

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный университет  
им. А.А. Ежевского  
Кафедра математики

**М.А. Быкова**

# **ЭКОНОМЕТРИКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

для студентов экономического факультета

очной и заочной формы обучения

Молодежный, 2021

УДК 51

Печатается по разрешению учебно-методического Совета Иркутского государственного аграрного университета от 26.03.2021, протокол № 7.

Составитель: канд. эк. наук, доцент Быкова М.А.

Рецензент: канд. техн. наук, доц. Елтошкина Е.В.

Эконометрика. Методические указания для выполнения лабораторных работ для студентов экономических специальностей очного и заочного обучения. – Иркутск, ИрГАУ, 2021. – 52 с.

Эконометрика. Методические указания предназначены для самостоятельного выполнения лабораторных работ студентами экономических специальностей очного и заочного обучения Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежевского.

Методические указания состоят из самих заданий лабораторных работы, необходимым теоретическим материалом и рекомендаций о их выполнении в Excel.

© ФГБОУ ВО Иркутский государственный аграрный университет

# СОДЕРЖАНИЕ

С.

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 .....	7
ПОСТРОЕНИЕ МНОГОФАКТОРНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ.....	7
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2 .....	
ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ.....	12
Методические рекомендации по выполнению .....	
лабораторных работ №1 и №2 с помощью ППП «Excel» .....	17
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 .....	
«СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ».....	
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДОВ .....	29
Методические рекомендации по выполнению .....	
лабораторных работ №1 и №2 с помощью ППП «Excel» .....	37
Приложения .....	47
СТАТИСТИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ .....	47
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА .....	50

## ВВЕДЕНИЕ

Сегодня деятельность в любой области экономики (управлении, финансово-кредитной сфере, маркетинге, учете, аудите) требует от специалиста применения современных методов работы, знания достижений мировой экономической мысли и понимания научного языка. Большинство новых методов основано на эконометрических моделях, концепциях и приемах.

Специфической особенностью деятельности экономиста является работа в условиях недостатка информации и неполноты исходных данных. Анализ такой информации требует специальных методов, которые составляют один из аспектов эконометрики. Центральной проблемой эконометрики являются построение эконометрической модели и определение возможностей ее использования для описания, анализа и прогнозирования реальных экономических процессов.

Зарождение эконометрики является следствием междисциплинарного подхода к изучению экономики. Эта наука возникла в результате взаимодействия и объединения трех компонент: экономической теории, статистических и математических методов. Впоследствии к ним присоединилось развитие вычислительной техники и программного обеспечения, как условие развития эконометрики и возможности ее использования в реальных задачах.

Эконометрика — это наука, в которой с помощью статистических методов устанавливаются количественные взаимосвязи между экономическими переменными. То есть под эконометрикой следует понимать определенный набор математико-статистических средств, позволяющих проверять модельные соотношения между анализируемыми экономическими показателями и оценивать неизвестные значения параметров в этих соотношениях на основе исходных экономических данных.

Применяемые в эконометрике методы базируются на разделах регрессионного, дисперсионного и корреляционного анализов. Однако специфичность задач, с которыми здесь сталкиваются, вызывает необходимость особых изменений в принятых подходах и разработке специальных приемов.

Но наиболее существенная задача эконометрического исследования — это оценка и проверка эконометрической модели. Эконометрическая модель, как правило, основана на теоретических предположениях о наборе взаимосвязанных переменных и характере связи между ними. При всем стремлении к «наилучшему» описанию связей приоритет отдается качественному анализу.

Выделяется три основных класса моделей, которые применяются для анализа и/или прогноза явлений и процессов в экономике.

Модели временных рядов. К этому классу относятся модели:

*тренда:*

где  $\hat{y}_t$  – временной тренд заданного параметрического вида (например, линейный  $\hat{y}_t = a + bt$ , параболический  $\hat{y}_t = a + bt + ct^2$ ),  
– случайная (стохастическая) компонента;

*сезонности:*

где  $\hat{y}_t$  – периодическая (сезонная) компонента,  
– случайная компонента;

*тренда и сезонности:*

$\hat{y}_t$  (аддитивная) или  $\hat{y}_t$  (мультипликативная),  
где  $\hat{y}_t$  – временной тренд заданного параметрического вида,  
– периодическая (сезонная) компонента,  
– случайная компонента.

К моделям временных рядов относится множество более сложных моделей, таких как модели адаптивного прогноза, модели авторегрессии и скользящего среднего и др. Их общей чертой является то, что они объясняют поведение временного ряда, исходя только из его предыдущих значений. Такие модели могут применяться, например, для изучения и прогнозирования объема продаж авиабилетов, спроса на продукты питания, краткосрочного прогноза процентных ставок и т. п.

Регрессионные модели с одним уравнением. В таких моделях зависимая (объясняемая) переменная у представляется в виде функции

$$\hat{y}_t = f(x_t; \beta) + \varepsilon_t,$$

где  $x_t$  – независимые (объясняющие) переменные-факторы,  
– параметры.

В зависимости от вида функции  $f(x_t; \beta)$  модели делятся на линейные и нелинейные (как по независимым переменным, так и по неизвестным параметрам). Например, можно исследовать спрос на мороженое как линейную функцию от времени, температуры воздуха, среднего уровня доходов. Зависимость же заработной платы от возраста, пола, уровня образования, стажа работы может и не быть линейной.

Область применения таких моделей, даже линейных, значительно шире, чем моделей временных рядов. Проблемам теории оценивания неизвестных параметров модели, ее верификации, отбора значимых факторов и другим посвящен огромный объем литературы. Эта тема является, пожалуй, стержневой в эконометрике и основной в данном учебнике.

Системы одновременных уравнений. Эти модели описываются системами уравнений. Системы могут состоять из тождеств и регрессионных уравнений, каждое из которых может, кроме объясняющих переменных, включать в себя также объясняемые переменные из других уравнений системы. Таким образом, мы имеем здесь набор объясняемых переменных, связанных через уравнения системы. Системы одновременных уравнений

требуют относительно более сложный математический аппарат. Они могут использоваться для макромоделей, моделей страновой экономики и др. Например, модель спроса и предложения:

(предложение),  
(спрос),  
(равновесие).

где  $Q_t$  – спрос на товар в момент времени  $t$ ,  
 $S_t$  – предложение товара в момент времени  $t$ ,  
 $P_t$  – цена товара в момент времени  $t$ ,  
 $Y_t$  – доход в момент времени  $t$ .

Цена товара  $P_t$  и спрос на товар  $Q_t$  определяются из уравнений модели, т. е. являются эндогенными переменными. Предопределенными переменными в данной модели являются доход  $Y_t$  и значение цены товара в предыдущий момент времени  $P_{t-1}$ .

Лабораторные работы по дисциплине «Эконометрика» предусмотрены по построению моделей двух классов: регрессионных моделей с одним уравнением и моделей временных рядов. Данная классификация и определила содержание данных методических указаний.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

## ПОСТРОЕНИЕ МНОГОФАКТОРНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

### План работы

1. Постановка задачи:
  - цель исследования;
  - выбор результирующего показателя;
  - подбор факторов в модель;
  - формирование гипотез о характере зависимости между результирующим показателем и факторами;
  - проверка основных предпосылок корреляционно-регрессионного анализа (стохастичность, тип распределения по гистограмме).
2. Оценка качества информации:
  - выявление формы зависимости и тесноты связи между результирующим показателем и факторами (на основе полей корреляции);
  - проверка достаточности наблюдений;
  - анализ однородности данных (коэффициент вариации);
  - проверка независимости наблюдений (коэффициент Дарбина-Уотсона);
  - проверка независимости факторов (анализ коллинеарности по матрице парных корреляций с предварительной проверкой статистической значимости коэффициентов корреляции по критерию Стьюдента).
3. Построение регрессионной модели и оценка ее качества:
  - подбор многофакторной модели по вариантам использования факторов;
  - построение модели методом пошаговой регрессии;
  - оценка надежности модели (по критерию Фишера);
  - оценка точности модели (по средней ошибке аппроксимации);
  - оценка полноты модели (по множественному коэффициенту детерминации);
  - оценка надежности коэффициентов регрессии (по критерию Стьюдента).
4. Интерпретация результатов корреляционно-регрессионного анализа:
  - визуализация зависимостей в модели (по графу связей);
  - интерпретация коэффициентов регрессии в натуральном масштабе;
  - интерпретация коэффициентов регрессии в стандартизованном масштабе;
  - интерпретация коэффициентов эластичности.
5. Выводы и рекомендации:
  - выделение регулируемых и малорегулируемых факторов;
  - ранжирование факторов;
  - предложения и мероприятия для достижения сформулированных целей.

Показатели, которые необходимо исследовать при проведении корреляционно-регрессионного анализа, представлены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Показатели для проведения корреляционно-регрессионного анализа

Обозначение показателей	Наименование показателей
Y1	производительность труда
Y2	индекс снижения себестоимости продукции
Y3	рентабельность
X4	трудоемкость единицы продукции
X5	удельный вес рабочих в составе ППП
X6	удельный вес покупных изделий
X7	коэффициент сменности оборудования
X8	премии и вознаграждения на одного работника
X8	удельный вес потерь от брака
X10	фондоотдача
X11	среднегодовая численность ППП
X12	среднегодовая стоимость ОПФ
X13	среднегодовой ФЗП ППП
X14	фондовооруженность труда
X15	оборачиваемость нормируемых оборотных средств
X16	оборачиваемость ненормируемых оборотных средств
X17	непроизводственные расходы

Распределение по вариантам проводится преподавателем, согласно таблице 1.2.

Таблица 1.2

Варианты по лабораторной работе №1

№ варианта	Исследуемый показатель (Y)	Номера факторов
1	2	3
1	1	4,6,8,11,12
2	1	4,6,8,11,13
3	1	4,8,11,12,13
4	1	4,6,8,13,14
5	1	4,8,11,13,14
6	1	4,6,8,12,13
7	1	4,7,11,12,13
8	1	4,7,9,12,13
9	1	6,8,11,12,13
10	1	6,8,9,13,14



## Продолжение табл. 1.2

1	2	3
11	1	4,5,6,7,9
12	1	4,5,7,9,11
13	1	4,5,6,12,13
14	1	4,5,7,10,14
15	1	4,5,6,10,14
16	3	8,10,15,16,17
17	3	5,6,10,15,17
18	3	5,6,7,11,12
19	3	8,9,10,11,17
20	3	8,9,10,12,17
21	2	4,5,6,8,9
22	2	4,5,6,7,9
23	2	4,5,6,8,9
24	2	4,5,8,9,17
25	2	4,5,7,9,17

Исходные данные для выполнения лабораторной работы №1 представлены в таблице 1.3.

Таблица 1.3

## Исходные данные для выполнения лабораторной работы №1

№ наблюдения	Y1	Y2	Y3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	9,26	204,2	13,26	0,23	0,78	0,4	1,37	1,23	0,23	1,45	26006	167,69	47750	6,4	166,32	10,08	17,72
2	9,38	209,6	10,16	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,3	23935	186,1	50391	7,8	92,88	14,76	18,39
3	12,11	222,6	13,72	0,19	0,68	0,4	1,44	1,8	0,43	1,37	22589	220,45	43149	9,76	158,04	6,48	26,46
4	10,81	236,7	12,85	0,17	0,7	0,5	1,42	0,43	0,18	1,65	21220	169,3	41089	7,9	93,96	21,96	22,37
5	9,35	62	10,63	0,23	0,62	0,4	1,35	0,88	0,15	1,91	7394	39,53	14257	5,35	173,88	11,88	28,13
6	9,87	53,1	9,12	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586	40,41	22661	9,9	162,3	12,6	17,55
7	8,17	172,1	25,83	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609	102,96	52509	4,5	88,56	11,52	21,92
8	9,12	56,5	23,39	0,26	0,71	0,44	1,27	1,7	0,09	1,89	7801	37,02	14903	4,88	101,16	8,28	19,52
9	5,88	52,6	14,68	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14	1,94	11587	45,74	25587	3,46	166,32	11,52	23,99
10	6,3	46,6	10,05	0,36	0,73	0,39	1,25	0,6	0,21	2,06	9475	40,07	16821	3,6	140,76	32,4	21,76
11	6,2	53,2	13,99	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42	1,96	10811	45,44	19459	3,56	128,52	11,52	25,68
12	5,49	30,1	9,68	0,43	0,74	0,25	1,1	0,84	0,05	1,02	6371	41,08	12973	5,65	177,84	17,28	18,13
13	6,5	146,4	10,03	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29	1,85	26761	136,14	50907	4,28	114,48	16,2	25,74
14	6,61	18,1	9,13	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48	0,88	4210	42,39	6920	8,85	93,24	13,32	21,21
15	4,32	13,6	5,37	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41	0,62	3557	37,39	5736	8,52	126,72	17,28	22,97
16	7,37	89,8	9,87	0,3	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62	1,09	14148	101,78	26705	7,19	91,8	9,72	16,38
17	7,02	62,5	12,62	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56	1,6	9872	47,55	20068	4,82	69,12	16,2	13,21
18	8,25	46,3	5,02	0,25	0,78	0,2	1,42	0,34	1,76	1,53	5975	32,61	11487	5,46	66,24	24,84	14,48
19	8,15	103,5	21,18	0,31	0,81	0,2	1,37	1,6	1,31	1,4	16662	103,25	32029	6,2	67,68	14,76	13,38
20	8,72	73,3	25,17	0,26	0,79	0,3	1,41	1,46	0,45	2,22	9166	38,95	18946	4,25	50,4	7,56	13,69
21	6,64	76,6	19,4	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,5	1,32	15118	81,32	28025	5,38	70,56	8,64	16,66
22	8,1	73,01	21	0,29	0,78	0,1	1,48	1,58	0,77	1,48	11429	67,26	20968	5,88	72	8,64	15,06
23	5,52	32,3	6,57	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,2	0,68	6462	59,92	11049	9,27	97,2	9	20,09
24	9,37	199,6	14,19	0,23	0,79	0,47	1,4	0,86	0,21	2,3	24628	107,34	45893	4,36	80,28	14,76	15,98

Продолжение табл. 1.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
25	13,17	598,1	15,81	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25	1,37	49727	512,6	99400	10,31	51,48	10,08	18,27
26	6,67	71,2	5,23	0,29	0,8	0,34	1,4	0,33	0,15	1,51	11470	53,81	20719	4,69	105,12	14,76	14,42
27	6,68	90,8	7,99	0,41	0,71	0,2	1,28	0,45	0,66	1,43	19448	80,83	36813	4,16	128,52	10,44	22,76
28	5,22	82,1	17,5	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74	1,82	18963	59,42	33956	3,13	94,68	14,76	15,41
29	10,02	76,2	17,16	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32	2,62	9185	36,96	17016	4,02	85,32	20,52	19,35
30	8,16	119,5	14,54	0,29	0,78	0,4	1,28	0,99	0,89	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,4	16,83
31	3,78	21,9	6,24	0,51	0,62	0,2	1,47	0,24	0,23	1,54	6265	17,16	11237	2,74	153	24,84	30,53
32	6,48	48,4	12,08	0,36	0,75	0,64	1,27	0,57	0,32	2,25	8810	27,29	17306	3,1	107,64	11,16	17,98
33	10,44	173,5	9,49	0,23	0,71	0,42	1,51	1,22	0,54	1,07	17659	184,33	39250	10,44	90,72	6,48	22,09
34	7,65	74,1	9,28	0,26	0,74	0,27	1,46	0,68	0,75	1,44	10342	58,42	19074	5,65	82,44	9,72	18,29
35	8,77	68,6	11,42	0,27	0,65	0,37	1,27	1	0,16	1,4	8901	59,4	18452	6,67	79,92	3,24	26,05
36	7	60,8	10,31	0,29	0,66	0,38	1,43	0,81	0,24	1,31	8402	49,63	17500	5,91	120,96	6,48	26,2
37	11,06	355,6	8,65	0,01	0,84	0,35	1,5	1,27	0,59	1,12	32625	391,27	7888	11,99	84,6	5,4	17,26
38	9,02	264,8	10,94	0,02	0,74	0,42	1,35	1,14	0,56	1,16	31160	258,62	58947	8,3	85,32	6,12	18,83
39	13,28	526,6	9,87	0,18	0,75	0,32	1,41	1,89	0,63	0,88	46461	75,66	94697	1,63	101,52	8,64	19,7
40	9,27	118,6	6,14	0,25	0,75	0,33	1,47	0,67	1,1	1,07	13833	123,68	29626	8,94	107,64	11,88	16,87
41	6,7	37,1	12,93	0,31	0,79	0,29	1,35	0,96	0,39	1,24	6391	37,21	11688	5,82	85,32	7,92	14,63
42	6,69	57,7	9,78	0,38	0,72	0,3	1,4	0,67	0,73	1,49	11115	53,37	21955	4,8	131,64	10,08	22,17
43	9,42	51,6	13,22	0,24	0,7	0,56	1,2	0,98	0,28	2,03	6555	32,87	12243	5,01	116,24	18,72	22,62
44	7,24	64,7	17,29	0,31	0,66	0,42	1,15	1,16	0,1	1,84	11085	45,63	20193	4,12	138,24	13,68	26,44
45	5,39	48,3	7,11	0,42	0,69	0,26	1,09	0,54	0,68	1,22	9484	48,41	20122	5,1	156,96	16,56	22,26
46	5,61	15	22,49	0,51	0,71	0,16	1,26	1,23	0,87	1,72	3967	13,58	7612	3,49	137,52	14,76	19,13
47	5,59	87,5	12,14	0,31	0,73	0,45	1,36	0,78	0,49	1,75	15283	63,99	27404	4,19	135,72	7,92	18,28
48	6,57	108,4	15,25	0,37	0,65	0,31	1,15	1,16	0,16	1,46	20874	104,55	39648	5,01	155,52	18,36	28,23
49	6,54	267,3	31,34	0,16	0,82	0,08	1,87	4,44	0,85	1,6	19418	222,11	43799	11,44	48,6	8,28	12,39
50	4,23	34,2	11,56	0,18	0,8	0,68	1,17	1,06	0,13	1,47	3351	25,76	6235	7,67	42,84	14,04	11,64
51	5,22	26,8	30,14	0,43	0,83	0,03	1,61	2,13	0,49	1,38	6338	29,52	11524	4,66	142,2	16,92	8,62
52	18	43,6	19,71	0,4	0,7	0,02	1,34	1,21	0,09	1,41	9756	41,99	17309	4,3	145,8	11,16	20,1
53	11,03	72	23,56	0,31	0,74	0,22	1,22	2,2	0,79	1,39	11705	78,11	22225	4,62	120,52	14,76	19,41

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

### ПОСТРОЕНИЕ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

#### **Цель:**

1. Научиться строить модель с фиктивными объясняющими переменными, описывающую экономическую систему и производить ее идентификацию.

2. Научиться проверять эконометрические модели на наличие: мультиколлинеарности факторов и автокорреляции случайной составляющей.

По своему варианту необходимо:

- 1) определить фиктивные переменные и вид модели с переменной структурой;
- 2) произвести идентификацию модели;
- 3) рассчитать общую, факторную и остаточную дисперсии;
- 4) вычислить коэффициент детерминации;
- 5) вычислить стандартную ошибку регрессии;
- 6) вычислить стандартные ошибки параметров регрессии;
- 7) проверить общее качество модели при уровне значимости, равном 0,05;
- 8) проверить существенность влияния фактора «пол» на размер заработной платы человека;
- 9) проверить модель на наличие мультиколлинеарности факторов;
- 10) проверить модель на наличие автокорреляции случайной составляющей.

Распределение по вариантам проводится преподавателем, согласно таблице 1.4.

Таблица 1.4

Варианты по лабораторной работе №2

<b>№ варианта</b>		<b>Исследуемый показатель</b>	<b>Факторы</b>
1	только женщины	заработная плата	степень, должность при приеме
2	только женщины	заработная плата	степень, наличие семьи
3	только женщины	заработная плата	степень, возраст
4	только женщины	заработная плата	степень, стаж
5	только женщины	заработная плата	должность при приеме, возраст
6	только женщины	заработная плата	должность при приеме, стаж
7	только женщины	заработная плата	должность при приеме, наличие семьи
8	только женщины	заработная плата	наличие семьи, возраст
9	только женщины	заработная плата	наличие семьи, стаж
10	только женщины	заработная плата	наличие степени при приеме, стаж
11	только мужчины	заработная плата	степень, должность при приеме
12	только мужчины	заработная плата	степень, наличие семьи
13	только мужчины	заработная плата	степень, возраст
14	только мужчины	заработная плата	степень, стаж
15	только мужчины	заработная плата	должность при приеме, возраст
16	только мужчины	заработная плата	должность при приеме, стаж
17	только мужчины	заработная плата	должность при приеме, наличие семьи
18	только мужчины	заработная плата	наличие семьи, возраст
19	только мужчины	заработная плата	наличие семьи, стаж
20	только мужчины	заработная плата	наличие степени при приеме, стаж
21	все	заработная плата	степень, возраст
22	все	заработная плата	должность при приеме, возраст
23	все	заработная плата	наличие семьи, возраст
24	все	заработная плата	пол, возраст
25	все	заработная плата	наличие степени при приеме, возраст
26	все	заработная плата	степень, стаж
27	все	заработная плата	должность при приеме, стаж
28	все	заработная плата	наличие семьи, стаж
29	все	заработная плата	пол, стаж
30	все	заработная плата	наличие степени при приеме, стаж

Исходные данные для выполнения лабораторной работы №2 представлены в таблице 1.5

## Исходные данные для выполнения лабораторной работы №2

№ п/п	Степень	Должность при приеме	Наличие степени при приеме	Пол	Наличие семьи	Возраст	Стаж	Зарплата	Возраст при приеме
1	магистр	доцент	да	Ж	да	35	0	16 209	35
2	бакалавр	доцент	нет	Ж	да	37	0	23 253	37
3	бакалавр	доцент	нет	Ж	нет	32	1	26 399	31
4	бакалавр	доцент	нет	Ж	нет	26	1	19 876	25
5	магистр	инструктор	да	Ж	нет	33	1	21 619	32
6	магистр	доцент	да	Ж	да	43	2	23 602	41
7	бакалавр	доцент	нет	Ж	да	41	2	23 602	39
8	магистр	инструктор	да	Ж	да	39	2	22 447	37
9	бакалавр	доцент	нет	Ж	да	39	2	21 864	37
10	магистр	инструктор	да	Ж	нет	41	2	23 602	39
11	магистр	доцент	да	Ж	да	30	3	23 413	27
12	бакалавр	инструктор	нет	Ж	да	41	3	19 313	38
13	магистр	инструктор	да	Ж	нет	41	3	21 455	38
14	магистр	доцент	да	Ж	да	46	4	25 072	42
15	бакалавр	инструктор	нет	Ж	да	44	4	22 981	40
16	магистр	инструктор	да	Ж	нет	28	4	21 669	24
17	магистр	доцент	да	Ж	да	38	5	24 740	33
18	магистр	инструктор	да	Ж	нет	35	5	23 602	30
19	магистр	инструктор	да	Ж	да	46	6	24 772	40
20	магистр	инструктор	да	Ж	да	45	6	25 784	39
21	магистр	доцент	да	Ж	да	42	6	26 120	36
22	магистр	инструктор	да	Ж	нет	33	6	23 449	27
23	бакалавр	инструктор	нет	Ж	нет	46	8	25 110	38
24	магистр	инструктор	да	Ж	нет	36	11	29 598	25
25	магистр	доцент	нет	Ж	да	48	12	33 675	36
26	магистр	инструктор	нет	Ж	нет	34	13	27 129	21

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
27	магистр	инструктор	да	Ж	нет	39	13	28 775	26
28	бакалавр	доцент	нет	Ж	да	51	13	30 831	38
29	магистр	доцент	да	Ж	да	55	14	32 701	41
30	магистр	инструктор	да	Ж	нет	44	15	31 728	29
31	магистр	инструктор	да	Ж	нет	41	15	29 187	26
32	магистр	инструктор	да	Ж	да	63	15	31 728	48
33	магистр	инструктор	да	Ж	нет	47	16	31 728	31
34	магистр	доцент	да	Ж	да	61	16	34 161	45
35	магистр	доцент	да	М	нет	42	1	24 450	41
36	бакалавр	инструктор	нет	М	да	29	2	24 904	27
37	магистр	профессор	да	М	нет	43	3	34 134	40
38	магистр	доцент	да	М	нет	36	3	24 740	33
39	магистр	доцент	да	М	да	43	3	27 540	40
40	магистр	доцент	да	М	да	42	5	26 120	37
41	магистр	инструктор	да	М	да	40	6	24 772	34
42	магистр	доцент	да	М	нет	46	6	32 701	40
43	магистр	доцент	да	М	да	48	6	32 701	42
44	магистр	инструктор	да	М	да	47	6	27 129	41
45	бакалавр	доцент	нет	М	да	34	8	30 831	26
46	доктор	инструктор	да	М	да	42	10	25 447	32
47	магистр	инструктор	да	М		36	10	25 447	26
48	магистр	профессор	да	М	да	51	13	35 132	38
49	доктор	профессор	да	М	да	56	14	36 105	42
50	магистр	доцент	да	М	да	47	15	32 701	32
51	магистр	доцент	да	М	нет	41	15	33 675	26
52	бакалавр	инструктор	нет	М	нет	45	15	27 541	30
53	бакалавр	профессор	нет	М	да	61	15	37 773	46
54	магистр	инструктор	да	М	нет	42	16	28 775	26
55	магистр	инструктор	нет	М	нет	54	16	31 069	38
56	магистр	профессор	да	М	да	58	16	39 470	42
57	магистр	профессор	да	М	нет	55	16	35 132	39
58	магистр	профессор	да	М	нет	48	16	34 161	32
59	магистр	доцент	да	М	нет	46	17	33 675	29
60	магистр	профессор	да	М	да	54	17	37 226	37

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
61	магистр	профессор	да	М	да	56	17	40 592	39
62	магистр	инструктор	да	М	да	49	18	34 647	31
63	магистр	доцент	да	М	да	51	19	31 243	32
64	магистр	инструктор	нет	М	нет	53	19	43 208	34
65	бакалавр	инструктор	нет	М	нет	43	19	32 701	24
66	бакалавр	инструктор	нет	М	нет	48	19	30 010	29
67	магистр	доцент	да	М	да	56	21	39 470	35
68	магистр	профессор	да	М	да	65	21	41 713	44
69	магистр	инструктор	да	М	нет	52	22	37 223	30
70	магистр	инструктор	да	М	да	61	22	37 226	39
71	магистр	инструктор	нет	М	да	68	22	36 105	46
72	магистр	профессор	да	М	да	66	22	43 208	44
73	магистр	профессор	да	М	да	59	22	43 208	37
74	магистр	доцент	да	М	да	61	25	41 713	36
75	магистр	инструктор	нет	М	нет	52	25	37 226	27



## Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ №1 и №2 с помощью ППП «Excel»

### 1. Настройка пакета для выполнения регрессионного анализа

Процедуры корреляционно-регрессионного анализа выполняются в табличном процессоре с помощью модуля «Пакет анализа». Для подключения этого модуля с помощью команды СЕРВИС – НАДСТРОЙКИ выведите окно НАДСТРОЙКИ и включите надстройку ПАКЕТ АНАЛИЗА.

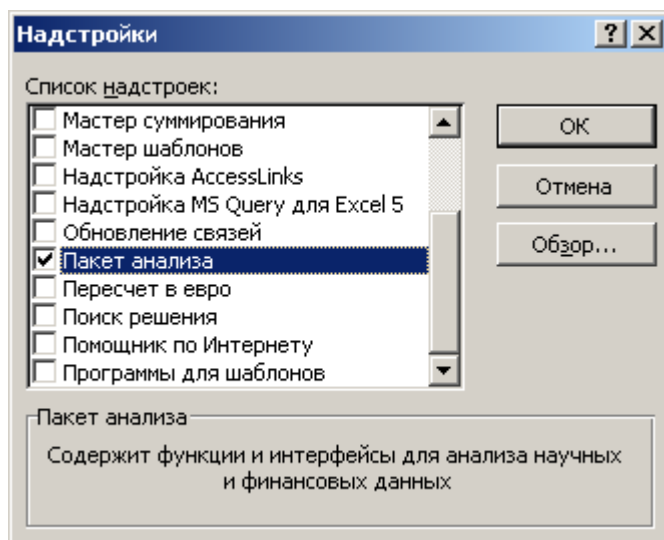


Рис. 1.6. Диалоговое окно Надстройки меню Сервис.

После выполнения этой процедуры в ниспадающем меню пункта СЕРВИС появится команда АНАЛИЗ ДАННЫХ.

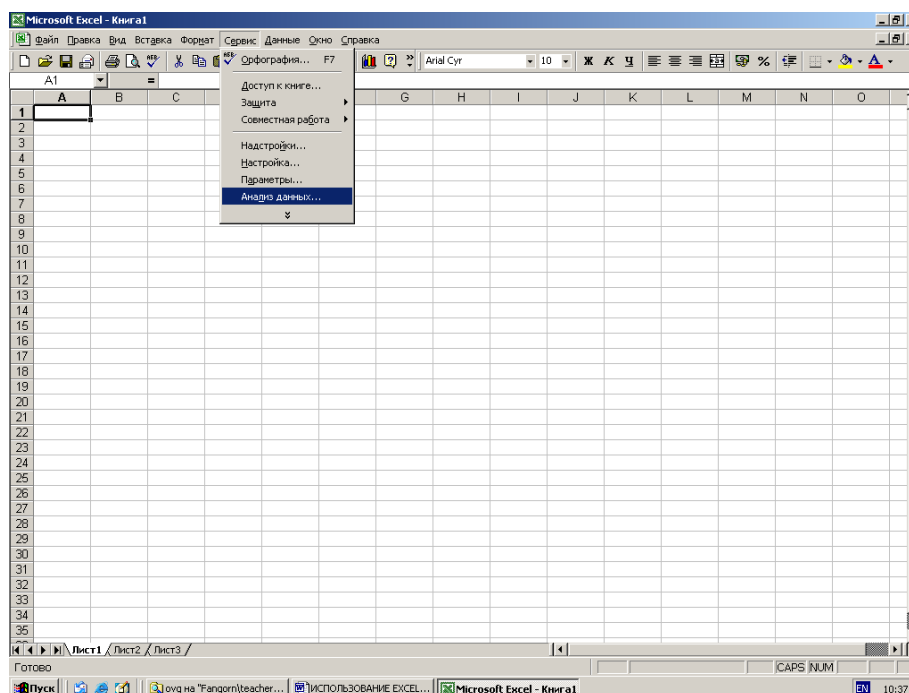


Рис. 1.7. Лист ППП «Excel» пункт меню Сервис команда Анализ данных.

## 2. Расчет показателей описательной статистики

Для проверки требований, предъявляемых к исходным данным, следует рассчитать ряд показателей, характеризующих эти данные (среднее значение, дисперсия и т. д.). Эти характеристики данных можно получить, воспользовавшись функцией СЕРВИС - АНАЛИЗ ДАННЫХ – ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

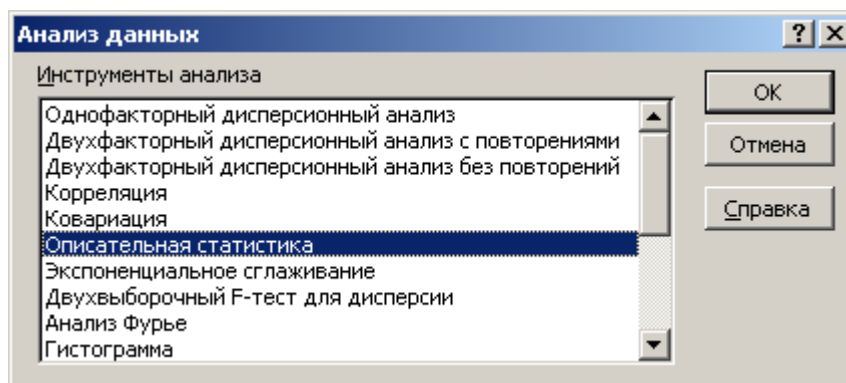


Рис. 1.8. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

После выбора требуемой функции откроется окно ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

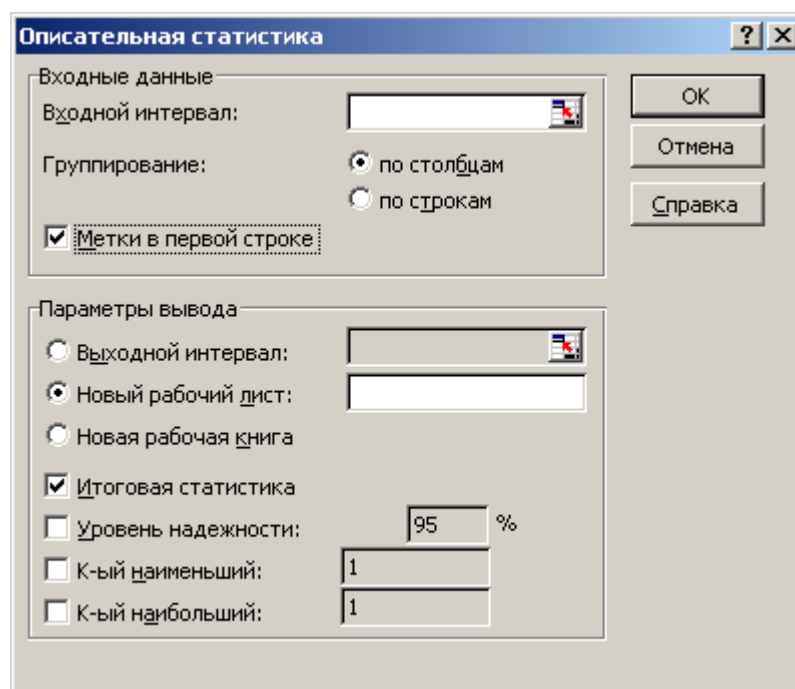


Рис. 1.9. Диалоговое окно ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА.

Для расчета показателей описательной статистики в окне «Входной интервал» укажите область ячеек электронной таблицы, где расположены анализируемые данные (исследуемый показатель и все факторы). Желательно в эту область включить ячейки с обозначениями переменных

( $X_0, X_1, \dots, X_r$ ) для комфортного восприятия результатов вычислений. Если метки данных (обозначения переменных) учтены, то в области ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ включите опцию «Метки в первой строке». Затем в области «Параметры вывода» укажите, куда должны быть выведены результаты расчетов (*Новый лист* либо *Выходной интервал* и верхняя левая ячейка области электронной таблицы, где должны быть размещены результаты).

В области «Параметры вывода» включите опцию «Итоговая статистика» и выполните процедуру.

В полученных результатах расчетов удалите повторяющуюся информацию (многократное повторение названий статистик) и рассчитайте для каждого показателя коэффициенты вариации (по среднему значению и стандартному отклонению).

### 3. Выявление тесноты связи и закона зависимости между факторами и результирующим показателем (анализ полей корреляции)

Для построения полей корреляции (диаграмм рассеивания) используйте команду ВСТАВКА – ДИАГРАММА – ТОЧЕЧНАЯ (вариант без соединения точек) либо мастер диаграмм. В результате выполнения этой команды появится окно МАСТЕР ДИАГРАММ (шаг 2 из 4):

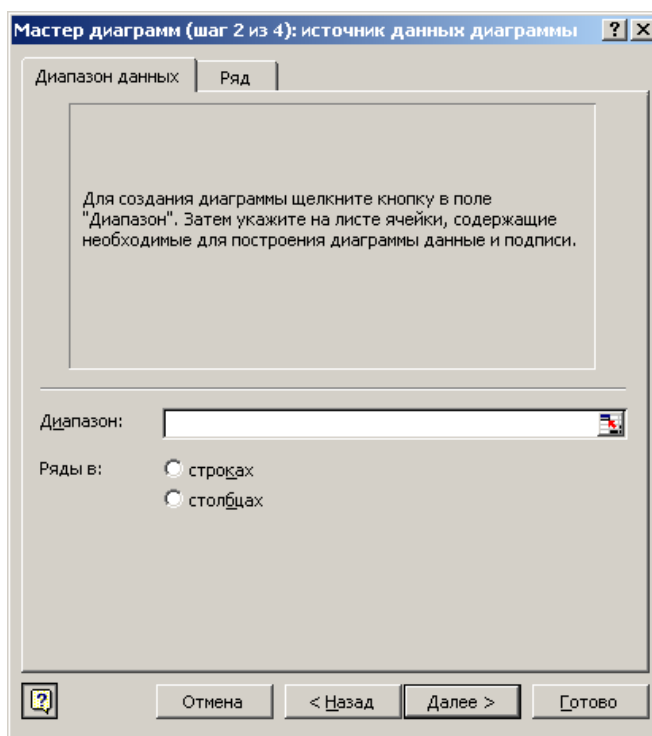


Рис. 1.10. Диалоговое окно МАСТЕРА ДИАГРАММ.

В окне *Диапазон* укажите область столбца электронной таблицы, где находится массив данных для фактора, и через точку с запятой область данных по результирующему показателю. Щелкните мышкой по кнопке ДАЛЕЕ. В результате появится окно следующего 3 шага. В соответствующих окнах введите заголовок графика и названия осей; разместите график на

рабочем листе. Постройте графики, отражающие влияние каждого фактора на исследуемый показатель.

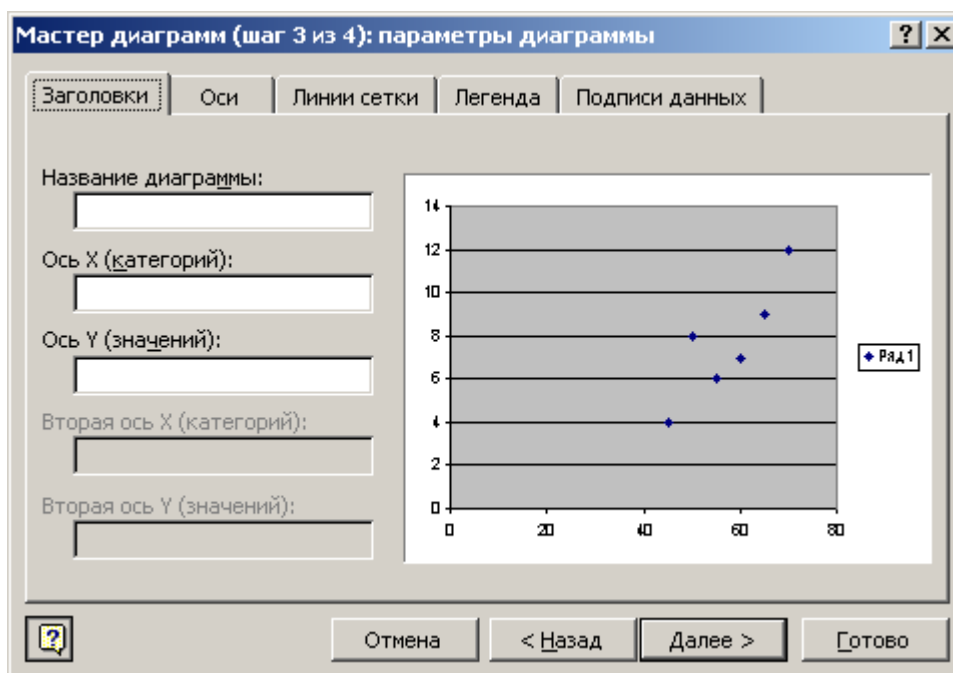


Рис. 1.11. Диалоговое окно МАСТЕРА ДИАГРАММ – Параметры диаграммы.

Элементы корреляционной матрицы получите, воспользовавшись функцией СЕРВИС - АНАЛИЗ ДАННЫХ - КОРРЕЛЯЦИЯ. В результате будет открыто окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

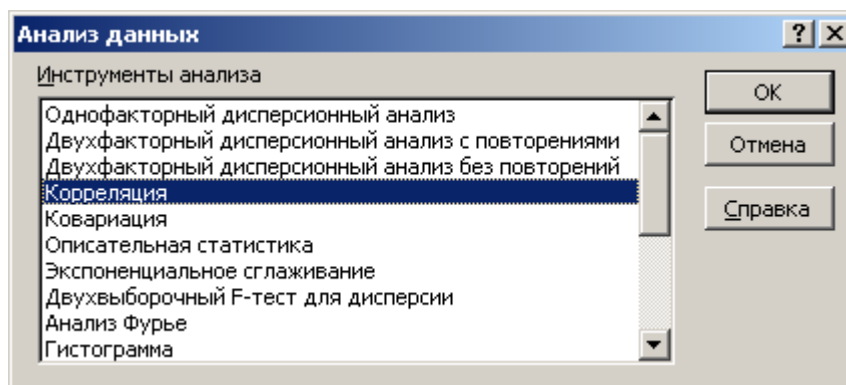


Рис. 1.12. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

После выбора требуемой функции откроется окно КОРРЕЛЯЦИЯ.

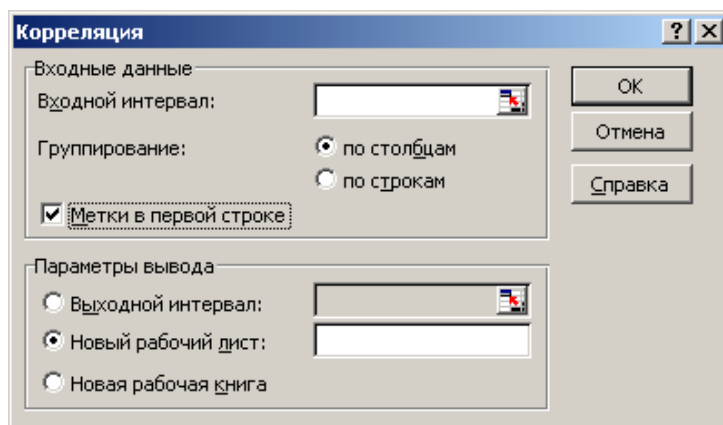


Рис. 1.13. Диалоговое окно КОРРЕЛЯЦИЯ.

В окне «Входной интервал» задайте область ячеек электронной таблицы, где расположены анализируемые данные (исследуемый показатель и все факторы). В эту область так же включите ячейки с обозначениями переменных ( $X_0, X_1, \dots, X_p$ ). Если метки учтены в области данных, то в окне КОРРЕЛЯЦИЯ включите опцию «Метки в первой строке». Затем в области «Параметры вывода» укажите левую верхнюю ячейку области электронной таблицы, куда должна быть выведена корреляционная матрица.

Анализируя корреляционную матрицу, сделайте выводы о том, как сильно связаны факторы между собой и с исследуемым показателем. Если обнаружены коллинеарные (мультиколлинеарные) факторы, то для дальнейшего анализа следует оставить только один из этих факторов. Проводя анализ взаимосвязей показателей по корреляционной матрице, необходимо помнить о том, что парные коэффициенты корреляции - это показатели тесноты связи для линейных зависимостей.

#### 4. Расчет параметров регрессионной модели

Вид регрессионной модели обосновывают двумя путями: теоретическим и эмпирическим. В первом случае используют качественные рассуждения о законе связи между исследуемым показателем и каждым из факторов, а также результаты других исследователей по построению аналогичных регрессионных моделей. При эмпирическом подходе выводы о форме связи делают на основе анализа фактических данных, представленных в виде первичных полей корреляции.

Чаще всего для анализа используют линейный вид модели или модель, которую можно привести к линейному виду путем некоторых преобразований и замены переменных.

Для расчета параметров регрессионной модели воспользуйтесь функцией СЕРВИС - АНАЛИЗ ДАННЫХ - РЕГРЕССИЯ. В результате появится окно АНАЛИЗ ДАННЫХ. В этом окне выберите инструмент анализа РЕГРЕССИЯ.

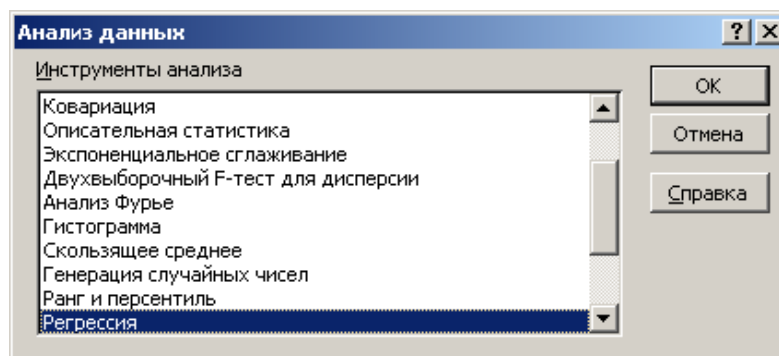


Рис. 1.14. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

После щелчка мышкой по кнопке ОК на экране появится окно РЕГРЕССИЯ.

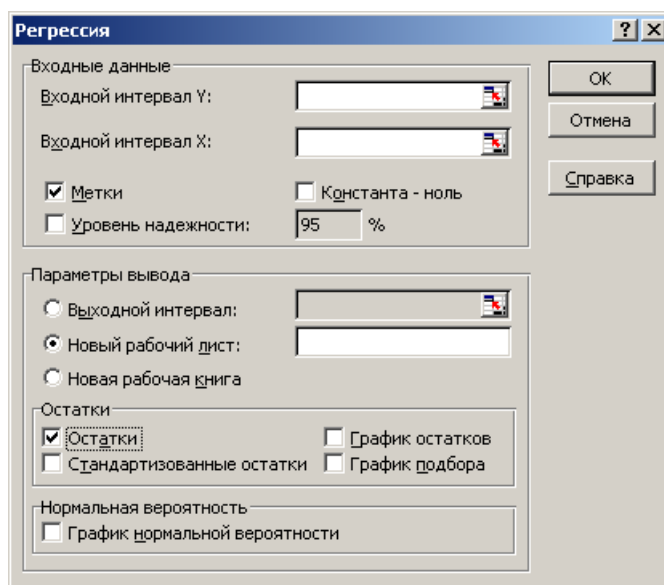


Рис. 1.15. Диалоговое окно РЕГРЕССИЯ.

В этом окне в области «Входной интервал Y» укажите область ячеек, где находятся данные исследуемого показателя, в области «Входной интервал X» - область ячеек с данными по всем факторам. Желательно при этом учитывать обозначения переменных. Если метки данных включены при определении области переменных, то включите опцию «Метки».

Чтобы получить данные для расчета средней относительной ошибки аппроксимации, в этом диалоговом окне поставьте флажок рядом с опцией ОСТАТКИ.

В результате использования функции СЕРВИС - АНАЛИЗ ДАННЫХ - РЕГРЕССИЯ будут получены не только параметры модели, но и показатели, позволяющие оценить надежность построенной модели.

##### 5. Исключение из модели факторов, оказывающих несущественное влияние

Все факторы, влияние которых на исследуемый показатель несущественно, должны быть исключены из модели. Влияние фактора следует считать несущественным, если соответствующий коэффициент

регрессии статистически не значим, то есть его можно приравнять нулю. Коэффициент регрессии  $a_j$  следует считать статистически значимым (не равным нулю), если фактическая величина критерия Стьюдента будет больше табличного значения этого критерия. Табличное значение критерия Стьюдента можно найти, воспользовавшись в Excel мастером функций  $f_x$ .

После обращения к мастеру функций на экране появится окно «Мастер функций – шаг 1 из 2».

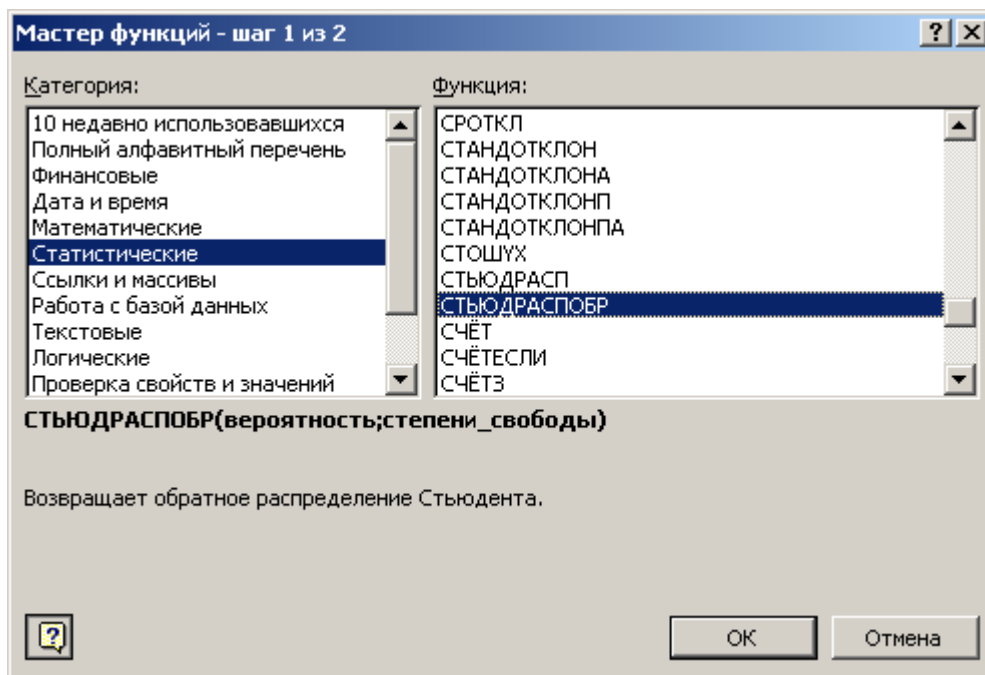


Рис. 1.16. Диалоговое окно МАСТЕРА ФУНКЦИЙ.

В левой части этого окна выберите категорию функций «Статистические», в правой части, используя бегунок, выберите функцию «СТЮДРАСПРОБР» и щелкните мышкой по кнопке **OK**. В результате появится окно для задания параметров этой функции. В этом окне «Вероятность» – уровень значимости  $\alpha$  ( $\alpha = 1 - P$ , где  $P$  - доверительная вероятность).

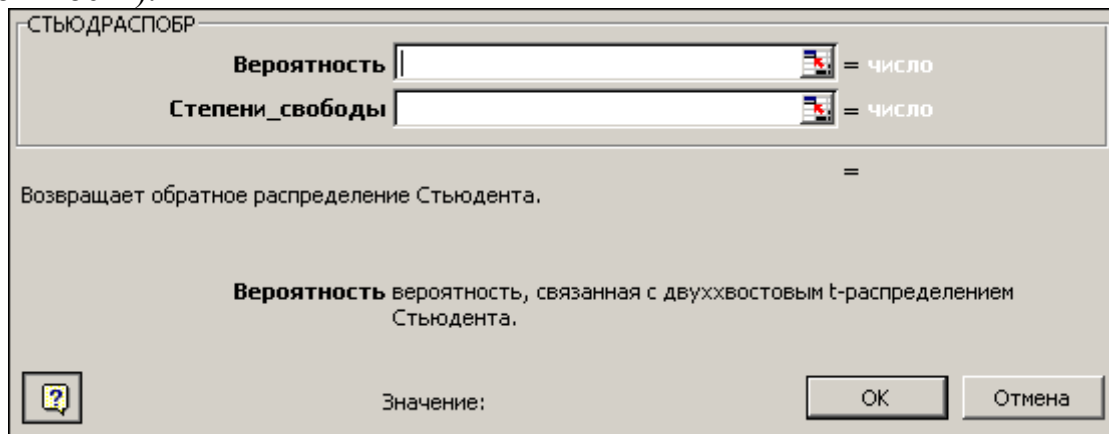


Рис. 1.17. Диалоговое окно функции СТЮДРАСПОБР.

Уровень значимости  $\alpha$  обычно принимают равным 0,05; число степеней свободы  $k = n - m$  (где  $n$  - число наблюдений,  $m$  - число параметров регрессионной модели).

Если в модели присутствует несколько несущественных факторов, то первым следует исключить тот фактор, для которого табличное значение критерия Стьюдента  $t_{\alpha,k}$  намного больше  $t_{расч}$ . Несущественно влияющий фактор убирают из совокупности наблюдений и пересчитывают параметры регрессионной модели и ее характеристики. Для модели, полученной на втором шаге, заново проверяют статистическую значимость коэффициентов регрессии. Если вновь обнаружен фактор, оказывающий несущественное влияние на анализируемый показатель, то этот фактор также исключают из модели. Отсев факторов из модели выполняют до тех пор, пока в ней останутся только факторы, оказывающие сильное влияние на  $X_0$ .

Чтобы убедиться в том, что из модели были исключены факторы, оказывающие слабое влияние на исследуемый показатель, сравните величины коэффициентов детерминации первого и последнего шагов. Их различие будет незначительным.

#### 6. Проверка надежности регрессионной модели

Вывод о статистической значимости модели в целом делают по  $F$ -критерию. Если фактическая величина критерия Фишера окажется больше табличного значения, то полученная модель статистически значима и полно описывает изменение исследуемого показателя под действием факторов, присутствующих в модели.

Теоретическое значение  $F$ -критерия также можно получить с помощью мастера функций  $f_x$ . Для этого в окне «Мастер функций – шаг 1 из 2» следует выбрать функцию ФРАСПОБР.

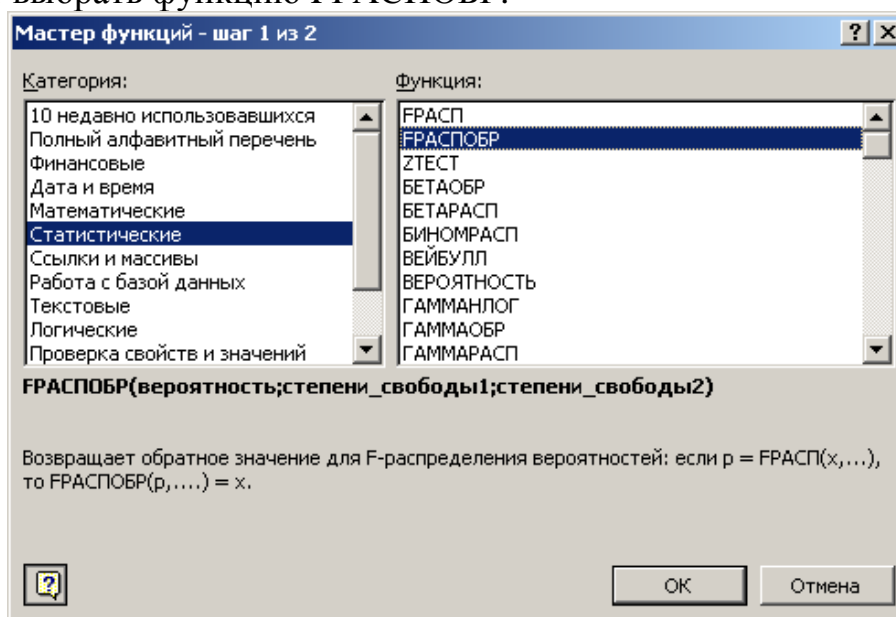


Рис. 1.18. Диалоговое окно МАСТЕРА ФУНКЦИЙ.



В окне выбранной функции задайте требуемые параметры.

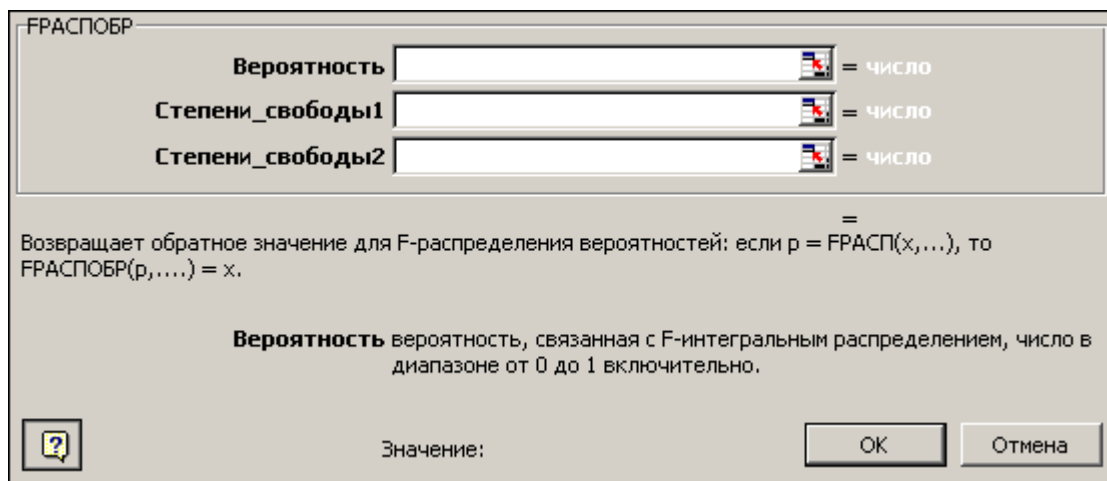


Рис. 1.19. Диалоговое окно функции FРАСПОБР.

«Вероятность» – уровень значимости  $\alpha$  (обычно принимают равным 0,05); «Число\_степеней свободы1» - это число факторов, присутствующих в модели, «Число\_степеней свободы2» определяют как разность между числом наблюдений и числом параметров модели.

Если  $F_{расч} > F_{табл}$ , то построенная модель считается статистически надежной, а следовательно, правильно отражает закон изменения исследуемого показателя под действием факторов, присутствующих в модели.

## 7. Построение гистограммы

Гистограммы при проведении корреляционно-регрессионного анализа строятся для определения однородности исходных данных по исследуемым показателям, а также для проверки выполнения пятой предпосылки метода наименьших квадратов. По гистограммам определяется на сколько исследуемые данные (исходная информация, остатки, полученные после проведения корреляционно-регрессионного анализа) соответствуют закону нормального распределения.

Построить гистограмму можно с помощью табличного редактора «Excel». Для этого необходимо активировать Пакет анализа: *Закладка Данные – Пакет анализа – Гистограмма - ОК* (рис. 26).

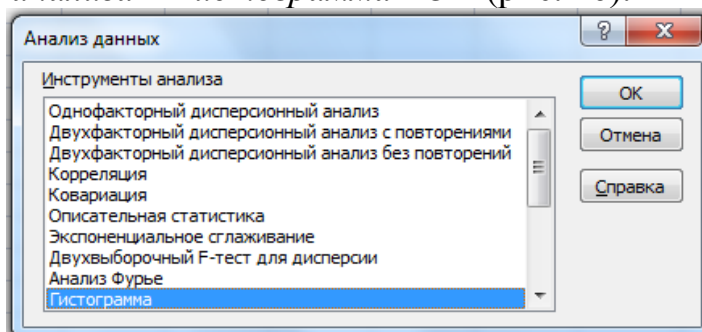


Рис. 1.20. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

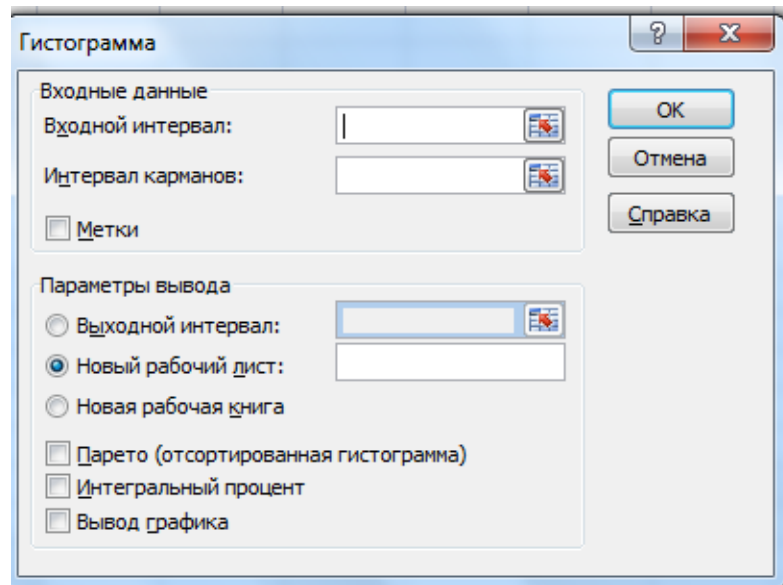


Рис. 1.21. Диалоговое окно ГИСТОГРАММА.

*Входной интервал* – ввод исходных данных по показателю, предназначенному для построения гистограммы.

*Интервал карманов* – остается пустым. Программа разобьет временной ряд на интервалы самостоятельно.

*Метки* – ставятся в том случае, если при вводе входного интервала учтены заголовки в первой строке, так называемые метки.

*Входной интервал* – выделяется область, куда будут выведены данные анализа. Она не должна пересекаться с какими-либо данными на листе, чтобы не перекрывать их.

*Новый рабочий лист* – если активировать данный пункт, то результаты построения гистограммы будут выведены на отдельный рабочий лист.

*Вывод графика* – позволяет наглядно увидеть гистограмму.

#### 8. Проверка адекватности регрессионной модели

Среднюю относительную ошибку аппроксимации пользователь должен рассчитать самостоятельно по формуле  $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum \frac{|x_{0i} - \tilde{x}_{0i}|}{x_{0i}} * 100\%$ , где  $x_{0i}$  ( $\tilde{x}_{0i}$ ) – фактические (расчетные) значения исследуемого показателя.

Если модель используют для целей анализа, допустима величина средней относительной ошибки до 10%, при применении модели для прогнозирования ошибка не должна быть больше 4%.

Для этого рядом с остатками следует добавить столбец фактических значений исследуемого показателя и выполнить ряд промежуточных расчетов.

### 9. Интерпретация полученных результатов

На этом этапе разрабатывают рекомендации об использовании результатов регрессионного анализа. Анализируют коэффициенты регрессии в натуральном и стандартизованном масштабе, а также коэффициенты эластичности.

Коэффициент регрессии в натуральном масштабе  $a_j$  показывает, на сколько своих единиц измерения в среднем изменится исследуемый показатель  $X_0$  при увеличении  $j$ -го фактора на единицу своего измерения. При этом влияние остальных факторов находится на среднем уровне; свободный член уравнения характеризует изменение показателя за счет изменения факторов, неучтенных в модели.

В связи с тем, что факторы имеют различный физический смысл и различные единицы измерения, коэффициенты регрессии  $a_j$  нельзя сравнивать между собой и, следовательно, невозможно определить, какой из факторов оказывает наибольшее влияние. Для устранения различий в единицах измерения применяют частные коэффициенты эластичности,

рассчитываемые по формуле:  $\mathcal{E}_j = a_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{x}_0}$ , где  $\bar{x}_j, \bar{x}_0$  - средние значения  $j$ -го фактора и исследуемого показателя,  $a_j$  - коэффициент регрессии, стоящий

при переменной  $x_j$  в многофакторном уравнении регрессии. Как известно, коэффициент эластичности характеризующие на сколько % в среднем изменится  $x_0$  при увеличении  $j$ -го фактора на 1% при фиксированном положении других факторов.

При определении степени влияния отдельных факторов необходим показатель, который бы учитывал влияние анализируемых факторов с учетом различий в уровне их колеблемости. Таким показателем является

$$\beta_j = a_j \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_{x_0}}$$

коэффициент регрессии в стандартизованном масштабе

Коэффициент  $\beta_j$  показывает на какую часть своего среднеквадратического отклонения изменится  $x_0$  при изменении  $j$ -го фактора на одно свое среднеквадратическое отклонение при фиксированном значении остальных факторов. Уравнение регрессии в стандартизованном масштабе :

$$\bar{t}_{0,1,2,\dots,p} = \sum_{j=1}^p \beta_j t_j, \quad \text{где} \quad t_j = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}}$$

Границы влияния фактора на исследуемый показатель рассчитываются по формуле  $a_j^- = a_j - \Delta a_j$  (левая граница)  $a_j^+ = a_j + \Delta a_j$  (правая граница), где  $\Delta a_j$  - доверительные полуинтервалы.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

### «СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ»

Для выполнения данной лабораторной работы студенту необходимо найти показатель, который он хочет исследовать. Собрать по этому показателю данные – 100 наблюдений.

#### План работы

1. Постановка задачи:
  - цель исследования;
  - сбор данных.
2. Оценка наличия тенденции информации:
  - метод разности средних;
  - метод Фостера Стюарта.
3. Анализ тенденции:
  - метод скользящей средней;
  - метод экспоненциальной средней.
4. Выбор вида кривой:
  - с помощью графика;
  - расчет регрессии.
5. Оценка адекватности и точности модели:
  - с помощью критерия серий;
  - остаточное среднее квадратическое отклонение;
  - средняя относительная ошибка аппроксимации;
  - коэффициент детерминации;
  - критерий Дарбина-Уотсона.
6. Прогнозирование по модели тренда:
  - на основе регрессионной модели;
  - на основе построенного графика;
  - на основе исходных данных;
  - построить график прогноза.
7. Выводы и рекомендации.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДОВ

Для выявления тренда необходимо предварительно оценить вероятность его существования. Существует множество разных методов выявления существования тенденции, но в данном пособии рассмотрим два – метод разности средних уровней и метод Фостера-Стюарта.

### *Метод разности средних уровней*

Метод разности средних уровней – самый естественный подход при выявлении существования тренда.

Динамический ряд делится на две части, примерные равные по количеству элементов ряда, и каждая часть рассматривается как самостоятельная выборка. Испытание разности средних показывает, существенно ли различие между средними или расхождение можно приписать случайным факторам, определить как случайность и сделать вывод об отсутствии тренда.

Для малого числа наблюдений используется модификация метода, основанная на критерии Стьюдента. Если  $t_{\text{расч}}$  меньше  $t_{\text{табл}}$  (рассчитанного для степени вероятности  $\alpha$  и числа степеней свободы  $n_1+n_2-2$ ), то с уверенностью можно говорить об отсутствии тренда.

Критерий Стьюдента применяется в том случае, если между дисперсиями частей временного ряда наблюдается несущественное различие. Расчетное значение критерий Стьюдента будет определяться по формуле:

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} - \frac{2}{n_2}}}, \quad (2.1)$$

где  $\sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \sigma_1^2 + (n_2 - 1) \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$ ;

$\sigma_1^2, \sigma_2^2$  - среднее квадратическое отклонение соответственно по первой и второй выборке данных.

Близость дисперсий проверяют с помощью критерия Фишера при условии, что большая дисперсия стоит в числителе отношения. Дисперсии по выборкам будут считаться однородными, если выполняется условие:  $F_{\text{расч}} < F_{\text{табл}}$ .

Метод разности средних уровней применяется в большинстве случаев для выявления тенденции, но ему присущи следующие недостатки:

- 1) данный метод применим только для рядов с монотонной тенденцией;
- 2) этот метод нечувствителен к небольшому тренду.

Поэтому далее рассмотрим второй метод – метод Фостера Стюарта.

### Метод Фостера Стюарта

Данный метод основан на анализе двух величин  $S$  и  $d$ , которые определяются следующим образом:

$$1. S = \sum_{t \in T} S_t, S_t = u_t + l_t;$$

$$2. d = \sum_{t \in T} d_t, d_t = u_t - l_t.$$

Значения  $u_t$  и  $l_t$  определяются при последовательном сравнении уровней динамического ряда.

$$u_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t > y_{t-1} > \dots > y_1 \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases} \quad l_t = \begin{cases} 1, \text{ если } y_t < y_{t-1} < \dots < y_1 \\ 0 \text{ в противном случае} \end{cases}$$

Из формул расчета  $u_t$  и  $l_t$  следует, что величина  $S$  может принимать значения на отрезке  $[0; n-1]$ , где  $n$  – количество элементов ряда, тогда величина  $d$  будет принимать свои значения на отрезке  $[-(n-1); n-1]$ .

Показатели  $S$  и  $d$  асимптотически распределены нормально и независимы друг от друга. Величина  $S$  применяется для выявления изменений стандартного отклонения. Величина  $d$  – для обнаружения изменения средней.

После расчета фактических значений  $S$  и  $d$  проверяется нулевая гипотеза:

$$\text{– для } d: \quad t_{расч} = \frac{d - 0}{\sigma_2};$$

$$\text{– для } S: \quad t_{расч} = \frac{S - \mu}{\sigma_1},$$

где  $\mu$  - стандартное отклонение ряда;

$\sigma_1, \sigma_2$  - вычисляются по формулам:

$$\sigma_1 = \sqrt{2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t} - 4 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t^2}}; \quad \sigma_2 = \sqrt{2 \sum_{t=2}^n \frac{1}{t}}$$

Далее находится табличное значение  $t$ -критерия Стьюдента. И если выполняется условие, когда  $t_{расч} > t_{табл}$ , то это значит, что тенденции существует.

После того, как было выявлено существование тенденции, необходимо проанализировать ее характер.

Наиболее простым и в то же время наиболее информативным для анализа тенденции является метод скользящих средних. Данный метод используется при сглаживании временного ряда. При использовании этого

метода фактические уровни ряда заменяются расчетными значениями, которые обладают меньшей колеблемостью, что позволяет проявить тенденцию. В большинстве случаев используется обычный метод скользящих средних.

Распространенным способом моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени, или тренда. Этот способ называют *аналитическим выравниванием временного ряда*. Процедура выравнивания включает в себя два этапа:

1. Выбор типа кривой.
2. Определение параметров кривой.

Поскольку зависимость от времени может принимать разные формы, для ее формализации можно использовать различные виды функций. Для построения трендов чаще всего применяются следующие функции:

линейный тренд:  $y_t = a + b \cdot t$ ;

гипербола:  $y_t = a + \frac{b}{t}$ ;

экспоненциальный тренд:  $y_t = e^{a+b \cdot t}$  (или  $y_t = a \cdot b^t$ );

степенная функция:  $y_t = a \cdot t^b$ ;

полиномы различных степеней:  $y_t = a + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + \dots + b_m \cdot t^m$ .

Параметры каждого из перечисленных выше трендов можно определить обычным МНК, используя в качестве независимой переменной время  $t = 1, 2, \dots, n$ , а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда  $y_t$ . Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Существует несколько способов определения типа тенденции. К числу наиболее распространенных способов относятся качественный анализ изучаемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени. В этих же целях можно использовать и коэффициенты автокорреляции уровней ряда.

При наличии во временном ряде тенденции и циклических колебаний значения каждого последующего уровня ряда зависят от предыдущих. Корреляционную зависимость между последовательными уровнями временного ряда называют автокорреляцией уровней ряда.

Количественно ее можно измерить с помощью линейного коэффициента корреляции между уровнями исходного временного ряда и уровнями этого ряда, сдвинутыми на несколько шагов во времени.

Формула для расчета коэффициента автокорреляции имеет вид:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t - \bar{y}_1 \quad y_{t-1} - \bar{y}_2}{\sqrt{\sum_{t=2}^n y_t - \bar{y}_1^2 \sum_{t=2}^n y_{t-1} - \bar{y}_2^2}}, \quad (2.2)$$

где

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_t, \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n y_{t-1}.$$

Эту величину называют коэффициентом автокорреляции уровней ряда первого порядка, так как он измеряет зависимость между соседними уровнями ряда  $t$  и  $y_{t-1}$ .

Аналогично можно определить коэффициенты автокорреляции второго и более высоких порядков. Так, коэффициент автокорреляции второго порядка характеризует тесноту связи между уровнями  $y_t$  и  $y_{t-2}$  и определяется по формуле:

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t - \bar{y}_3 \quad y_{t-2} - \bar{y}_4}{\sqrt{\sum_{t=3}^n y_t - \bar{y}_3^2 \sum_{t=3}^n y_{t-2} - \bar{y}_4^2}}, \quad (2.3)$$

где

$$\bar{y}_3 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=3}^n y_t, \quad \bar{y}_4 = \frac{1}{n-2} \sum_{t=3}^n y_{t-2}.$$

Число периодов, по которым рассчитывается коэффициент автокорреляции, называют *лагом*. С увеличением лага число пар значений, по которым рассчитывается коэффициент автокорреляции, уменьшается. Считается целесообразным для обеспечения статистической достоверности коэффициентов автокорреляции использовать правило – максимальный лаг должен быть не больше  $n/4$ .

Последовательность коэффициентов автокорреляции уровней первого, второго и т.д. порядков называют *автокорреляционной функцией* временного ряда. График зависимости ее значений от величины лага (порядка коэффициента автокорреляции) называется *коррелограммой*.

Анализ автокорреляционной функции и коррелограммы позволяет определить лаг, при котором автокорреляция наиболее высокая, а следовательно, и лаг, при котором связь между текущим и предыдущими уровнями ряда наиболее тесная, т.е. при помощи анализа автокорреляционной функции и коррелограммы можно выявить структуру ряда.



Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого порядка, исследуемый ряд содержит только тенденцию. Если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции порядка  $\tau$ , то ряд содержит циклические колебания с периодичностью в  $\tau$  моментов времени. Если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, можно сделать одно из двух предположений относительно структуры этого ряда: либо ряд не содержит тенденции и циклических колебаний, либо ряд содержит сильную нелинейную тенденцию, для выявления которой нужно провести дополнительный анализ. Поэтому коэффициент автокорреляции уровней и автокорреляционную функцию целесообразно использовать для выявления во временном ряде наличия или отсутствия трендовой компоненты и циклической (сезонной) компоненты.

Тип тенденции можно определить путем сравнения коэффициентов автокорреляции первого порядка, рассчитанных по исходным и преобразованным уровням ряда. Если временной ряд имеет линейную тенденцию, то его соседние уровни  $y_t$  и  $y_{t-1}$  тесно коррелируют. В этом случае коэффициент автокорреляции первого порядка уровней исходного ряда должен быть высоким. Если временной ряд содержит нелинейную тенденцию, например, в форме экспоненты, то коэффициент автокорреляции первого порядка по логарифмам уровней исходного ряда будет выше, чем соответствующий коэффициент, рассчитанный по уровням ряда. Чем сильнее выражена нелинейная тенденция в изучаемом временном ряде, тем в большей степени будут различаться значения указанных коэффициентов.

Выбор наилучшего уравнения в случае, когда ряд содержит нелинейную тенденцию, можно осуществить путем перебора основных форм тренда, расчета по каждому уравнению скорректированного коэффициента детерминации и средней ошибки аппроксимации. Этот метод легко реализуется при компьютерной обработке данных.

Модель можно использовать для целей прогнозирования, если она адекватна изучаемому процессу и описывает его достаточно точно. Модель тренда считается адекватной, если она действительно отражает тенденцию изменения уровней ряда. Это требование эквивалентно тому, что отклонения фактических уровней ряда от рассчитанных по модели тренда  $\varepsilon_t$  имеют случайный характер, то есть изменение остатков не связано с изменением времени.

Для проверки случайности отклонений используют критерий серий, основанный на медиане выборки. Отклонения от тренда  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_t$  ранжируют по возрастанию и по полученному ряду находят медиану  $\varepsilon_{\text{med}}$ . Затем возвращаются к исходному ряду отклонений и сравнивают каждое отклонение  $\varepsilon_t$  с  $\varepsilon_{\text{med}}$ . Если  $\varepsilon_t > \varepsilon_{\text{med}}$ , то ставят знак «+», если  $\varepsilon_t < \varepsilon_{\text{med}}$  — знак «-», когда отклонение равно медиане, никакого знака не ставят. В результате получают ряд, состоящий из последовательности плюсов и минусов. Если отклонения от тренда случайны, то чередование этих знаков также должно быть случайно. Последовательность подряд идущих плюсов или минусов

называют серией. Ряд плюсов и минусов характеризуется количеством серий и протяженностью самой большой серии.

Подсчитывают протяженность самой длинной серии  $K_{\max}(T)$  и общее число серий  $V(T)$ . Для того, чтобы отклонения от тренда можно было считать случайными, протяженность самой длинной серии не должна быть слишком большой, а общее число серий – слишком маленьким. Отклонения можно считать случайными, если выполняются следующие условия (для 5% уровня значимости):

$$K_{\max}(T) < \lfloor 3 \sqrt{gT+1} \rfloor; \quad (2.4)$$

$$V(T) \geq \left\lceil \frac{1}{2} \left( \lfloor 3 \sqrt{gT+1} \rfloor + 1 - 1,96\sqrt{T-1} \right) \right\rceil. \quad (2.5)$$

В выражениях 2.6 и 2.7 квадратные скобки означают целую часть числа. Если хотя бы одно из этих неравенств нарушается, то гипотеза о случайном характере отклонений уровней временного ряда от тренда отвергается.

Точность модели характеризует близость фактических уровней ряда  $y_t$  и рассчитанных по модели  $\tilde{y}_t$ . Оценивать точность имеет смысл только для адекватных моделей. В качестве показателей точности модели тренда применяют следующие:

1) остаточное среднее квадратическое отклонение:

$$S_{ост} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \tilde{y}_t)^2}{T - g}}; \quad (2.6)$$

2) средняя относительная ошибка аппроксимации:

$$\bar{E} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{y_t - \tilde{y}_t}{y_t} \right| \cdot 100\%; \quad (2.7)$$

3) коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \tilde{y}_t)^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y}_t)^2}, \quad (2.8)$$

где  $T$  – число уровней ряда;

$g$  – количество параметров модели;

$y_t$  – фактические уровни ряда;

$\tilde{y}_t$  – уровни ряда, рассчитанные по модели;

$\bar{y}_t$  – среднее арифметическое значение уровней ряда.

При использовании регрессионных моделей для прогнозирования важна проверка коррелированности остатков, то есть оценка автокорреляции. Высокая автокорреляция остатков свидетельствует о неправильной спецификации модели, и тогда нельзя всерьез принимать оценки доверительных интервалов.

Автокорреляция в остатках может быть вызвана несколькими причинами, имеющими различную природу.

1. Она может быть связана с исходными данными и вызвана наличием ошибок измерения в значениях результативного признака.
2. В ряде случаев автокорреляция может быть следствием неправильной спецификации модели. Модель может не включать фактор, который оказывает существенное воздействие на результат и влияние которого отражается в остатках, вследствие чего последние могут оказаться автокоррелированными. Очень часто этим фактором является фактор времени  $t$ .

От истинной автокорреляции остатков следует отличать ситуации, когда причина автокорреляции заключается в неправильной спецификации функциональной формы модели. В этом случае следует изменить форму модели, а не использовать специальные методы расчета параметров уравнения регрессии при наличии автокорреляции в остатках.

Один из более распространенных методов определения автокорреляции в остатках – это расчет критерия Дарбина-Уотсона:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}^2}{\sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2} . \quad (2.9)$$

То есть величина  $d$  есть отношение суммы квадратов разностей последовательных значений остатков к остаточной сумме квадратов по модели регрессии.

Можно показать, что при больших значениях  $n$  существует следующее соотношение между критерием Дарбина-Уотсона  $d$  и коэффициентом автокорреляции остатков первого порядка  $r_1$ :

$$d = 2 \cdot 1 - r_1 . \quad (2.10)$$

Таким образом, если в остатках существует полная положительная автокорреляция и  $r_1 = 1$ , то  $d = 0$ . Если в остатках полная отрицательная автокорреляция, то  $r_1 = -1$  и, следовательно,  $d = 4$ . Если автокорреляция остатков отсутствует, то  $r_1 = 0$  и  $d = 2$ . Т.е.  $0 \leq d \leq 4$ .

Алгоритм выявления автокорреляции остатков на основе критерия Дарбина-Уотсона следующий. Выдвигается гипотеза  $H_0$  об отсутствии автокорреляции остатков. Альтернативные гипотезы  $H_1$  и  $H_1^*$  состоят, соответственно, в наличии положительной или отрицательной автокорреляции в остатках. Далее по специальным таблицам определяются критические значения критерия Дарбина-Уотсона  $d_L$  и  $d_U$  для заданного числа наблюдений  $n$ , числа независимых переменных модели  $m$  и уровня значимости  $\alpha$ . По этим значениям числовой промежуток  $0; 4$  разбивают на пять отрезков. Принятие или отклонение каждой из гипотез с вероятностью  $1 - \alpha$  осуществляется следующим образом:

$0 < d < d_L$  – есть положительная автокорреляция остатков,  $H_0$  отклоняется, с вероятностью  $P = 1 - \alpha$  принимается  $H_1$ ;

$d_L < d < d_U$  – зона неопределенности;

$d_U < d < 4 - d_U$  – нет оснований отклонять  $H_0$ , т.е. автокорреляция остатков отсутствует;

$4 - d_U < d < 4 - d_L$  – зона неопределенности;

$4 - d_L < d < 4$  – есть отрицательная автокорреляция остатков,  $H_0$  отклоняется, с вероятностью  $P = 1 - \alpha$  принимается  $H_1^*$ .

Если фактическое значение критерия Дарбина-Уотсона попадает в зону неопределенности, то на практике предполагают существование автокорреляции остатков и отклоняют гипотезу.

Используя эти показатели (формулы 2.8-2.10), можно из нескольких адекватных моделей выбрать наиболее точную. Но при этом не следует, что данные показатели точности модели рассчитываются для уровней предьстории и поэтому отражают лишь точность аппроксимации. Для оценки прогнозных свойств модели целесообразно использовать ретроспективный прогноз.

Чтобы по модели тренда получить точечный прогноз, необходимо в полученное уравнение тренда вместо переменной  $t$  подставить  $t=T+1$ . Недостаточность точечного прогноза и необходимость расчета интервального прогноза определяется следующими моментами:

1. Выбор модели тренда носит субъективный характер.
2. Оценивание параметров уравнения тренда производится на основе ограниченного числа наблюдений, каждое из которых содержит случайную компоненту, поэтому параметрам уравнения тренда и его положению в пространстве свойственна некоторая неопределенность.
3. Тренд характеризует тенденцию изменения показателя. Фактические же уровни ряда отклоняются от уровней ряда, рассчитанных по уравнению тренда. Эти отклонения будут наблюдаться и в периоде упреждения прогноза.

Погрешность, связанная со вторым и третьим условием, может быть отражена в виде доверительного интервала:

– левая (нижняя) граница –  $\tilde{y}_{T+l}^{\min} = y_{T+l} - \Delta$ ;

– правая (верхняя) граница –  $\tilde{y}_{T+l}^{\max} = y_{T+l} + \Delta$ ;

где  $\Delta$  - доверительный полуинтервал:  $\Delta = t_{\alpha, \nu} \cdot S_{np}$ .

Среднеквадратическая ошибка прогнозирования  $S_{np}$  должна учитывать ошибку, допущенную при оценке параметров тренда, и отклонения от самого тренда:

$$S_{np} = S_{ост} \cdot K ; \quad (2.11)$$

где  $S_{ост}$  – среднеквадратическая ошибка отклонений фактических уровней ряда  $y_t$  от уровней ряда, рассчитанных по уравнению тренда  $\tilde{y}_t$ .

Коэффициент  $K$  рассчитывают с учетом соотношения между длиной периода предыстории  $T$  и периодом упреждения прогноза  $L$ .

## Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ №1 и №2 с помощью ППП «Excel»

### 1. Определение существования тенденции

Для определения существования тенденции воспользуемся свойствами ППП «Excel». Откроем меню СЕРВИС-НАДСТРОЙКИ и активируем задачу ПАКЕТ АНАЛИЗА.

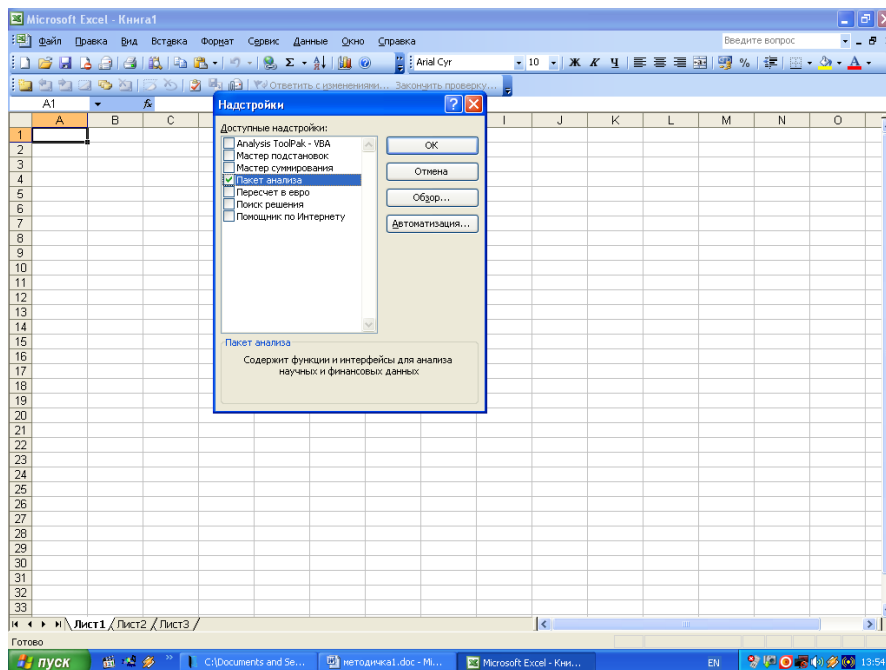


Рис. 2.1. Окно ППП «Excel», меню СЕРВИС-НАДСТРОЙКИ.

После этого, необходимо разделить исходный временной ряд на две равные половины. Далее откроем меню СЕРВИС – АНАЛИЗ ДАННЫХ, в

этом подменю выберем функцию «Двухвыборочный F-тест для дисперсии», рис 2.2, нажмите ОК, появится диалоговое окно выполнения поставленной задачи, рис. 2.3.

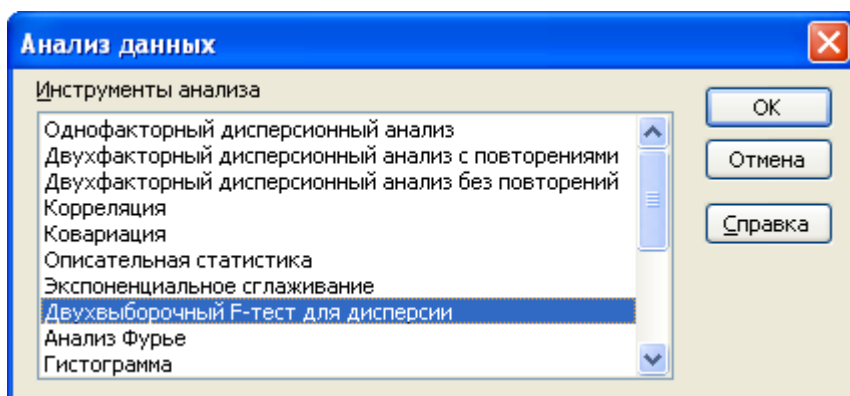


Рис. 2.2. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

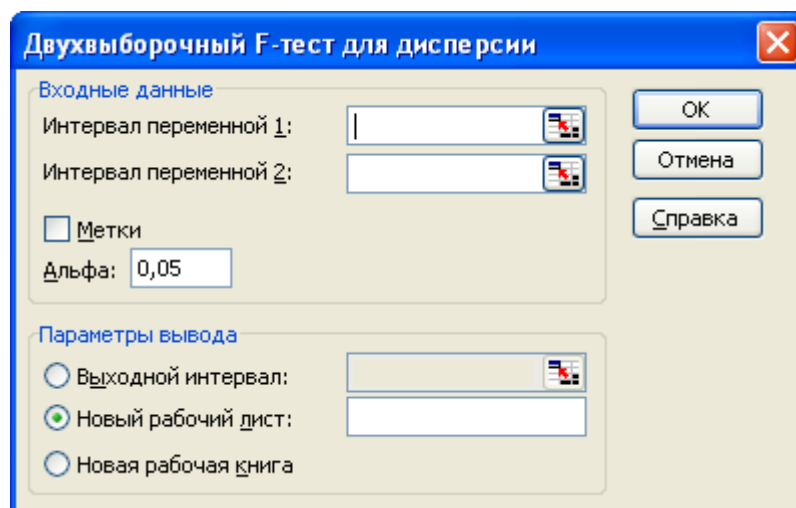


Рис. 2.3. Диалоговое окно «Двухвыборочный F-тест для дисперсии»

В поле «Интервал переменной 1» вводим данные первой половины временного ряда, в поле «Интервал переменной 2» соответственно данные второй половины. Результаты выводим на новый рабочий лист. Получается таблица следующего вида, табл. 2.1., рис. 2.4.

Таблица 2.1

Двухвыборочный F-тест для дисперсии

	<i>Переменная 1</i>	<i>Переменная 2</i>
Среднее	119,8235294	579,4444444
Дисперсия	5051,779412	35289,79085
Наблюдения	17	18
df	16	17
F	0,143151299	
P(F<=f) одностороннее	0,000157634	
F критическое одностороннее	0,431644396	

	Переменная 1	Переменная 2
Среднее	119,8235294	579,4444444
Дисперсия	5051,779412	35289,79085
Наблюдения	17	18
df	16	17
F	0,143151299	
P(F<=f) одностороннее	0,000157634	
F критическое одностороннее	0,431644396	

Рис. 2.4. Результаты F-теста для дисперсии.

Из теории по методу разности средних уровней известно, что  $F_{\text{расч}}$  должен быть больше единицы. По сделанным расчетам видно,  $F_{\text{расч}} = 0,143$ , что значительно меньше единицы. Следовательно, нужно провести расчеты снова, только теперь поменять выборки местами, то есть Интервалом переменной 1 будут данные из второй половины временного ряда, а Интервалом переменной 2 соответственно данные из первой половины исходного временного ряда. В результате получим следующие результаты, рис. 2.5.

	Переменная 1	Переменная 2
Среднее	579,4444444	119,8235294
Дисперсия	35289,79085	5051,779412
Наблюдения	18	17
df	17	16
F	6,985615953	
P(F<=f) одностороннее	0,000157634	
F критическое одностороннее	2,316721839	

Рис. 2.5. Результаты расчета «Двухвыборочного F-теста для дисперсии».

По второму расчету «Двухвыборочного F-теста для дисперсии»  $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$ , следовательно, дисперсии неоднородны, поэтому для дальнейшего

анализа выбираем функцию из подменю АНАЛИЗ ДАННЫХ «Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями», рис. 2.6., нажимаем ОК.

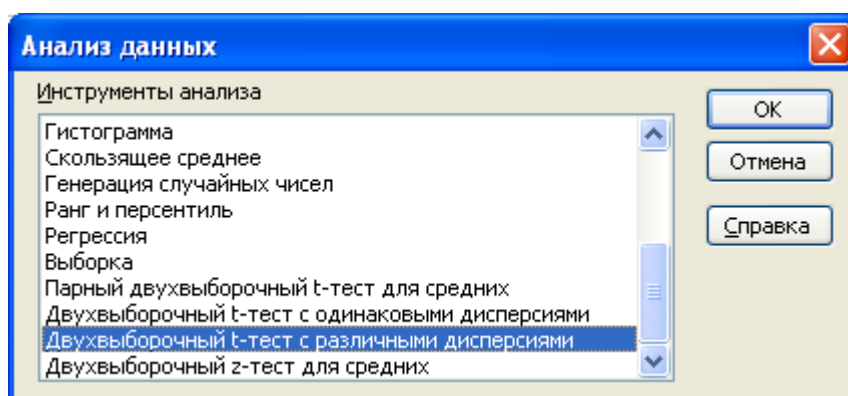


Рис. 2.6. Диалоговое окно подменю АНАЛИЗ ДАННЫХ.

В результате высвечивается следующее окно, рис. 2.7.

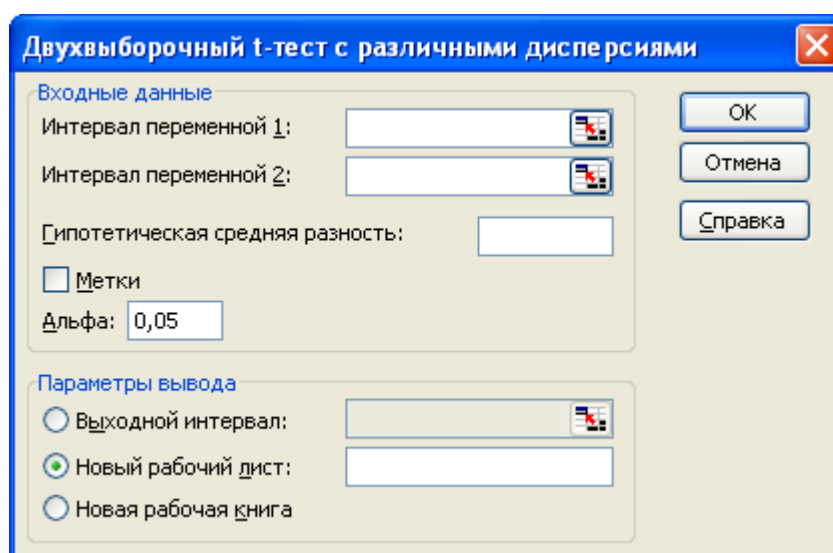


Рис. 2.7. Диалоговое окно «Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями»

В поле «Интервал переменной 1» вводятся данные второй половины исходного временного ряда, в поле «Интервал переменной 2» соответственно данные первой половины временного ряда. Результат расчетов выводится на новый рабочий лист в виде таблицы, рис. 2.8. В заключении нажимаем ОК.

По полученным результатам видно, что  $t_{расч}=9,67$ ,  $t_{табл}=2,07$ , следовательно,  $t_{расч}>t_{табл}$ . Можно сделать вывод, что нулевая гипотеза не подтвердилась, и тенденция в исходных данных существует.

Если  $F_{расч}>1$  и выполняется условие  $F_{расч}<F_{табл}$ , то дисперсии однородны, и для дальнейшего анализа существования тенденции в исходном временном ряду выбирается «Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями».



	А	В	С	Д	Е	Ф
1	Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями					
2						
3		Переменная 1	Переменная 2			
4	Среднее	579,444444	119,8235294			
5	Дисперсия	35289,79085	5051,779412			
6	Наблюдения	18	17			
7	Гипотетическая разность средних	0				
8	df	22				
9	t-статистика	9,67310611				
10	P(T<=t) одностороннее	1,10116E-09				
11	t критическое одностороннее	1,717144335				
12	P(T<=t) двухстороннее	2,20233E-09				
13	t критическое двухстороннее	2,073873058				
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						

Рис. 2.8. Результаты расчета «Двухвыборочного t-теста для различных дисперсий»

2. Для выявления тенденции изменения показателя постройте линейный график данных

Для построения графика используйте команду ВСТАВКА – ДИАГРАММА – ГРАФИК либо мастер диаграмм. В результате выполнения этой команды появится окно МАСТЕР ДИАГРАММ (шаг 2 из 4):

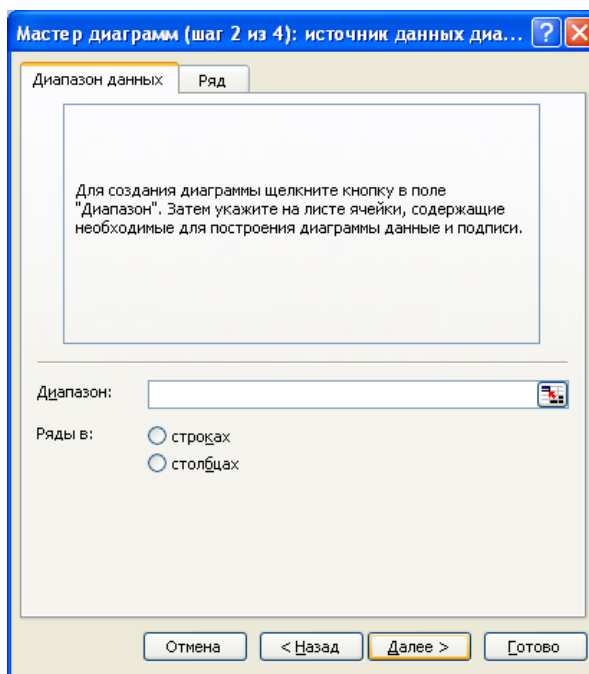


Рис. 2.9. Диалоговое окно «Мастер диаграмм (шаг 2 из 4)».

В окне *Диапазон* укажите область столбца электронной таблицы, где находится массив данных показателя. Щелкните мышкой по кнопке ДАЛЕЕ. В результате появится окно следующего 3 шага. В соответствующих окнах

введите заголовок графика и названия осей; разместите график на рабочем листе. В результате будет получено следующее, рис. 2.10.

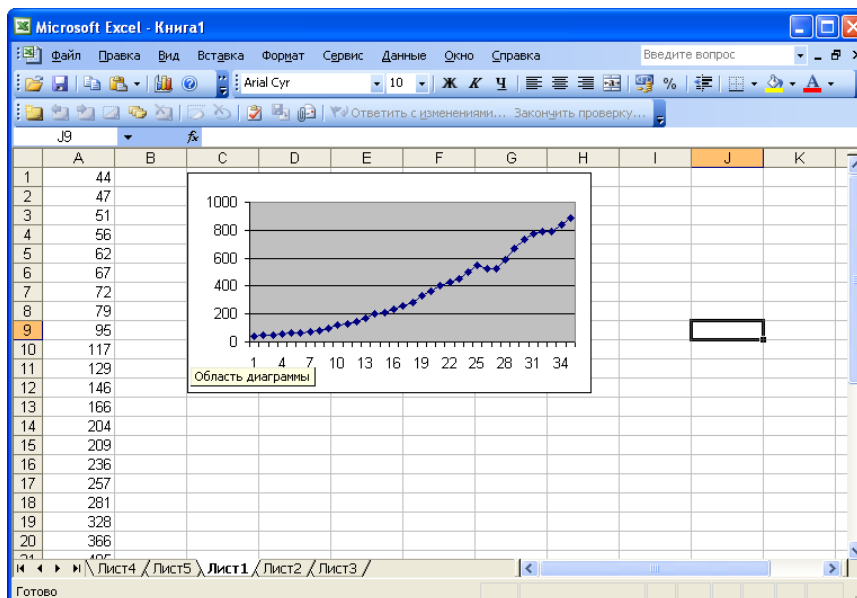


Рис. 2.10. Исходные данные и диаграмма на одном листе.

*1. Определение характера тенденции с помощью метода скользящей средней и экспоненциальной средней*

При определении характера тенденции с помощью метода скользящей средней воспользуемся функцией подменю АНАЛИЗ ДАННЫХ – СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ, рис. 2.11, в заключении нажимаем ОК. В результате получим диалоговое окно СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ, рис. 2.12.

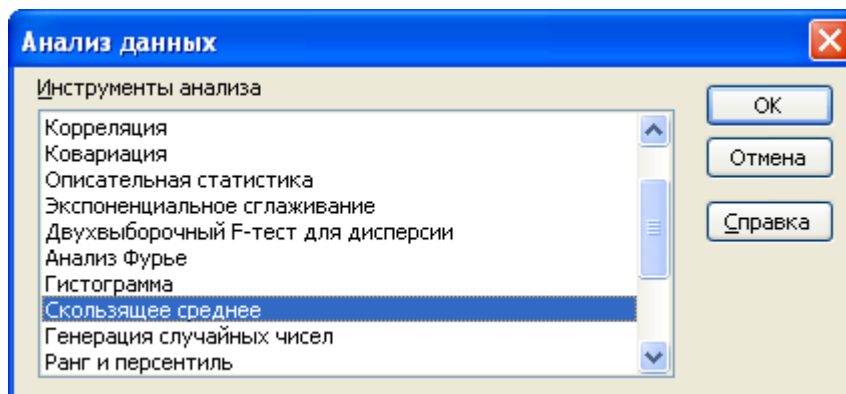


Рис. 2.11. Диалоговое окно АНАЛИЗ ДАННЫХ.

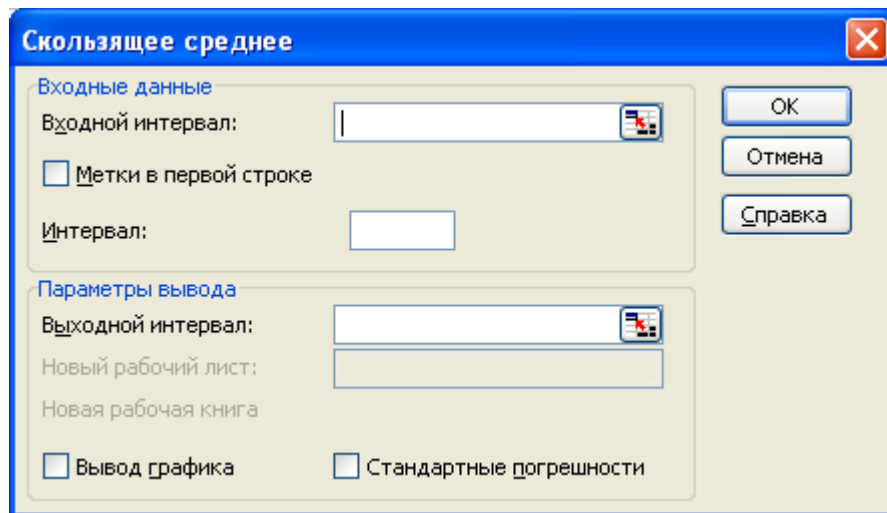


Рис. 2.12. Диалоговое окно СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ.

Все исходные данные временного ряда вводятся в поле «Входной интервал». Если имеется название временного ряда, и оно выделяется вместе с наблюдениями, то необходимо поставить галочку напротив надписи «Метки в первой строке». В поле «Выходной интервал» указывается любое свободное место на рабочем листе. Также надо поставить галочку напротив надписи «Вывод графика». Результаты расчетов будут выведены на этот же рабочий лист, рис. 2.13.

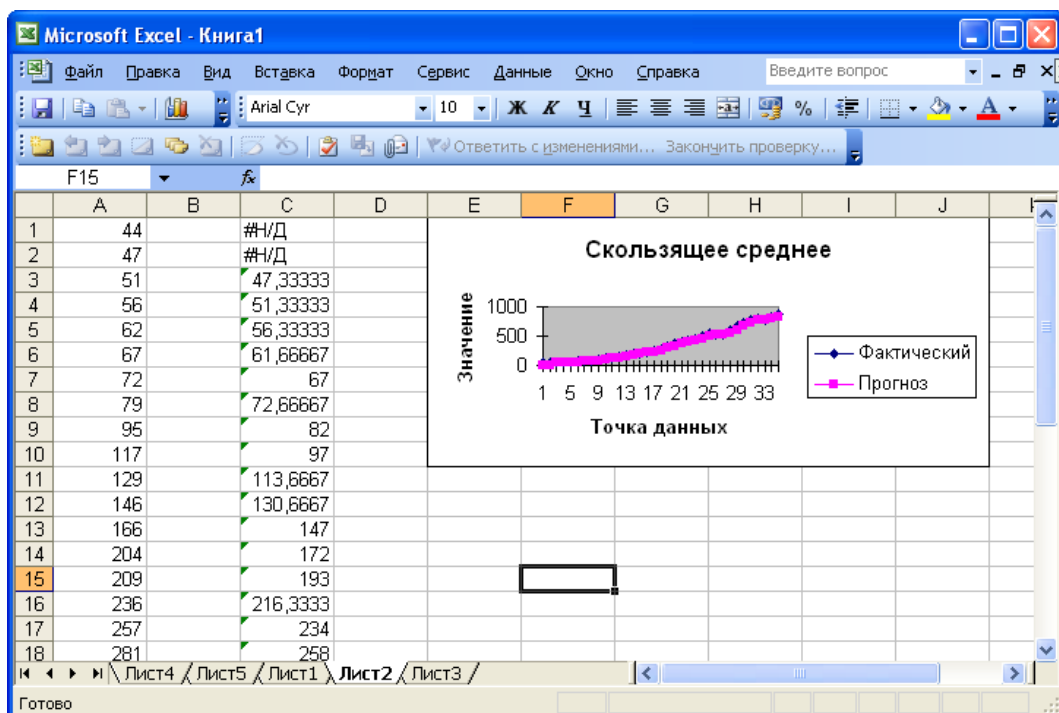


Рис. 2.13. Результаты анализа тенденции с помощью метода скользящей средней.

Определение тенденции с помощью экспоненциальной средней проводится по той же схеме, что и с помощью метода скользящей средней.

#### 4. Выбор вида модели тренда

Определить вид модели тренда можно на основе построенного по исходным данным графиком. Для этого надо выделить саму линию данных на диаграмме, и после этого нажать правую кнопку мыши. Появится следующее подменю, рис. 2.14., в котором выбирается функция «Добавить линию тренда...».

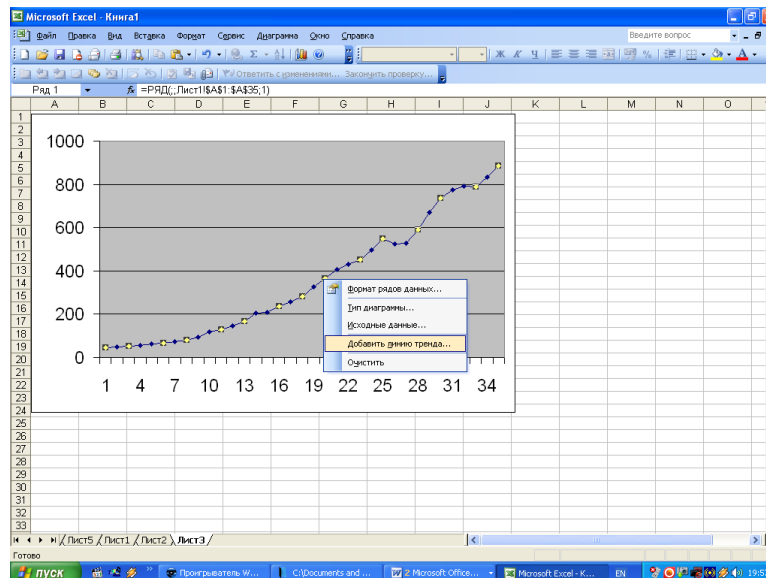


Рис. 2.14. Рабочий лист «Excel» с диаграммой.

После выбора данной функции высветится следующее диалоговое окно, рис. 2.15.

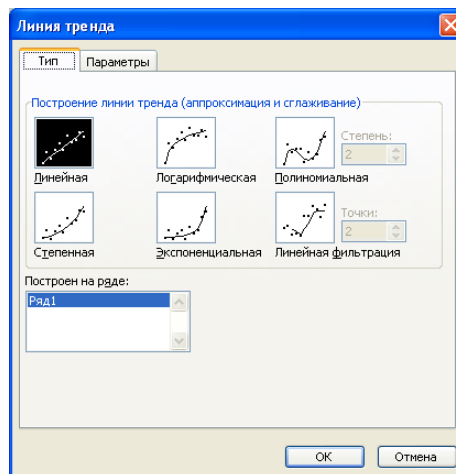


Рис. 2.15. Диалоговое окно «Линия тренда».

В этом диалоговом окне выбирается линия тренда, которая по вашему мнению, должна описывать изменение исследуемого показателя во времени. После выбора функции необходимо в этом же диалоговом окне открыть закладку «Параметры», рис. 2.16.

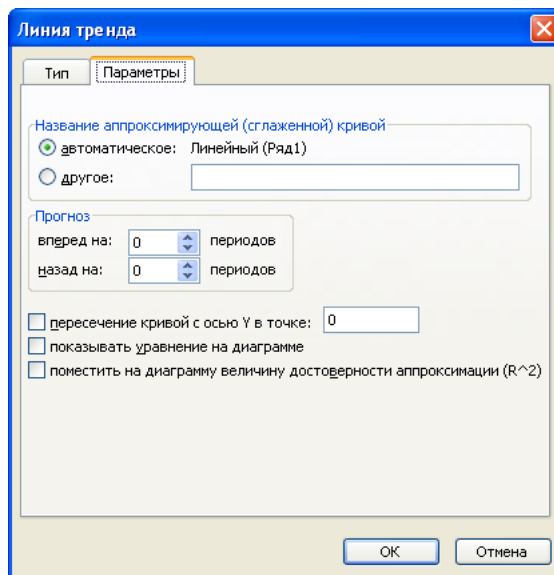


Рис. 2.16. Диалоговое окно «Линия тренда» закладка «Параметры».

В этом окне надо поставить галочки напротив следующих требований – «показывать уравнение на диаграмме» и «поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )». В заключении нажать кнопку ОК. Результат появится сразу же на диаграмме, рис. 2.17.

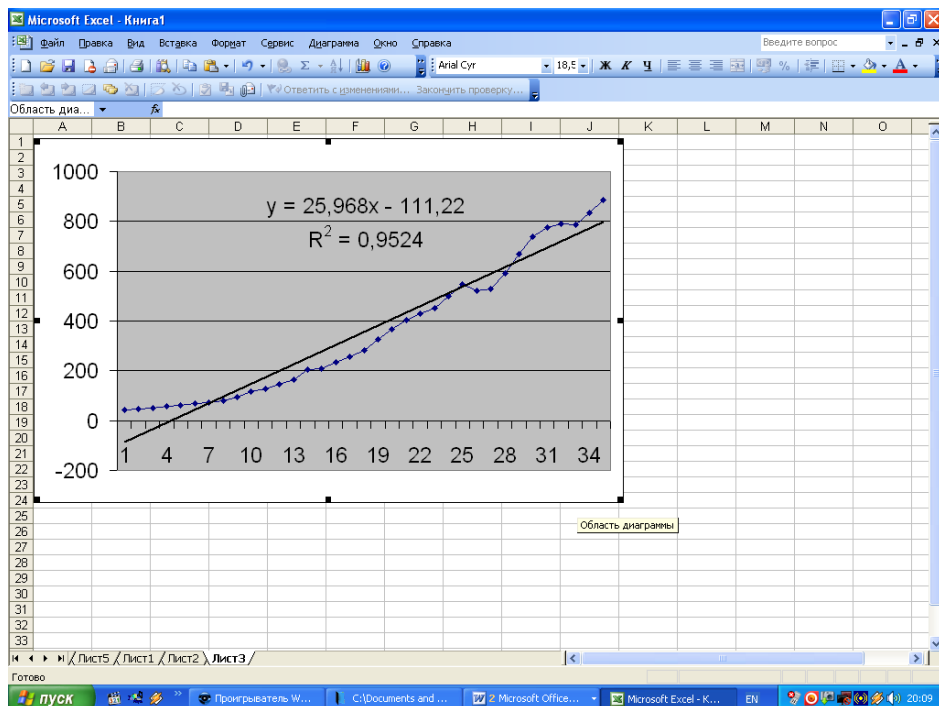


Рис. 2.17. Рабочий лист Excel с линией тренда на диаграмме.

На основании выведенного на диаграмме значения  $R^2$  можно выбрать тренд, который оптимально описывает изменение исходных данных.

## *5. Расчет параметров модели тренда. Проверка адекватности и точности*

Расчет параметров модели тренда проводится с помощью функции РЕГРЕССИЯ. Применение в этом случае ППП «Excel» рассматривалось в разделах 1.2 и 2.2 – «Решение типовых задач с помощью ППП «Excel».

Особенность заключается в том, что при использовании регрессионного анализа при определении параметров модели зависимым показателем будет исследуемый показатель, а независимым – периоды времени  $t$ . Это для линейного тренда (прямая), а для полиномиального тренда, например, второй степени (парабола), независимыми показателями будут значения  $t$  и  $t^2$ , а зависимым – исследуемый показатель  $y$ .

Проверка адекватности и точности модели тренда, построенного с помощью регрессии, проводится также как и в разделах 1.2 и 2.2.

### *6. Прогнозирование по модели тренда*

Расчет прогноза можно провести тремя способами: по модели тренда, рассчитанной по регрессии, по исходным данным с помощью возможностей ППП «Excel», на основе диаграммы, то есть построение прогноза на графике с линией тренда.

В первом случае в уравнение регрессии подставляется значение периода прогноза и рассчитывается точечный прогноз. Затем по формулам рассчитывается верхняя и нижняя граница прогноза, в результате чего получается интервальный прогноз.

Во втором случае, чтобы получить прогнозные значения на основе исходных данных, надо выделить исходный ряд, протянуть вниз с помощью курсора, поставленного в знак «минус» в правом нижнем углу выделенного ряда (курсор примет вид тонкого черного плюса), с нажатой левой кнопкой на количество ячеек для прогноза. При нажатой правой кнопке для построения прогноза можно будет выбрать тип сглаживания.

В третьем случае, когда строится прогноз на графике с линией тренда (рис. 2.17), необходимо указать следующие параметры при построении линии тренда в диалоговом окне ЛИНИЯ ТРЕНДА закладка «Параметры» (рис. 2.11): количество точек для прогноза, уравнение тренда, достоверность аппроксимации.

Приложения

**СТАТИСТИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ**

**1. Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости  $\alpha=0,05$**

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48

k1 \ k2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
$\infty$	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

**2. Критические значения t-критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10, 0,05, 0,01 (двухсторонний)**

Число степеней свободы, d.f.	$\alpha$			Число степеней свободы, d.f.	$\alpha$		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2,1604	3,0123	30	1,6973	2,0423	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	1,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	$\infty$	1,6449	1,9600	2,5758



**3. Значения статистик Дарбина – Уотсона  $d_L d_U$   
при 5%-ном уровне значимости**

n	$k^1=1$		$k^1=2$		$k^1=3$		$k^1=4$		$k^1=5$	
	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$
6	0,61	1,40	-	-	-	-	-	-	-	-
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-	-	-	-	-
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29	-	-	-	-
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13	-	-	-	-
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02	-	-	-	-
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93	-	-	-	-
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86	-	-	-	-
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82	-	-	-	-
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78	-	-	-	-
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ежеманская С.Н. Эконометрика : учебное пособие / С. Н. Ежеманская, Е. В. Бекушева, Н. Н. Джиеова ; Сиб. федер. ун-т, Ин-т упр. бизнес-процессами и экономики. - Красноярск : СФУ, 2021. - 104 с.
2. Эконометрика и эконометрическое моделирование в Excel и R. Учебник // Бабешко Л.О., Орлова И.В. – М.: Инфра-М, 2021. – 121 с.
3. Эконометрика : учебник для бакалавриата и магистратуры / И. И. Елисеева [и др.] ; под редакцией И. И. Елисеевой. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 449 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс).
4. Эконометрика. Начальный курс. Учебник // Магнус Я.Р., Пересецкий А.А., Катышев П.К. – М.: Дело, 2021. – 25 с.

# Эконометрика

Методические рекомендации