исследования, действие которого заключается в реализации или воспроизведении тех или иных свойств реальных объектов, процессов или явлений с помощью абстрактного их представления в различном виде (изображение, карта, математической записи, табличной записи и т.д.).

Моделирование применяется в случае сложности и невозможности исследования реального объекта, процесса или явления, описание и изучение их основных существенных свойств. В таких случаях создаются прообразы реальных объектов.

К основным чертам моделирования относятся:

- выделение задачи;
- определение существенных особенностей объекта, процесса или явления;
- идеализация системы;
- подмена действительности образцом;
- оценка адекватности и точности модели;
- получение новых знаний.

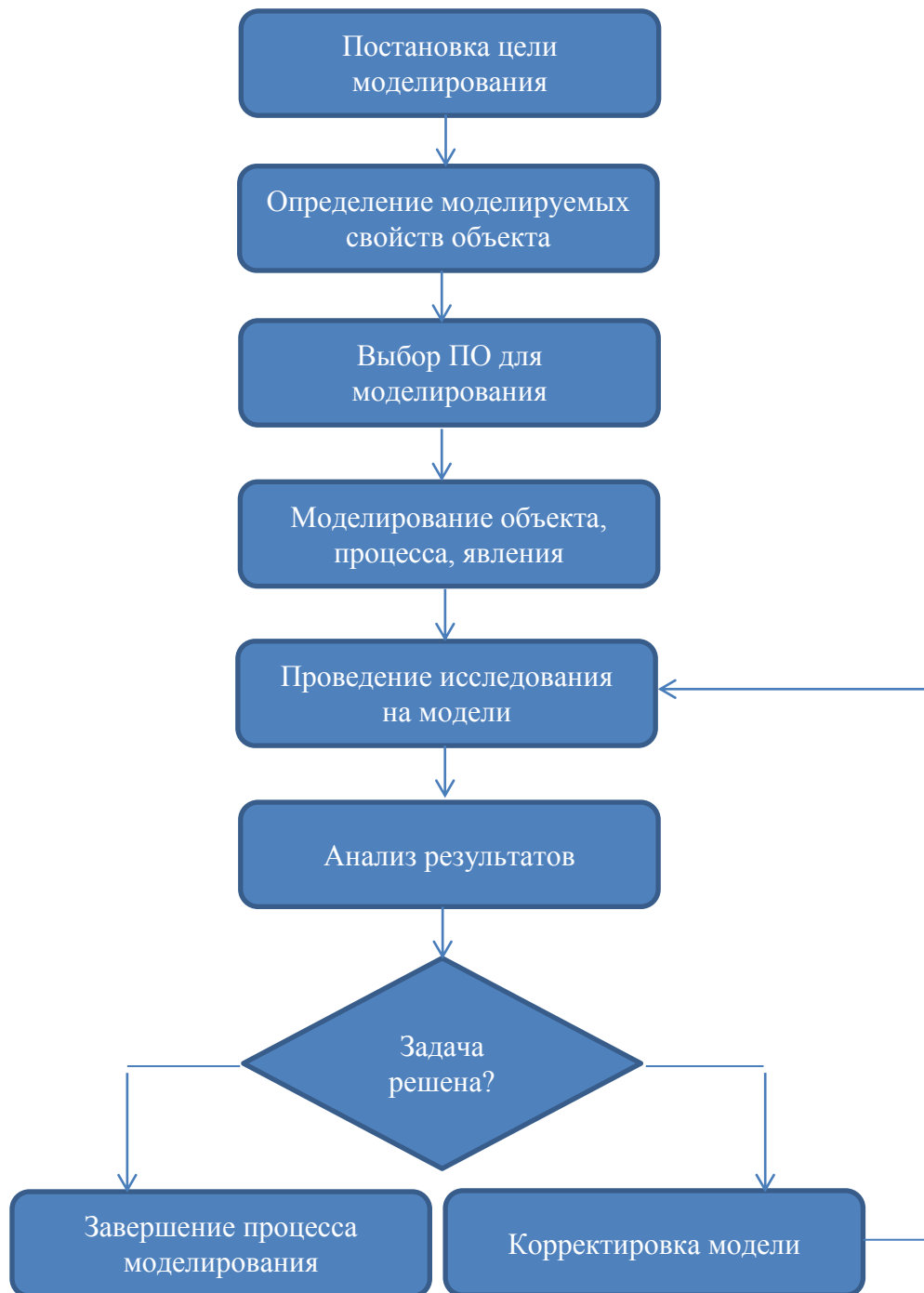


Рисунок 1 – Алгоритм процедуры решения задачи посредством моделирования

Модель повторяет не все свойства реального объекта, а только те, которые необходимы для исследования. Важно в моделировании правильно поставить цель. Цель моделирования – это назначение будущей модели. Цель определяет те существенные свойства объекта-оригинала, которые должны быть воспроизведены в модели. Иначе говоря, модель – это

упрощенное подобие реального объекта, который отражает существенные особенности (свойства) изучаемого реального объекта, отвечающие цели моделирования.

Объект моделируют в том случае, когда исследование реального объекта по каким –либо причинам невозможно, например, такие как:

- слишком большой или слишком маленький размер объекта;
- моделируемый процесс протекает слишком быстро или слишком медленно;
- объект опасен для окружающих;
- объект-оригинал мог быть разрушен в процессе исследования.

Существует ряд общих требований к свойствам, которым должны удовлетворять модели:

- адекватность – достаточно точное отображение свойств объекта;
- конечность – модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и свойств;
- полнота (информативность) – предоставление исследователю всей необходимой информации об объекте в рамках гипотез, принятых при построении модели;
- упрощенность – модель отображает только существенные стороны объекта;
- гибкость – возможность воспроизведения различных ситуаций во всем диапазоне изменения условий и параметров;
- приемлемая для имеющегося времени и программных средств трудоемкость разработки модели.

## **1.2 Классификация моделей**

Классификация – это разделение объектов на группы, имеющие один или несколько общих признаков. В зависимости от признака классификации одни и те же модели могут быть отнесены к разным классам.

## По области использования моделей

### Учебные

- наглядные пособия, тренажеры, обучающие программы

### Игровые

- экономические, военные, деловые игры

### Исследовательские

- создаются для исследования процессов и явлений

### Опытные

- уменьшенные или увеличенные копии объектов, используют для исследования объекта и его будущих характеристик

### Имитационные

- имитируют реальность, при этом, как правило, эксперимент многократно повторяется

Рисунок 2 – Классификация моделей по области использования моделей

## По способу представления модели.

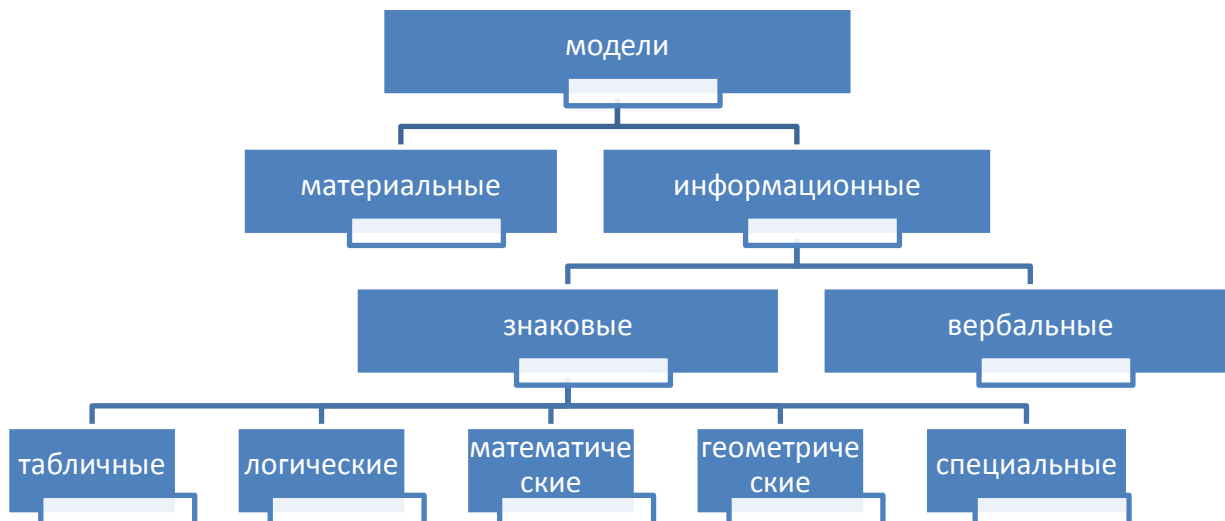


Рисунок 3 – Классификация моделей по способу представления модели

Материальная модель – это увеличенная или уменьшенная копия оригинала (глобус).

Информационная модель - это словесное описание, формула, чертеж, рисунок, и т.д. Замена реального объекта его формальным описанием, т. е. его информационной моделью, называется формализацией.

Вербальная модель – информационная модель представленная в мысленной или разговорной форме.

Знаковая модель – информационная модель, выраженная знаками, средствами любого формального языка.

Математическая модель – модель, представленная с помощью математических формул.

Логическая модель – это модель, в которой на основе умозаключений и анализа условий представлены различные варианты выбора действий.

Специальные модели – это химические формулы, ноты и т.д.

Геометрическая модель – модель, представленная с помощью графических форм (граф, блок-схема алгоритма решения задачи, диаграмма).

Табличная модель – это информация о моделируемом объекте, структурированная в виде таблицы.

### **Классификация по характеру отображаемых свойств объекта моделирования**

Выделяют два типа моделей:

- структурные – отражают структуру (устройство) моделируемого объекта (как элементы системы), существенные для целей исследования свойства и взаимосвязи компонентов (элементов) этого объекта;
- функциональные – отражают поведение (функционирование) объекта так, как оно воспринимается окружающей средой. Примером функциональной модели является модель черного ящика. В такой модели задаются только входные и выходные связи моделируемого объекта с внешней средой. Название «черный ящик» образно подчеркивает отсутствие сведений о внутреннем содержании объекта.

### **Классификация с учетом фактора времени**



С учетом фактора времени модели можно разделить на два класса:

- статические модели – это срез информации по объекту в данный фиксированный момент времени;
- динамические модели позволяют увидеть изменение объекта во времени.

Например, медицинская карта пациента в отражает изменение состояния здоровья человека за некоторый период времени (динамическая модель), а медицинское обследование при поступлении на работу дает картину состояния здоровья на данный момент времени (статическая модель).

### **Классификация по характеру изменения модели во времени.**

Данная классификация охватывает динамические модели и выделяет два типа моделей:

- непрерывные – изменяют свое состояние во времени за сколь угодно малое приращение времени;
- дискретные – изменяют свое состояние во времени дискретно, через определенный временной интервал.

### **Классификация по признаку причинной обусловленности.**

Выполняется в зависимости от возможности или невозможности учета в рассматриваемой модели одного или нескольких случайных факторов, при этом выделяют два вида моделей:

- детерминированные – модели, в которых все воздействия и факторы определены и известны заранее;
- стохастические (вероятностные) – модели, в которых хотя бы один из факторов носит случайный характер.

### **По способу реализации.**

Информационные модели по способу реализации делятся на: компьютерные и некомпьютерные.

Компьютерная модель – модель, реализованная с помощью программных средств на компьютере. Программное обеспечение, средствами которого может осуществляться компьютерное моделирование, может быть как универсальным (например, текстовые или табличные процессоры), так и специализированным, предназначенным лишь для определенного вида моделирования.

### 1.3 Этапы имитационного моделирования

Среди множества моделей определенное место занимают компьютерные модели. Компьютерное моделирование – это процесс исследования объекта с помощью специальных программных комплексов для разработки и проведения эксперимента имитационных (компьютерных) моделей.

Имитационное моделирование – это разновидность моделирования, который реализуется с помощью набора математических, инструментальных и программных средств, имитирующих существенные свойства, действие, поведение, структуры и функций реального изучаемого объекта, процесса или явления.

Имитационной моделью (ИМ) называется специальное программное обеспечение, позволяющее имитировать деятельность какого-либо сложного объекта, процесса, явления. На компьютере выполняются параллельно взаимодействующие процессы, которые являются по своим временным параметрам аналогами исследуемых процессов [2].

1. Формулировка цели имитационного  
моделирования





Рисунок 4 – Технологические этапы имитационного моделирования

Этап 1. Формулировка цели имитационного моделирования.

На этом этапе выполняются следующие действия:

- сбор необходимых данных об объекте для его моделирования и составление содержательного описания объекта моделирования;

- изучение проблемной ситуации и постановка задачи;
- обоснование необходимости моделирования, уточнение его целей и выбор способа формализации для заданного объекта моделирования;

#### Этап 2. Разработка концептуальной модели.

На этом этапе надо общий замысел модели перевести ее от реальной системы к логической схеме ее функционирования. Выполняется описание объекта в терминах математических понятий и алгоритмизации функционирования его компонент. Концептуальное описание - это упрощенное отображение реальной системы в виде алгоритма. При разработке алгоритма концептуальной модели определяется основная структура модели, включая статическое и динамическое описание системы. Также, определяются границы системы, выполняется описание внешней среды. Далее рассматриваются и описываются существенные элементы, перечисляются переменные, параметры, функциональные зависимости как для отдельных элементов и процессов, так и для всей системы, ограничения и целевые функции. На этом этапе описывается методика всего имитационного эксперимента.

#### Этап 3. Формализация имитационной модели

Формализация имитационной модели осуществляется на основе ее концептуального описания, затем оно будет переведено в программу-имитатор в соответствии с технологией программирования.

#### Этап 4. Выбор программного комплекса для разработки ИМ

Для реализации имитационной модели надо выбрать программный комплекс для имитационного моделирования.

#### Этап 5. Программирование имитационной модели.

На данном этапе концептуальное или формальное описание модели сложной системы необходимо преобразовать в программу-имитатор, в соответствии с той технологией программирования, которую выбрали для имитации.

#### Этап 6. Подготовка исходных данных.

Не всегда этот этап выделяется как самостоятельный, однако подготовка исходных данных очень важный и трудоемкий процесс, так как если программирование имитационной модели можно выполнять на гипотетических данных, то экспериментальное исследование необходимо выполнять на реальном потоке данных. От этого во многом зависит точность получаемых результатов моделирования.

#### Этап 7. Проверка и тестирование имитационной модели.

На этом этапе проводится проверка истинности модели, оценка адекватности, исследование свойств имитационной модели. После того, как имитационная модель реализована на компьютере, необходимо проверить достоверность модели.

#### Этап 8. Проведение компьютерного эксперимента.

При организации компьютерного вычислительного эксперимента на имитационной модели могут быть выбраны различные аналитические методы для обработки результатов: регрессионный и дисперсионный анализ и другие методы оптимизации.

#### Этап 9. Интерпретация результатов и принятие решения.

При анализе результатов моделирования проводится их интерпретация, а затем они используются для принятия решений. На данном этапе определяют и оценивают значения результатов, используя статический инструментарий.

С помощью имитационного моделирования решаются или исследуются ряд практических задач:

- Моделирование процессов логистики для определения временных и стоимостных параметров.
- Управление финансовыми процессами деятельности предприятия.
- Прогнозирование различных социально-экономических процессов на конкретный период времени.

- Моделирование в области стратегического планирования, бизнес-моделирования, менеджмента, реинжиниринга, инвестиционно-технологического проектирования.

#### 1.4 Обзор программных комплексов, применяемых в имитационном моделировании

В организации деятельности современных предприятий имитационную модель используют для прогнозирования поведения логистической системы, для обучения и тренировки персонала, а также при проектировке предприятия.

Особенность имитационной модели заключается в том, что она отражает поведение объекта во времени и пространстве при задании внешних воздействий на объект. Ее использование позволяет находить оптимальные управленческие решения, с учетом множества критериев.

На рынке информационных технологий существует множество программных продуктов для имитационного моделирования. Рассмотрим некоторые из них.

Таблица 1 – Программные продукты для имитационного моделирования

Название	Предназначение	Разработчик	Страна
Среда моделирования Aimsun	моделирования транспортных потоков	TSS — Transport Simulation Systems, S. L	Испания
Система Actor Pilgrim	система имитационного моделирования временной, пространственной и финансовой динамики экономических процессов. Система позволяет работать с многослойными имитационными моделями	А. А. Емельянов, Н. З. Емельянова (Москва)	Россия
AGNES	система имитационного моделирования больших систем с дискретными событиями	Д. И. Подкорытов Институт выч. матем. и матем. геофизики СО РАН.	Россия
AnyLogic	поддерживает три подхода к созданию имитационных моделей: процессно-	The AnyLogic Company	Россия

	<p>ориентированный (дискретнособытийный), системно-динамический и агентный, а также любую их комбинацию.</p> <p>Графический интерфейс AnyLogic, инструменты и библиотеки позволяют быстро создавать модели для широкого спектра задач — от моделирования производства, логистики, бизнес-процессов до стратегических моделей развития компании и рынков. AnyLogic стал корпоративным стандартом на бизнес-моделирование во многих транснациональных компаниях, широко используется в образовании</p>		
Arena	<p>Система дискретного моделирования. Сфера основных приложений системы — имитационное моделирование производственных технологических процессов и операций, складской учет, банковская деятельность, оптимизация обслуживания клиентов в сфере услуг, транспортные задачи. Arena снабжена удобным объектно-ориентированным интерфейсом и обладает возможностями адаптации к различным предметным областям. Система не требует написания программного кода и исключительно проста в использовании, но для ее освоения требуются значительное время и достаточно глубокие знания теории вероятностей, математической статистики, теории систем массового обслуживания, сетей Петри.</p>	Rockwell Automation Inc., Wexford, PA	США
AutoMod	<p>Моделирование систем логистики и производства. Программное обеспечение разработано для детального анализа операций и потоков. Гибкая архитектура AutoMod позволяет использовать ее в широком диапазоне прикладных областей, от аэропортов до промышленности полупроводников.</p>	Brooks Automation	США
AweSim	<p>Универсальная система имитационного моделирования для сети с дискретной или непрерывной интерпретацией. Возможные области применения: бизнес, промышленность, здравоохранение, военное дело. Продукт включает построение интерактивной модели, одновременную и последующую анимацию,</p>	Symix Systems Inc	США

	<p>статистическую информацию в текстовом и графическом видах, интерактивное представление и выбор сценариев. Сетевые модели строятся графически и могут быть иерархическими. Они могут быть расширены по заданным пользователем правилам, написанным на языке C/C++ или Visual Basic. Одновременно могут отображаться несколько анимированных изображений. Сценарии сравниваются статистически, после чего из них выбирают набор альтернатив с лучшими показателями.</p>		
Система Boson NetSim	<p>Коммерческий симулятор сетевых устройств компании Cisco. Данная система позволяет получить практические знания по работе с сетевыми устройствами. В поставку включается утилита для моделирования сети. Сертификация специалистов Cisco CCNP (Cisco Certified Network Professional) проходит именно в этой программе. Система по причине низкой стоимости при достаточном функционале используется в более чем 250 университетах мира.</p>	Boson	США
Среда моделирования Deneb / Quest	<p>Трехмерная среда для имитации и анализа поточных процессов. Это гибкая объектно-ориентированная среда имитации дискретных процессов, соединенная с визуализацией и системой импорта/экспорта моделей. Производственники, технологи и менеджеры могут разработать и проверить варианты потоков на имитационных моделях. В модели вводят план технологического оборудования, размещения ресурсов и рабочих бригад. Экспериментатор оценивает влияние своих решений на ход производства и себестоимость продукции.</p>	BNP Deneb Pty Ltd	Австралия
Среда моделирования eM-Plant	<p>Представляет собой визуальную объектно-ориентированную среду для построения имитационных моделей широкого класса систем. Модели строятся из имеющейся библиотеки стандартных объектов. Поддерживаются иерархический принцип создания моделей и возможность расширения библиотеки</p>	Siemens PLM Software	Германия



	объектов. Используется для моделирования дискретных производств (автомобильная отрасль, электроника, судостроение, станкостроение, сборочные линии и т.д.), логистики, сбыта, консалтинга, симуляции бизнес- процессов.		
Система ExtendSim	Инструмент имитационного моделирования. ExtendSim — мультисистемная окружающая среда. Позволяет моделировать непрерывные, дискретно-событийные, основанные на агентах, линейные, нелинейные и смешанного типа процессы.	Imagine That Inc., San Jose	Калифорния, США
Среда моделирования Enterprise Dynamics	Программная платформа для бизнес-моделирования, позволяющая анализировать и оптимизировать текущее и будущее поведение системы или инфраструктуры, обнаруживать узкие места, оценивать возможности и распределение персонала, прогнозировать развитие событий.	INCONTROL Simulation Solutions	Голландия
Flexsim	Система имитационного моделирования, предназначенная для моделирования и визуализации бизнес-процессов. Flexsim позволяет определить пропускные мощности предприятия, баланс производственных линий, выявить узкие места, проверить новые методы планирования, оптимизировать производственные показатели, обосновать капиталовложения. Каждая модель в Flexsim может быть рассмотрена в трехмерной мультипликации виртуальной реальности. Помимо прочего, Flexsim предоставляет возможности для создания моделей и подмоделей непосредственно в C++, основываясь на симуляционных и графических библиотеках Flexsim.	FlexSim Software Products Inc. (FSP), Orem	Юта, США
Система GPSS/H	Среда моделирования общего назначения, охватывает области как дискретного, так и непрерывного моделирования.	Wolverine Software Corp	США
Система GPSS World	Среда моделирования общего назначения, охватывает области как дискретного, так и непрерывного моделирования. GPSS World включает PLUS — язык программирования нижнего уровня моделирования. Моделирование с использованием	Minuteman Software	США

	<p>PLUS выражений может быть включено почти везде в GPSS-программы, в любом блоке или процедуре вызова. Язык PLUS позволяет программно управлять размещением результатов. Система GPSS World разрешает многозадачность, позволяя нескольким имитационным процессам выполняться одновременно.</p>		
<p>Расширенный редактор GPSS World</p>	<p>Универсальная система имитационного моделирования, охватывающая весь цикл имитационных исследований, от постановки задачи до документирования результатов. Основные особенности системы: высокий уровень интерактивности при проведении исследования, упрощение разработки моделей и проведения исследований, большой объем текстовой документации и оперативных подсказок. Введены понятия имитационного проекта и имитационного приложения (независимого от редактора исполняемого кода модели). Проекты и приложения имеют интегрированные базы данных моделей и результатов исследования. Имитационное приложение может быть отделено от среды разработки и представлено в виде исполняемого модуля. Возможно использование клиентской части и системы GPSS World как на одном компьютере, так и удаленное в ЛВС. Возможна организация облачного моделирования в сети Интернет. Имеется бесплатная студенческая версия системы (работает только при наличии студенческой лицензии GPSS World, отключена опция создания автономных исполняемых еге-модулей, нет удаленного и облачного использования GPSS World). Для академического и коммерческого использования имеется несколько видов лицензий. Более подробная информация о продукте и порядке лицензирования дана на сайте разработчика.</p>	<p>ООО «Элина-компьютер»</p>	<p>Казань, Россия</p>
<p>Система ISSOP</p>	<p>Программное обеспечение для имитации и оптимизации в производстве и логистике. Имеет специальный интерфейс для</p>	<p>DUALIS® GmbH IT Solution</p>	<p>Дрезден, Германия</p>

	оптимизации моделей, созданных в eM-Plant, Enterprise Dynamics, ARENA, Automod, DOSIMIS3 и MATLAB.		
Программное обеспечение iThink и Stella	Моделирование непрерывно-дискретных процессов. По сравнению с iThink в Stella имеются возможности по построению моделей большой размерности и их свертки. Операционные среды — Windows и Macintosh.	Isee systems Inc., Lebanon, NH	США
Система MTSS (Manufacturing and transportation simulation system)	Система имитационного моделирования для задач проектирования, разработки, оптимизации технических систем и технологических процессов, информационных и управляющих систем в различных прикладных областях. Программные продукты, построенные на основе системы MTSS, позволяют визуально строить имитационные модели технологических систем и проводить имитационные эксперименты с моделями. Для моделирования технологических систем используются предметные библиотеки элементарных моделей: нефтегазодобывающего предприятия, водоотлива угольной шахты, угольного забоя, системы конвейеров угольной шахты.	С. В. Рудометов, Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН.	Россия
MvStudium	среда моделирования сложных динамических систем. Позволяет быстро создавать визуальные интерактивные модели многокомпонентных непрерывных, дискретных и гибридных (непрерывно-дискретных) систем и проводить с ними вычислительные эксперименты. Создание модели, визуализация результатов и управление вычислительным экспериментом не требуют написания программного кода. Модели задаются на математическом уровне абстракции. Для описания непрерывного поведения используются дифференциально-алгебраические уравнения. Для описания дискретного и гибридного поведения используются визуальные карты поведения, являющиеся расширением карт состояний UML. MvStudium автоматически создает компьютерную	Ю. Б. Колесов (Москва), Д. Б. Инихов, Ю. Б. Сениченков (Санкт-Петербург)	Россия

	<p>модель, соответствующую заданной математической, и обеспечивает проведение активного вычислительного эксперимента. Поддерживает объектно-ориентированное моделирование и возможность создания пользователем своих собственных компонентов с использованием входного языка. Поддерживается 2D и 3D-анимация. Пакет MvStadium работает на PC-совместимых компьютерах в среде Windows.</p>		
Object GPSS	<p>Инструментальное средство для написания моделей в стиле GPSS непосредственно на языке Delphi (Object Pascal). Каждая модель на Object GPSS представляет собой Include-файл (Model.pas), содержащий описание всех объектов модели и набор из шести процедур: Initial, CloseAllObj, ResetAll, ModelTxt, Report, Modeling. Практически все части модели, кроме начинки процедуры ModelTxt, создаются программой- конвертером. Для создания исполняемой модели следует скомпилировать модель вместе с остальными стандартными частями проекта. Полученный exe-файл является моделью конкретной системы, и с ней можно проводить эксперименты. В системе легко расширять набор команд и блоков для моделирования. Модели на Object GPSS выглядят более естественно, чем у традиционных версий GPSS. Логика построения моделей более прозрачна и более соответствует логике обычных программ.</p>	А. Г. Королев, Северодонецкий технологический институт, Северодонецк	Украина
Система OMNeT++	<p>Свободно распространяемая среда имитационного моделирования дискретных событий и состояний с открытым исходным кодом. Основная область применения OMNeT++ — моделирование сетей передачи данных, ИТ-систем и бизнес-процессов. Изменение состояния моделируемой системы происходит в дискретные моменты времени по списку будущих событий (future event list), отсортированных по времени. Событием может быть начало передачи пакета, тайм-аут и т.п. События</p>	Андрасем Варга Технический университет Будапешта	Сейшельские острова

	<p>происходят на основе выполнения простых модулей (simple module). У такого модуля есть функции инициализации, обработки сообщения, действия и завершения работы. Обмен сообщениями между модулями осуществляется по каналам (channel), с которыми модули соединены своими шлюзами (gate), или непосредственно через шлюзы. Шлюз может быть входящим или исходящим, соответственно для приема и отправки сообщений.</p> <p>Компоненты OMNeT++ написаны на C++. На базе среды моделирования OMNeT++ построен симулятор различных протоколов беспроводных сенсорных сетей Castalia. В нем также реализована модель, соответствующая стандарту IEEE 802.15.4. На базе рассматриваемой среды моделирования существуют библиотеки INETMANET и MiXiM, которые позволяют создавать модели беспроводных сенсорных сетей, но на текущий момент готовые модели отсутствуют.</p>		
OpenMVLShe II	<p>Открытая среда для моделирования сложных динамических систем (аналогичная OpenModelica). Среда представляет собой набор модулей, связанных с решением математических задач, возникающих при моделировании многокомпонентных сложных динамических систем. Пользователь может заменить существующий компонент, не меняя остальных, и проверить правильность и эффективность предлагаемых собственных решений.</p>	А. А. Исаков, Ю. Б. Сениченков	Санкт-Петербург, Россия
Система POSES++	Предназначена для имитационного моделирования с помощью сетей Петри.	Gesellschaft fur Prozeffautomation & Consulting mbH	Германия
Среда моделирования Powersim	Обладает различными типами инструментов моделирования, которые покрывают все потребности в выполнении моделирования, управления исследованиями или распределенными решениями	Powersim Software AS	Норвегия
Среда моделирования ProModel	инструмент дискретно-событийного моделирования, также позволяет моделировать непрерывные процессы. ProModel используется для оценки,	ProModel Corporation	США

	планирования и проектирования производств, складированная, логистики.		
PTV Vision Vissim	Пакет программного обеспечения по планированию транспортных потоков и организации дорожного движения (визуализация дорожного и пешеходного движения, сопровождение проектов и анализ схем организации движения, моделирование транспортных потоков для АСУ дорожного движения, оптимизация светофорных циклов).	компания «А+С Консалт»	Санкт-Петербург, Россия
Среда моделирования Rand Model Designer	Высокопроизводительная среда объектно-ориентированного моделирования и проектирования на базе математического моделирования сложных природных и технических объектов. Продукт поддерживает технологии проектирования многокомпонентных иерархических событийно-управляемых систем — компонентное моделирование с ориентированными и неориентированными компонентами (связями). Может использоваться для проектирования систем, работающих в реальном времени.	Д. Б. Инихов, Ю. Б. Колесов, Ю. Б. Сениченков	Москва — Санкт-Петербург, Россия
Среда моделирования Renque	Программное обеспечение, которое позволяет пользователям выполнять дискретно-событийное моделирование в графической окружающей среде. У приложения есть все необходимые возможности для построения точных имитационных моделей для любой логической системы или процесса. Renque предлагает рациональный пользовательский интерфейс и универсальный симулятор для моделирования.	RND Technology Consultants, Renque software development	Голландия
Среда моделирования SIMSCRIPT III	Язык, подобный английскому, и инструмент имитационного моделирования. Среда предназначена для дискретно-событийного и гибридного (дискретное/непрерывное) моделирования. SIMSCRIPT III является открытой окружающей средой и дает возможность функциям, написанным на других языках (таких как C, C++ или Java), быть вызванными простыми командами. Быстрый и легкий способ интерфейсной связи со	CACI Advanced Simulation Lab	Сан-Диего, Канада

	специализированными библиотеками, базами данных и пакетами, подобными HLA RTI (High Level Architecture Run-Time Infrastructure)		
Пакет SIMUL8	Среда моделирования, предназначенная для анализа производственных процессов.	Corporate Headquarters	Бостон, США
Инструментальная среда SLX	Язык моделирования общего назначения. Обеспечивает большую гибкость моделей и их расширяемость. Большие скорости выполнения даже при загрузке сложной, комплексной модели. SLX предлагает многоуровневое приближение к реальной системе при создании имитационной модели. Разработчик моделей может выбирать различные уровни программирования деталей, что позволяет построить наиболее функциональный язык моделирования. Девиз разработчика: «SLX дает инструменты. Все, что требуется от вас — это ваше воображение». Ядро SLX обеспечивает строительные блоки, а расширяемый механизм позволяет осуществлять более простой переход к более высоким уровням моделирования.	компания Wolverine Software Coip	США
Среда моделирования TRUE	Программное обеспечение системной динамики, инструмент для имитационного моделирования, анализа и оптимизации динамических систем.	True-System-Dynamics	Страсбург, Франция
Среда моделирования Vensim	Используется для того, чтобы создавать и анализировать высококачественные динамические модели обратной связи. Обладает широкими возможностями для построения крупных и сложных моделей. Модели строятся графически или в текстовом редакторе. Особенности: наличие динамических функций, subscripting (множества), анализ чувствительности Монте-Карло, оптимизация, обработка данных, прикладные интерфейсы.	Ventana Systems	Harvard, Массачусетс, США
Система WebGPSS	Система предназначена для изучения языка GPSS и разработки простейших имитационных моделей при работе в сети Интернет. Сейчас WebGPSS — профессиональная система удаленного обучения GPSS. Языком имитационного моделирования в WebGPSS служит модернизированная	Стокгольмская школа высшей экономики	Швеция

	<p>версия Micro-GPSS. Основными отличиями являются графический интерфейс для работы в сети и некоторые педагогические упрощения. Суть обучения состоит в последовательном выполнении 26 онлайн-уроков по GPSS.</p>		
Witness	<p>Пакет моделирования производственных систем и бизнес-процессов. Применяется для:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• анализа входных данных и результатов экспериментальных данных;</li> <li>• выявления правил и структуры данных;</li> <li>• повышения точности моделей.</li> </ul> <p>Witness имеет средства анализа данных, используемых в модели, с целью выявления тенденции и сопоставления данных, а также обеспечивает возможность определения фундаментальных связей, которые могут повысить уровень принимаемых управленческих решений. Пакет поддерживает блочное графическое моделирование, включает более 50 стандартных блоков. Основные блоки Witness: детали, станки, буфера, работы. Имеется программный компонент для разработки собственного кода в M/даж&gt;-модели, что позволяет обеспечить связь с встроенными COM-библиотеками и автоматически создать функции в Witness для доступа к необходимым библиотекам.</p> <p>Поддерживает связь с базами данных (Oracle, SQL Server, Access и т.п.), есть прямой доступ ко всем электронным таблицам, за исключением форматов сообщений — XML, HTML.</p> <p>Интегрирован с 3D/VR views или Post Processed VR. Поддерживает связь с Microsoft Visio, обеспечивает спектр прямых графических решений CAD. Witness позволяет генерировать отчеты (документацию) созданных процессов.</p>	The Lanner Group Ltd.	США
Программный комплекс «МВТУ»	<p>предназначен для исследования динамики и проектирования разнообразных систем и устройств. По своим возможностям является альтернативой зарубежным</p>	<p>О. С. Козлов, Д. Е. Кондаков, Л. М. Скворцов, К. А. Тимофеев, В. В. Ходяковский, А. М.</p>	Москва, Россия



	программным продуктам Simulink, VisSim. Программный комплекс «МВТУ» применяется для проектирования систем автоматического управления, следящих приводов и роботов-манипуляторов, ядерных и тепловых энергетических установок, а также для решения нестационарных краевых задач (теплопроводность, гидродинамика и др.). Может функционировать в многокомпьютерных моделирующих комплексах, в том числе и в режиме удаленного доступа к технологическим и информационным ресурсам.	Щекатуров	
Программный комплекс RDO-Studio	Основная часть интеллектуальной интегрированной среды имитационного моделирования. Предназначен для разработки и отладки имитационных моделей на языке РДО (ресурсы — действия — операции). Обеспечивает пользователя легким в обращении, но достаточно мощным средством разработки текстов моделей на языке РДО, которое обладает большинством функций по работе с текстами программ, характерных для сред программирования, а также средствами проведения и обработки результатов имитационных экспериментов.	В. В. Емельянов, М. В. Овсянников, С. И. Ясиновский, МГТУ им. Н. Э. Баумана	Москва, Россия

В современном имитационном моделировании существуют три парадигмы, различающиеся уровнем абстракции при создании модели: системная динамика, дискретно-событийное и агентное моделирование. При построении сложных моделей эти подходы могут комбинироваться. Для достижения практических результатов необходимо знать особенности и ограничения каждого из существующих подходов к построению имитационной модели. Выбор той или иной парадигмы обусловлен не столько предметной областью, сколько имеющимися в распоряжении исследователя данными и необходимой для полноты исследования степенью детализации описания системы.

Спектр инструментов для имитационного моделирования довольно широк. Выбирая между универсальными языками программирования и

системами имитационного моделирования, следует учитывать, что для создания уникальных моделей, когда важна скорость выполнения программы, предпочтительными являются универсальные языки программирования, а для решения типовых задач целесообразно выбирать систему имитационного моделирования, предоставляющую необходимые конструкции и функциональные возможности.

## **AnyLogic**

Современные технологии позволяют вывести качество управления компанией на совершенно новый уровень. Использование инструментов по имитационному моделированию позволяет проводить множество экспериментов над процессами в проекте или компании без угрозы для ее существования.

**Скорость и экономия.** Имитационные модели позволяют в сжатые сроки отработать разные варианты работы систем и значительно сэкономить на экспериментах с реальными активами.

**Точность.** AnyLogic задает максимальный уровень детальности, приближая имитационную модель к реальным процессам. Получает точные прогнозы для принятия решения.

**Безопасность.** Анализирует различные сценарии и оценивает степень риска в имитационных моделях до внесения изменений в реальные бизнес-процессы

**Наглядность.** В 2D- и 3D-моделях удобно проверять и обсуждать эффективность и динамику бизнес-процессов в зависимости от заданных параметров

Презентация моделей выполняется в визуально привлекательном и понятном виде: схемы и диаграммы, графические модели, 3D-модели, динамика и анимация.

Удобные и наглядные диаграммы процессов, диаграммы состояния, блок-схемы и диаграммы потоков и накопителей.

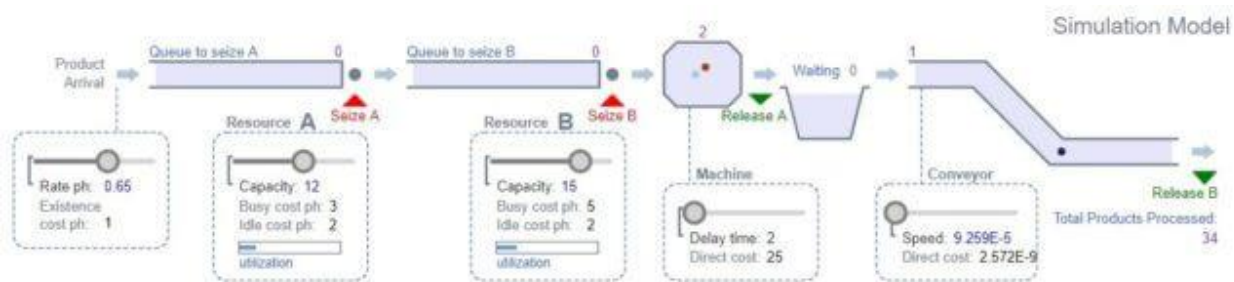


Рисунок 5 – Диаграмма процессов в AnyLogic

Интерактивные фильмы с эффектной 2D и 3D-графикой из блок-схем.

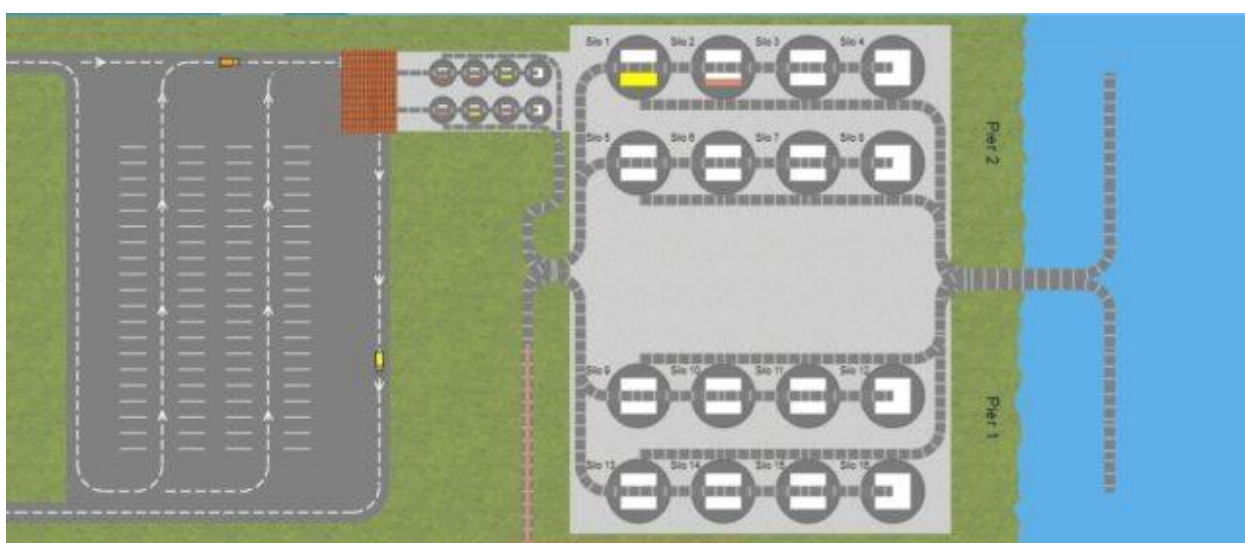


Рисунок 6 – Графика в AnyLogic

Обширный набор графических объектов для визуализации транспортных средств, персонала, оборудования, зданий, других объектов и процессов, связанных с вашим бизнесом.

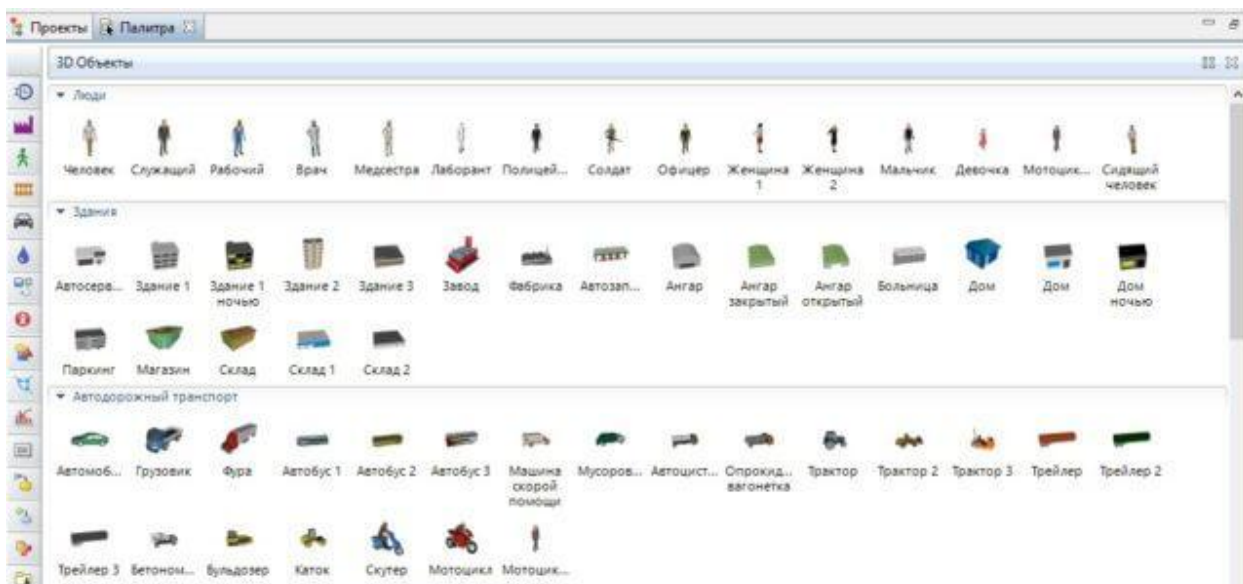


Рисунок 7 - Палитра

Импорт собственных 3D-моделей, изображений, САD-чертежей и шейп-файлов в имитационные модели.

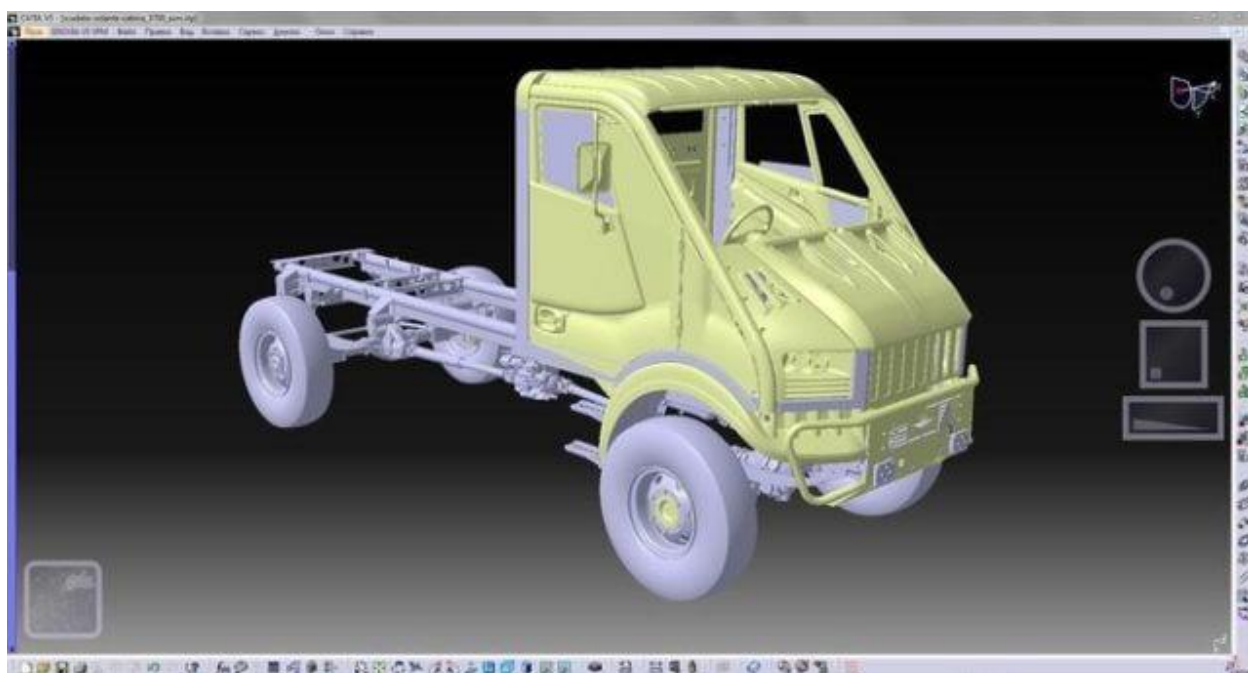


Рисунок 8 – Пример 3D модели

Интуитивно понятная навигация и элементы управления. Удобные и функциональные панели управления моделями.

AnuLogic позволяет напрямую работать с любыми базами данных – 1С,

Oracle, MS SQL, MySQL, PostgreSQL, MS Access, Excel, а также с текстовыми файлами.

Интеграция баз данных дает возможность точно настроить модель под бизнес, позволяя моделировать любые сценарии дальнейшего развития в любой точке времени.

Выходные данные, полученные в процессе моделирования, также легко загрузить обратно в базы данных и, например, сформировать чек-листы или скорректировать планы работ.

Руководство получает эффективное средство для управления издержками, продолжительностью внутренних процессов и количеством / качеством получаемой продукции или услуг.

**Преимущества имитационного моделирования с использованием anylogic:**

- симуляция 1 года функционирования бизнес-системы за 5 минут моделирования;
- повышенная точность за счет тонкой настройки логики взаимодействия элементов системы;
- проведение экспериментов над виртуальной копией бизнес-системы для определения лучшей комбинации ее элементов и их характеристик;
- визуальная демонстрация динамики процесса в 2D и 3D пространстве для лучшего понимания процессов;
- поиск и регистрация «узких мест» системы в процессе моделирования;
- синхронизация с базами данных компании и использование статистики для более точного описания системы;
- оценка рисков влияния вероятностных событий на элементы системы.

AnyLogistix — программная платформа для проектирования, оптимизации и анализа цепи поставок. Совмещает традиционные аналитические методы оптимизации и инновационные технологии имитационного моделирования, позволяя комплексно анализировать цепь поставок.

Использование имитационного моделирования позволяет более точно управлять рисками в цепи поставок и добавлять в проект сложные объекты, такие как склады с детализацией до каждого сотрудника и каждой единицы техники, тестировать любые изменения в цепи.

### **Преимущества anylogistix:**

Совмещение аналитических и имитационных методов моделирования

Все объекты располагаются в ГИС-пространстве, транспорт ездит по реальным дорогам

Наглядно отображаются все KPI и статистические данные

Мощный встроенный оптимизатор CPLEX, разработанный компанией IBM

Любой уровень детализации — до сотрудников склада и конкретных единиц товара

Нет упрощений — все единицы имеют свои реальные параметры, как в жизни

Возможность тестировать любые сценарии и отслеживать последствия

### **Области применения:**

Проектирование цепи поставок

Управление рисками

Планирование производства

Оптимизация цепи поставок

Оценка эффекта хлыста

УСЛУГИ NFP ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ НА ANYLOGISTIX:

Мастер-планирование логистической цепи

Принятие решений о модернизации, смене складов, о постройке собственных или аренде складов, их оптимальное местоположение

Оптимизация затрат на транспорт (закупить транспорт, арендовать или комбинировать, в каком количестве)

Отслеживание взаимосвязей (влияние производства на цепочку поставок)

Тестирование логистической цепи под повышенной нагрузкой (распродажи, сезонность)

Работа с рисками (операционные риски и disruption risks)

Разработка расписаний работы склада, графиков инвентаризаций, которые не вызовут остановки работ

Безопасное сокращение запасов

Оптимизация распределения товара по местам хранения

Оптимизация работы транспорта, построение оптимальных маршрутов доставки

Повышение уровня сервиса, сокращение сроков доставки, снижение издержек на транспортировку, хранение, сортировку

#### СРЕДСТВА ИНТЕГРАЦИИ

anyLogistix позволяет получать данные из Excel, текстовых документов или любых баз данных — 1C, Oracle, MS SQL, MySQL, PostgreSQL, MS Access. Встроенная интеграция AnyLogic позволяет максимально точно моделировать логистические цепи, например, можно добавить в модель главный склад с детализацией до каждого сотрудника, подъемника, их маршрутов и расписаний [3].

## 2. Марковские процессы

Очень удобно описывать появление случайных событий в виде вероятностей переходов из одного состояния системы в другое, так как при этом считается, что, перейдя в одно из состояний, система не должна далее учитывать обстоятельства того, как она попала в это состояние.

Случайный процесс называется марковским процессом (или процессом без последствия), если для каждого момента времени  $t$  вероятность любого состояния системы в будущем зависит только от ее состояния в настоящем и не зависит от того, как система пришла в это состояние.

Итак, марковский процесс удобно задавать графом переходов из состояния в состояние. Мы рассмотрим два варианта описания марковских процессов — с дискретным и непрерывным временем.

В первом случае переход из одного состояния в другое происходит в заранее известные моменты времени — такты (1, 2, 3, 4, ...). Переход осуществляется на каждом такте, то есть исследователя интересует только последовательность состояний, которую проходит случайный процесс в своем развитии, и не интересует, когда конкретно происходил каждый из переходов.

Во втором случае исследователя интересует и цепочка меняющихся друг друга состояний, и моменты времени, в которые происходили такие переходы.

Если вероятность перехода не зависит от времени, то марковскую цепь называют однородной.

## 2.1. Марковские цепи

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем называют марковской цепью. Для такого процесса моменты  $t_1, t_2, \dots$ , когда система  $S$  может менять свое состояние, рассматривают как последовательные шаги процесса, а в качестве аргумента, от которого зависит процесс, выступает не время  $t$ , а номер шага  $1, 2, \dots, k, \dots$ . Случайный процесс в этом случае характеризуется последовательностью состояний  $S(0), S(1), S(2), \dots, S(k), \dots$ , где  $S(0)$  - начальное состояние системы (перед первым шагом);  $S(1)$  - состояние системы после первого шага;  $S(k)$  - состояние системы после  $k$ -го шага.

Событие  $\{S(k) = S_i\}$ , состоящее в том, что сразу после  $k$ -го шага система



находится в состоянии  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), является случайным событием. Последовательность состояний  $S(0), S(1), S(2), \dots, S(k), \dots$  можно рассматривать как последовательность случайных событий. Такая случайная последовательность событий называется *марковской цепью* если для каждого шага вероятность перехода из любого состояния  $S_i$  в любое  $S_j$  не зависит от того, когда и как система пришла в состояние  $S_i$ . Начальное состояние  $S(0)$  может быть заданным заранее или случайным.

Вероятностями состояний цепи Маркова называются вероятности  $P_i(k)$  того, что после  $k$ -го шага (и до  $(k+1)$ -го) система  $S$  будет находиться в состоянии  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Очевидно, что для любого  $k$

$$\sum_{i=1}^n P_i(k) = 1.$$

Начальным распределением вероятностей марковской цепи называется распределение вероятностей состояний в начале процесса:

$$P_1(0), P_2(0), \dots, P_i(0), \dots, P_n(0).$$

В частном случае, если начальное состояние системы  $S$  в точности известно  $S(0) = S_i$ , то начальная вероятность  $P_i(0) = 1$ , а все остальные равны нулю.

Вероятностью перехода (переходной вероятностью) на  $k$ -ом шаге из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  называется вероятность того, что система  $S$  после  $k$ -го шага окажется в состоянии  $S_j$  при условии, что непосредственно перед этим (после  $(k-1)$ -го шага) она находилась в состоянии  $S_i$ . Поскольку система может пребывать в одном из  $n$  состояний, то для каждого момента времени  $t$  необходимо задать  $n^2$  вероятностей перехода  $P_{ij}$ , которые удобно представить в виде следующей матрицы:

$$\begin{matrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \parallel P_{ij} \parallel & = & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{i1} & P_{i2} & \dots & P_{in} \end{matrix}$$

... ..

$P_{n1} P_{n2} \dots P_{nn}$

где  $P_{ij}$  - вероятность перехода за один шаг из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ ;

$P_{ii}$  - вероятность задержки системы в состоянии  $S_i$ .

Эта матрица называется переходной или матрицей переходных вероятностей. Если переходные вероятности не зависят от номера шага (от времени), а зависят только от того, из какого состояния в какое осуществляется переход, то соответствующая цепь Маркова называется однородной.

Переходные вероятности однородной марковской цепи  $P_{ij}$  образуют квадратную матрицу размера  $n \times n$ . Отметим некоторые ее особенности:

1. Каждая строка характеризует выбранное состояние системы, а ее элементы представляют собой вероятности всех возможных переходов за один шаг из выбранного (из  $i$ -го) состояния, в том числе и переход в самое себя;

2. Элементы столбцов показывают вероятности всех возможных переходов системы за один шаг в заданное ( $j$ -ое) состояние (иначе говоря, строка характеризует вероятность перехода системы из состояния, а столбец - в состояние);

3. Сумма вероятностей каждой строки равна единице, так как переходы образуют полную группу несовместных событий:

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1, i = 1, \dots, n;$$

4. По главной диагонали матрицы переходных вероятностей стоят вероятности  $P_{ii}$  того, что система не выйдет из состояния  $S_i$ , а останется в нем [4].

Если для однородной марковской цепи заданы начальное

распределение вероятностей и матрица переходных вероятностей, то вероятности состояний системы  $P_i(k)$  ( $i=1, \dots, n; j=1, \dots, n$ ) определяются по рекуррентной формуле:

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(k-1) \cdot P_{ij}, (i=1, \dots, n; j=1, \dots, n).$$

**Задачи.**

1. В процессе эксплуатации компьютер рассматривается как физическая система, которая по результатам проверки может оказаться в следующем состоянии: S1 – компьютер исправен, S2 – имеет неисправности жесткого диска, при которой могут решаться задачи, S3 – имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач, S4 – компьютер полностью вышел из строя. В начальный момент времени компьютер полностью исправен. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{vmatrix}.$$

Определить вероятности состояний компьютера после трех проверок.

2. В процессе эксплуатации компьютер рассматривается как физическая система, которая по результатам проверки может оказаться в следующем состоянии: S1 – компьютер исправен, S2 – имеет неисправности жесткого диска, при которой могут решаться задачи, S3 – компьютер полностью вышел из строя. В начальный момент времени компьютер полностью исправен. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определить вероятности состояний компьютера после трех проверок.

3. В моменты времени  $t_1, t_2$  и  $t_3$  производится осмотр компьютера.

Возможны следующие его состояния: S1 – полностью исправен, S1 – незначительные неисправности, S2 – существенные неисправности, позволяющие решать ограниченное число задач и S3 – компьютер полностью вышел из строя. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,5 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0,8 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{vmatrix}.$$

Построить граф состояний и найти вероятности состояния компьютера после одного, двух и трех осмотров, если вначале компьютер был полностью исправен.

4. В моменты времени t1, t2 и t3 производится осмотр компьютера. Возможны следующие его состояния: S1 – полностью исправен, S1 – незначительные неисправности, S2 – существенные неисправности, позволяющие решать ограниченное число задач и S3 – компьютер полностью вышел из строя. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{vmatrix}.$$

Построить граф состояний и найти вероятности состояния компьютера после одного, двух и трех осмотров, если вначале компьютер был полностью исправен.

5. Магазин продает 2 марки автомобилей А и В. Для них имеют место различные матрицы переходных вероятностей, соответствующие состояниям «работает» (состояние 1) и «требует ремонта» (состояние 2):

$$\text{автомобиль марки А } P_a = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0,6 & 0,4 \end{vmatrix}$$

$$\text{автомобиль марки В } P_b = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0,7 & 0,3 \end{vmatrix}$$

Элементы матрицы определены за год эксплуатации автомобиля..

1. Найти вероятности состояний для каждой марки автомобиля двух лет

эксплуатации, если в начальном состоянии автомобиль работает.

2. Определить марку автомобиля, являющуюся наилучшей для приобретения в личное пользование.

6. Магазин продает 2 марки компьютеров А и В. Для них имеют место различные матрицы переходных вероятностей, соответствующие состояниям «работает» (состояние 1) и «требуется ремонт» (состояние 2):

$$\text{компьютер марки А } P_a = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,7 & 0,3 \end{vmatrix}$$

$$\text{компьютер марки В } P_b = \begin{vmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,6 & 0,4 \end{vmatrix}$$

Элементы матрицы определены за год эксплуатации компьютера.

1. Найти вероятности состояний для каждой марки компьютера двух лет эксплуатации, если в начальном состоянии компьютер работает.

2. Определить марку компьютера, являющуюся наилучшей для приобретения в личное пользование.

7. Система S-автомобиль может находиться в одном из пяти возможных состояний:

- исправен, работает;
- неисправен, ожидает осмотра;
- осматривается;
- ремонтируется;
- списывается.

Постройте граф состояний системы.

8. Магазин продает 3 марки компьютеров А, В и С. Для них имеют место различные матрицы переходных вероятностей, соответствующие состояниям «работает» (состояние 1) и «требуется ремонт» (состояние 2):

$$\text{компьютер марки А } P_a = \begin{vmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,7 & 0,3 \end{vmatrix}$$

$$\text{компьютер марки В } P_b = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 \end{vmatrix}$$

$$P_c = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Элементы матрицы определены за год эксплуатации компьютера.

1. Найти вероятности состояний для каждой марки компьютера двух лет эксплуатации, если в начальном состоянии компьютер работает.

2. Определить марку компьютера, являющуюся наилучшей для приобретения в личное пользование.

9. Техническое устройство имеет два возможных состояния: S1- «исправно, работает»; S2 – «неисправно, ремонтируется». Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_a = \begin{pmatrix} 0,75 & 0,25 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Постройте граф состояний. Найдите вероятности состояний после третьего шага в установившемся режиме, если в начальном состоянии техническое устройство исправно.

10. Техническое устройство имеет два возможных состояния: S1- «исправно, работает»; S2 – «неисправно, ремонтируется». Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_a = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Постройте граф состояний. Найдите вероятности состояний после третьего шага в установившемся режиме, если в начальном состоянии техническое устройство исправно.

11. В процессе эксплуатации компьютер рассматривается как физическая система, которая по результатам проверки может оказаться в следующем состоянии: S1 – компьютер исправен, S2 – имеет неисправности жесткого диска, при которой могут решаться задачи, S3 – компьютер полностью вышел из строя. В начальный момент времени компьютер полностью исправен. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определить вероятности состояний компьютера после трех проверок.

12. В процессе эксплуатации компьютер рассматривается как физическая система, которая по результатам проверки может оказаться в следующем состоянии: S1 – компьютер исправен, S2 – имеет неисправности жесткого диска, при которой могут решаться задачи, S3 – имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач, S4 – компьютер имеет серьезные дефекты и может решать некоторые задачи, S5 - полностью вышел из строя. В начальный момент времени компьютер полностью исправен. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,4 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определить вероятности состояний компьютера после двух проверок.

13. В процессе эксплуатации компьютер рассматривается как физическая система, которая по результатам проверки может оказаться в следующем состоянии: S1 – компьютер исправен, S2 – имеет неисправности жесткого диска, при которой могут решаться задачи, S3 – имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач, S4 – компьютер имеет серьезные дефекты и может решать некоторые задачи, S5 - полностью вышел из строя. В начальный момент времени компьютер полностью исправен. Матрица переходных вероятностей имеет вид

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,3 & 0,3 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,3 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0 & 0,6 & 0,4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определить вероятности состояний компьютера после двух проверок.

## 2.2 Непрерывные марковские цепи

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем называется непрерывной цепью Маркова при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит не в фиксированные, а в случайные моменты времени.

Пусть система характеризуется  $n$  состояниями  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$ , а переход из состояния в состояние может осуществляться в любой момент времени. Обозначим через  $P_i(t)$  вероятность того, что в момент времени  $t$  система  $S$  будет находиться в состоянии  $S_i (i = 0, 1, \dots, n)$ . Требуется определить для любого времени вероятности состояний  $P_0(t), P_1(t), \dots, P_n(t)$ . Очевидно, что

$$\sum_{i=0}^n P_i(t) = 1.$$

Для процесса с непрерывным временем вместо переходных вероятностей  $P_{ij}$  рассматриваются плотности (интенсивности) перехода  $\lambda_{ij}$ , представляющие собой предел отношения вероятности перехода системы за время  $\Delta t$  из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  к длине промежутка  $\Delta t$ :

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [P_{ij}(t; \Delta t)] / \Delta t,$$

где  $P_{ij}(t; \Delta t)$  - вероятность того, что система, пребывавшая в момент  $t$  в состоянии  $S_i$ , за время  $\Delta t$  перейдет из него в состояние  $S_j$  (при этом всегда  $i \neq j$ ).

Если  $\lambda_{ij} = \text{const}$  то процесс называется однородным, если плотность (интенсивность) зависит от времени  $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t)$ , то процесс называется неоднородным.

При рассмотрении непрерывных марковских процессов принято представлять переходы системы  $S$  из состояния в состояние как поток событий. Если все эти потоки пуассоновские, то процесс, протекающий в



системе  $S$ , будет марковским. При этом в графе состояний над стрелками, ведущими из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$ , проставляются соответствующие интенсивности  $\lambda_{ij}$ . Такой граф называют размеченным.

Пусть система  $S$  имеет конечное число состояний  $S_0, S_1, \dots, S_n$ . Случайный процесс, протекающий в этой системе, описывается вероятностями состояний  $P_0(t), P_1(t), \dots, P_n(t)$ , где  $P_i(t)$  - вероятность того, что система  $S$  в момент  $t$  находится в состоянии  $S_i$ . Вероятности состояний  $P_i(t)$  находят путем решения системы дифференциальных уравнений (уравнений Колмогорова), имеющих вид:

$$dP_i(t)/dt = \sum_{j \neq i} \lambda_{ji} P_j(t) - P_i(t) \cdot \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}, \text{ где } i = 0, 1, \dots, n.$$

Величина  $\sum_{j \neq i} \lambda_{ji} P_j(t)$  называется потоком вероятности перехода из состояния  $S_i$  в  $S_j$ , причем интенсивность потоков  $\lambda_{ij}$  может зависеть от времени или быть постоянной. Рассмотренное уравнение составляют по размеченному графу состояний системы, пользуясь следующим мнемоническим правилом: «производная вероятности каждого состояния равна сумме всех потоков, идущих из других состояний в данное состояние, минус сумма всех потоков, идущих из данного состояния в другие».

Чтобы решить систему дифференциальных уравнений нужно задать начальное распределение вероятностей  $P_0(0), P_1(0), \dots, P_n(0)$ . Для решения применяют численные методы, например, метод Рунге-Кутты. Получаемые результаты (вероятность каждого состояния) можно трактовать как среднее относительное время пребывания системы в данном состоянии.

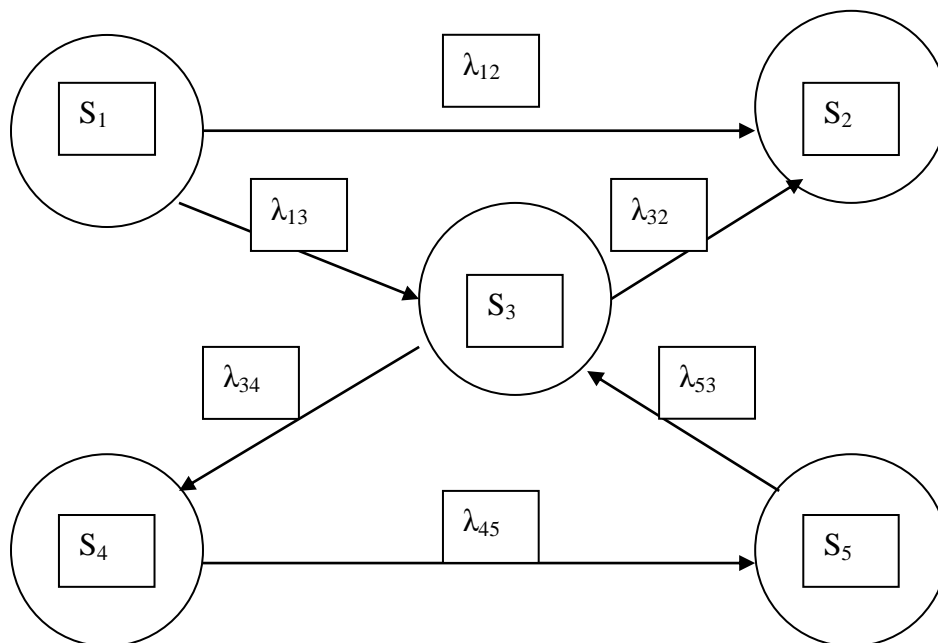
Необходимо отметить, что в непрерывных марковских цепях переходы понимаются как случайные потоки событий. Различают следующие основные свойства таких потоков:

- стационарность (неизменность режима потока событий во времени);
- ординарность (за малый промежуток времени практически невозможно появление более одного события);
- отсутствие последствия (события в двух непересекающихся промежутках времени никак не влияют друг на друга).

Поток, одновременно обладающий всеми этими свойствами, называют простейшим потоком событий. Для такого потока интенсивность  $\lambda = const$ .

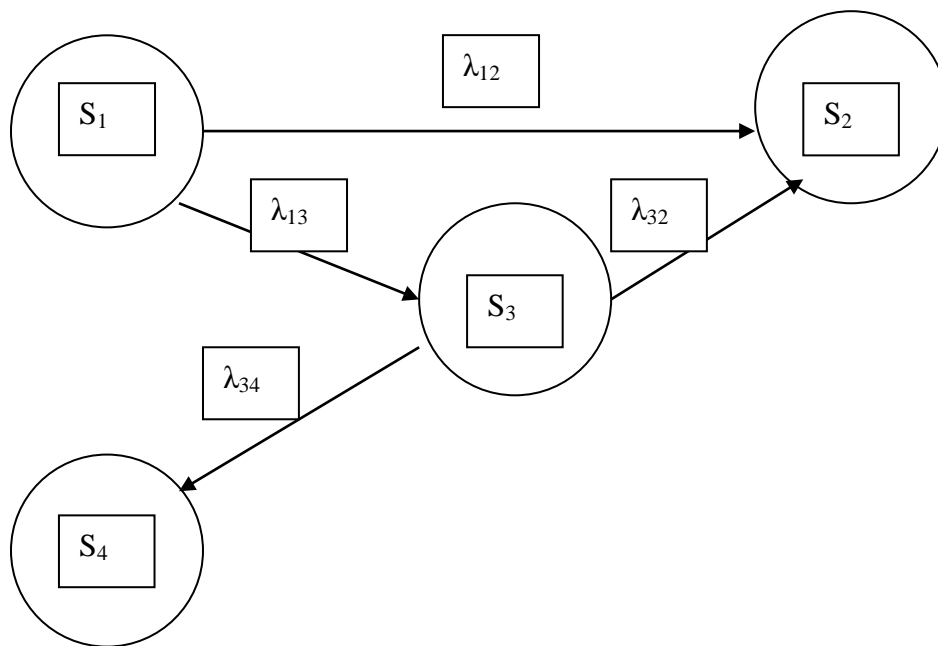
**Задачи.**

1. Размеченный граф состояний системы  $S$  имеет вид, показанный на рисунке.



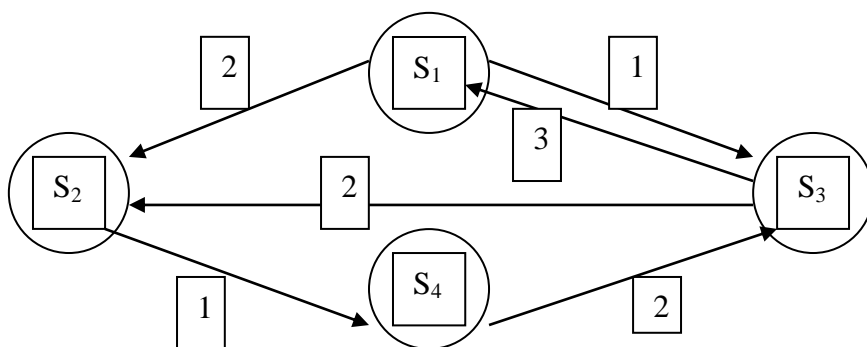
Запишите систему дифференциальных уравнений Колмогорова и начальные условия для решения системы, если известно, что в начальный момент система находится в состоянии  $S_1$ .

2. Размеченный граф состояний системы  $S$  имеет вид, показанный на рисунке.



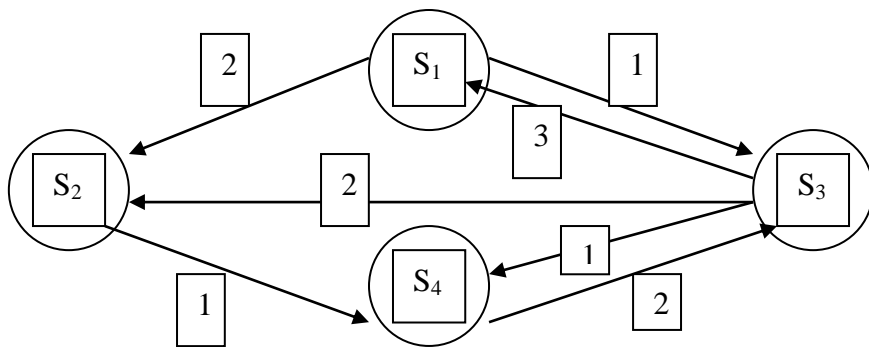
Запишите систему дифференциальных уравнений Колмогорова и начальные условия для решения системы, если известно, что в начальный момент система находится в состоянии  $S_1$ .

3. Экономическая система  $S$  имеет возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний системы с указанием численных значений интенсивностей перехода показан на рисунке.



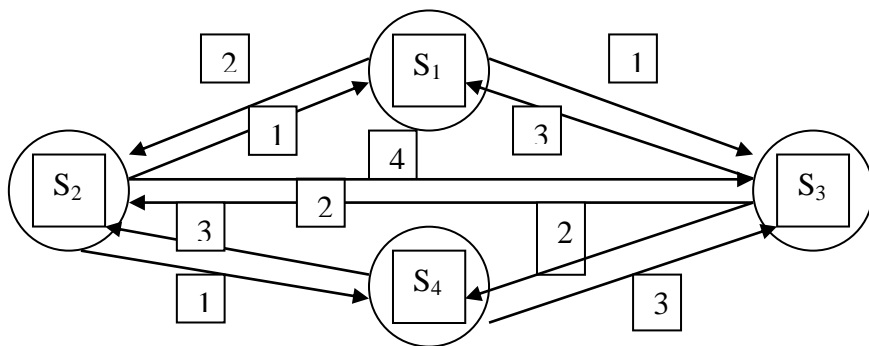
Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

4. Экономическая система  $S$  имеет возможные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Размеченный граф состояний системы с указанием численных значений интенсивностей перехода показан на рисунке.



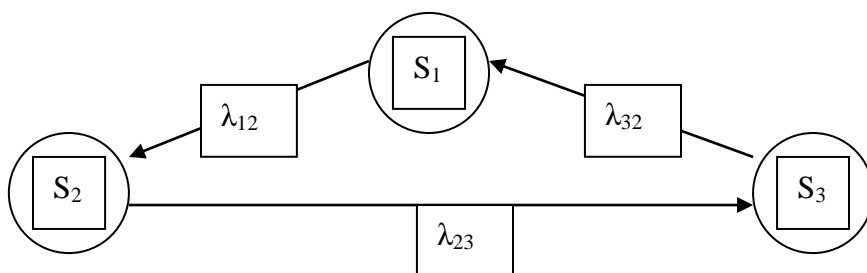
Вычислите вероятности состояний в стационарном режиме.

5. Размеченный граф состояний экономической системы с указанием численных значений интенсивности перехода системы показан на рисунке.



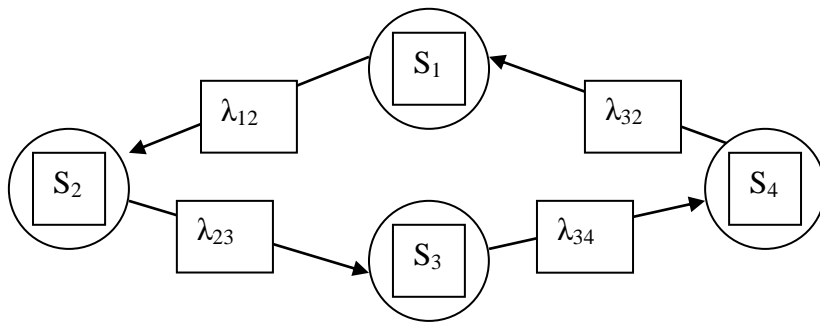
Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний в установившемся режиме. Определите финальные вероятности состояний системы.

6. Граф состояний системы показан на рисунке.



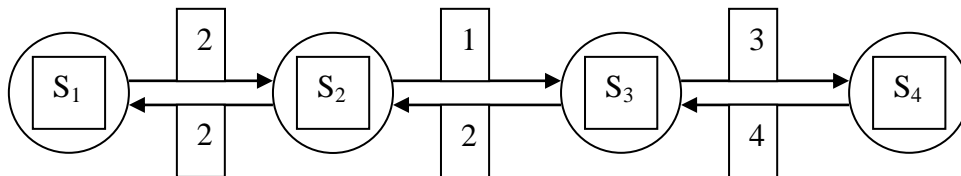
Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний в стационарном режиме и найдите выражение для этих вероятностей.

7. Граф состояний системы показан на рисунке.



Напишите алгебраические уравнения для вероятностей состояний в стационарном режиме и найдите выражение для этих вероятностей.

8. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме для процесса гибели и размножения, граф которого показан на рисунке.



9. На автотранспортном предприятии эксплуатируются модели автомобилей  $\lambda=5$  авт/год. Средний срок службы автомобиля со списания  $T_c=7$  лет. Величина  $T_c$  распределена по экспоненциальному закону с параметром  $\mu=1/T_c$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме, если число автомобилей в автотранспортном предприятии не ограничено.

10. Решите 9 задачу для ограниченного числа эксплуатируемых автомобилей,  $n=60$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме на автотранспортном предприятии.

11. На автотранспортном предприятии эксплуатируются модели автомобилей  $\lambda=4$  авт/год. Средний срок службы автомобиля со списания  $T_c=6$  лет. Величина  $T_c$  распределена по экспоненциальному закону с параметром  $\mu=1/T_c$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме,

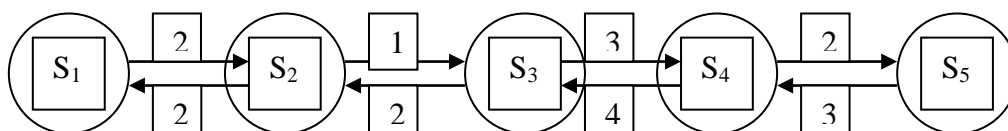
если число автомобилей в автотранспортном предприятии не ограничено.

12. Решите 11 задачу для ограниченного числа эксплуатируемых автомобилей,  $n=50$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме на автотранспортном предприятии.

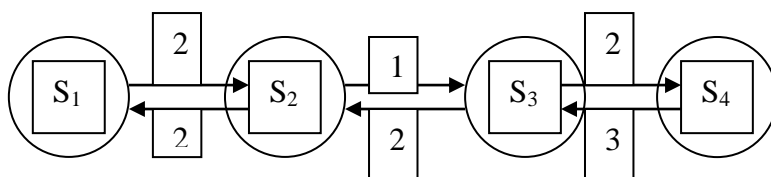
13. На автотранспортном предприятии эксплуатируются модели автомобилей  $\lambda=5$  авт/год. Средний срок службы автомобиля со списания  $T_c=8$  лет. Величина  $T_c$  распределена по экспоненциальному закону с параметром  $\mu=1/T_c$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме, если число автомобилей в автотранспортном предприятии не ограничено.

14. Решите 13 задачу для ограниченного числа эксплуатируемых автомобилей,  $n=55$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме на автотранспортном предприятии.

15. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.



16. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.



17. На автотранспортном предприятии (АТП) эксплуатируются модели автомобилей одной марки. Интенсивность поступления на АТП новых

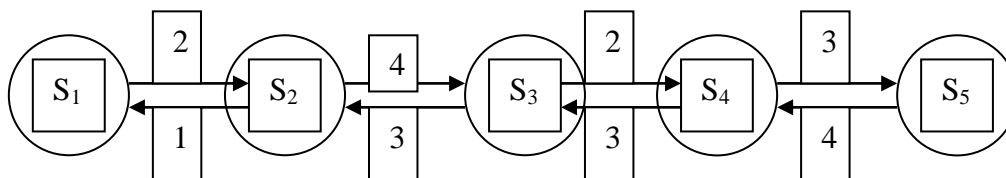
автомобилей  $\lambda=4$  авт/год. Средний срок службы автомобиля до списания  $T_{сп}=7$  лет. Величина  $T_{сп}$  распределена по экспоненциальному закону с параметром  $\mu=1/T_{сп}$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа автомобилей в стационарном режиме, если число автомобилей в АТП не ограничено.

18. На автотранспортном предприятии (АТП) эксплуатируются модели автомобилей одной марки. Интенсивность поступления на АТП новых автомобилей  $\lambda=6$  авт/год. Средний срок службы автомобиля до списания  $T_{сп}=8$  лет. Величина  $T_{сп}$  распределена по экспоненциальному закону с параметром  $\mu=1/T_{сп}$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа автомобилей в стационарном режиме, если число автомобилей в АТП не ограничено.

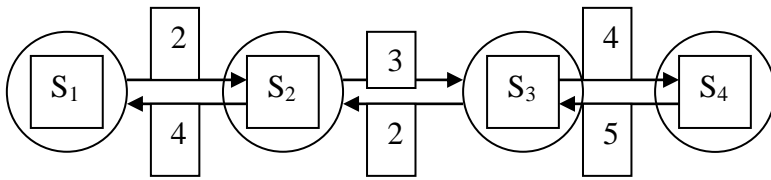
19. В задаче 18 число эксплуатируемых автомобилей ограничено  $n=50$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме на АТП.

20. В задаче 18 число эксплуатируемых автомобилей ограничено  $n=65$ . Найдите финальные вероятности и математическое ожидание числа эксплуатируемых автомобилей в стационарном режиме на АТП.

21. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.



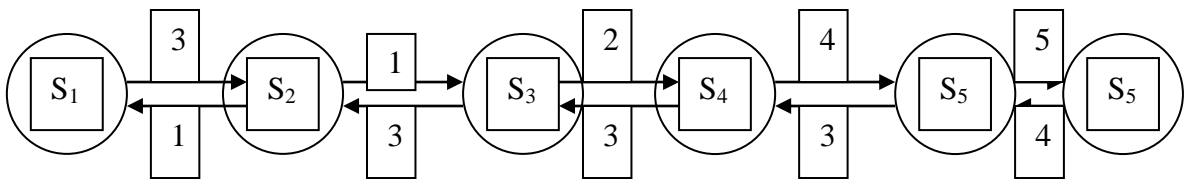
22. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.



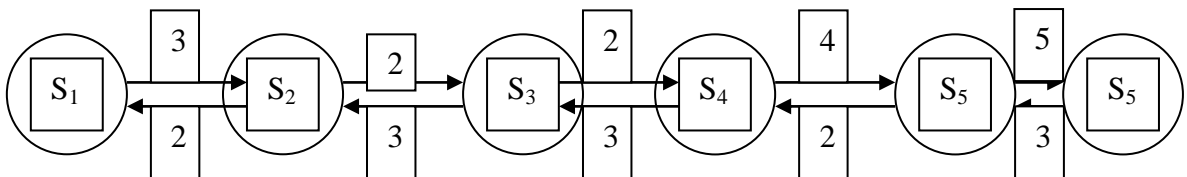
23. Рассматривается производство персональных компьютеров на заводе. Поток производимых компьютеров - простейший пуассоновский с интенсивностью  $\lambda=1200$  год<sup>-1</sup>. Определите вероятность выпуска 5000 компьютеров. За 4 года работы предприятия вычислите характеристики процесса производства компьютеров  $m[X(t)]$  и  $D[X(t)]$  при  $t=4$  года. Постройте граф состояний процесса производства ПК.

24. Рассматривается производство персональных компьютеров на заводе. Поток производимых компьютеров - простейший пуассоновский с интенсивностью  $\lambda=1100$  год<sup>-1</sup>. Определите вероятность выпуска 4500 компьютеров. За 4 года работы предприятия вычислите характеристики процесса производства компьютеров  $m[X(t)]$  и  $D[X(t)]$  при  $t=4$  года. Постройте граф состояний процесса производства ПК.

25. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.



26. Найдите вероятности состояний в установившемся режиме процесса гибели и размножения, граф которого представлен на рисунке.





### 3. Системы массового обслуживания

#### 3.1 Основные понятия теории массового обслуживания

Системой массового обслуживания (СМО) называется комплекс взаимосвязанных элементов, состоящий из некоторого числа обслуживающих единиц (каналов), в котором происходит удовлетворение массовых запросов (требований), поступающих в систему в случайные моменты времени. Обслуживание каждой заявки длится в течение некоторого случайного времени и зависит от показателей эффективности системы. После того, как заявка обслужена, она покидает канал, и система готова к приему очередной заявки. Примеры СМО - телефонная станция, автостоянка, кассир магазина, служба занятости.

Основные элементы СМО - источник требований, входящий поток заявок, каналы обслуживания, выходящий поток заявок.

Предметом теории СМО является построение математических моделей (т. е. образов реального экономического объекта, описанных с помощью уравнений, формул, графиков, схем и т. д.) для теоретического анализа и практического использования свойств СМО.

Показатели эффективности СМО - характеристики работы системы, описывающие ее способность справляться с потоком заявок. Эффективность функционирования СМО описывается такими показателями:

- 1) Эффективность использования СМО - абсолютная или относительная пропускные способности системы, среднее число занятых каналов (коэффициент использования СМО), средняя продолжительность использования СМО, интенсивность нагрузки канала;
- 2) Качество обслуживания заявок - среднее число заявок, обслуженных СМО в единицу времени, вероятность простоя системы, вероятность отказа в обслуживании, среднее число заявок в очереди, среднее число заявок в системе и др.

Поток заявок, поступающих в систему, характеризуется интенсивностью  $\lambda$ , то есть частотой появления заявок в системе, или средним числом заявок, поступающих в систему в единицу времени.

Интенсивность  $\mu$  потока обслуживаний,- это величина, обратная среднему времени обслуживания, или число заявок, обслуженных системой в единицу времени.

Интенсивность нагрузки канала обслуживания  $\rho$ , - это величина, показывающая среднее число заявок, поступающее в систему за среднее время обслуживания одной заявки:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1)$$

При этом его экономический смысл заключается в том, что показатель  $\rho$ , - это среднее число каналов, которое необходимо иметь, чтобы обслуживать в единицу времени все поступающие в систему требования.

Условие

$$\frac{\rho}{n} < 1 \quad (2)$$

где  $n$  - число каналов обслуживания, означает, что необходимое число каналов обслуживания должно быть больше  $\rho$ .

### 3.2 Классификация СМО

## По дисциплине обслуживания:

СМО с *отказами*, когда заявка, поступившая в систему в момент, когда все каналы заняты, остается необслуженной

СМО с *ожиданием (очередью)*, в которых заявка в случае занятости всех каналов становится в очередь и ожидает обслуживания

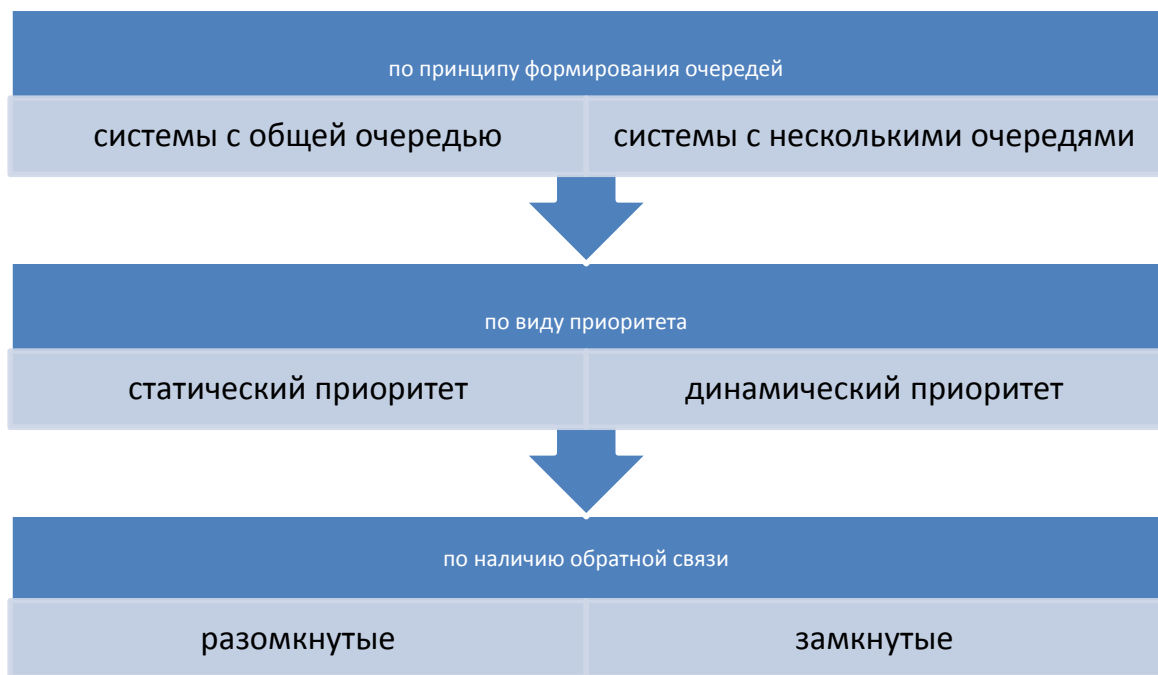
Системы с ограничением *длины очереди*

Системы с ограниченным *временем ожидания*

## По месту нахождения источника требований:

*замкнутые* СМО, когда источник требований находится в самой системе

Открытые СМО, когда источник требований находится вне системы



### 3.3 Показатели эффективности СМО

СМО с отказами.

Важнейшими показателями эффективности СМО с отказами являются следующие параметры:

1. Абсолютная пропускная способность системы;
2. Относительная пропускная способность системы [5].

- Абсолютной пропускной способностью СМО называется среднее число заявок, которое может обслужить система за единицу времени.

- Относительной пропускной способностью СМО называется средняя доля поступивших заявок, обслуживаемая системой, т.е. отношение среднего числа заявок, которое может обслужить система за единицу времени, к среднему числу заявок, поступивших в систему за это время.

В некоторых практических задачах используются и другие показатели эффективности СМО с отказами, например, среднее число занятых каналов, среднее относительное время простоя системы, среднее относительное время простоя отдельного канала и т.п.

Перейдем теперь к СМО с ожиданием.

В качестве показателей эффективности СМО с неограниченным ожиданием применяются следующие параметры:

1. Среднее число заявок в очереди;
2. Среднее число обслуживаемых заявок;
3. Среднее время ожидания заявки в очереди;
4. Среднее время обслуживания заявки.

Поскольку в СМО с неограниченным ожиданием каждая заявка, в конце концов, обслуживается, то для таких систем абсолютная пропускная способность совпадает с интенсивностью входящего потока заявок.

У СМО с ограниченным ожиданием в качестве показателей эффективности используются как показатели эффективности СМО с отказами, так и показатели эффективности СМО с неограниченным ожиданием.

При исследовании многоканальных систем в дополнение к перечисленным выше показателям эффективности используются параметры, описывающие каждый из каналов.

### **Расчет показателей эффективности многоканальной СМО с отказами**

$n(n > 1)$  Число каналов обслуживания

$\lambda$  - Интенсивность входящего потока заявок

$\rho$  - Приведенная интенсивность потока заявок

$p_0, p_1, \dots, p_n$  - Вероятность того, что занято 0, 1, ..., n каналов, соответственно

$q$  - Относительная пропускная способность СМО

$A$  - Абсолютная пропускная способность СМО

$P_{serv}$  - Вероятность того, что заявка будет обслужена

$P_{otk}$  - Вероятность того, что заявка получит отказ

$\bar{k}$  - Среднее число занятых каналов

### 3.4 Одноканальные модели систем массового обслуживания (СМО)

Одноканальные СМО с отказом [6].

1. Одноканальная СМО с отказами является телефонной линией. Заявка, пришедшая в момент, когда линия занята, получает отказ. Все потоки событий простейшие. Интенсивность потока  $\lambda=0,9$  вызова в минуту. Средняя продолжительность разговора  $t=1,1$  мин. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

2. Одноканальная СМО с отказами является компьютером. Заявка, пришедшая в момент, когда компьютер занята, получает отказ. Все потоки событий простейшие. Интенсивность потока  $\lambda=0,85$  требования в час. Средняя продолжительность обслуживания  $t=1,2$  час. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

3. В одноканальную СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda=0,55$  заявки в минуту. Время обслуживания заявки составляет  $t=1,3$  мин. Найдите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

4. В одноканальную СМО с отказами поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda=0,65$  заявки в минуту. Время обслуживания заявки составляет  $t=1,2$  мин. Найдите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

5. Рассматриваются две одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,45$  и  $\lambda=0,5$  заявки в час. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,3$ , а второй  $t=1,35$  час. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите более эффективную из них.

6. Рассматриваются две одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,75$  и  $\lambda=0,7$

заявки в мин. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,35$ , а второй  $t=1,4$  мин. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите более эффективную из них.

7. Рассматриваются три одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,45$ ,  $\lambda=0,5$  и  $\lambda=0,55$  заявки в час. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,3$ , второй  $t=1,35$ , а третьей  $t=1,4$  час. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите наиболее эффективную из них.

8. Рассматриваются три одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,65$ ,  $\lambda=0,6$  и  $\lambda=0,55$  заявки в час. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,4$ , второй  $t=1,45$ , а третьей  $t=1,5$  час. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите наиболее эффективную из них.

9. Рассматриваются три одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,35$ ,  $\lambda=0,4$  и  $\lambda=0,45$  заявки в мин. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,1$ , второй  $t=1,2$ , а третьей  $t=1,3$  мин. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите наиболее эффективную из них.

10. Рассматриваются три одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,85$ ,  $\lambda=0,9$  и  $\lambda=0,95$  заявки в час. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,6$ , второй  $t=1,65$ , а третьей  $t=1,7$  час. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите наиболее эффективную из них.

11. Рассматриваются две одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,25$  и  $\lambda=0,35$  заявки в час. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,0$ , а второй

$t=1,2$  час. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите более эффективную из них.

12. Рассматриваются две одноканальные СМО с отказами, в которые поступают простейшие потоки заявок с интенсивностями  $\lambda=0,65$  и  $\lambda=0,75$  заявки в мин. Время обслуживания первой заявки составляет  $t=1,5$ , а второй  $t=1,6$  мин. Найдите вероятностные характеристики каждой СМО в стационарном режиме и определите более эффективную из них.

13. Одноканальная СМО с отказами является аудиторской фирмой. Заявка, пришедшая в момент, когда аудитор занят, получает отказ. Все потоки событий простейшие. Интенсивность потока  $\lambda=1,3$  заявки в сутки. Средняя продолжительность разговора  $t=2,5$  суток. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

Одноканальные СМО с ожиданием [7].

14. В информационном центре работает 4 персональных компьютера. Простейший поток задач, поступающих в информационный центр имеет интенсивность  $\lambda=11$  задач в час. Среднее время решения задачи составляет 20 минут. Требование получает отказ, если все персональные компьютеры заняты. Определите вероятностные характеристики СМО.

15. В информационном центре работает 6 персональных компьютера. Простейший поток задач, поступающих в информационный центр имеет интенсивность  $\lambda=12$  задач в час. Среднее время решения задачи составляет 15 минут. Требование получает отказ, если все персональные компьютеры заняты. Определите вероятностные характеристики СМО.

16. В аудиторскую фирму поступает простейший поток заявок на обслуживание с интенсивностью  $\lambda=1,7$  заявки в день. Время обслуживания подчиняется экспоненциальному закону и равно в среднем трем дням. Аудиторская фирма располагает 6 независимыми бухгалтерами, выполняющими аудиторские проверки. Очередь заявок не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована. Определите вероятностные



характеристики аудиторской фирмы в стационарном режиме.

17. В аудиторскую фирму поступает простейший поток заявок на обслуживание с интенсивностью  $\lambda=1,8$  заявки в день. Время обслуживания подчиняется экспоненциальному закону и равно в среднем трем дням. Аудиторская фирма располагает 5 независимыми бухгалтерами, выполняющими аудиторские проверки. Очередь заявок не ограничена. Дисциплина очереди не регламентирована. Определите вероятностные характеристики аудиторской фирмы в стационарном режиме.

18. На пункт техосмотра поступает простейший поток заявок интенсивности  $\lambda=5$  машины в час. Время осмотра распределено по экспоненциальному закону и равно в среднем 18 минуты. В очереди может находиться не более 5 автомобилей. Определите вероятностные характеристики пункта техосмотра в стационарном режиме.

19. На пункт техосмотра поступает простейший поток заявок интенсивности  $\lambda=3$  машины в час. Время осмотра распределено по экспоненциальному закону и равно в среднем 24 минуты. В очереди может находиться не более 6 автомобилей. Определите вероятностные характеристики пункта техосмотра в стационарном режиме.

20. Решите задачу 19 при условии, что очередь неограниченна. При этом вычислите вероятностные характеристики системы в стационарном режиме.

21. Решите задачу 18 при условии, что очередь неограниченна. При этом вычислите вероятностные характеристики системы в стационарном режиме.

22. В бухгалтерии имеется один кассир, который обслуживает в среднем 25 сотрудников в час. Поток сотрудников простейший с интенсивностью, равной 35 сотрудников в час. Очередь в кассе неограниченна. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения вероятностей. Вычислите вероятностные характеристики в стационарном режиме.

23. В бухгалтерии имеется один кассир, который обслуживает в среднем 28 сотрудников в час. Поток сотрудников простейший с интенсивностью, равной 37 сотрудников в час. Очередь в кассе неограниченна. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения вероятностей. Вычислите вероятностные характеристики в стационарном режиме.

24. В инструментальном цехе работает кладовщик. За 1 минуту за инструментом приходит  $\lambda = 0,9$  рабочего. Обслуживание 1 рабочего у кладовщика занимает 1 минуту. Найдите вероятностные характеристики системы массового обслуживания, если очередь не имеет ограничения.

25. В инструментальном цехе работает кладовщик. За 1 минуту за инструментом приходит  $\lambda = 0,85$  рабочего. Обслуживание 1 рабочего у кладовщика занимает 1,1 минуту. Найдите вероятностные характеристики системы массового обслуживания, если очередь не имеет ограничения.

26. Билетная касса работает без перерыва. Билеты продает один кассир. Среднее время обслуживания одного человека составляет 2,5 минуты. Среднее число пассажиров, желающих приобрести билеты равно  $\lambda = 20$  пасс./час. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики системы массового обслуживания.

27. Билетная касса работает без перерыва. Билеты продает один кассир. Среднее время обслуживания одного человека составляет 2,3 минуты. Среднее число пассажиров, желающих приобрести билеты равно  $\lambda = 0,33$  пасс./мин. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики системы массового обслуживания.

### **3.5 Многоканальные системы массового обслуживания**

Многоканальная система массового обслуживания с отказом

1. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2 часов подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 5 постов обслуживания. Каждый автомобиль при условии, что все посты заняты,

получает отказ. Среднее время обслуживания одной машины 3 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей в стационарном режиме.

2. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2,3 часа подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 4 постов обслуживания. Каждый автомобиль при условии, что все посты заняты, получает отказ. Среднее время обслуживания одной машины 2,6 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей в стационарном режиме.

3. Телефонная станция имеет 8 каналов обслуживания. Сюда поступают в среднем 120 заявок в час. Заявка получает отказ, если все каналы заняты. Среднее время обслуживания в одном канале равно 5 минут. Потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики телефонной станции в стационарном режиме.

4. Телефонная станция имеет 9 каналов обслуживания. Сюда поступают в среднем 130 заявок в час. Заявка получает отказ, если все каналы заняты. Среднее время обслуживания в одном канале равно 4 минуты. Потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики телефонной станции в стационарном режиме.

5. Телефонная станция имеет 10 каналов обслуживания. Сюда поступают в среднем 140 заявок в час. Заявка получает отказ, если все каналы заняты. Среднее время обслуживания в одном канале равно 4,5 минуты. Потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики телефонной станции в стационарном режиме.

6. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2,2 часа подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 5 постов обслуживания. Каждый автомобиль при условии, что все посты заняты, получает отказ. Среднее время обслуживания одной машины 2,7 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей в стационарном режиме.

7. Имеется двухканальная простейшая система массового обслуживания с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda=3,2$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки  $t=0,5$  час. Каждая обслуженная заявка приносит доход 6 д.е. Содержание канала обходится 4 д.е./час. Определите, выгодно ли увеличить число каналов до трех.

8. Имеется трехканальная простейшая система массового обслуживания с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda=3$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки  $t=0,4$  час. Каждая обслуженная заявка приносит доход 7 д.е. Содержание канала обходится 4 д.е./час. Определите, выгодно ли увеличить число каналов до четырех.

9. Имеется двухканальная простейшая система массового обслуживания с отказами. На ее вход поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda=2,9$  заявки в час. Среднее время обслуживания одной заявки  $t=0,36$  час. Каждая обслуженная заявка приносит доход 5 д.е. Содержание канала обходится 3 д.е./час. Определите, выгодно ли увеличить число каналов до трех.

10. Сравните вероятностные характеристики двух систем массового обслуживания в стационарном режиме с отказами и выберите лучший вариант:

- первая система имеет 2 канала обслуживания с интенсивностями заявок и обслуживания  $\lambda=2,8$  сутки и  $\mu=3,2$  сутки;

- вторая система имеет 3 канала обслуживания с интенсивностями заявок и обслуживания  $\lambda=3$  сутки и  $\mu=3,5$  сутки.

11. Сравните вероятностные характеристики двух систем массового обслуживания с отказами в стационарном режиме и выберите лучший вариант:

- первая система имеет 3 канала обслуживания с интенсивностями заявок и обслуживания  $\lambda=2,5$  сутки и  $\mu=3,5$  сутки;

- вторая система имеет 4 канала обслуживания с интенсивностями

заявок и обслуживания  $\lambda=3$  сутки и  $\mu=4$  сутки.

12. Сравните вероятностные характеристики двух систем массового обслуживания с отказами в стационарном режиме и выберите лучший вариант:

- первая система имеет 2 канала обслуживания с интенсивностями заявок и обслуживания  $\lambda=2,6$  сутки и  $\mu=3,2$  сутки;

- вторая система имеет 4 канала обслуживания с интенсивностями заявок и обслуживания  $\lambda=2$  сутки и  $\mu=3$  сутки.

13. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2,1 часа подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 4 поста обслуживания. Каждый автомобиль при условии, что все посты заняты, получает отказ. Среднее время обслуживания одной машины 3,1 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей. в стационарном режиме.

Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием

1. На автозаправочной станции имеется три заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем 3,2 минуты. На автозаправочную станцию в среднем прибывает 1 машина в течение 1,1 минуты. Число мест в очереди не ограничено. Определите вероятностные характеристики работы станции в стационарном режиме, если потоки в системе простейшие.

2. На автозаправочной станции имеется четыре заправочные колонки. Заправка одной машины длится в среднем 3,5 минуты. На автозаправочную станцию в среднем прибывает 1 машина в течение 1,2 минуты. Число мест в очереди не ограничено. Определите вероятностные характеристики работы станции в стационарном режиме, если потоки в системе простейшие.

3. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2 часов подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 5 постов обслуживания. Очередь автомобилей является не ограниченной. Среднее время обслуживания одной машины 2 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции

технического обслуживания автомобилей. в стационарном режиме.

4. На станцию технического обслуживания автомобилей в течение 2,5 часов подъезжает в среднем 1 машина. Станция имеет 5 постов обслуживания. Очередь автомобилей является не ограниченной. Среднее время обслуживания одной машины 3 часа. Все потоки в системе простейшие. Определите вероятностные характеристики станции технического обслуживания автомобилей. в стационарном режиме.

5. На автозаправочной системе имеется 5 заправочных колонок. Заправка одного автомобиля длится в среднем 3,8 минуты. Через каждые 1,2 минуты на станцию прибывает 1 машина, нуждающаяся в заправке бензином. Число мест в очереди не ограничено. Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики автозаправочной станции для стационарного режима.

6. На автозаправочной системе имеется 4 заправочных колонок. Заправка одного автомобиля длится в среднем 4 минуты. Через каждые 1,1 минуты на станцию прибывает 1 машина, нуждающаяся в заправке бензином. Число мест в очереди не ограничено. Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики автозаправочной станции для стационарного режима.

7. На автозаправочной системе имеется 6 заправочных колонок. Заправка одного автомобиля длится в среднем 3,5 минуты. Через каждую минуту на станцию прибывает 1 машина, нуждающаяся в заправке бензином. Число мест в очереди не ограничено. Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики автозаправочной станции для стационарного режима.

8. Система массового обслуживания представляет собой билетную кассу с тремя кассирами и неограниченной очередью. Средняя интенсивность прихода пассажиров составляет 6 человек за 18 минут. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 9 минут. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения.

Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

9. Система массового обслуживания представляет собой билетную кассу с тремя кассирами и неограниченной очередью. Средняя интенсивность прихода пассажиров составляет 4 человек за 20 минут. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 10 минут. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения. Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

10. Система массового обслуживания представляет собой билетную кассу с тремя кассирами и неограниченной очередью. Средняя интенсивность прихода пассажиров составляет 5 человек за 21 минут. Кассир в среднем обслуживает трех пассажиров за 12 минут. Время обслуживания подчинено экспоненциальному закону распределения. Потоки в системе являются простейшими. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

11. Технические устройства могут время от времени выходить из строя. Поток отказов технического устройства является простейшим с интенсивностью  $\lambda=1,6$  отказа в сутки. Время восстановления подчиняется экспоненциальному закону распределения. Математическое ожидание продолжительности обслуживания составляет  $t=0,55$  суток. Количество каналов обслуживания соответствует 4 ед. число заявок в очереди не ограничено. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

12. Технические устройства могут время от времени выходить из строя. Поток отказов технического устройства является простейшим с интенсивностью  $\lambda=1,7$  отказа в сутки. Время восстановления подчиняется экспоненциальному закону распределения. Математическое ожидание продолжительности обслуживания составляет  $t=0,45$  суток. Количество каналов обслуживания соответствует 5 ед. число заявок в очереди не

ограничено. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

13. Технические устройства могут время от времени выходить из строя. Поток отказов технического устройства является простейшим с интенсивностью  $\lambda=1,4$  отказа в сутки. Время восстановления подчиняется экспоненциальному закону распределения. Математическое ожидание продолжительности обслуживания составляет  $t=0,4$  суток. Количество каналов обслуживания соответствует 3 ед. число заявок в очереди не ограничено. Определите вероятностные характеристики СМО в стационарном режиме.

### **3.6 Замкнутые многоканальные системы массового обслуживания**

1. В вычислительном центре работает 9 персональных компьютеров. Простейший поток неисправностей имеет интенсивность 0,4 отказа в день. Среднее время устранения одной неисправности одним инженером равно 1,6 часа. Компьютеры обслуживают три инженера с одинаковой производительностью. Возможны следующие варианты организации обслуживания компьютеров:

- три инженера обслуживают все 9 компьютеров, так, что при одном отказе компьютера его обслуживает один из свободных инженеров, в этом случае  $R=3, N=9$ ;

- каждый из трех инженеров обслуживает по три закрепленные за ним компьютеры, т.е.  $R=1, N=3$ .

Необходимо определить наилучший вариант обслуживания компьютеров.

2. В вычислительном центре работает 8 персональных компьютеров. Простейший поток неисправностей имеет интенсивность 0,3 отказа в день. Среднее время устранения одной неисправности одним инженером равно 1,4 часа. Компьютеры обслуживают два инженера с одинаковой



производительностью. Возможны следующие варианты организации обслуживания компьютеров:

- два инженера обслуживают все 8 компьютеров, так, что при одном отказе компьютера его обслуживает один из свободных инженеров, в этом случае  $R=2$ ,  $N=8$ ;

- каждый из двух инженеров обслуживает по четыре закрепленные за ним компьютеры, т.е.  $R=1$ , а  $N=4$ .

Необходимо определить наилучший вариант обслуживания компьютеров.

3. В вычислительном центре работает 12 персональных компьютеров. Простейший поток неисправностей имеет интенсивность 0,3 отказа в день. Среднее время устранения одной неисправности одним инженером равно 1,5 часа. Компьютеры обслуживают три инженера с одинаковой производительностью. Возможны следующие варианты организации обслуживания компьютеров:

- три инженера обслуживают все 12 компьютеров, так, что при одном отказе компьютера его обслуживает один из свободных инженеров, в этом случае  $R=3$ ,  $N=12$ ;

- каждый из трех инженеров обслуживает по четыре закрепленные за ним компьютеры, т.е.  $R=1$ , а  $N=4$ .

Необходимо определить наилучший вариант обслуживания компьютеров.

4. В вычислительном центре работает 12 персональных компьютеров. Простейший поток неисправностей имеет интенсивность 0,35 отказа в день. Среднее время устранения одной неисправности одним инженером равно 1,2 часа. Компьютеры обслуживают два инженера с одинаковой производительностью. Возможны следующие варианты организации обслуживания компьютеров:

- два инженера обслуживают все 12 компьютеров, так, что при одном отказе компьютера его обслуживает один из свободных инженеров, в этом

случае  $R=2$ ,  $N=12$ ;

- каждый из трех инженеров обслуживает по шесть закрепленные за ним компьютеров, т.е.  $R=1$ , а  $N=6$ .

Необходимо определить наилучший вариант обслуживания компьютеров.

5. Малое транспортное предприятие эксплуатирует десять моделей автомобилей одной марки. Простейший поток отказа автомобилей имеет интенсивность 0,2 отказов в день. Среднее время устранения одного отказа автомобиля одним механиком равно 1,8 часа. Все потоки простейшие. Возможны два варианта обслуживания:

- все автомобили обслуживают два механика с одинаковой производительностью;

- все автомобили обслуживают три механика с одинаковой производительностью.

Требуется найти лучший вариант организации обслуживания.

6. Малое транспортное предприятие эксплуатирует двенадцать моделей автомобилей одной марки. Простейший поток отказа автомобилей имеет интенсивность 0,3 отказов в день. Среднее время устранения одного отказа автомобиля одним механиком равно 2 часа. Все потоки простейшие. Возможны два варианта обслуживания:

- все автомобили обслуживают два механика с одинаковой производительностью;

- все автомобили обслуживают три механика с одинаковой производительностью.

Требуется найти лучший вариант организации обслуживания.

#### **4. Планирование имитационного компьютерного эксперимента**

Планирование эксперимента можно рассматривать в виде кибернетического подхода к проведению экспериментальных исследований сложных объектов и процессов. С его помощью осуществляется оптимальное управление экспериментом в условиях неопределенности, что

соответствует предпосылкам, на которых основывается кибернетика. В частности, одной из таких задач является определение оптимальных параметров инвестиционного проекта в условиях неопределенности и риска.

При решении подобных задач необходимо учитывать влияние множества факторов, часть из которых не поддается регулированию и контролю. В этом случае можно установить основные закономерности с помощью проведения серии экспериментов [8].

Принято рассматривать два вида экспериментов: пассивный и активный. При использовании первого вида эксперимента ведутся наблюдения за процессом или объектом исследования, по результатам которых определяется влияние входных факторов на выходные параметры. Активные эксперименты проводятся обычно в лабораторных условиях, где возможны изменения входных характеристик исследователем. В отличие от пассивного активный эксперимент быстрее приводит к результату.

Объект исследования при планировании эксперимента можно изобразить как «черный ящик». На его входе действуют управляющие параметры  $x_i$  и неконтролируемые возмущения  $z_j$ . Результатом влияния на объект входных параметров и возмущений являются выходные показатели или характеристики  $y_l$ . Например, в задаче определения урожайности сельскохозяйственной культуры выходными параметрами будут урожайности различных видов культур, а входными – минеральные удобрения, гербициды, технологии возделывания, характеристики тепла и влаги в период вегетации. Что касается неконтролируемых возмущений, то к ним относятся природные стихии и ошибки, связанные с человеческим фактором.

Задачу установления взаимосвязей между параметрами  $y_l$  и  $x_i$  при условии, что  $l=1$ , можно сформулировать математически:

$$y=f(x_i),$$

где  $y$  – характеристика, подлежащая оптимизации,  $x_i$  – независимые параметры, которыми можно управлять при проведении эксперимента.

## Линейная однофакторная модель

Задача регрессионного анализа заключается в том, чтобы установить функцию для оценки неизвестных значений зависимой переменной.

Другими словами, по анализу множества точек на графике необходимо найти линию, по возможности точно отображающую заключенную в этом множестве закономерность - линию регрессии.

По числу факторов различают одно-, двух-, многофакторные уравнения регрессии.

Однофакторное уравнения линейной регрессии выглядят так

$$y = ax + b + \varepsilon$$

или  $y = ux + \varepsilon$ ,

где  $\varepsilon$  – параметр, характеризующий неконтролируемое возмущение.

Нахождение уравнения регрессии означает определение его параметров  $a$  и  $b$ . При этом обычно исходят из правила наименьших квадратов отклонений фактических значений результативного признака  $y_i$  от значений, найденных по уравнению регрессии  $y$ :

$$Z = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax + b))^2 \rightarrow \min$$

Отсюда, формулы для вычисления параметров  $a$  и  $b$  определяются как частные дифференциалы, приравненные к нулю:

$$\frac{\partial Z}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial Z}{\partial b} = 0$$

Это условие приводит к системе нормальных уравнений, решение которых дает возможность определить параметры выражения регрессии  $a$  и  $b$ .

Решение выражений приводит к системе линейных уравнений:

$$na + b \sum_{i=1}^n x = \sum_{i=1}^n y$$

$$a \sum_{i=1}^n x + b \sum_{i=1}^n x^2 = \sum_{i=1}^n yx$$

В конечном итоге коэффициент  $a$  и свободный член  $b$  вычисляются по формулам

$$a = R \frac{\sigma_y}{\sigma_x},$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x},$$

где  $R$  - коэффициент парной корреляции;  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  - средние квадратические отклонения рядов  $y_i$  и  $x_i$ ;  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  - средние арифметические значения.

Точность оценок параметров  $a$  и  $b$  характеризуются погрешностями в виде среднего квадратического отклонения:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y \sqrt{1 - R^2}}{\sigma_x \sqrt{n}},$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  - стандарты рядов  $x$  и  $y$ , вычисляемые по формуле;  $R$  - коэффициент корреляции, рассчитываемый по формуле

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}},$$

Стандартную погрешность коэффициента корреляции можно определить с помощью выражения

$$\sigma_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n - 1}}$$

При значимом коэффициенте корреляции, обычно значимыми являются параметры уравнения регрессии. Верхний и нижний пределы характерные  $a$  и  $b$  определяются по формулам

$$a \pm \sigma_a t_{\alpha k},$$

$$b \pm \sigma_b t_{\alpha k},$$

где  $t_{\alpha k}$  - критическое значение распределения Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$  и количестве степеней свободы  $k = n - 2$ .

Как правило,  $\alpha=95\%$ . Сравнивая табличные значения  $t_{\alpha k}$  с эмпирическими (отношение  $a/\sigma_a$  и  $b/\sigma_b$ ) принимают или опровергают гипотезу. Если эмпирическое значение меньше теоритического, то результат положительный, параметры  $a$  и  $b$  считают значимыми [9].

В уравнении регрессии параметр  $a$  характеризует скорость возрастания или убывания функции. При  $a>0$  наблюдается положительная (прямая) связь. Если значение  $a$  отрицательное, то зависимость обратная.

Параметр  $b$  определяет точку пересечения уравнения регрессии с осью  $y$ . По известным величинам  $a$  и  $b$  определяется значение функции  $y$ . Средняя квадратическая ошибка уравнения регрессии  $y_x=ax+b$  служит мерой близости эмпирических (фактических) данным аналитическим:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_x)^2}{n}},$$

где  $n$  - число наблюдений.

В дополнение с помощью дисперсионного анализа изучается степень влияния одного или нескольких факторных признаков на результативный. В отличие от корреляционного анализа изучается колеблемость лишь результативного признака.

В дисперсионном анализе используется свойство суммы квадратов отклонений от средней арифметической и значений, снятых с линии регрессии  $y$  :

$$SS_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2;$$

$$SS_{\text{regression}} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_x)^2;$$

Вывод о правильности выбора взаимосвязи и характеристика значимости всего уравнения регрессии получаемая с помощью F-критерия, который рассчитывается как:

$$F_{\phi} = \frac{R^2(n-m)}{(1-R^2)(m-1)},$$

$$F_{\phi} = \frac{(SS_{\text{эоиаи}} - SS_{\text{индиде}})K_2}{SS_{\text{индиде}} K_1},$$

где  $n$  - число наблюдений;  $m$  - число параметров уравнения регрессии;  $R$  - коэффициент корреляции.

Для проверки значимости уравнения регрессии полученная  $F_{\phi}$  сравнивают с теоретической величиной, определяемой в зависимости от  $K_1$  и  $K_2$  по таблицам  $F$  - распределения (вероятный закон Фишера-Снедекора). Если теоретическое значение меньше эмпирического, уравнение регрессии - значимо.

Неконтролируемые возмущения  $\varepsilon$  могут быть определены с помощью метода статистических испытаний. Формула для оценки параметра  $\varepsilon$  имеет вид:

$$\varepsilon = z_p \sigma \sqrt{1-R^2},$$

где  $P$  – случайное число, которое моделируется;  $zP$  – нормированное отклонение, определяемое как  $(y_p - \bar{y})/\sigma$ ,  $R$  – коэффициент корреляции.

При этом формула справедлива для нормального закона распределения вероятностей применительно к неконтролируемому возмущению  $\varepsilon$  [11].

Приведем пример расчета выходного параметра по входным данным и определения возмущений.

Пример. Дан выходной параметр объем картофеля, произведенный в Иркутской области и входная характеристика – объем картофеля, произведенный в Иркутском районе (таблица 2) . Требуется определить между входными и выходными данными и оценить неконтролируемые

возмущения на основе метода моделирования случайных чисел.

Таблица 2 – Урожайность картофеля в Иркутской области и Иркутском районе за период 1982-2001 гг.

Годы	y	x1	Годы	y	x1	Годы	y	x1	Годы	y	x1
1982	11,31	12,66	1987	12,99	15,86	1992	17,58	17,80	1997	14,77	17,62
1983	10,25	9,21	1988	8,16	13,03	1993	13,79	13,93	1998	13,69	13,54
1984	14,81	16,00	1989	10,76	13,73	1994	18,58	16,96	1999	14,58	14,07
1985	10,85	11,57	1990	12,49	12,86	1995	14,45	13,82	2000	13,99	17,26
1986	14,50	16,84	1991	14,16	14,14	1996	13,59	14,35	2001	14,01	16,37

В начале оценим статистические параметры анализируемых рядов. Коэффициенты вариации  $x_1$  и  $y_1$  и их средние значения составили 0,15, 0,18 (5), 14,58 и 13,46 т/га. При этом согласно автокорреляционному анализу первые коэффициенты автокорреляции близки к нулю.

В таблице 3 приведены результаты оценки регрессионного уравнения. Его средняя ошибка аппроксимации с учетом возмущения составила 10,2%, а максимальное отклонение 46,7.

Таблица 3 - Результаты оценки точности уравнения регрессии и влияние на него неконтролируемого возмущения

y	x	P	$\varepsilon$	$y_x$	$y_{x+\varepsilon}$	$ y - y_x /y \times 100$
11,31	12,66	0,3590	-0,1914	11,95	11,76	4,0
10,25	9,21	0,2211	-0,4075	9,23	8,82	13,9
14,81	16,00	0,4264	-0,0983	14,59	14,49	2,1
10,85	11,57	0,1225	-0,6164	11,09	10,47	3,5
14,50	16,84	0,2495	-0,3585	15,25	14,89	2,7
12,99	15,86	0,2194	-0,4104	14,48	14,07	8,3
8,16	13,03	0,3029	-0,2737	12,24	11,97	46,7
10,76	13,73	0,6834	0,2530	12,80	13,05	21,3
12,49	12,86	0,5677	0,0905	12,11	12,20	2,4
14,16	14,14	0,9590	0,9222	13,12	14,04	0,9
17,58	17,80	0,7245	0,3161	16,01	16,33	7,1
13,79	13,93	0,4179	-0,1099	12,95	11,76	14,7
18,58	16,96	0,3404	-0,2180	15,35	15,13	18,5
14,45	13,82	0,6925	0,2666	12,87	13,14	9,1
13,59	14,35	0,8598	0,5723	13,29	13,86	1,9
14,77	17,62	0,2511	-0,3558	15,87	15,51	5,1
13,69	13,54	0,8594	0,5712	12,65	13,22	3,4
14,58	14,07	0,0402	-0,9271	13,07	12,14	16,7
13,99	17,26	0,7333	0,3301	15,58	15,91	13,8
14,01	16,37	0,6340	0,1815	14,88	15,06	7,5

Варианты заданий приведены в приложении А. Согласно варианту из



приведенного числа факторов выбрать один и построить линейную модель, используя пример. На первом этапе оценить статистические параметры рядов и первый коэффициент автокорреляции. Затем определить коэффициент корреляции между рядами. На следующем шаге вычислить параметры уравнения регрессии. После этого смоделировать случайную составляющую выборки. На завершающем этапе оценить точность смоделированного ряда.

## **5. Тесты для самопроверки**

### **Вариант 1.**

1. Модель – это:

- 1) образ реального объекта в материальной или идеальной форме, отражающий существенные свойства моделируемого объекта и замещающий его в ходе исследования и управления;
- 2) сложная вероятностно-динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных и других благ;
- 3) комплекс взаимосвязанных элементов вместе с отношениями между элементами и между их атрибутами;
- 4) обобщающее название комплекса экономических и математических методов, объединенных для изучения социально-экономических систем.

2. Имитационное моделирование – это:

- 1) специальное программное обеспечение, позволяющее имитировать деятельность некоторого сложного объекта;
- 2) разновидность аналогового моделирования, реализуемого с помощью набора математических инструментальных средств, специальных имитирующих компьютерных программ и технологий программирования, позволяющих произвести целенаправленное исследование структуры и функций реального объекта;

3) процесс отображение большого числа параметров, логики и закономерности поведения моделируемого объекта во времени и в пространстве;

4) машинная имитация изучаемых систем или процессов.

3. К этапам моделирования относятся:

1) постановка задачи, формализация, алгоритмизация, разработка кода, тестирование программы, модификация;

2) определение системы, формализация описания, подготовка данных, трансляция модели, оценка адекватности, планирование эксперимента, планирование прогонов, машинный эксперимент, анализ результатов, интерпретация, реализация, документирование;

3) определение целей, анализ входных параметров, поиск математического описания, разработка алгоритма, составление программы, тестирование, численный эксперимент;

4) конструирование модели, модельный эксперимент, формирование знаний об оригинале, проверка полученных результатов.

4. Метод Монте-Карло – это:

1) способ генерирования случайных чисел;

2) универсальный метод многократного повторения однотипных испытаний для решения различного класса задач;

3) метод, предложенный жителями Монте-Карло для моделирования случайных чисел;

4) таблица случайных чисел.

5. Событие – это:

1) всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти;

2) осуществление определенного комплекса условий;

3) значение, превышающее некоторую критическую отметку;

4) редкое явление.

6. К основным параметрам кривых распределения относятся:

- 1) среднее, вариация, асимметрия, эксцесс;
- 2) стандарт, мода, медиана, размах;
- 3) дисперсия, эксцесс, островершинность, скос;
- 4) второй начальный момент, нулевой и третий центральный моменты.

7. Погрешность выборочного параметра - это:

- 1) среднее квадратическое отклонение от центра статистики;
- 2) асимметрия статистики;
- 3) автокорреляция статистики;
- 4) величина, обратная длине выборки.

8. К однопараметрическим законам распределения относятся вероятностные кривые, характеризуемые:

- 1) двумя статистиками;
- 2) одной статистической оценкой;
- 3) двумя свободными статистиками и одной – закрепленной;
- 4) одной свободной статистикой и одной закрепленной.

9. Критерий согласия – это:

- 1) характеристика расхождения дисперсий двух выборок;
- 2) характеристика расхождения оценок рассеяния;
- 3) характеристика соответствия эмпирической кривой распределения аналитическому вероятностному закону;
- 4) характеристика соответствия кривых распределения вероятностей двух различных выборок;

4. Моделирование связанных выборок

10. Автокорреляция – это:

- 1) связь между первой и второй половинами выборки;
- 2) связь между значениями выборки со сдвигом единица;
- 3) связь между значениями выборки при различных сдвигах, от 1 до  $2/3$  длины ряда;
- 4) связь между выборками.

## Вариант 2

1. Как влияет автокорреляция на длину независимой выборки:

- 1) увеличивает;
- 2) не изменяет;
- 3) не имеет отношение к длине выборки;
- 4) уменьшает.

2. Какие параметры на средние квадратические погрешности статистик связной выборки:

- 1) длина выборки, вариация, закон распределения;
- 2) длина выборки, вариация, закон распределения, коэффициент автокорреляции;
- 3) длина выборки, вариация и асимметрия;
- 4) длина выборки, асимметрия, вариация и коэффициент автокорреляции.

3. В формулу моделирования модульных коэффициентов связной выборки входят следующие параметры:

- 1) исходное значение выборки, смоделированный модульный коэффициент по закону распределения, коэффициент вариации и коэффициент автокорреляции;
- 2) исходное значение выборки, коэффициент вариации и коэффициент автокорреляции;
- 3) дисперсии первой и второй половин выборки и их коэффициенты автокорреляции;
- 4) закон распределения, коэффициент вариации и коэффициент автокорреляции.

4. Случайный процесс, протекающий в какой-либо системе  $S$ , называется марковским, если он обладает следующим свойством:

- 1) для каждого момента времени  $t_0$  вероятность каждого состояния системы не зависит от того, когда и каким образом система  $S$  пришла в это состояние;

2) вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит от того, когда и каким образом система  $S$  пришла в это состояние;

3) для любого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит только от её состояния в настоящем (при  $t = t_0$ ) и не зависит от того, когда и каким образом система  $S$  пришла в это состояние;

4) для любого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) не зависит от её состояния в настоящем (при  $t = t_0$ ) и зависит только от того, когда и каким образом система  $S$  пришла в это состояние.

5. Марковской цепью называют:

1) случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем;

2) случайный процесс с непрерывными состояниями и дискретным временем;

3) случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем;

4) случайный процесс с непрерывными состояниями и непрерывным временем.

6. Непрерывной цепью Маркова называется:

1) Марковский случайный процесс с непрерывными состояниями и непрерывным временем, при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит не в фиксированные, а в случайные моменты времени;

2) Марковский случайный процесс с непрерывными состояниями и дискретным временем;

3) Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и дискретным временем при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит в фиксированные моменты времени;

4) Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем при условии, что переход системы из состояния в состояние происходит не в фиксированные, а в случайные моменты времени.

7. Свойство стационарности потоков событий проявляется в том, что

- 1) вероятность попадания на элементарный участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с длиной этого участка;
- 2) для любых непересекающихся участков времени количество событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другие участки времени;
- 3) за малый промежуток времени практически невозможно появление более одного события;
- 4) вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени  $\tau$  зависит только от длины участка и не зависит от расположения на оси  $ot$ .

8. Процессом гибели и размножения называется:

- 1) марковский процесс с дискретными состояниями  $S_0, S_1, S_2, \dots$ , если все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из средних состояний ( $S_1, S_2, \dots, S_{n-1}$ ) может переходить только в соседние состояния, которые, в свою очередь, переходят обратно, а крайние состояния ( $S_0$  и  $S_n$ ) переходят только в соседние состояния;
- 2) марковский процесс с дискретными состояниями;
- 3) марковский процесс с непрерывными состояниями  $S_0, S_1, S_2, \dots$ , если все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из средних состояний ( $S_1, S_2, \dots, S_{n-1}$ ) может переходить только в соседние состояния, которые, в свою очередь, переходят обратно, а крайние состояния ( $S_0$  и  $S_n$ ) переходят только в соседние состояния;
- 4) марковский процесс с непрерывными состояниями.

8. Системы массового обслуживания:

- 1) это посты технического обслуживания;

- 2) это такие системы, в которые в случайные моменты времени поступают заявки на обслуживание;
- 3) это система, состоящая из трех каналов обслуживания;
- 4) это такие системы, в которые в четко определенные моменты времени поступают заявки на обслуживание.

9. Простейшей одноканальной моделью с вероятностными входным потоком и процедурой обслуживания является:

- 1) модель, характеризуемая показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания;
- 2) модель, определяемая системой линейных дифференциальных уравнений;
- 3) модель, характеризуемая нормальным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания;
- 4) модель, характеризующая процесс массового обслуживания.

10. Многоканальной моделью называется:

- 1) модель, характеризующая процесс массового обслуживания;
- 2) модель обслуживающая несколько каналов;
- 3) модель, описывающая процесс, который характеризуется интенсивностью входного потока  $\lambda$ , при этом параллельно может обслуживаться не более  $n$  клиентов;
- 4) модель, характеризуемая показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания.

### **Вариант 3**

1. Замкнутая система массового обслуживания - это:

- 1) система, для которой  $\lambda$  зависит от состояния системы, причем источник требований является внутренним и генерирует ограниченный поток заявок;

- 2) модель, характеризуемая показательным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания;
- 3) система, для которой  $\lambda$  не зависит от состояния системы, причем источник требований является внутренним и генерирует ограниченный поток заявок;
- 4) модель, характеризуемая нормальным распределением как длительностей интервалов между поступлениями требований, так и длительностей обслуживания.

2. Корреляция в однофакторной зависимости – это:

- 1) связь результативного признака и фактора;
- 2) внутрирядная связь результативного признака;
- 3) внутрирядная связь фактора;
- 4) внутрирядные связи фактора и результативного признака.

3. Уравнение линейной регрессии однофакторной модели имеет вид:

- 1)  $y = a_0 + a_1x$ ;
- 2)  $y = a_0 + a_1x + ax^2$ ;
- 3)  $y = a_0 + a_1x + \Delta y$ ;
- 4)  $y = a_0 + a_1x + ax^2 + \Delta y$ .

4. Нелинейное уравнение множественной регрессии имеет вид:

- 1)  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$ ;
- 2)  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k + \Delta y$ ;
- 3)  $y = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2} \dots x_k^{a_k} \Delta y$ ;
- 4)  $y = 1/(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k)$ .

5. Множественная корреляция – это:

- 1) анализ коэффициентов корреляции между факторами;
- 2) анализ коэффициентов корреляции между результативным признаком и факторами;



3) анализ коэффициентов корреляции между результативным признаком и наиболее существенными факторами и коэффициентов корреляции между наиболее существенными факторами;

4) анализ коэффициентов корреляции между результативным признаком и факторами и коэффициентов корреляции между факторами.

6. Геоинформационные системы характеризуются:

1) пространственно-временными картографическими элементами;

2) электронными изображениями карт и планов;

3) базами данных, экспертными системами, пространственно-временным описанием данных, решением множества прикладных задач;

4) управлением пространственно-временных данных изображений.

7. Сложная поверхность, изображенная на изолинейной карте, имеет вид:

1)  $f(x,y)+\varepsilon$ ;

2)  $f(x)+\varepsilon$ ;

3)  $f(x,y,z)+\varepsilon$ ;

4)  $f_1(x,y)+f_2(x,y)+\dots+f_n(x,y)$ ,

где  $f$  – аппроксимирующая функция,  $\varepsilon$  – остаток.

8. Простейшей постановкой задачи коммивояжера является:

1) визит множества населенных пунктов с одним его посещением при минимальной длине маршрута;

2) визит множества населенных пунктов при минимальной длине маршрута;

3) визит множества населенных пунктов при минимальной длине маршрута для идеально гладкой поверхности с передвижением по прямой линии;

4) визит множества населенных пунктов с одним посещением при минимальной длине маршрута для идеально гладкой поверхности с передвижением по прямой линии;

9. Языки моделирования позволяют:

1) писать имитационные программы в такой форме, которая четко воспроизводит моделируемую систему;

- 2) писать имитационные программы в такой форме, которая напоминает описание моделируемой системы, и притом так, что малым изменениям описания системы соответствуют малые изменения в программе;
- 3) писать программы описания моделируемой системы, и притом так, что малым изменениям описания системы соответствуют малые изменения в программе;
- 4) писать имитационные программы в такой форме, которая напоминает описание моделируемой системы, и притом так, что малым изменениям описания системы не соответствуют малые изменения в программе.

#### 10. Модель GPSS состоит:

- 1) из транзактов;
- 2) из потоков и блоков;
- 3) из сети блоков, представляющих необходимые действия или задержки транзактов, которые последовательно проходят через блоки;
- 4) из блока GENERATE и рекуррентных потоков;

#### **Вариант 4**

##### 1. Моделирование – это:

- 1) математическое осмысление действительности;
- 2) возможность изучения реального объекта через рассмотрение подобного ему и более доступного объекта;
- 3) анализ объекта для прогнозирования его изменений и выработки управленческих решений;
- 4) метод исследования явлений и процессов, основанный на замене конкретного объекта исследования другим, подобным ему.

##### 2. Имитационная модель – это:

- 1) специальный программный комплекс, позволяющий имитировать функционирование некоторого сложного объекта;

- 2) однозначные результаты на выходе, определяемые управляющими воздействиями;
  - 3) модели теории массового обслуживания;
  - 4) модели, предназначенные для описания и объяснения фактически наблюдаемых явлений или прогноза этих явлений.
3. Определение системы – это:
- 1) построение математической модели, установление ее структуры и существенных зависимостей между элементами;
  - 2) сбор и обработка результатов наблюдений;
  - 3) уточнение границы с внешней средой, характеристики среды и внешних воздействий; изучение состава, назначения, внешних и внутренних связей; выявление ограничений и выбор показателей эффективности; постановку задачи на исследование;
  - 4) рассмотрение элементов комплекса во взаимосвязи.
4. Статистические испытания – это:
- 1) моделирование случайных чисел с помощью специальных таблиц;
  - 2) многократное повторение однотипных испытаний;
  - 3) генерирование случайных чисел;
  - 4) метод исследования случайных процессов.
5. Случайная величина – это:
- 1) величина, значения которой получены в результате многократных испытаний;
  - 2) величина, задаваемая наугад;
  - 3) величина, значения которой изменяются случайным образом от одного испытания к другому, причем каждое из значений реализуется с некоторой вероятностью;
  - 4) величина, полученная из набора случайных цифр.
6. К центру распределения относятся параметры:
- 1) стандарт, дисперсия, вариация, размах;
  - 2) асимметрия, разность среднего и моды;

3) вариация, асимметрия, эксцесс;

4) среднее, медиана, мода.

7. Погрешность статистического параметра зависит от:

1) коэффициентов асимметрии и вариации и дисперсии;

2) эксцесса, вариации и моды;

3) вариации, длины выборки и закона распределения;

4) закона распределения.

8. К симметричному закону распределения относится:

1) кривая Пирсона 3 типа;

2) гамма-распределение;

3) кривая Гаусса;

4) кривая Вейбулла.

9. Формула критерия согласия  $\chi^2$  имеет вид:

1)  $\sum_{i=1}^n \frac{(m_i - np_i)}{np_i}$ ;

2)  $\sqrt{nD}$ ;

3)  $\sum_{i=1}^n (F_i^* - F_i)^2$ ;

4) n-k.

10. Коррелограмма – это:

1) изменение случайной величины по времени;

2) изменение коэффициента автокорреляции по времени;

3) изменение коэффициента автокорреляции по величине сдвига;

4) изменение погрешностей коэффициента автокорреляции по величине сдвига.

### **Вариант 5**

1. Как соотносятся коэффициенты вариации случайной и связанной выборок:

1) равны между собой;

2) первый всегда не превосходит второй;

3) второй всегда не превосходит первый;

- 4) они не связаны между собой.
2. Какая из статистик связной выборки имеет наибольшую погрешность:
  - 1) среднее;
  - 2) вариация;
  - 3) асимметрия;
  - 4) среднее и вариация.
3. Какой закон распределения вероятностей наиболее распространен при моделировании связных выборок:
  - 1) нормальный;
  - 2) логнормальный;
  - 3) Пирсона 3 типа;
  - 4) гамма-распределение.
4. Функция  $X(t)$  называется случайной, если:
  - 1) её значение при любом аргументе  $t$  является случайной величиной;
  - 2) её значение при одном из аргументов  $t$  является случайной величиной;
  - 3) её значение при любом аргументе  $t$  является постоянной величиной;
  - 4) все значения случайны.
5. Вероятностями состояний цепи Маркова называются:
  - 1) моменты  $t_1, t_2, \dots$ , когда система  $S$  может менять своё состояние;
  - 2) последовательности событий в системе  $S$ ;
  - 3) вероятности  $P_i(k)$  того, что после  $k$ -го шага (и до  $(k+1)$ -го) система  $S$  не будет находиться в состоянии  $S_j (i=1,2,\dots,n)$ ;
  - 4) вероятности  $P_i(k)$  того, что после  $k$ -го шага (и до  $(k+1)$ -го) система  $S$  будет находиться в состоянии  $S_j (i=1,2,\dots,n)$ .
6. Процесс называется однородным, если:
  - 1)  $\lambda_{ij} = const$ ;
  - 2) плотность вероятности зависит от времени;
  - 3) плотность вероятностей перехода равна 1;
  - 4) плотность вероятностей перехода равна 0.
7. Свойство ординарности потока событий присутствует, если:

- 1) вероятность попадания на элементарный участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с длиной этого участка;
- 2) для любых непересекающихся участков времени количество событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другие участки времени;
- 3) вероятностный режим потока не изменяется во времени;
- 4) вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени  $\tau$  зависит только от длины участка и не зависит от расположения на оси  $ot$ .

8. Марковским процессом гибели и размножения с непрерывным временем называется

- 1) такой случайный процесс, который может принимать только дробные неотрицательные значения;
- 2) такой случайный процесс, который может принимать только целые отрицательные значения;
- 3) такой случайный процесс, который может принимать только целые неотрицательные значения;
- 4) такой случайный процесс, который может принимать только целые значения;

9. Дисциплина очереди – это:

- 1) важный компонент системы массового обслуживания, он определяет принцип, в соответствии с которым поступающие на вход обслуживающей системы требования подключаются из очереди к процедуре обслуживания;
- 2) важный компонент системы массового обслуживания, он определяет случайный отбор заявок;
- 3) важный компонент системы массового обслуживания, отбор заявок по критерию приоритетности;
- 4) важный компонент системы массового обслуживания, он определяет очередь по принципу – «пришел первый – первый обслуживаешься».

10. Решение системы называется неустановившемся, если:

- 1) если для одноканальной СМО вероятность  $P_0(t)$  есть не что иное, как относительная пропускная способность системы  $q$ ;
- 2) оно непосредственно зависит от  $t$  и выглядит следующим образом:

$$P_0(t) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad P_1 = 1 - P_0(t);$$

- 3) если плотность распределения длительностей интервалов между поступлениями требований имеет вид:

$$f(t) = \lambda * e^{-\lambda t};$$

- 4) система массового обслуживания имеет один канал.

### Вариант 6

1. Для многоканальной СМО средняя продолжительность обслуживания одной заявки равняется:

- 1)  $1/\mu$ ;
- 2)  $1/\lambda$ ;
- 3)  $\lambda/\mu$ ;
- 4)  $\mu/\lambda$ .

2. «Входящий поток формируется из выходящего» - данное высказывание справедливо для:

- 1) одноканальной СМО с ожиданием;
- 2) многоканальной СМО с ожиданием;
- 3) одноканальной СМО с отказом;
- 4) замкнутой СМО.

3. Как влияет внутрирядная связь переменных на значимость уравнения однофакторной модели:

- 1) ухудшает связь;
- 2) улучшает связь;
- 3) не влияет;

4) не учитывается.

4. Уравнение нелинейной регрессии однофакторной модели имеет вид:

1)  $y = a_0 + a_1x$ ;

2)  $y = a_0 + a_1x + ax^2$ ;

3)  $y = a_0 + a_1x + \Delta y$ ;

4)  $y = a_0 + a_1x + ax^2 + \Delta y$ .

5. Линейное уравнение множественной регрессии имеет вид:

1)  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$ ;

2)  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k + \Delta y$ ;

3)  $y = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}\dots x_k^{a_k} \Delta y$ ;

4)  $y = 1/(a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k)$ .

6. Мультиколлинеарность - это:

1) наличие значимых коэффициентов корреляции между факторами;

2) наличие внутрирядных связей в рядах факторов;

3) наличие значимых коэффициентов корреляции между результативным признаком и факторами;

4) значительные средние квадратические погрешности коэффициентов корреляции между факторами.

7. Карта - это:

1) фрагмент геоида спроектированный на плоскость;

2) плоское графическое изображение контуров основных объектов хозяйственной территории, выполненных с соблюдением масштабов в предположении, что эта территория расположена на плоскости;

3) часть эллипсоида вращения Красовского, спроектированного на плоскость;

4) математически определенное, уменьшенное, обобщенное изображение поверхности Земли, другого небесного тела, показывающее спроецированные на них объекты в принятой системе условных знаков.

8. Наибольшее приближение к исходной поверхности, изображенной на карте, дает:



- 1) аппроксимация первого порядка;
- 2) аппроксимация второго порядка;
- 3) аппроксимация третьего порядка;
- 4) аппроксимация в виде плоскости.

9. К методам решения задачи о коммивояжере относятся:

- 1) составление маршрута, линейное программирование, метод ветвей и границ, динамическое программирование, алгоритм «ближайшего непосещенного города»;
- 2) нелинейное программирование, транспортная задача, метод частных целей;
- 3) метод ветвей и границ, программирование с отходом назад, метод частных целей;
- 4) стохастическое программирование, дисперсионный анализ, параметрическое линейное программирование.

10. Характерной особенностью систем моделирования является:

- 1) наличие переменной;
- 2) наличие модели;
- 3) наличие выделенной переменной – системного времени;
- 4) наличие сервисных средств.

### **Вариант 7**

1. Студенческая версия GPSS World от коммерческой отличается количественными ограничениями:

- 1) до 15 блоков в составе модели;
- 2) до 1500 блоков в составе модели;
- 3) до 10 блоков в составе модели;
- 4) до 150 блоков в составе модели.

2. Компьютерное моделирование – это:

- 1) процесс построения модели компьютерными средствами;
- 2) процесс исследования объекта с помощью его компьютерной модели;
- 3) построение модели на экране компьютера;
- 4) решение задачи с помощью компьютера.

3. К элементам имитационной модели относятся:

- 1) поступления заявок, продолжительность обслуживания, конфигурация обслуживающей системы, число каналов, дисциплина очереди, мощность источника требований;
- 2) уравнения, данные, результаты. Тесты;
- 3) программа, компьютер, данные;
- 4) состояния, события, датчики случайных чисел, таймер, цепи событий, цели моделирования, счетчики, блоки инициализации, критерий остановки, методы обработки результатов;

4. Формализация описания – это:

- 1) построение математической модели системы, установление ее структуры и существенных зависимостей между элементами;
- 2) запись модели на одном из языков программирования;
- 3) определение факторов воздействия на результативный признак;
- 4) проверка полноты учета основных факторов и ограничений.

5. Генератор случайных чисел – это:

- 1) ящик с множеством одинаковых шаров;
- 2) кубик, грани которого помечены разными цифрами;
- 3) устройство для получения наборов случайных чисел;
- 4) таблица случайных чисел.

6. Какая формула применяется для моделирования случайной величины  $x$  по экспоненциальному вероятностному закону с плотностью вероятности  $p$ ?

- 1)  $-\text{blog } p$ ;
- 2)  $a+k\log [p/(1-p)]$ ;
- 3)  $(1/p)^{1/c}$ ;

12

- 4)  $\sum_{i=1} p_i - 6$ .

7. К параметрам рассеяния вероятностного распределения относятся:

- 1) стандарт, дисперсия, вариация, размах;

- 2) асимметрия, разность среднего и моды;
  - 3) вариация, асимметрия, эксцесс;
  - 4) среднее, медиана, мода.
8. Для оценки погрешности статистического параметра применяются следующие методы:
- 1) теоретический и эмпирический;
  - 2) максимального правдоподобия и Монте-Карло;
  - 3) наименьших квадратов и L-моментов;
  - 4) теоретический и статистические испытания;
9. К закону распределения с соотношением коэффициентов асимметрии и вариации равным двум относится:
- 1) кривая Пирсона 3 типа;
  - 2) гамма-распределение;
  - 3) кривая Гаусса;
  - 4) кривая Вейбулла.
10. Формула критерия согласия Колмогорова имеет вид:
- 1)  $\sum_{i=1}^n \frac{(m_i - np_i)}{np_i}$ ;
  - 2)  $\sqrt{n}D$ ;
  - 3)  $\sum_{i=1}^n (F_i^* - F_i)^2$ ;
  - 4) n-k.

### Вариант 8

1. Формула коэффициента автокорреляции имеет вид:

$$1) r_{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)(x_{i+\tau} - \bar{x}_{i+\tau})}{\sqrt{\sigma_i \sigma_{i+\tau}}};$$

$$2) r_{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x}_i)(x_{i+\tau} - \bar{x}_{i+\tau})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x}_i)^2 \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_{i+\tau} - \bar{x}_{i+\tau})^2}};$$

3)  $r_{\tau} = \sqrt{1 - \frac{D_{oc}}{D}}$ ;

4)  $r_{\tau} = \sqrt{1 - \varphi}$  .

2. Длина связной выборки зависит от:

- 1) длины случайной выборки;
- 2) длины случайной выборки и вариации;
- 3) длины случайной выборки и коэффициента автокорреляции;
- 4) длины выборки, коэффициента автокорреляции и вариации.

3. Формула средней квадратической погрешности среднего значения связной выборки имеет вид:

1)  $\sigma / \sqrt{n}$ ;

2)  $\sigma / \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{1+r_1}{1-r_1}}$ ;

3)  $\sigma / \sqrt{2n}$ ;

4)  $\sqrt{6/n \cdot (1+c_v^2)}$  .

4. Как увеличение длины связной выборки влияет на эмпирическое значение критерия согласия  $\chi^2$  :

- 1) увеличивает его;
- 2) уменьшает его;
- 3) не изменяет;
- 4) увеличивает или уменьшает его.

5. Случайным процессом называется:

- 1) случайная функция  $X(t)$ , аргументом которой является состояние;
- 2) случайная функция  $X(t)$ , аргументом которой является время;
- 3) марковский случайный процесс;
- 4) процесс, протекающий в какой либо системе.

6. Вероятностью перехода на  $k$ -м шаге из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  называется:

- 1) вероятность того, что система  $S$  после  $k$ -го шага окажется в начальном состоянии;

- 2) вероятность того, что система  $S$  после  $k$ -го шага будет находиться в состоянии  $S_j (i=1, 2, \dots, n)$ ;
  - 3) вероятность того, что система  $S$  будет пребывать в одном и том же состоянии;
  - 4) вероятность того, что система  $S$  после  $k$ -го шага окажется в состоянии  $S_j$  при условии, что непосредственно перед этим (после  $k-1$  шага) она находилась в состоянии  $S_i$ .
7. Плотности вероятностей перехода представляют собой:
- 1) предел отношения вероятности перехода системы за время  $\Delta t$  из состояния  $S_i$  в состояние  $S_j$  к длине промежутка  $\Delta t$ ;
  - 2) предел отношения вероятности перехода системы к длине промежутка;
  - 3) предел отношения состояния  $S_i$  к состоянию  $S_j$ ;
  - 4) предел отношения вероятностей  $S_i$  и  $S_j$  к длине промежутка  $\Delta t$ ;
8. Свойство отсутствия последействия состоит в том, что:
- 1) вероятность попадания на элементарный участок времени двух и более событий пренебрежимо мала по сравнению с длиной этого участка;
  - 2) для любых непересекающихся участков времени количество событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другие участки времени;
  - 3) за малый промежуток времени практически невозможно появление более одного события;
  - 4) вероятность попадания того или иного числа событий на участок времени  $\tau$  зависит только от длины участка и не зависит от расположения на оси  $ot$ .
9. Процессом чистого размножения называется
- 1) такой процесс гибели и размножения, у которого интенсивности всех потоков гибели равны единице;
  - 2) марковский процесс с непрерывными состояниями;
  - 3) такой процесс гибели и размножения, у которого интенсивности всех потоков гибели равны нулю;

- 4) такой случайный процесс, который может принимать только целые неотрицательные значения.

10. Механизм обслуживания определяется:

- 1) вероятностным распределением времени обслуживания требований;
- 2) характеристиками процедуры;
- 3) структурой системы;
- 4) характеристиками самой процедуры обслуживания и структурой обслуживающей системы.

### **Вариант 9**

1. Длительность обслуживания – это:

- 1) случайная величина, подчиненная гамма-распределению;
- 2) случайная величина, подчиненная нормальному закону распределения;
- 3) случайная величина, подчиненная логнормальному закону распределения;
- 4) случайная величина, подчиненная показательному закону распределения.

2. Длительность процедуры обслуживания каждым из каналов, для многоканальной СМО является:

- 1) случайная величина, подчиненная экспоненциальному закону распределения;
- 2) случайная величина, подчиненная нормальному закону распределения;
- 3) случайная величина, подчиненная логнормальному закону распределения;
- 4) случайная величина, подчиненная закону Пуассона.

3. Если замкнутая система находится в состоянии  $S_k$  ( $k=1,2,3,\dots,N$ ) то число объектов находящихся в эксплуатации равно:

- 1)  $k$ ;
- 2)  $N-k$ ;
- 3)  $N$ ;

4) N/k.

4. В состав однофакторной модели входят:

- 1) детерминированная и эмпирическая составляющие;
- 2) случайная и теоретическая составляющие;
- 3) детерминированная и случайная составляющие;
- 4) теоретическая и моделируемая составляющие.

5. Степенное уравнение регрессии однофакторной модели имеет вид:

- 1)  $y = a_0 + a_1x$ ;
- 2)  $y = a_0x^{a_1} \Delta y$ ;
- 3)  $y = a_0 + a_1x + \Delta y$ ;
- 4)  $y = a_0 + a_1x + ax^2 + \Delta y$ .

6. Случайную составляющую уравнения множественной регрессии вычисляют по формуле:

- 1)  $\sqrt{1 - R^2}$ ;
- 2)  $\sigma_y \sqrt{1 - R^2}$ ;
- 3)  $\sigma_{y,z_p} \sqrt{1 - R^2}$ ;
- 4)  $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k$ .

7. Качество уравнения множественной регрессии включает в себя:

- 1) значения коэффициентов детерминации и стандарта уравнения регрессии;
- 2) показатели адекватности модели;
- 3) показатели точности модели;
- 4) адекватность и точность модели.

8. План - это:

- 1) фрагмент геоида спроектированный на плоскость;
- 2) плоское графическое изображение контуров основных объектов хозяйственной территории, выполненных с соблюдением масштабов в предположении, что эта территория расположена на плоскости;
- 3) часть эллипсоида вращения Красовского, спроектированного на плоскость;

4) математически определенное, уменьшенное, обобщенное изображение поверхности Земли, другого небесного тела, показывающее спроецированные на них объекты в принятой системе условных знаков.

9. Статистический анализ картографического изображения имеет следующие цели:

- 1) изучение параметров и функций распределения объекта;
- 2) изучение параметров и функций распределения объекта, определение связей между объектами, оценка влияния факторов и выявление главных из них;
- 3) аппроксимация результативного признака и факторов, выявления законов распределения явления;
- 4) корреляционный и регрессионный анализ явлений.

10. Постановка задачи коммивояжера с привязкой к дорожной сети предполагает:

- 1) такой маршрут посещения пунктов, при котором длина маршрута, включая суммарные повторные пробеги по участкам дорог была бы минимальной;
- 2) учет населенных пунктов и перекрестков населенных пунктов;
- 3) учет пунктов, перекрестков и участков дорог;
- 4) минимизацию длины маршрута с одноразовым посещением пункта.

### **Вариант 10**

1. Логика моделирования дискретных процессов встроена:

- 1) в универсальный интерпретатор;
- 2) в компилятор;
- 3) в специальное устройство;
- 4) в сервисное средство.

2. Динамика модели отслеживается:

- 1) в двух режимах: детальном и обзорном;
- 2) в детальном режиме;
- 3) в обзорном режиме;
- 4) в специальном режиме.



3. К основным чертам моделирования относятся:

- 1) выделение задачи, определение существенных особенностей объекта, идеализация системы, подмена действительности образцом, оценка адекватности и точности модели, получение новых знаний;
- 2) упрощение реальной ситуации, идеализация системы, выявление детерминированных и случайных переменных, достижение цели;
- 3) описание структурных элементов и их связей;
- 4) формализация выделенной задачи, построение алгоритма и создание программы.

4. Структурный анализ процессов – это:

- 1) разложение сложных процессов на более простые;
- 2) выявление иерархии подпроцессов;
- 3) формализация сложного реального процесса путем его разложения на подпроцессы, выполняющие определенные функции и имеющие взаимные функциональные связи;
- 4) графическое изображение имитационной модели, функции, выполняемые каждым подпроцессом, условия взаимодействия всех подпроцессов и особенности поведения моделируемого процесса.

5. Построение имитационной модели – это:

- 1) трансляция и редактирование связей и верификация параметров;
- 2) выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии;
- 3) подготовленное для трансляции графическое изображение имитационной модели, функции, выполняемые каждым подпроцессом, условия взаимодействия всех подпроцессов и особенности поведения моделируемого процесса;
- 4) создание систем массового обслуживания.

6. К устройствам для получения набора случайных чисел относятся:

- 1) игральные карты, рулетка и таблица случайных чисел;
- 2) урны, кости, рулетки;

- 3) игровые автоматы;
- 4) монета и шестигранный кубик.

7. Какая формула применяется для моделирования случайной величины  $x$  по нормальному вероятностному закону с плотностью вероятности  $p$ ?

- 1)  $-\log p$ ;
- 2)  $a+k \log [p/(1-p)]$ ;
- 3)  $(1/p)^{1/c}$ ;

12

- 4)  $\sum_{i=1} p_i - b$ .

8. К параметрам асимметрии вероятностного распределения относятся:

- 1) стандарт, дисперсия, вариация, размах;
- 2) асимметрия, разность среднего и моды;
- 3) вариация, асимметрия, эксцесс;
- 4) среднее, медиана, мода.

9. Формула для вычисления средней квадратической погрешности среднего значения распределения Гаусса имеет вид:

- 1)  $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{2n}$ ;
- 2)  $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$ ;
- 3)  $\sigma_{\bar{x}} = c_v / \sqrt{2n}$ ;
- 4)  $\sigma_{\bar{x}} = c_v / \sqrt{n}$ .

10. К закону распределения с различными соотношениями коэффициентов асимметрии и вариации относится:

- 1) кривая Пирсона 3 типа;
- 2) гамма-распределение;
- 3) кривая Гаусса;
- 4) кривая Вейбулла.

## **Цели и задачи освоения дисциплины**

Целями изучения дисциплины являются: приобретение теоретических знаний и практических навыков построения и использования математических методов и моделей при формализации и решении прикладных задач в области экономики; развитие умения и навыков анализа поведения экономических объектов, понимание особенностей их функционирования в условиях рыночной экономики; освоение методов выбора наиболее эффективных решений; развитию аналитического мышления.

Задачи изучения дисциплины: подготовка студентов для научной и практической деятельности в области разработки моделей сложных систем и проведения исследований на этих моделях

Результатом освоения дисциплины Б1.В.ОД.17 Имитационное моделирование является овладение бакалаврами по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» следующих видов профессиональной деятельности: проектная, производственно-технологическая, организационно-управленческая, аналитическая, научно-исследовательская.

### **1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина относится к вариативной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, полученные в результате изучения следующих дисциплин: «Математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Прикладная математика».

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин «Проектирование информационных систем», «Методы принятия управленческих решений», а также для успешного выполнения производственной практики и выпускной квалификационной работы.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре.

### **2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО**

## ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен овладеть знаниями, умениями и навыками в целях приобретения следующих компетенций:

Трудовое действие	Наименование компетенции, необходимой для выполнения трудового действия (планируемые результаты освоения ОП)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенции
<b>Общекультурные компетенции</b>		
		<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
		<b>В области практических умений (С)</b>
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	<b>ОПК-3</b>	<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>Знать:</b> основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии
		<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
		<b>Уметь:</b> использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
		<b>В области практических умений (С)</b>
		<b>Владеть:</b> способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>Обобщенная трудовая функция</b> А/6 Преподавание по программам профессионального обучения, СПО и ДПП, ориентированным на соответствующий уровень квалификации ***** ПС «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и ДПО»		
<b>Трудовая функция</b> – А/01.6 Организация учебной деятельности обучающихся по освоению учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и (или) ДПП		
способностью применять системный подход и	<b>ПК-23</b>	<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>Знать:</b> проектирование ИС; математическое моделирование; имитационное моделирование;

математические методы в формализации решения прикладных задач	основы систем и системного анализа
	<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
	<b>Уметь:</b> применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач
	<b>В области практических умений (С)</b>
	<b>Владеть:</b> способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётных единицы 180 часов, форма промежуточной аттестации экзамен.

#### 4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы:

##### 4.1.1. Очная форма обучения:

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц	Объем часов / зачетных единиц	Объем часов / зачетных единиц
	Всего часов	5	6
<b>Общая трудоемкость</b>	180/5	180/5	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)</b>	74	74	
Лекции (Л)	30	30	
Практические занятия (ПЗ)	44	44	
Лабораторные работы (ЛР)			
<b>Самостоятельная работа:</b>	70	70	
Подготовка и сдача экзамена/зачета	36	36	

##### 4.1.2. Заочная форма обучения: Семестр – , вид отчетности – .

Вид учебной работы	Объем часов / зачетных единиц	Объем часов / зачетных единиц	Объем часов / зачетных единиц
	всего	4 курс	
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	180/5	180/5	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)</b>	18	18	
в том числе:			
Лекции (Л)	6	6	
Семинарские занятия (СЗ)			

Практические работы (ЛР)	12	12	
<b>Самостоятельная работа:</b>	126	126	
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Расчетно-графическая работа (РГР)			
Реферат (Р)			
Эссе (Э)			
Контрольная работа			
Самостоятельное изучение разделов			
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам, рубежному контролю и т.д.)	90	90	
Подготовка и сдача экзамена	36	36	
Подготовка и сдача зачета			

## 5. Содержание учебной дисциплины

Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества часов и видов учебных занятий:

### 5.1.1 Очная форма обучения:

№ п/п	Раздел Дисциплины (тема)	С е м е с т р	Не дел я се ме ст р а	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы тек контроля успе в Форм а промежуточн ой аттестации
				Лекци и (Л)	Практич . (сем)	лаб.р (ЛР)	сам.раб (СРС)	
1	Тема 1. Теоретические основы имитационного моделирования. Понятие модели и цели моделирования. Имитационное моделирование. Типовые задачи имитационного моделирования. Классификация моделей. Этапы компьютерного моделирования (вычислительного эксперимента). Планирование компьютерного эксперимента. Границы возможностей классических математических методов в экономике. Существующие подходы к визуальному	5	1-3	6	6		14	Защита практическо й работы.

	моделированию сложных динамических систем. Типовые системы имитационного моделирования.							
2	Тема 2. Динамические системы, как объект имитационного моделирования. Математическая модель времени. Детерминированные модели на базе классических динамических систем. Модели описания процессов с помощью ДУ.	5	4-6	6	6		14	Защита практической работы.
3	Тема 3. Объектно-ориентированный подход к описанию системы. Модели, описывающие параллельные непрерывные процессы. Объектно-ориентированный подход к описанию системы. Уровни детализации функциональной модели.	5	7-9	6	8		14	Защита практической работы.
4	Тема 4. Моделирование случайных процессов. Дальнейшие пути имитации. Моделирование случайных процессов. Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Непрерывные цепи Маркова. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Моделирование случайных величин.	5	10-13	6	12		14	
5	Тема 5. Системы массового обслуживания (СМО). Понятие СМО. Классификация СМО. Характеристики системы	5	14-15	6	12		14	Защита практической работы.

массового обслуживания. Структура обслуживающей системы. Основные критерии эффективности функционирования СМО. Простейшая одноканальная модель. Моделирование СМО с 1-м каналом. Разработка модели. Управление очередью в СМО. Управление обслуживанием.							
экзамен						36	
ИТОГО		30	44			70	Экзамен

### 5.1.2 Заочная форма обучения

№ п/п	Раздел Дисциплины (тема)	С е м е с т р	Не дел я се ме стра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы тек контроля успева Форма промежуточн ой аттестации
				Лекци и (Л)	Практич . (сем)	лаб.р (ЛР)	сам.раб (СРС)	
1	Тема 1. Теоретические основы имитационного моделирования. Понятие модели и цели моделирования. Имитационное моделирование. Типовые задачи имитационного моделирования. Классификация моделей. Этапы компьютерного моделирования (вычислительного эксперимента). Планирование компьютерного эксперимента. Границы возможностей классических математических методов в экономике. Существующие подходы к визуальному			2	2		18	Защита практическо й работы.



	моделированию сложных динамических систем. Типовые системы имитационного моделирования.							
2	Тема 2. Динамические системы, как объект имитационного моделирования. Математическая модель времени. Детерминированные модели на базе классических динамических систем. Модели описания процессов с помощью ДУ.			2	2		18	Защита практической работы.
3	Тема 3. Объектно-ориентированный подход к описанию системы. Модели, описывающие параллельные непрерывные процессы. Объектно-ориентированный подход к описанию системы. Уровни детализации функциональной модели.				2		18	Защита практической работы.
4	Тема 4. Моделирование случайных процессов. Дальнейшие пути имитации. Моделирование случайных процессов. Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Непрерывные цепи Маркова. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Моделирование случайных величин.			2	2		18	
5	Тема 5. Системы массового обслуживания (СМО). Понятие СМО. Классификация СМО. Характеристики системы				4		18	Защита практической работы.

массового обслуживания. Структура обслуживающей системы. Основные критерии эффективности функционирования СМО. Простейшая одноканальная модель. Моделирование СМО с 1-м каналом. Разработка модели. Управление очередью в СМО. Управление обслуживанием.							
экзамен						36	
ИТОГО		6	12			126	Экзамен

### 5.1 Тематическое содержание дисциплины

№ п/п	Раздел дисциплины	Тема и краткое содержание темы
1	2	3
1	<b>Модуль 1 -. Теоретические основы имитационного моделирования.</b>	Понятие модели и цели моделирования. Имитационное моделирование. Типовые задачи имитационного моделирования. Классификация моделей. Этапы компьютерного моделирования (вычислительного эксперимента). Планирование компьютерного эксперимента. Границы возможностей классических математических методов в экономике. Существующие подходы к визуальному моделированию сложных динамических систем. Типовые системы имитационного моделирования.
2	<b>Модуль 2 - Динамические системы, как объект имитационного моделирования.</b>	Математическая модель времени. Детерминированные модели на базе классических динамических систем. Модели описания процессов с помощью ДУ.
3	<b>Модуль 3 - Объектно-ориентированный подход к описанию системы.</b>	Дальнейшие пути имитации. Моделирование случайных процессов. Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Непрерывные цепи Маркова. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Моделирование случайных величин.
	<b>Модуль 4 - Моделирование случайных процессов.</b>	Дальнейшие пути имитации. Моделирование случайных процессов. Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Непрерывные цепи Маркова. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло). Моделирование случайных величин.

<b>Модуль 5 - Системы массового обслуживания (СМО).</b>	Понятие СМО. Классификация СМО. Характеристики системы массового обслуживания. Структура обслуживающей системы. Основные критерии эффективности функционирования СМО. Простейшая одноканальная модель. Моделирование СМО с 1-м каналом. Раз-работка модели. Управление очередью в СМО. Управление обслуживанием.
---	--

### **5.3. Интерактивные образовательные технологии,**

#### **используемые на аудиторных занятиях**

Для успешного освоения дисциплины «Исследование операций» применяются различные образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно образовательной программе, с учетом требований к объему занятий в интерактивной форме.

#### **5.3.1. Очная форма обучения**

Семестр	Вид занятия (Л, ПР.)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
6	Л	- интерактивная лекция, работа с наглядными пособиями, видео- и аудиоматериалами	6
	ПР	- формирование терминологических словарей по темам и разделам для систематизации материала - создание презентаций - разработка примерных конспектов-схем, которые содержат определения, графики, таблицы - внеаудиторная работа в форме обязательных консультаций и индивидуальных занятий со студентами (помощь в понимании тех или иных моделей и концепций, подготовка рефератов, а также тезисов для студенческих конференций и т.д.).	14
	Л		
Итого:			20

#### **5.3.2. Заочная форма обучения**

Семестр	Вид занятия (Л, ПР.)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
	Л	- интерактивная лекция, работа с наглядными пособиями, видео- и аудиоматериалами	4
Итого:			4

## **6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

### **6.1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

#### **6.1.1. Методические указания для проведения аудиторных (практических) занятий**

Лекционный материал построен на основе учебного плана, ФГОС и рабочей программы. Лекции между собой взаимосвязаны. Поэтому если студент пропустил лекцию, необходимо самостоятельно изучить предыдущую тему. Для лучшего запоминания целесообразно записывать в лекционную тетрадь ключевые положения темы, примеры и формулы. По возникающим вопросам студент может проконсультироваться с преподавателем, либо самостоятельно изучить вопрос по литературным источникам. Перед следующей лекцией студент должен прочитать лекционный материал и дополнительный материал, предложенный преподавателем на лекции.

Для лабораторных занятий по изучаемому курсу предусмотрены задания, разработанные преподавателем, с целью закрепления и систематизации лекционного материала, а также формирования практических навыков работы с методами прогнозирования и их приложениями. Лабораторные занятия основываются на практическом выполнении индивидуального задания по изучаемой теме. При выполнении задания студент пользуется методическими материалами, которые включают пример выполнения лабораторной работы и варианты заданий. Студент должен выполнить ряд расчетно-графических заданий и защитить их. Материалы текущего контроля основаны на лекционном и практическом материале и предназначены для оценки знаний, умений и владений по основным вопросам дисциплины. Результатом работы студента является презентация проекта по приложению методов прогнозирования.

Активная работа студента на лекционных и лабораторных занятиях, отличные итоги текущего контроля, а также подготовка проекта и его защита

могут служить основанием для досрочной аттестации без проведения зачета в период сессии. Студенты, не успевающие по итогам текущего контроля к сдаче экзамена не допускаются. Неаттестованные студенты получают индивидуальные задания у преподавателя.

### **6.1.2. Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине заключается в исследовании дополнительных литературных источников, интернет-ресурсов, периодических изданий, нормативных документов, методической литературы по всем темам дисциплины, подготовке конспектов, переданных на самостоятельное изучение, а также подготовке расчетно-графических заданий.

При подготовке к зачету (экзамену) особое значение должно быть уделено запоминанию основных терминов, определений и формул. Задания для зачета составляются на основании лабораторных работ, которые были пройдены студентами. На зачете каждый студент должен подготовить и защитить проект по результатам лабораторных работ и самостоятельной деятельности. При возникновении трудности в оценке преподаватель может задавать дополнительные вопросы. После двух неудачных попыток сдачи зачета студент сдает зачет комиссии, назначенной по решению заведующего кафедрой.

## **6.2. Перечень заданий для самостоятельной работы обучающихся:**

### *Темы рефератов*

1. Моделирование случайных выборок для оценки вероятностного распределения экономических показателей.
2. Моделирование связанных выборок для оценки вероятностного распределения экономических показателей.
3. Определение характеристик одноканальной модели массового обслуживания.


4. Определение характеристик многоканальной модели массового обслуживания.
5. Однофакторный анализ с применением метода моделирования псевдослучайных чисел.
6. Многофакторный анализ с применением метода моделирования псевдослучайных чисел.
7. Модель замкнутой системы массового обслуживания.

### 6.3 График самостоятельной работы студентов по дисциплине

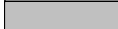
#### «Имитационное моделирование»

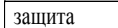
для бакалавров/магистров специальности/направлению 09.03.03 Прикладная информатика, 3 курс,5 семестр

Вид занятий	Номера недель – 4 семестр																					Итого		Сессия
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
Лекции	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2								30	экзамен
Количество часов	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	4								35	
Практические	2	2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4								44	
Количество часов самостоятельной работы	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	4	4								35	
Лабораторные																								
Количество часов																								
Курсовая работа																								
Количество часов																								

 Чтение лекций, проведение практических и семинарских занятий, выполнение лабораторных работ, выдача и объяснение курсовой работы (проекта) и т.п.

 кол и опр Сроки опроса

 Сроки выполнения курсовой работы (проекта) и т.п.

 защита Сроки защиты курсовой работы (проекта) и т.п.

## **7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включает:

- перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования;
- описание шкал оценивания;
- критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (промежуточной аттестации) по дисциплине, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции (ий).

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в **приложении к рабочей программе.**

### **8. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

#### **8.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:**

##### **8.1.1. Основная литература:**

1. Имитационное моделирование экономических процессов [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подгот.080101 "Прикладная информатика в управлении" / Н. Н. Лычкина. - М. : ИНФРА-М, 2014. - 253 с.
2. Имитационно-статистическое моделирование экономических систем [Текст] : моногр. / Г. Е. Дыкусов, В. Р. Елохин, В. К. Евтеев. - Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2014. - 151 с.
3. Математические методы [Текст] : учеб. для студентов учреждений сред. проф. образования : учеб. для студентов вузов, обучающихся по спец. 080801 "Прикладная информатика (по областям)" : рек. Учеб.-метод. об-нием / Т. Л. Партыка, И. И. Попов. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2015. - 463 с.



4. Математическое моделирование систем и процессов [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. УМО / Н. В. Голубева. - СПб. : Лань, 2013. - 191 с.
5. Толковый словарь терминов по математическому моделированию [Электронный ресурс] / Иркут. гос. с.-х. акад. ; авт.-сост.: В. Р. Елохин, Я. М. Иванько, Н. И. Федурин. - Электрон. текстовые дан. - Иркутск : ИрГСХА, 2011.

### 8.1.2. Дополнительная литература:

1. Васин, Александр Алексеевич. Исследование операций [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Васин, П. С. Краснощеков, В. В. Морозов. - М. : Академия, 2008. - 464 с. ХР(2)
2. Голышева, Светлана Павловна. Исследование операций [Текст] : учеб.-метод. пособие для студентов II курса энергет. фак. очн. и заочн. формы обучения / С. П. Голышева ; Иркут. гос. с.-х. акад., каф. математики. - Иркутск : ИрГСХА, 2006. - 86 с.
3. Давыдов, Евгений Георгиевич. Элементы исследования операций [Текст] : учеб. пособие для вузов : допущено Учеб.-метод. об-нием / Е. Г. Давыдов. - М. : КноРус, 2010. - 158 с.
4. Исследование операций в экономике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2010. - 430 с. ХР(2)
5. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций [Текст] : пер. с англ. / Х. А. Таха. - 7-е изд. - М. : Вильямс, 2005. - 901 с. + 1 эл. опт. диск (CD-ROM)

### 8.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины:

1. [polpred.com](http://polpred.com) Электронная библиотека "Полпред"
2. <http://iprbookshop.ru> Электронно-библиотечная система «IPRbooks»
3. <http://it.eup.ru/> Библиотека компьютерной литературы
4. <http://www.infocity.kiev.ua/> Электронная библиотека InfoCity

### 8.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:

№ п/п	Наименование программного обеспечения	Договор организация	№, дата,	Число пользователей (шт)
1.	Microsoft Windows Vista Business Russian Upgrade Academic OPEN No Level (апгрейд операционной системы)	лицензии: 44667904, 44545018, другие	№ 44217759, 43837216, 44545016 и	144

№ п/п	Наименование программного обеспечения	Договор №, дата, организация	Число пользователей (шт)
2.	Microsoft Office 2007 (пакет офисных приложений Майкрософт)	лицензии: № 44217759, 44667904, 43837216, 44545018, 44545016, 44217780 и другие	296
3.	Windows XP Professional (операционная система)	лицензии: X10-51730 RU, X11-42168 RU и другие	152

### 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий и др. объектов для проведения учебных занятий	Основное оборудование	Форма использования
	227 – Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Мультимедийный проектор, учебно-наглядные пособия	Проведение занятий лекционного типа
	340 – Учебная аудитория для проведения лабораторных и практических занятий, самостоятельной работы, текущего контроля и промежуточной аттестации	Мультимедийный проектор, интерактивная доска, 12 компьютеров на базе процессоров Intel, мультимедийный проектор, учебно-наглядные пособия	Проведение лабораторных и практических занятий, групповых консультаций, индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации
	421 – Аудитория для индивидуальных консультаций (кафедра)	3 компьютера на базе процессоров Intel, мультимедийный проектор, ноутбук	Проведение индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

## Фонд оценочных средств для текущей аттестации

Фонд оценочных средств для текущей аттестации по дисциплине «Имитационное моделирование», включает:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения (текущей аттестации) по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций.

### 2. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Рабочая программа дисциплины (модуля) определяет перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.

Трудовое действие	Наименование компетенции, необходимой для выполнения трудового действия (планируемые результаты освоения ОП)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенции
<b>Общекультурные компетенции</b>		
		<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
		<b>В области практических умений (С)</b>
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в	<b>ОПК-3</b>	<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>Знать:</b> основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии
		<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
		<b>Уметь:</b> использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности

профессиональной деятельности		<b>В области практических умений (С)</b>
		<b>Владеть:</b> способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>Обобщенная трудовая функция</b> А/6 Преподавание по программам профессионального обучения, СПО и ДПП, ориентированным на соответствующий уровень квалификации **** <b>ПС «Педагог профессионального обучения, профессионального образования и ДПО»</b>		
<b>Трудовая функция</b> – А/01.6 Организация учебной деятельности обучающихся по освоению учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) программ профессионального обучения, СПО и (или) ДПП		
способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	<b>ПК-23</b>	<b>В области знания и понимания (А)</b>
		<b>Знать:</b> проектирование ИС; математическое моделирование; имитационное моделирование; основы систем и системного анализа
		<b>В области интеллектуальных навыков (В)</b>
		<b>Уметь:</b> применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач
		<b>В области практических умений (С)</b>
		<b>Владеть:</b> способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

В рабочей программе дисциплины (модуля) **ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ** определены тематическим планом.

### **3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.**

#### **1 Защита лабораторной работы «Теоретические основы имитационного моделирования»**

**Максимум 12 баллов**

#### **Перечень вопросов для защиты лабораторной работы**

1. Теоретические основы имитационного моделирования.
2. Понятие модели и цели моделирования.
3. Имитационное моделирование.
4. Типовые задачи имитационного моделирования.
5. Классификация моделей.

6. Этапы компьютерного моделирования (вычислительного эксперимента).
7. Планирование компьютерного эксперимента.
8. Границы возможностей классических математических методов в экономике.
9. Существующие подходы к визуальному моделированию сложных динамических систем.
10. Типовые системы имитационного моделирования.

Критерии оценки:

шкала оценивания в баллах в соответствии рейтинг-плану дисциплины

Максимально - 12 баллов

## **2 Защита лабораторной работы «Динамические системы» Максимум 12 баллов**

### **Перечень вопросов для защиты лабораторной работы**

1. Динамические системы, как объект имитационного моделирования.
2. Математическая модель времени.
3. Детерминированные модели на базе классических динамических систем.
4. Модели описания процессов с помощью ДУ.

Критерии оценки:

шкала оценивания в баллах в соответствии рейтинг-плану дисциплины

Максимально - 12 баллов (по 1 баллу за каждый правильный ответ)

## **3 Защита лабораторной работы «Объектно-ориентированный подход» Максимум 12 баллов**

### **Перечень заданий для защиты лабораторной работы**

1. Объектно-ориентированный подход к описанию системы.
2. Модели, описывающие параллельные непрерывные процессы.
3. Объектно-ориентированный подход к описанию системы.
4. Уровни детализации функциональной модели

Критерии оценки:

шкала оценивания в баллах в соответствии рейтинг-плану дисциплины

Максимально - 12 баллов (по 3 балла за каждый выполненное задание)

#### **4 Защита лабораторной работы «Моделирование случайных процессов»**

**Максимум 12 баллов**

##### **Перечень заданий для защиты лабораторной работы**

1. Моделирование случайных процессов.
2. Дальнейшие пути имитации.
3. Моделирование случайных процессов.
4. Случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем.
5. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло).
6. Непрерывные цепи Маркова.
7. Статистическое моделирование экономических систем (метод Монте-Карло).
8. Моделирование случайных величин.

Критерии оценки:

шкала оценивания в баллах в соответствии рейтинг-плану дисциплины

Максимально - 12 баллов (по 7,5 баллов за каждый выполненное задание)

#### **5 Защита лабораторной работы «Системы массового обслуживания»**

**Максимум 12 баллов**

##### **Перечень заданий для защиты лабораторной работы**

1. Системы массового обслуживания (СМО).
2. Понятие СМО.
3. Классификация СМО.
4. Характеристики системы массового обслуживания.
5. Структура обслуживающей системы.

6. Основные критерии эффективности функционирования СМО.
7. Простейшая одноканальная модель.
8. Моделирование СМО с 1-м каналом.
9. Разработка модели.
10. Управление очередью в СМО.
11. Управление обслуживанием

Критерии оценки:

шкала оценивания в баллах в соответствии рейтинг-плану дисциплины

Максимально - 12 баллов (по 7,5 баллов за каждый выполненное задание)

## Литература

1. Леонова Н.Л. Имитационное моделирование: конспект лекций / Н.Л. Леонова; СПбГТУРП. – СПб. 2015. – 94 с.
2. Жанказиев С.В., Воробьев А.И., Шадрин А.В., Гаврилюк М.В. Имитационное моделирование в проектах ИТС: учебное пособие / С.В. Жанказиев, А.И. Воробьев, А.В. Шадрин, М.В. Гаврилюк; под ред. д-ра техн. наук, проф. С.В. Жанказиева. – М.: МАДИ, 2016 – 92 с.
3. URL: [nfp2b.ru/o-kompanii/](http://nfp2b.ru/o-kompanii/)
4. [ife-prog.ru](http://ife-prog.ru)
5. Кошуняева Н.В., Патроилова Н.Н. Теория массового обслуживания (практикум по решению задач) / Н.В. Кошуняева, Н.Н. Патроилова // САФУ имени М.В. Ломоносова. - Архангельск; САФУ, 2013 - 107 с.
6. Гефан Г.Д. Марковские процессы и системы массового обслуживания. / Г.Д. Гефан // Учебное пособие – Иркутск: ИрГУПС, 2009 – 77 с.
7. Солнышкина, И. В. Теория систем массового обслуживания : учеб. пособие / И. В. Солнышкина. – Комсомольск-на-Амуре : ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2015 –76 с.

8. Марголис Н.Ю. Имитационное моделирование / Н.Ю. Марголис учеб. пособие. – Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2015 – 130 с.
9. Кораблев Ю.А. Имитационное моделирование : учебное пособие / .А. Кораблев. — Москва : КНОРУС, 2017 — 146 с.
10. Ревина И. В., Бояркин Г. Н. Имитационное моделирование производственного процесса изготовления деталей // Омский научный вестник. 2018 № 6 (162). С. 230–234.
11. Духанов, А. В. Имитационное моделирование сложных систем: курс лекций / А. В. Духанов, О. Н. Медведева; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2010 – 115 с.
12. Мицель А.А., Грибанова Е.Б., Имитационное моделирование экономических процессов в Excel / А.А. Мицель, Е.Б. Грибанова Томск: Изд-во ТУСУР, 2019 –115 с.